

Matematika

za 8. razred osnovne škole

Priručnik za nastavnike

Više informacija o fondovima EU-a možete pronaći na internetskim stranicama Ministarstva regionalnoga razvoja i fondova Europske unije: www.strukturnifondovi.hr

Ovaj priručnik izrađen je radi podizanja digitalne kompetencije korisnika u sklopu projekta e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot-projekt), koji sufinancira Europska unija iz europskih strukturnih i investicijskih fondova. Nositelj projekta je Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNet. Sadržaj publikacije isključiva je odgovornost Hrvatske akademske i istraživačke mreže – CARNet.

Impresum

Ključni stručnjaci:

Autori:

Sanja Janeš, Ivana Katalenac, Zvezdana Martinec,
Tanja Soucie, Renata Svedrec

Urednica:

Štefica Dumančić Poljski

Stručnjak za dizajn odgojno-obrazovnog procesa ili metodičko oblikovanje nastavnih sadržaja:

Toni Milun

Stručnjak za dizajn i izradu digitalnih sadržaja te dizajn korisničkog sučelja:

Željka Car

Neključni stručnjaci:

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje:

Jasmina Ivšac Pavliša, Maja Peretić

Stručnjak za pristupačnost:

Vedran Podobnik

Recenzenti:

Recenzent za metodičko oblikovanje sadržaja:

Ljerka Jukić Matić

Recenzent za inkluzivnu prilagodbu sadržaja:

Ana Parać Burčul

Izdanje:

1. izdanje

Lektori:

Jasna Bičanić, Petra Glavor Petrović, Rosanda Tometić

Priprema i prijelom:

Algebra d.o.o.

Podizvoditelj:

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu

Naručitelj i nakladnik:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža CARNet

Mjesto izdanja:

Zagreb

Više informacija:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNet

Josipa Marohnića 5, 10000 Zagreb

tel.: +385 1 6661 500

www.carnet.hr



Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom

[Creative Commons Imenovanje -Nekomercijalno-Dijeli 3.0 Hrvatska.](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/hr/)

Sadržaj

Impresum	3
Uvodni dio priručnika	18
Kako koristiti priručnik	18
Što je DOS?	30
Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS	36
Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a	37
Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima	39
Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS	41
Suvremene nastavne metode i DOS	43
Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama	44
Modul 1:Kvadriranje.....	47
Ciljevi, ishodi, kompetencije	47
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	47
Digitalni alati i dodatni sadržaji	48
1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva.....	51
Ciljevi, ishodi, kompetencije	51
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ove jedinice.....	52
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	55
1.2. Kvadriranje umnoška i količnika	58
Ciljevi, ishodi, kompetencije	58
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ove jedinice.....	59
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	61
1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	63
Ciljevi, ishodi, kompetencije	63
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	64
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	66
1.4. Množenje algebarskih izraza	69
Ciljevi, ishodi, kompetencije	69

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	70
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	72
1.5. Kvadrat zbroja	75
Ciljevi, ishodi, kompetencije	75
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	76
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	77
1.6. Kvadrat razlike.....	80
Ciljevi, ishodi, kompetencije	80
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja ove jedinice DOS-a	81
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	83
1.7. Razlika kvadrata	86
Ciljevi, ishodi, kompetencije	86
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja ove jedinice DOS-a	87
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	89
Aktivnosti za samostalno učenje	92
Ciljevi, ishodi, kompetencije	92
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja ove jedinice DOS-a	92
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	93
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.....	96
Ciljevi, ishodi, kompetencije	96
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja ove jedinice DOS-a	96
Modul 1:Potencije s bazom 10	99
Ciljevi, ishodi, kompetencije	99
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	99
Digitalni alati i dodatni sadržaji.....	100
2.1. Potencije s prirodnim eksponentom	103
Ciljevi, ishodi, kompetencije	103
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	104

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	107
2.2. Množenje i dijeljenje potencija s bazom 10.....	110
Ciljevi, ishodi, kompetencije	110
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	111
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	113
2.3. Potenciranje potencije s bazom 10	115
Ciljevi, ishodi, kompetencije	115
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	116
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	117
2.4. Potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom.....	118
Ciljevi, ishodi, kompetencije	118
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	119
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	120
2.5. Zbrajanje i oduzimanje potencija s bazom 10.....	122
Ciljevi, ishodi, kompetencije	122
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	123
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	124
2.6. Znanstveni zapis	126
Ciljevi, ishodi, kompetencije	126
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	127
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	129
Aktivnosti za samostalno učenje	131
Ciljevi, ishodi, kompetencije	131
Generičke kompetencije	131
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	131
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	133
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.....	136

Ciljevi, ishodi, kompetencije	136
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	136
Modul 3:Drugi korijen	139
Ciljevi, ishodi, kompetencije	139
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	139
Digitalni alati i dodatni sadržaji	140
3.1. Pojam drugog korijena	143
Ciljevi, ishodi, kompetencije	143
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	144
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	146
3.2. Zbrajanje i oduzimanje korijena	149
Ciljevi, ishodi, kompetencije	149
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	150
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	152
3.3. Množenje i dijeljenje korijena	154
Ciljevi, ishodi, kompetencije	154
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	155
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	156
3.4. Djelomično korjenovanje	159
Ciljevi, ishodi, kompetencije	159
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	160
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	162
3.5. Računanje s korijenima	163
Ciljevi, ishodi, kompetencije	163
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	164
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	166
3.6. Racionalizacija nazivnika	167
Ciljevi, ishodi, kompetencije	167

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	168
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	169
3.7. Kvadratna jednadžba	170
Ciljevi, ishodi, kompetencije	170
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	171
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	173
Aktivnosti za samostalno učenje	174
Ciljevi, ishodi, kompetencije	174
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	174
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	176
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	178
Ciljevi, ishodi, kompetencije	178
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	178
Modul 4: Pitagorin poučak	181
Ciljevi, ishodi, kompetencije	181
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja modula DOS Matematika 8	181
Digitalni alati i dodatni sadržaji	182
4.1. Pitagorin poučak	185
Ciljevi, ishodi, kompetencije	185
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS Matematika 8	186
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	187
4.2. Primjena Pitagorina poučka na pravokutni trokut	190
Ciljevi, ishodi, kompetencije	190
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS Matematika 8	191
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	192
4.3. Obrat Pitagorina poučka	195
Ciljevi, ishodi, kompetencije	195
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS Matematika 8	196

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	197
4.4. Primjena Pitagorina poučka na pravokutnik.....	199
Ciljevi, ishodi, kompetencije	199
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS Matematika 8	200
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	201
4.5. Primjena Pitagorina poučka na kvadrat	203
Ciljevi, ishodi, kompetencije	203
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS	204
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	205
4.6. Primjena Pitagorina poučka na jednakokračni trokut	207
Ciljevi, ishodi, kompetencije	207
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	208
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	209
4.7. Primjena Pitagorina poučka na jednakostranični trokut	210
Ciljevi, ishodi, kompetencije	210
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS	211
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	212
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju	212
4.8. Primjena Pitagorina poučka na romb.....	214
Ciljevi, ishodi, kompetencije	214
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS	215
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	216
4.9. Primjena Pitagorina poučka na trapez	218
Ciljevi, ishodi, kompetencije	218
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS	219
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	220
4.10. Modeliranje problemskih situacija Pitagorinim poučkom	221

