****

**Naslov:** **Pogled u krug**

**Predmet:** Matematika

**Razred:** 1. Razred, srednja škola  
**Razina izvedbene složenosti:** početna

**Ključni pojmovi:** broj π, duljina kružnice, krug, kružnica, lunula, opseg kruga, površina kruga

**Korelacije i interdisciplinarnost:**

• Likovna kultura  
• Povijest  
• Geografija

**Obrazovni ishodi:**

* opisati kružnicu i krug i njihove elemente (A)
* upotrebljavati aproksimacije broja π (B)
* računati opseg i površinu kruga u matematičkim situacijama i situacijama iz stvarnog života (A, B, D)
* definirati i konstruirati lunulu nad stranicama pravokutnog trokuta i izračunati joj površinu (C)
* računati opseg i površinu geometrijskih oblika sastavljenih od krugova i njihovih dijelova primjenjujući različite strategije (C, D)

*\*U zagradama su navedena slova koja označavaju aktivnosti ovog scenarija poučavanja, a njihovom se realizacijom doprinosi ostvarenju dotičnog ishoda.*

**…………………………………………………………………………………………………..**

**Opis aktivnosti:**

|  |
| --- |
| **A** |

**Razmijeni misli u paru**

Učenici u parovima razgovaraju o tome što znaju o kružnici i krugu iz osnovne škole, a zatim izrađuju umne mape na temu *Kružnica i krug*u suradničkom *online* alatu [Coggle](https://e-laboratorij.carnet.hr/coggle-mentalne-mape/). Za pisanje matematičkih konstanti i formula upotrebljava se LaTex pa uputite učenike na *online* skraćeni i pojednostavnjeni opis pisanja matematičkih izraza u [LaTexu](https://goo.gl/bdsGSx). Potaknite ih da promisle gdje se sve u svakodnevnom životu, kao i u drugim nastavnim predmetima, susrećemo s kružnicom i krugom te da uključe i te primjere u svoje umne mape. Potaknite učenike da promisle je li im izrada umne mape pomogla u ponavljanju i usustavljivanju pojmova o kružnici i krugu, koje su prednosti umnih mapa i je li lakše povezivati i pamtiti pojmove kad su tako složeni.

Za ponavljanje i provjeru razine usvojenosti pojmova o kružnici i krugu koje su naučili u osnovnoj školi predložite učenicima da ili tijekom izrade ili prije izrade umnih mapa riješe jednu od ili sve tri kratke *online* vježbe povezane s temom:

1. [igra](https://matchthememory.com/matematika7razred)*Memory* sa sličicama dijelova kružnice i kruga,
2. [križaljka](https://crosswordlabs.com/view/kruznica-i-krug-osnovni-pojmovi) s osnovnim pojmovima,
3. [tematski kviz](http://free-vu.t-com.hr/matematika/kvizovi/kviz74.htm) s vremenskim ograničenjem i povratnom informacijom o postotku riješenosti.

Na kraju zajednički usporedite izrađene umne mape i pozovite učenike da nadopune jedni druge pojmovima sa svojih umnih mapa.

***Postupci potpore***

Ponavljanje gradiva iz osnovne škole potkrijepite modelom kruga s jasno označenom kružnicom (boja, žica, vuna), a korisno je i da učenici s teškoćama dobiju slikovni pojmovnik kako bi pri opisivanju kružnice, kruga i njihovih elemenata mogli na konkretnom materijalu promotriti što opisuju. Prije uporabe digitalnog alata Coggle učenik treba dobiti detaljne upute, kao što je opisano u [*Didaktičko-metodičkim uputama za prirodoslovne predmete i matematiku za učenike s teškoćama*](https://edutorij.e-skole.hr/alfresco/guestDownload/a/workspace/SpacesStore/17d413fe-dce4-4e95-80f6-7f67433c6e4b/Didakticko-metodickeupute-ucenici-teskoce.pdf)*,*s time da je potrebno procijeniti je li učeniku s teškoćama primjerenije stvarati umnu mapu uz pomoć bilježnice i pribora za pisanje. Uporaba alata LaTex vrlo je korisna za učenike se teškoćama, no broj radnji koje će učenik usvojiti na jednom nastavnom satu mora biti primjeren njegovim mogućnostima. Posebno je potrebno pozornost učenika s teškoćama usmjeriti na dio aktivnosti usmjeren na pronalaženje krugova i kružnica u stvarnome životu, uz poticanje učenika da prepozna/objasni kako mu matematičko znanje može koristiti u stvarnom životu.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |
| --- |
| **B** |

**„π naš svagdašnji“**

Broj π učenicima je zanimljiv jer je iracionalan broj čije znamenke nije moguće u potpunosti odrediti zato što ih ima beskonačno mnogo. Međutim, bez tog zanimljivog broja, poznatog još iz antičkih vremena i ranije, nije moguće odrediti ni opseg ni površinu kruga. Upravo stoga taj broj oduvijek privlači pažnju matematičara i zanimljivo ga je što bolje upoznati. U ovoj aktivnosti učenici će uz pomoć dvaju interaktivnih *online* GeoGebrinih apleta, [*Archimedes Pi*](https://www.geogebra.org/m/F6FN3S22) i [*Broj Pi*](https://www.geogebra.org/m/YFWkBSQq), detaljnije upoznati Arhimedovu metodu aproksimacije broja π i izračuna opsega kruga. Ovisno o razini predznanja učenika, možete alternativno istražiti s učenicima broj π i njegove znamenke kroz sadržajem jednostavniji rad u skupinama (opis aktivnosti možete pronaći [ovdje](https://goo.gl/FQ4rME)).

Prvi aplet odlično vizualizira princip Arhimedove metode. Drugi aplet nudi mnogo detaljniju razradu Arhimedove metode s kalkulacijama u tabličnome prikazu i zato neka učenici samostalno u svojim bilježnicama, usporedno s radom u apletu, izvedu konstrukciju i potrebne izračune za krugu opisani i upisani pravilni trokut i šesterokut, a za ostale pravilne *n*-terokute mogu dalje istraživati u interaktivnom apletu.

Za ovu aktivnost pripremite nastavni listić s odgovarajućom tablicom te zadajte učenicima da u svakom primjeru (i za trokut i šesterokut, za koje će izvesti i konstrukciju, kao i za pravilne *n*-terokute s 12, 24, 48 i 96 stranica, s kojima je Arhimed izveo svoju aproksimaciju) izračunaju opseg kruga Arhimedovom metodom (u kojem je intervalu opseg kruga s obzirom na broj stranica promatranih pravilnih *n*-terokuta) i usporede ga s opsegom kruga uvrštavanjem danas poznate aproksimacije broja π s jednakim brojem znamenki kao i u apletu.

Kako se broj stranica pravilnog *n*-terokuta u oba apleta mijenja klizačem, moguće je promatrati aproksimacije za bilo koji *n* u intervalu određenom klizačem, a ne samo za pravilne *n*-terokute koje je Arhimed upotrebljavao u svojim kalkulacijama. Zato već nakon konstrukcije i izračuna za pravilni trokut i četverokut potaknite učenike na raspravu o složenosti te metode, kao i o prednostima uporabe digitalne tehnologije ne samo u izvođenju konstrukcija već i u izračunima: neka učenici usporede današnje mogućnosti računanja znamenki broja π s onima koje je upotrebljavao Arhimed te razmisle što nam je omogućila uporaba računala i jesu li tehnološke mogućnosti koje su nam danas dostupne uvijek na dobrobit čovjeka.

***Postupci potpore***

Na početku aktivnosti provjerite predznanje učenika i relevantne činjenice te na tome temeljite daljnji rad. Za uporabu digitalnih alata potrebno je dati detaljne upute te zajedno s učenicima izraditi nekoliko prvih zadataka koji su im prilagođeni težinom. Pri izradi konstrukcije u bilježnicu učenicima pružite etapne upute, pomognite im pri uporabi geometrijskog pribora te osigurajte dovoljno vremena za rad.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |
| --- |
| **C** |

**Hipokratov mjesec**

Zadajte učenicima da u nekom vremenskom razdoblju pronađu što više informacija o Hipokratu s Hiosa, njegovu životu i doprinosima te o Hipokratovoj lunuli / Hipokratovu mjesecu (engl. *Hippocrates of Chios*, *lune of Hippocrates*). Učenici pritom mogu potražiti informacije u školskoj knjižnici i služiti se različitim stručnim izdanjima ili tražilicom [Google znalac](https://scholar.google.hr/). Potaknite učenike da međusobno razmijene prikupljene informacije u nekome od alata za suradnju, kao što je primjerice [TodaysMeet](http://e-laboratorij.carnet.hr/todaysmeet-diskusija-realnom-vremenu), u kojem za tu priliku otvorite zajedničku tematsku „sobu za raspravu“. Povedite raspravu na nastavi o prikupljenim podatcima i kroz razgovor o zadanim pojmovima učenike ukratko upoznajte s Hipokratom, Hipokratovim lunulama / mjesecima i njegovim djelom.