Ciljevi, ishodi, kompetencije	221
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS	222
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	223
Aktivnosti za samostalno učenje	224
Ciljevi, ishodi, kompetencije	224
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS	224
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	225
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	228
Ciljevi, ishodi, kompetencije	228
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS	228
Modul 5:Realni brojevi	231
Ciljevi, ishodi, kompetencije	231
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovom modula DOS-a.....	231
Digitalni alati i dodatni sadržaji.....	233
5.1.Realni brojevi	235
Ciljevi, ishodi, kompetencije	235
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a.....	236
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	238
5.2 Realni brojevi i brojevni pravac	240
Ciljevi, ishodi, kompetencije	240
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a.....	241
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	242
5.3.Graf kvadratne funkcije	244
Ciljevi, ishodi, kompetencije	244
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a.....	245
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	246
5.4 Graf funkcije drugog korijena	249
Ciljevi, ishodi, kompetencije	249

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	250
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	251
Aktivnosti za samostalno učenje	253
Ciljevi, ishodi, kompetencije	253
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	253
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	255
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	257
Ciljevi, ishodi, kompetencije	257
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	257
Modul 6: Preslikavanje ravnine	260
Ciljevi, ishodi, kompetencije	260
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	260
Digitalni alati i dodatni sadržaji	262
6.1. Vektori	264
Ciljevi, ishodi, kompetencije	264
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	265
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	266
6.2. Zbrajanje i oduzimanje vektora	269
Ciljevi, ishodi, kompetencije	269
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	270
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	271
6.3. Translacija	275
Ciljevi, ishodi, kompetencije	275
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	276
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	277
6.4. Osa simetrija	280
Ciljevi, ishodi, kompetencije	280
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	281

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	283
6.5. Centralna simetrija	285
Ciljevi, ishodi, kompetencije	285
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	286
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	288
6.6. Rotacija	290
Ciljevi, ishodi, kompetencije	290
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	291
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	293
6.7. Povezivanje preslikavanja	295
Ciljevi, ishodi, kompetencije	295
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	296
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	297
Aktivnosti za samostalno učenje	300
Ciljevi, ishodi, kompetencije	300
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	300
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	302
.....	303
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	304
Ciljevi, ishodi, kompetencije	304
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	304
Modul 7: Točke, pravci i ravnine u prostoru	307
Ciljevi, ishodi, kompetencije	307
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	307
Digitalni alati i dodatni sadržaji	309
7.1. Točke, pravci i ravnine u prostoru	311
Ciljevi, ishodi, kompetencije	311
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	312

Dodatni prijedlozi.....	314
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	314
7.2.Međusobni položaji pravaca i ravnina	315
Ciljevi, ishodi, kompetencije	315
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	316
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	318
7.3. Okomitost pravaca i ravnina u prostoru.....	319
Ciljevi, ishodi, kompetencije	319
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	320
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	321
7.4.Ortogonalna projekcija	323
Ciljevi, ishodi, kompetencije	323
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	324
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	326
7.5.Udaljenost točke od ravnine	328
Ciljevi, ishodi, kompetencije	328
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	329
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	330
Aktivnosti za samostalno učenje	332
Ciljevi, ishodi, kompetencije	332
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	332
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	334
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	335
Ciljevi, ishodi, kompetencije	335
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	335
Modul 8:Prizme.....	338
Ciljevi, ishodi, kompetencije	338
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	338

Digitalni alati i dodatni sadržaji	340
8.1.Prizme.....	342
Ciljevi, ishodi, kompetencije	342
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	343
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	344
8.2. Kocka	347
Ciljevi, ishodi, kompetencije	347
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	348
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	351
8.3.Kvadar.....	353
Ciljevi, ishodi, kompetencije	353
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	354
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	356
8.4.Oplošje i obujam prizme	359
Ciljevi, ishodi, kompetencije	359
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	360
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	361
8.5.Pravilna četverostrana prizma.....	363
Ciljevi, ishodi, kompetencije	363
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	364
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	365
8.6.Pravilna trostrana prizma.....	367
Ciljevi, ishodi, kompetencije	367
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	368
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	369
Dodatna literatura za nastavnike	370
8.7.Pravilna šesterostrana prizma	371
Ciljevi, ishodi, kompetencije	371

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	372
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	373
8.8.Ostale prizme	375
Ciljevi, ishodi, kompetencije	375
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	376
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	377
Aktivnosti za samostalno učenje	378
Ciljevi, ishodi, kompetencije	378
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ove jedinice.....	378
Dodatni prijedlozi.....	379
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	379
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	381
Ciljevi, ishodi, kompetencije	381
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ove jedinice.....	381
Modul 9:Piramide.....	384
Ciljevi, ishodi, kompetencije	384
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	384
Digitalni alati i dodatni sadržaji.....	385
9.1.Piramide.....	388
Ciljevi, ishodi, kompetencije	388
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	389
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	391
9.2.Oplošje i obujam piramide	393
Ciljevi, ishodi, kompetencije	393
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula.....	394
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	395
9.3.Pravilna četverostrana piramida	397
Ciljevi, ishodi, kompetencije	397

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	398
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	399
9.4.Pravilna šesterostrana piramida.....	401
Ciljevi, ishodi, kompetencije	401
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	402
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	403
9.5.Pravilna trostrana piramida	405
Ciljevi, ishodi, kompetencije	405
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	406
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	408
Aktivnosti za samostalno učenje	410
Ciljevi, ishodi, kompetencije	410
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ove jedinice.....	410
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	411
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju	412
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.....	413
Ciljevi, ishodi, kompetencije	413
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ove jedinice.....	413
Modul 10:Valjak, stožac, kugla.....	416
Ciljevi, ishodi, kompetencije	416
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	416
Digitalni alati i dodatni sadržaji.....	417
10.1.Valjak	420
Ciljevi, ishodi, kompetencije	420
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	421
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	422
10.2.Stožac.....	424
Ciljevi, ishodi, kompetencije	424

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	425
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	426
10.3.Kugla	428
Ciljevi, ishodi, kompetencije	428
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula	429
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	430
Aktivnosti za samostalno učenje	432
Ciljevi, ishodi, kompetencije	432
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ove jedinice.....	432
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	433
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	436
Ciljevi, ishodi, kompetencije	436
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ove jedinice.....	436
Pojmovnik.....	438

Uvodni dio priručnika

Kako koristiti priručnik

Priručnik za primjenu DOS-a je prateći materijal uz digitalne obrazovne sadržaje (DOS) iz matematike za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred opće gimnazije (Matematika 7, Matematika 8, Matematika 1 i Matematika 2).

Sastoji se od dva bitno različita dijela: općeg dijela i dijela namijenjenog određenom razredu.

Prvi dio priručnika (prvih 7 poglavlja) priručnika daje uvod o digitalnim obrazovnim sadržajima i njihovoj ulozi u suvremenim metodama poučavanja. Ovaj dio je identičan za sve razrede.

Drugi dio priručnika daje preporuke nastavnicima za korištenje konkretnih jedinica DOS-a i multimedijalnih elemenata u odgojno-obrazovnom procesu, navodi dodatne digitalne alate i sadržaje koji će doprinijeti ostvarivanju odgojno-obrazovnih ishoda te daje smjernice i sadržaje za rad s učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (inkluzija).

Priručnik je dostupan u tri formata: PDF, ePub (format za elektroničke knjige, može se preuzeti i čitati na računalima i mobilnim uređajima) i OneNote (Microsoft OneNote 2016, digitalna bilježnica koja omogućuje na jednom mjestu održavanje bilješki i informacija s dodatnim prednostima; mogućnosti naprednog pretraživanja i umetanja multimedije).

U prvom poglavlju, koje je upravo pred Vama, navedene su upute kako koristiti priručnik na primjeru OneNote inačice.

OneNote inačica priručnika

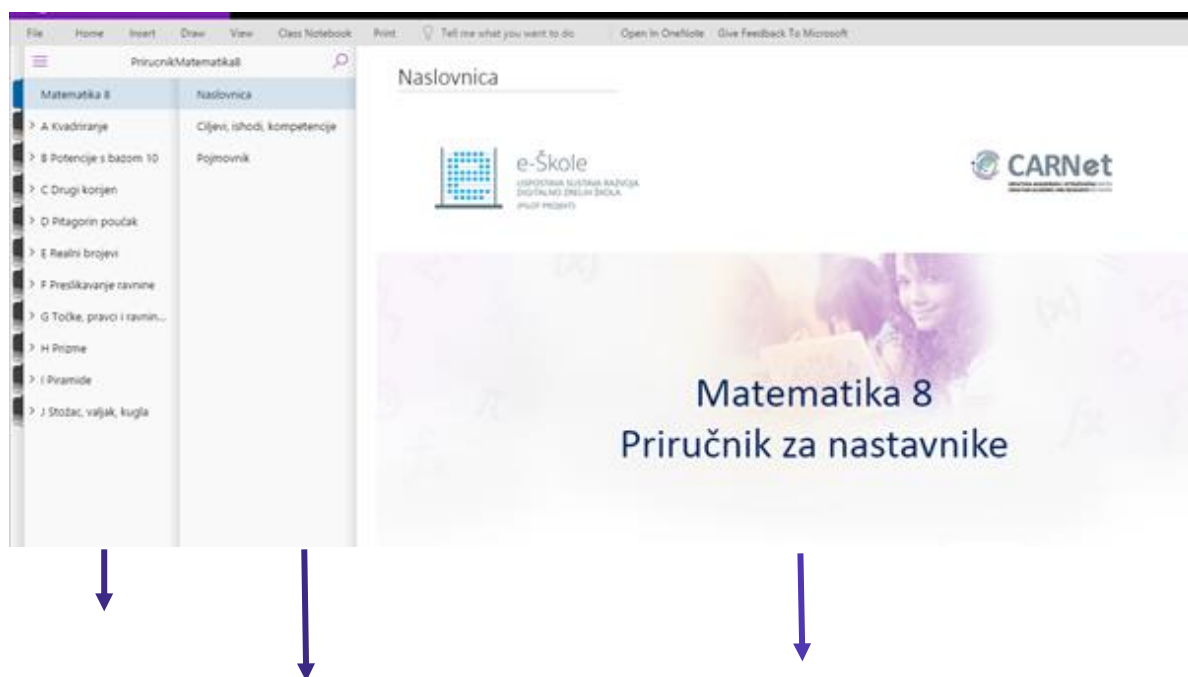
Osnovne značajke OneNote-a su:

- automatsko spremanje
- mogućnost pisanja na proizvoljnom mjestu svake stranice
- mogućnost ubacivanja svih vrsta sadržaja, dokumenata i poveznica
- mogućnost reorganiziranja i ponovnog korištenja stranica i odjeljaka
- pripadni moćni alati za označavanje i pretraživanje
- mogućnost spremanja poveznice na originalne sadržaje prilikom kopiranja
- brzo i pregledno kretanje kroz pojedine dijelove dokumenta.

OneNote inačica priručnika sadrži sve što i pdf inačica te dodatne stranice „Pomoćni interaktivni sadržaji“ na kojima su interaktivni i multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote. Tako pripremljene sadržaje učitelji i nastavnici mogu lako koristiti za nastavu te prema potrebi mijenjati i prilagoditi svojim potrebama.

U OneNote priručniku sadržaji su grupirani u odjeljke, sekcije i stranice unutar sekcija. Početni odjeljci sadrže poglavlja prvog, općeg dijela priručnika. Slijede odjeljci koji se odnose na konkretan DOS. Svaki DOS podijeljen je na module, a moduli na jedinice, što je detaljno opisano u sljedećem poglavlju.

Sadržaji koji se odnose na module konkretnog DOS-a nalaze se na stranicama odjeljka s naslovom modula, a sadržaji na razini jedinice se nalaze na stranicama sekcija s naslovima jedinica. Moduli su označeni slovima A, B, C, ..., a jedinice brojevima 1.1, 1.2 itd.



Odjeljci i sekcije

Stranice

Sadržaj stranice

Uvodni odjeljak (na slikama to je prvi odjeljak Matematika 8) ima stranice:

- **Naslovnica**
- **Ciljevi, ishodi, kompetencije**
 - Ovdje su navedeni ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini cjelovitog DOS-a prema kojima je izrađen DOS.
- **Pojmovnik**
 - U priručniku se nalazi pojmovnik ključnih pojmova prenesen iz konkretnog DOS-a.

The screenshot shows a digital textbook page for 'Matematika 8'. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is titled 'Ciljevi, ishodi, kompetencije' and contains three bulleted sections: 'Ciljevi i zadaće', 'Odgojno-obrazovni ishodi', and 'Generičke kompetencije'.

Slijede odjeljci koje obrađuju pojedine module (označeni slovima A, B, C ...). Svaki modul ima uvodnu sekciju (1.0. u modulu A, 2.0. u modulu B ...) i sekcije po jedinicama (1.1., 1.2. ... u modulu A; 2.1., 2.2. u modulu B itd.)

Uvodna sekcija svakog modula sadrži sljedeće stranice (na ilustracijama koje slijede to je modul A *Kvadriranje*):

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini modula.

The screenshot shows a digital textbook interface. On the left, a sidebar lists the contents of the 'Matematika 8' textbook, including sections like 'A Kvadriranje', 'B Potencije s bazom 10', 'C Drugi korijen', etc. The main content area displays the 'Ciljevi, ishodi, kompetencije' (Objectives, Outcomes, Competencies) for 'DOS Matematika 8', specifically for the '1. Kvadriranje' (Quadratics) chapter. The objectives listed include:

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanje te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvještavanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

 The 'Odgovno-obrazovni ishodi' (Learning Outcomes) section lists:

- Kvadrirati racionalni broj
- Procijeniti vrijednost kvadrata
- Napisati umnožak kvadrata kao kvadrat umnoška te količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto
- Kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva
- Prepoznati u algebarskim izrazima kvadrat zbroja i kvadrat razlike
- Rastaviti razliku kvadrata na faktore
- Primijeniti kvadriranje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

 The 'Generičke kompetencije' (Generic Competencies) section lists:

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula. To je sažetak metodičkih prijedloga za korištenje jedinica ovog modula, odnosno preporuke koje su primjenjive na sve jedinice.

Neki metodički prijedlozi i preporuke identični su u više modula, no ta ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se isti u još nekom drugom modulu.

The screenshot shows a digital textbook interface. On the left, there is a sidebar with a table of contents. The main content area is titled 'Metodički prijedlozi' and contains text about the module's goals, digital resources, and teaching methods.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Informacije na ovoj stranici podijeljene su u tri grupe.