Radeći u parovima ili skupinama učenici proučavaju članak [*Površina lunule*](http://jwilson.coe.uga.edu/emt725/Lunes/Lune1.html) (engl. *Areas of a Lune*), o lunuli nad hipotenuzom jednakokračnog pravokutnog trokuta. Kako je članak na engleskome jeziku, uputite učenike na *online* [*Englesko-hrvatski rječnik temeljnih matematičkih pojmova*](https://goo.gl/DXmigJ).

Zadajte im dva problemska zadatka:

* **Izvesti konstrukciju lunule u bilježnice**

Učenici zajednički uočavaju i dogovaraju korake konstrukcije te izvode konstrukciju.

* **Izračunati površinu lunule i dokazati da je površina lunule jednaka površini jednakokračnog pravokutnog trokuta** (nad čijom je hipotenuzom konstruirana)

Učenici zajednički dogovaraju i odabiru strategiju izračuna površine lunule i izračunavaju joj površinu. Ovisno o razini predznanja učenika, na nižoj razini učenici izračunavaju i uspoređuju površine lunule i pravokutnog trokuta uvrštavajući mjerne brojeve duljina dužina (koje su odabrali u konstrukciji ili im prije konstrukcije možete zadati mjere), a na višoj razini izvode algebarski dokaz.

Na kraju povedite s učenicima raspravu o odabranim strategijama izračuna površine i usporedite rezultate po parovima/skupinama.

*Online* interaktivnim [GeoGebrinim apletom](https://www.geogebra.org/m/jwdEAa3U)učenici, u istim formacijama, istražuju lunule nad katetama pravokutnog trokuta i na jednak način najprije izvode konstrukciju u bilježnice, a zatim izračunavaju površinu te dokazuju da je zbroj površina lunula jednak površini pripadnog pravokutnog trokuta. U interaktivnom apletu mogu provjeriti točnost svojeg izračuna.

***Postupci potpore***

Za učenike s teškoćama, u slučaju da ne mogu prepoznati relevantne izvore u knjižnici ili na tražilici Google znalac*,* pripremite semantički i činjenično prilagođen tekst, uz prikaz odabranih Hipokratovih lunula crtežom. Učenicima s oštećenjem vida lunule približite tako da se žicom oblikujete trokut, a zatim i lunule, a tekst napišete Brailleovim pismom. Na taj će način učenici s teškoćama moći sudjelovati u raspravi, uz prethodnu demonstraciju uporabe alata. Pri izvođenju konstrukcije, prilagođene mogućnostima učenika, potrebno je kontinuirano usmjeravanje i pružanje pomoći pri uporabi geometrijskog pribora. Isto tako, potrebno je predvidjeti dovoljno vremena za izvođenje aktivnosti. Izračunavanje površine lunule i usporedba s površinom jednakokračnog pravokutnog trokuta nad čijom je hipotenuzom konstruirana prilagodite mogućnostima učenika.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |
| --- |
| **D** |

**Kružni vrtovi i labirinti**

Labirint je bio vrlo česta tema srednjovjekovnih vrtova. Zanimljivo je da se značenje vrtnog labirinta u srednjem vijeku povezivalo s pojmom ljubavi, jer je vrtni labirint bio savršeno mjesto za tajne ljubavne sastanke. Možete povesti razgovor s učenicima o tome misle li da bi i danas to mladima bilo zanimljivo i zašto. Potaknite učenike da  ukratko istraže povijest vrtnih labirinata ne samo u srednjovjekovnim vrtovima već i današnjih, s naglaskom na labirinte kružnoga oblika. Predložite im da u tražilici [Google znalac](https://scholar.google.hr/) pretraže slike s ključnim pojmom *circular garden maze* ili *srednjovjekovni vrtovi*. Potaknite ih da potraže i kružne labirinte u Hrvatskoj.

Neka odaberu jedan od vrtova kružnog oblika – pojedinačni element vrta koji je kružnog oblika ili vrtni labirint kružnog oblika – i nacrtaju mu tlocrt na papiru u umanjenom mjerilu, koristeći se podatcima i mjerama do kojih su došli u prethodnom istraživanju. Zadajte im matematičke zadatke povezane s odabranim kružnim oblicima koje možete unaprijed pripremiti na nastavnom listiću (primjer nastavnog listića s mogućim zadatcima možete nalazi se na ovoj [poveznici](https://goo.gl/VbXZnu)).