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

- Navedeni su digitalni alati koji su preporučeni u priručniku za korištenje u ovom modulu, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute.
- Većina preporučenih digitalnih alata spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

- Navedene su poveznice na sve sadržaje predložene u jedinicama modula kao pomoć u izvođenju nastave. Tako ih nastavnici mogu naći na jednom mjestu.

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnike

- Ovdje su predloženi izvori na kojima nastavnici sami mogu pronaći i odabrati sadržaje koji im mogu pomoći u izvođenju nastave. To su interaktivni sadržaji (animacije, simulacije...), video materijali, izvori na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te također stručni članci vezani uz područje matematike koje obrađuje modul.
- Veliki broj navedenih izvora spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul

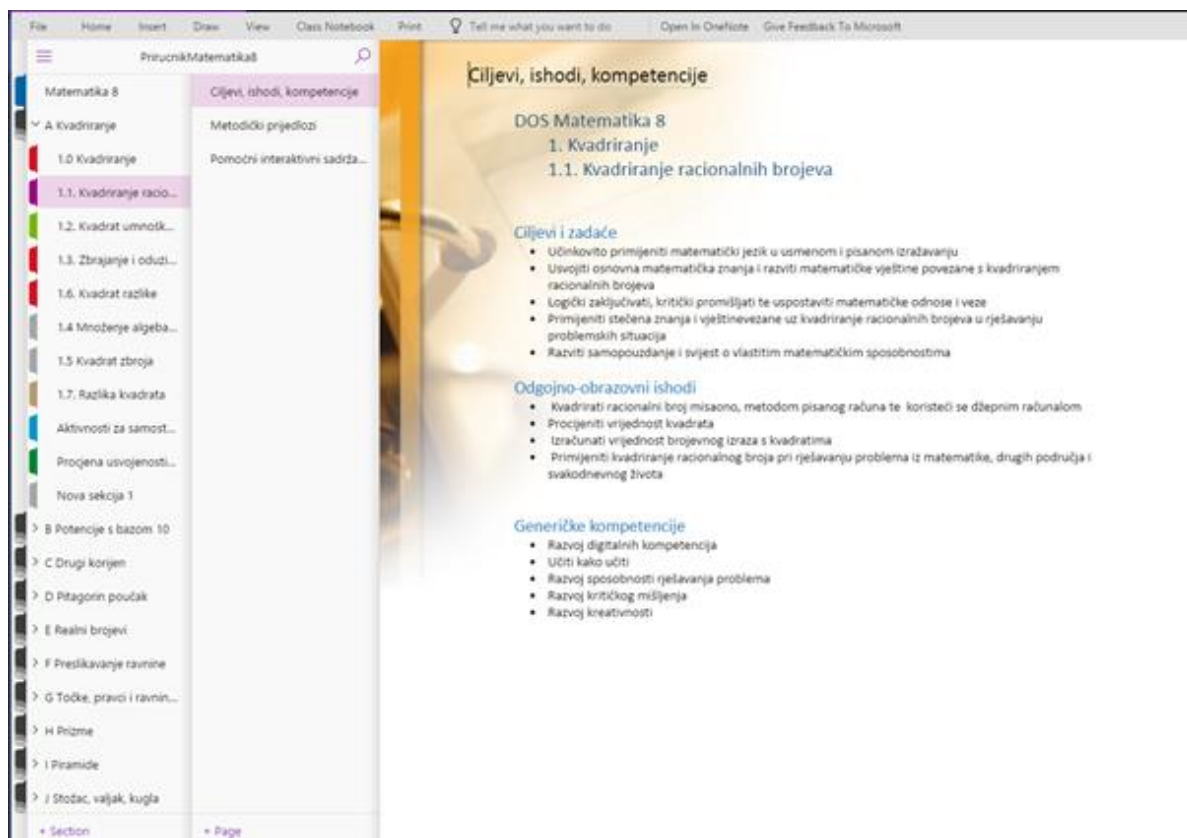
The screenshot shows a OneNote interface with a sidebar on the left containing a table of contents for 'Priručnik Matematika 8'. The main area displays the 'Operativni plan' for 'DOS Matematika 8', dated 9. svibnja 2017. at 19:20. The plan is for '1. Kvadriranje' and includes a table with the following data:

Modul	Jedinica DOS-a	Broj sati
1.	Kvadriranje	16 + 1
	1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva	3
	1.2. Kvadriranje umnoška i količnika	2
	1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	2
	1.4. Množenje algebarskih izraza	2
	1.5. Kvadrat zbroja	2
	1.6. Kvadrat razlike	2
	1.7. Razlika kvadrata	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

Sekcije uz svaku jedinicu modula (na ilustracijama to je jedinica *1.1 Kvadriranje racionalnih brojeva*) sadrže sljedeće stranice:

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije za konkretnu jedinicu. Prema njima je izrađen sadržaj jedinice.



Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja konkretne jedinice. Oni nisu pripreme za nastavnici za nastavni sat već prijedlozi nastavniku koje dijelove sadržaja može i na koji način koristiti u nastavi.

Pomoćni interaktivni sadržaji

Ovdje su interaktivni, multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote.

Sekcija “Metodički prijedlozi” podijeljena je na dva dijela:

(a) *Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice*

Započinje s općim uputama vezanim uz različite svrhe primjene jedinice (npr. obrada, ponavljanje ...), odnos prema ostalim jedinicama modula i eventualnu vezu s drugim modulima. Navedena je i preporuka koji se oblici učenja i poučavanja mogu primijeniti pri korištenju sadržaja jedinice.

Slijede prijedlozi primjene sadržaja jedinice:

- Uvod i motivacija
- Razrada sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak.

Ova podjela prati strukturu korištenu u DOS-u i tim redosljedom izdvojeni su dijelovi sadržaja koje je pogodno koristiti u nastavi. Redosljed nije sugestija organizacije nastavnog sata. Cjelovito osmišljavanje i priprema izvođenja nastave prepušteni su nastavniku, kao i izbor mjesta na kojima će uklopiti sadržaje jedinice DOS-a.

- Dodatni prijedlozi

Ovdje su navedeni dodatni prijedlozi koji mogu pomoći nastavniku u ostvarenju odgojno-obrazovnih ishoda predviđenih u jedinici. To su poveznice na digitalne sadržaje, ukazivanje na neka alternativna metodička rješenja i sl.

(b) *Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe*

- Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Svaka jedinica sadrži dijelove koji po složenosti ili sadržaju izlaze izvan okvira programa. Oni su na ovom mjestu u priručniku istaknuti, kao i prijedlozi nastavniku kako organizirati njihovo izvođenje i prezentaciju rezultata. Ponekad su u priručniku navedeni i prijedlozi zadataka/aktivnosti koji se ne nalaze u jedinici.

Aktivnosti za učenike koji žele znati više i za darovite učenike birane su kao projektni zadaci ili dodatne teme za samostalno istraživanje. Mogu se provoditi samostalno ili u manjim skupinama.

- Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje razradili su prijedloge i smjernice nastavnicima za svaku jedinicu.

The screenshot displays a digital textbook interface for 'Matematika 8'. The left sidebar shows a navigation menu with sections A through J, including '1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva'. The main content area is titled 'Metodički prijedlozi' and contains the following text:

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

1. Kvadriranje

1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cjelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabran koncept površine kvadrata s duljinama stranica koje su prirodni brojevi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kvadrat prirodnog broja

Motivacijski je primjer poslužio za uvođenje pojma **kvadrata prirodnog broja**. Nakon toga je i definiran kvadrat nule. Kvadrat nule može se objasniti kao kvadrat kojemu je stranica duljine nula pa je i površina takva kvadrata jednaka nuli.

U nekoliko uvodnih primjera istaknute su važne činjenice o kvadratu prirodnog broja:

- Kvadrat je prirodnog broja prirodni broj.
- Od dva prirodna broja veći kvadrat ima onaj koji je veći.
- Postupak je kvadriranja broja različit od postupka množenja broja s dva.

Kvadrat racionalnog broja

Interaktivnim predloškom učenik **istražuje** postojanje kvadrata racionalnih brojeva. To čini postupno: prirodni brojevi s nulom, negativni cijeli brojevi, racionalni brojevi decimalnog zapisa, racionalni brojevi zapisa u obliku pravog razlomka.

Važni su naglasci u ovojme dijelu na sljedećem:

- zapis kvadrata racionalnog broja - upotreba zagrada za kvadriranje negativnih brojeva i razlomaka
- definicija kvadrata racionalnog broja
- kvadrat racionalnog broja veći ili jednak nuli
- jednakost kvadrata suprotnih racionalnih brojeva.

Važnost zagrada i upotreba zagrada

Istaknuta je i važnost **upotrebe zagrada** te njihov utjecaj na rezultat. Učenik to može provjeriti zadatcima u kojima su zadani razni položaji zagrada u odnosu na kvadriranje. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, a tek potom odgovoriti. Dva su tipa zadataka: točno/netočno i uparivanje.

Dilepno računalo

Kako bi se učenici znali služiti **dilepnim računalom** pri izračunavanju ili provjeri izračuna, ponuđena je 2D animacija koja im to pokazuje. Kvadrirati mogu na dva načina, množenjem broja sa samim sobom ili korištenjem tipke x^2 .

Procjena izmisa kvadrata racionalnog broja

Istraživanjem niza zadanih kvadrata pozitivnih racionalnih brojeva uočeno je ponašanje kvadrata brojeva većih od jednog cijelog i onih između nula i jedan.

Za pozitivne racionalne brojeve veće od jednog cijelog, zadan je problem iz svakodnevice – Tepih za dječju sobu.

Jedan je od važnih koraka prihvatanja koncepta kvadrata racionalnog broja sposobnost smislene **procjene kvadrata racionalnog broja**. Procjena je uvedena primjerom Parkiralište. Rješavanjem primjera pokazuje se postupak provođenja misaone ili računске procjene. Procjena, pomoću najbolje ponuđene, učenik može vježbati nizom zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom.

Kvadrat mjesjevitog broja

Poseban je primjer zadan za određivanje **kvadrata mjesjevitog broja** uz određivanje približne vrijednosti.

Istraživanje kvadrata prirodnih brojeva

Kako bi se **otkrio** je li neki prirodni broj kvadrat, treba koristiti postupak rastavljanja na proste faktore.

Dana su dva tipa zadataka: višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i točno/netočno. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek potom odgovoriti.

Važno je, također, snalažljivo ili **misaono određivanje** kvadrata nekih racionalnih brojeva pomicanjem decimalnog zarezka. Za uvježbavanje misaonog računanja nekih racionalnih brojeva, ponuđena su četiri zadatka.

Preračunavanje mjernih jedinica za površinu

Od ključne je važnosti **povezati** kvadriranje racionalnih brojeva te misaono/snalažljivo računanje s preračunavanjem kvadratnih mjernih jedinica. Trima je primjerima uz slikovnu podršku predstavljeno kako preračunavati kvadratne mjerne jedinice:

- o iz veće kvadratne mjerne jedinice u manju
- o iz manje kvadratne mjerne jedinice u veću.

U nivu zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom učenici mogu vježbati preračunavanje.

Redoslijed računskih operacija

Kako je kvadriranje računski radnja trećeg stupnja, potrebno je opisati **redoslijed računskih operacija** u zadatcima u kojima se pojavljuje kvadriranje, množenje/djeljenje i zbrajanje/oduzimanje racionalnih brojeva.

Za uvježbavanje izračuna izraza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva osmišljena je zabavna aplikacija na poveznici [kvadrat.broja](#). Kad učenik točno rješava zadatke, otvara se sličica. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti.

Osim te aplikacije, zadana su još dva zadatka uparivanja za izračunavanje računskih izraza s kvadratima.

Primjena

Dva primjera, od kojih jedan koristi 2D animaciju za objašnjenje postupka rješavanja, uvode učenika u niz zadataka **primjene naučenog** za rješavanje problemskih situacija iz matematike ili svakodnevice.

Ponuđeni su i posebno označeni zadatci **korrelacije**, koji u sebi sadrže i ishod primjene **postotnog računa**.

Zanimljivost

Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost** vezana za šahovska polja i promjer postolja šahovske figure pještaka. Ta je zanimljivost iskorištena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao **projektni i nagradni** zadatak za učenika.

The screenshot shows a OneNote page titled 'Priručnik Matematika 8'. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is divided into three sections:

- Zanimljivost**: A paragraph about the interest in mathematics, mentioning a project and a reward task.
- Završetak**: A paragraph about the end of the lesson, mentioning a student's task.
- Dodatni prijedlozi**: A list of suggestions for additional activities, including a motivational example of a school project.

Below these sections is a large text box titled 'Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe'. This box contains several paragraphs of text and links to external resources:

- Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima**: A section for students who want to know more and gifted students.
- Za učenike koji žele znati više predlažemo:** A list of links to external resources, including 'http://math-equation.com/method-to-square-two-digit-numbers-in-seconds/' and 'http://www.4mat.com/2007/11/04/how-to-square-large-numbers-quickly-part-1/'.
- Metode starih Veda za mentalno računanje kvadrata brojeva:** A link to 'http://brilliant.org/discussions/thread/vedic-maths-trick-to-find-squares-of-numbers-2/'.

The second screenshot shows the same OneNote page but with a different content block titled 'Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju'. This block contains detailed text and links for students with developmental difficulties:

- Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama**: A paragraph about adapting content for students with special needs.
- Rečunala (gizmo)**: A link to 'https://sites.google.com/site/ymvukovicmatematika/8-rzred/8-4-kvadriranje-gizmo'.
- Za učenike s oštećenjem vida**: A paragraph about adapting content for visually impaired students.
- Za učenike s oštećenjem sluha**: A paragraph about adapting content for hearing-impaired students.
- Za učenike s poremećajima govorno-jezično-govorne komunikacije**: A paragraph about adapting content for students with communication disorders.
- Za učenike s motoričkim teškoćama**: A paragraph about adapting content for students with motor difficulties.
- Za učenike s intelektualnim teškoćama**: A paragraph about adapting content for students with intellectual disabilities.
- Za učenike s poremećajima govorno-jezično-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mućanje ili dječija govorna apraksija**: A paragraph about adapting content for students with speech disorders.
- Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja**: A paragraph about adapting content for students with specific learning difficulties.
- Za učenike s poremećajima u ponašanju**: A paragraph about adapting content for students with behavioral disorders.

Interaktivni sadržaji koji su umetnuti u OneNote navedeni su kao poveznice u popisu "Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS".