Neka učenici objedine svoje radove (fotografije odabranog vrta/labirinta i tlocrta nacrtanog na papiru, matematički zadatci i rješenja) na *online* ploči [Lino](http://e-laboratorij.carnet.hr/lino-online-ploca-suradnju/), kako bi ih zajednički mogli komentirati. Učenike koji žele više potaknite dodatnim zadatkom da ovisno o obliku odabranog vrta/labirinta i materijala koji je upotrijebljen u njegovoj izradi (npr. kamenčići ili kameni blokovi, čempresi, cvijeće i sl.) samostalno osmisle i riješe slične matematičke zadatke te da ih zajedno s rješenjima dodaju ostalim radovima.

Na kraju im predložite da svakako i pronađu put do izlaza u „svojem“ odabranom labirintu.

***Postupci potpore***

Osim objašnjavanja/ponavljanja termina *labirint*, *tlocrt* i *umanjeno mjerilo* za učenike s teškoćama pripremite listić s osnovnim informacijama i primjerenim zadatcima, o čemu se detaljnije upute mogu pronaći u [*Didaktičko-metodičkim uputama za prirodoslovne predmete i matematiku za učenike s teškoćama*](https://edutorij.e-skole.hr/alfresco/guestDownload/a/workspace/SpacesStore/17d413fe-dce4-4e95-80f6-7f67433c6e4b/Didakticko-metodickeupute-ucenici-teskoce.pdf). Hoće li učenik s teškoćama sam crtati labirint u umanjenom mjerilu ili će dobiti nacrtani ovisi o mogućnostima učenika. Učenicima s oštećenjem vida potrebno je izraditi jednostavan reljefni labirint (od plastelina ili kartona) kako bi mogli spoznati što je labirint, a zatim i sami mogu izraditi kružni labirint od kamenčića koji se lijepe za podlogu. Na jednak način, umjesto crtanja u umanjenom mjerilu, labirint mogu izraditi i učenici s intelektualnim teškoćama, učenici sa specifičnim teškoćama u učenju i svi drugi učenici s teškoćama za koje procijenite da bi crtanje u umanjenom mjerilu bio prezahtjevan zadatak.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Za one koji žele znati više**

Predložite učenicima da u obliku projektnog zadatka istraže temu *Kako rješavamo labirinte?.* Proširite aktivnost *Kružni vrtovi i labirinti* i potaknite učenike da istraže algoritme kojima rješavamo labirinte (s naglaskom na kružne labirinte). Ovisno o predznanju učenika, možete im kao temelj za istraživanje ponuditi *online* članak *Labirinti – magične crte* iz časopisa [*MiŠ*](https://goo.gl/IHeloN) ili *online* objavljen diplomski rad [*Matematika labirinta*](https://goo.gl/Rh7fPK). Neka izrade prigodnu tematsku prezentaciju, a mogu i tijekom prezentacije rezultata istraživanja pred razredom pripremiti nekoliko labirinata i „izazvati“ ostale učenike da ih pokušaju riješiti te demonstrirati način(e) rješavanja labirinta.

**Dodatna literatura, sadržaj i poveznice:**

Dodatna pojašnjenja pojmova možete potražiti na relevantnim mrežnim stranicama – [Google znalac](https://scholar.google.hr/), [Struna](http://struna.ihjj.hr/) (Hrvatsko strukovno nazivlje), [Hrvatska enciklopedija](http://www.enciklopedija.hr/) i sl.

Napomena: Valjanost svih mrežnih poveznica zadnji put utvrđena 11. 07. 2018.

[Creative Commons licenca](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)  
Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom [Creative Commons Imenovanje-Nekomercijalno-Dijeli pod istim uvjetima 4.0 međunarodna](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/). Prilikom korištenja ovog djela trebate označiti autorstvo djela na ovaj način: CARNET (2017) e-Škole scenarij poučavanja ˝(upisati naslov scenarija poučavanja)˝, [https://scenariji-poucavanja.e-skole.hr/.](https://scenariji-poucavanja.e-skole.hr/)

|  |
| --- |
| Primijenili ste ovaj scenarij poučavanja u nastavi? Recite nam svoje mišljenje popunjavanjem upitnika na ovoj [poveznici](https://upitnik.carnet.hr/index.php/689166?lang=hr). |