File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open in OneNote Give Feedback To Microsoft

PriručnikMatematika8

Matematika 8
A Kvadriranje
1.0 Kvadriranje
1.1. Kvadriranje racio...
1.2. Kvadrat umnoži...
1.3. Zbrajanje i oduzi...
1.6. Kvadrat razlike
1.4 Množenje algeba...
1.5 Kvadrat zbroja
1.7. Razlika kvadrata
Aktivnosti za samost...
Procjena usvojenosti...
Nova sekcija 1
B Potencije s bazom 10
C Drugi korijen
D Pitagorin poučak
E Realni brojevi
F Preslikavanje ravine
G Točke, pravci i ravnin...
H Prizme
I Piramide
J Stožac, valjak, kugla

Ciljevi, ishodi, kompetencije
Metodički prijedlog
Pomoćni interaktivni sadržaji

Tuesday, May 23, 2017 10:35 PM

Pomoćni interaktivni sadržaji

DOS Matematika 8
1. Kvadriranje
1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Geogebra:
Za usjetljavanje izračuna craza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva.

[Kvadrat broja](#)

U kućicu ispred zadatka upišite slovo kvadratića koji sadrži točan odgovor.

A	B	C
10	-20	1
D	E	F
54	20	2
G	H	I
-30	-49	0

odabir zadatka

- $1\frac{1}{4} - 0.5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 0.5^3$
- $\frac{-5}{100} (20)^2$
- $-0.25 + (-1.5)^2$
- $150 \cdot (0.4)^2$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1$
- $10.5^2 - 9.5^2$
- $14.4 \cdot (-1.2)^2$
- $[-(-3.5)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2] \cdot 1.2$
- $\frac{16}{25} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$

Opisani sadržaji identični su onima koji se nalaze u pdf inačici priručnika, razlika je djelomično u njihovom rasporedu.

Ukoliko vam treba pomoć u snalaženju s OneNoteom možete pročitati i ove kratke upute.



Hrvatski-ONENOTE
2016 WIN QUICK START

Što je DOS?

Što je DOS?

Pojam "digitalni obrazovni sadržaj" (DOS) je naziv za sadržaj namijenjen korištenju u obrazovanju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni u sklopu pilot projekta e-Škole namijenjeni su učenicima za samostalno učenje i samoprocijenu kod kuće i na nastavnom satu. Nastavnik će koristiti DOS zajedno s priručnikom kako bi obogatio svoj način poučavanja i primjenom novih strategija i metoda učeniku omogućio aktivno učenje.

Cilj DOS-a je poticati kod učenika aktivno učenje na inovativan, učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Nastavniku pak DOS omogućava ostvarivanje definiranih odgojno-obrazovnih ishoda uz primjenu raznolikih strategija, pristupa i metoda poučavanja.

U DOS-u su korištene sve prednosti digitalnih tehnologija poput interaktivnosti, nelinearnosti, multimedijalnosti, modularnosti i prilagodljivosti.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Struktura DOS-a

Digitalni obrazovni sadržaji iz matematike pokrivaju cjelokupni opseg trenutačno važećeg kurikuluma/nastavnog programa određenog razreda i obuhvaća ukupni godišnji fond školskih sati predviđenih za matematiku.

Svaki DOS je podijeljen na jedinstvene samostalne cjeline – module (po deset u svakom razredu). Moduli koji čine cjeloviti DOS realizirani su kao zasebni paketi sadržaja koje je, osim kao dio cjelovitog DOS-a, moguće koristiti neovisno o drugim modulima istog DOS-a.

Svaki modul se sastoji od nekoliko jedinica, a svaka jedinica obuhvaća sadržaj učenja i poučavanja za čije provođenje je predviđeno jedan do tri školska sata. Jedinice su međusobno povezane i nadovezuju se jedna na drugu. Odabrani redoslijed jedinica je prijedlog autora, no ponekad su moguća i drugačija rješenja.

Jedinice kao dio modula

Svaka jedinica ima sljedeće dijelove:

- uvod i motivaciju: Na početku...
- razradu sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak: ...i na kraju.

Na početku su navedeni odgojno-obrazovni ishodi za tu jedinicu DOS-a.

ŠTO ĆU NAUČITI?

Matematika 1 > Brojevi > 1.1. Skupovi

1.1. Skupovi

Europska unija
Zajedno do boljeg EU

ŠTO ĆU NAUČITI?

- ✓ Definirati osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Provesti osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Rabiti matematički jezik vezan za skupove
- ✓ Riješiti jednostavnije problemske zadatke sa skupovima

Uvod i motivacija

Na početku...

Jedinice započinju motivacijskim primjerom.

Na početku...

Obujam jedne Kuće-kocke u Rotterdamu je 422 m^3 . Kolika je duljina plošne dijagonale?



Kubuswoningen, Rotterdam

Označimo duljinu stranice kocke s a . Obujam kocke je $V = a^3$.

Plošna dijagonala je $d = a\sqrt{2} = \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{2}$.

Možemo li ovaj izraz srediti, svesti na jedan korijen?

Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada sadržaja učenja i poučavanja načinjena je sukladno načelima konstruktivističke nastave matematike u kojem se od učenika očekuje da uočavaju, istražuju, proučavaju, opažaju, povezuju i zaključuju kako bi izgradili vlastito matematičko znanje.

Pri tome se koriste multimedijски elementi:

- ilustracije/fotografije
- 2D i 3D animacije
- video zapisi
- interakcije (elementi koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem).

Primjer 1.

Primjeri sadrže pitanja ili računске zadatke koji su detaljno pojašnjeni i riješeni.



Zadatak 1.

Rješenje

Zadaci su dani u obliku interakcija u kojima učenik dobiva povratnu informaciju o točnosti rješenja ili se rezultat i dijelovi postupka dobivaju pomoću tipke Rješenje.



Praktična vježba

U jedinicama se nalaze opisi praktičnog rada učenika. Često su popraćeni crtežima, animacijama ili video zapisom.



Povezani sadržaji

Korelacije s drugim predmetima posebno su istaknute kao bi učenicima skrenuli pažnju na njih i potaknuli ih da povezuju znanja usvojena u pojedinim predmetima. Možete ih koristiti kao ideju za međupredmetne teme pogodne za učeničke projekte.



Projekt


Projekti i projektni zadaci su ponuđeni kao drugačiji pristup učenju. Kroz njih učenik kroz različite oblike rada uči i primjenjuje naučeno kako bi realizirao i ostvario ciljeve projekta. U radu na projektu i projektnim zadacima moguće je osmisliti zadatke za različite razine učeničkog znanja tako da u njima mogu sudjelovati svi učenici.

U priručniku su navedeni prijedlozi i preporuke kako organizirati rad na projektu i koje upute dati učenicima.



Kutak za znatiželjne

U "Kutku za znatiželjne" nalaze se obogaćeni sadržaji koji su izvan okvira obaveznog programa/kurikuluma. Prvenstveno su namijenjeni darovitim učenicima. Sadržaji se obogaćuju tako da se ishodi iz obaveznog kurikuluma proširuju sadržajima koji se inače rijetko dotiču pa se uči šire ili se postojeći ishodi dopunjavaju složenijima pa se uči dublje. Neki od sadržaja predstavljaju akceleraciju jer se nalaze u obaveznom kurikulumu viših razreda.



Zanimljivost

Ruski se matematičar Nikolai Grigorievich Chebotaryov (1894. – 1947.) bavio algebrom polinoma. Hobi mu je bio faktorizacija izraza $x^n - 1$ za razne vrijednosti cijeloga broja n . Svoja je razmišljanja i rezultate bilježio na papir jer u vrijeme kada je živio, nije bilo računala koja nam danas olakšavaju račun.

Jedinice sadrže niz zanimljivosti. Možete ih koristiti kao motivaciju u bilo kojem dijelu nastavnog sata.

Završetak

...i na kraju

Na kraju svake jedinice nalazi se podsjetnik na najvažnije dijelove jedinice, zadatci za ponavljanje, prijedlozi za daljnje istraživanje, ideje za suradničko učenje, igre ili prijedlozi za projekte.

Matematika 1 > Koordinatni sustav u ravni > 5.5. Primjena koord. natnog sustava

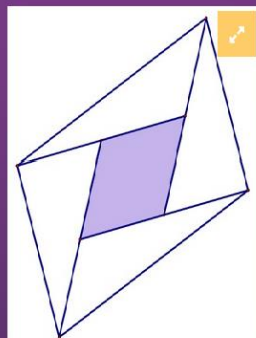
...i na kraju

Riješite ovaj geometrijski zadatak s pomoću analitičke geometrije.

Stranice romba produžite kao na skici za dužinu stranice romba. Spojite dobivene vrhove. Koliko je puta površina dobivenog četverokuta veća od površine romba?

Za početak ćemo zadati vrhove romba $A(2, 1)$, $B(7, 3)$, $C(9, 8)$ i $D(4, 6)$.

Pokušajte popočiti zaključak.



Rješenje

PROCIJENITE SVOJE ZNANJE



Rubrika *Procijenite svoje znanje* nalazi se na kraju odabranih jedinica. Sastoji se od niza konceptualnih pitanja i zadataka za učenje, vježbanje i samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Zadaci su oblikovani na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno;
- višestruki odabir s jednim točnim odgovorom;
- višestruki odabir s više točnih odgovora;
- unos točnog odgovora;
- uparivanje odgovora;
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, markera, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola);
- grupiranje elemenata;
- uređivanje poretka elemenata;
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora;
- umetanje riječi koje nedostaju upisom;
- unos rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Rubrika *Procijenite svoje znanje* namijenjena je učeniku za samostalni rad te mu služi kao alat za samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na razini jedne odnosno nekoliko jedinica. Učenik dobiva povratnu informaciju o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Aktivnosti za samostalno učenje

Matematika 1

Brojevi

1. Aktivnosti za samostalno učenje

1. Aktivnosti za samostalno učenje

U posebnoj jedinici *Aktivnosti za samostalno učenje* nalaze se aktivnosti namijenjene učenicima za samostalan rad koje pomažu u učenju i usvajanju odgojno-obrazovnih ishoda modula te aktivnosti koje učenicima nude da dodatno istraže teme vezane uz modul. Sadržavaju nekoliko vrsta zadataka, često s primjerima iz svakodnevnog života, u kojima su stopljena znanja i vještine usvojene u pojedinim jedinicama modula. Zadaci su različite razine složenosti te su neki namijenjeni svim učenicima, a neki učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima.

Jedinicom *Aktivnosti za samostalno učenje* možete se koristiti u cijelosti na nastavnom satu na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog ovim modulom ili u dijelovima koji dopunjavaju pojedine jedinice.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Matematika 1

Linearna funkcija

Procjena znanja

Procjena znanja

Posebna jedinica *Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda* sadržava zadatke za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula i učenike uputite na nju na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog modulom.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula. Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Pojmovnik

U svim jedinicama DOS-a pojmovi koje se željelo istaknuti pisani su podebljanim slovima.

Najvažniji pojmovi navedeni su i u Pojmovniku. Klik na pojam vodi na početak jedinice u kojoj je definiran.

Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS

Nastava je organizirana, cilju usmjerena odgojno-obrazovna djelatnost. Odnos triju čimbenika nastave: učenika, nastavnika i nastavnih sadržaja opisuje didaktički trokut. Pritom su učenik i nastavnik subjekti nastavnog procesa, a nastavni sadržaji (sadržaji učenja) su predmet nastave. Naglašavanje važnosti pojedinog čimbenika nastave označavaju sintagme kao nastava orijentirana na učenika, nastavnika ili nastavne sadržaje.

DOS kao nastavni sadržaj namijenjen je prvenstveno učeniku s ciljem poticanja aktivnog učenja na učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Stoga je u didaktičkom trokutu učenik - nastavnik - DOS naglašena važnost učenika i međudjelovanje učenika i nastavnog sadržaja (u našem slučaju DOS-a). Uloga nastavnika kao nužnog subjekta nastavnog procesa u ovom trokutu i njegovo međudjelovanje s učenikom i DOS-om još pojačavaju orijentiranost nastave na učenika.

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima, prikladan je za korištenje na nizu različitih platformi od mobilnih uređaja do stolnih računala, uključuje primjenu multimedijских elemenata, omogućava različite pristupe učenju i poučavanju. Mogućnost samoprocjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda i praćenje vlastitog napretka daje učeniku smjernice za daljnje učenje odnosno vraća ga na jedinice DOS-a čiji ishodi nisu u potpunosti usvojeni.

DOS slijedi suvremena nastavna načela:

- poticanje cjelovitog razvoja i dobrobiti učenika;
- povezanost sa životnim iskustvima, očekivanjima i usvojenim znanjima učenika;
- aktivna uloga učenika u učenju;
- izbornost i individualizacija;
- usmjerenost prema suradnji;
- osiguravanje poticajnog i sigurnog okruženja;
- relevantnost za sadašnji život;
- zanimljivost kao osnova pozitivne motivacije;
- poticanje inkluzije i uvažavanje različitosti;
- vertikalna povezanost sa sadržajima koji prethode i koji se nastavljaju te horizontalna povezanost s ostalim predmetima, međupredmetnim temama i modulima;
- odgovarajući omjer širine i dubine znanja i vještina.

Time DOS proširuje okvire didaktičkog trokuta i njegovom implementacijom nastavni proces postaje didaktički mnogokut.

Učenici uče u okruženju koje omogućuje konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te aktivnom i iskustvenom učenju usmjerenom prema pitanjima i istraživanju.

Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a

Današnji učenici, bitno više od prijašnjih generacija, odrastaju okruženi multimedijama, izloženi brzom protoku i dostupnosti informacija. Nove tehnologije sastavni su dio svakodnevnog života i nužno imaju utjecaj i na nastavni proces, kao što je već navedeno u prethodnom poglavlju.

Multimedijским elementima omogućuje se prezentacija obrazovnih sadržaja kombinacijom slike, zvuka i teksta te uključivanje interaktivnih elemenata koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem. Sve to doprinosi privlačenju pozornosti učenika, zainteresiranosti i motivaciji te razumijevanju sadržaja i primjeni stečenih znanja u novim situacijama.

Multimedijски i interaktivni elementi DOS-a

Multimedijски elementi DOS-a uključuju:

- zvučni zapis
- fotografije/ilustracije
- video zapis
- 2D i 3D animacije.

Ovo su elementi niske razine interaktivnosti, pri čemu interaktivnost uključuje pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa.

- Interaktivni elementi srednje razine interaktivnosti uključuju:
- pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom aktivnošću
- obrazac za ispunjavanje
- označavanje odgovora
- unos teksta, formula ili audio zapisa
- povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja (engl. zoom in) i sl.

Nalaze se u standardnim zadacima za učenje, ponavljanje i samoprovjeru odgojno-obrazovnih ishoda kao što su npr. da/ne pitalice, višestruki odgovori, povlačenje na sliku, uparivanje, grupiranje elemenata itd.

- Elementi visoke razine interaktivnosti uključuju:
- didaktične igre
- simulacije s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima
- mogućnost dobivanja povratnih informacija
- 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom, i sl.

Značajna uloga multimedijских elemenata u DOS-u je upravo interaktivnost. Interaktivni elementi omogućuju aktivno sudjelovanje učenika u nastavnom procesu. Kroz manipulaciju određenih elemenata učenici mogu uočavati pravilnosti, postavljati i provjeravati hipoteze te metodom nepotpune indukcije donositi opće zaključke. Interaktivni elementi visoke razine omogućuju uvođenje eksperimenta u nastavu matematike.

Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima

Znanje je oduvijek bilo jedan od osnovnih instrumenata razvoja društvenih zajednica i uspješnih nacionalnih gospodarstava. U suvremenim uvjetima, osobito globalizacijskim, novostvorena znanja kao rezultat istraživanja i inovacije, postaju ne samo temelj već i ključni čimbenik razvoja nekog društva. Za uspješnu tranziciju prema društvu utemeljenom na znanju uz tradicionalan pristup, nužni su novi pristupi obrazovanju i poučavanju.

Sve se više raspravlja o tzv. cjeloživotnom učenju, odnosno o aktivnosti učenja tijekom života, s ciljem unapređivanja znanja, vještina i sposobnosti unutar osobne, građanske, društvene i poslovne perspektive.

Osim formalnog obrazovanja u obrazovnim institucijama poput škola, veleučilišta i fakulteta, sve se veća pozornost pridaje neformalnom obrazovanju putem dodatne edukacije na tečajevima i seminarima te informalnom obrazovanju koje pojedinac stječe vlastitim radom, komunikacijom, čitanjem, razvijanjem vještina, iskustava i znanja.

Uz koncept cjeloživotnog učenja najčešće se vezuju ciljevi ekonomske prirode, primjerice postizanje veće konkurentnosti na tržištu rada. Međutim, cjeloživotno učenje usmjereno je prema osobi i njenim individualnim sposobnostima, poboljšanju njenog ponašanja, raspolaganju informacijama, povećanju znanja, razumijevanju, novim stavovima. Koncept cjeloživotnog učenja, razvijen u šezdesetim godinama prošlog stoljeća, odgovor je na problem neusklađenosti između obrazovanja mladih i odraslih osoba.

Da bi mogli ostvariti koncept cjeloživotnog učenja, do kraja obaveznog obrazovanja treba razviti određene kompetencije koje predstavljaju temelj za daljnje učenje.

Tradicionalni pristupi učenju i poučavanju dugo su bili obilježeni razredno-satnim i predmetno-satnim sustavom te frontalnom nastavom što ne može zadovoljiti zahtjeve koncepta cjeloživotnog učenja.

Nastavni proces treba omogućiti:

- uvođenje novih oblika učenja
- istraživačko i eksperimentalno poučavanje
- ispitivanje i procjenu različito postavljenih ishoda učenja
- doprinos općem sustavu obrazovanja
- doprinos razvoju svakog učenika prema njegovim sposobnostima.

DOS je razvijen na tragu ovih zahtjeva. Suvremena nastavna tehnologija ne negira tradicionalne pristupe nastavi već se na njima temelji i proširuje broj i značaj didaktičkih elemenata nastave sagledavajući ih u novim odnosima (didaktički mnogokut).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja u jedinicama DOS-a prati tradicionalnu metodiku poučavanja matematike.

U uvodu se opaža/uvodi problem pri čemu se u najvećoj mogućoj mjeri koriste primjeri iz svakodnevnog života. Nakon toga se, ovisno o problemu, upotrebljavaju različite znanstvene metode: analiziranje, sintetiziranje, apstrahiranje, induciranje, deduciranje, generaliziranje, specijaliziranje ili upotreba analogija. Da bi se u potpunosti usvojio sadržaj dan je niz primjera i zadataka s rješenjima. Sistematizacija i povezivanje sadržaja te procjena znanja, također su sastavni dio DOS-a. Samoprocjena daje učeniku samostalnost pri učenju, ali zahtjeva i odgovornost te smjernice za daljnje učenje.

Multimedijski elementi doprinose motivaciji, boljem razumijevanju sadržaja i aktivnom sudjelovanju učenika u nastavi.

U DOS-u se nastavnici susreću s digitalnim alatima i raznim digitalnim sadržajima. Radi lakše implementacije digitalnih tehnologija u nastavu matematike u ovaj priručnik je uključen popis digitalnih alata, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute. Navedeni su dodatni materijali i poveznice na sadržaje koji mogu pomoći u izvođenju nastave uz DOS te poveznice na izvore gdje nastavnici sami mogu pronaći i odabrati odgovarajuće sadržaje (animacije, simulacije, video materijale, izvore na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te stručne članke vezane uz područje matematike koje obrađuje modul).

To je pomoć nastavniku u uvođenju novih oblika učenja.

Implementacija digitalnih tehnologija u nastavu matematike dodatno motivira učenike i nastavu čini maštovitom i atraktivnom. Digitalni alati i sadržaji imaju značajnu ulogu u provođenju mjerenja i obradi rezultata, a simulacije zorno predočuju procese koje iz različitih razloga inače nismo u mogućnosti tako jasno vidjeti.

Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS

Motivacija je unutarnja snaga koja pokreće čovjeka na aktivnost i usmjerava ga k ostvarenju određenog cilja.

Motiviranje učenika za nastavu obuhvaća sve što potiče na učenje, usmjerava ga, i potiče osobni interes za određeni predmet ili područje te povećava osobnu razinu postignuća.

Motivacija u nastavi sastavni je dio uvodnog dijela nastavnog sata pri uvođenju i predstavljanju problema, no može biti prisutna u svim stadijima nastavnog sata: pri obradi, vježbanju ili ponavljanju nastavnih sadržaja.

Većina jedinica DOS-a započinje motivacijskim primjerom. Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

U razradi sadržaja naći ćete zanimljivosti koje možete koristiti kao motivacijske elemente u bilo kojem dijelu sata.

Interaktivnost i elementi igre također motiviraju učenike.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svakom modulu DOS-a osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda pojedinog modula. Samoprocjenom i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska.

Na kraju nekih jedinica je nekoliko konceptualnih pitanja i zadataka kojima se ostvaruje svrha ovakvih procjena. Dodatno, u posebnoj jedinici (Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda) možete pronaći više interaktivnih zadataka za provjeru usvojenosti svih odgojno-obrazovnih ishoda cijeloga modula.

Zadaci koji su sastavni dio procjene oblikovani su na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno
- višestruki odabir s više točnih odgovora
- odabir jednog točnog odgovora (uključujući i matematičke simbole i jednostavne formule)
- uparivanje odgovora
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola)
- grupiranje (razvrstavanje) elemenata
- uređivanje poretka elemenata
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora

- umetanje riječi koje nedostaju upisom
- numeričko umetanje (mogućnost zadavanja intervala brojeva u kojem se nalazi rješenje)
- povlačenje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora
- povlačenje rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Prilikom rješavanja zadataka kod kojih se očekuje od učenika upisivanje riječi koja nedostaje, obrazovni sadržaj neće, kao točno, prihvatiti rješenje koje je matematički točno, ako je riječ pogrešno napisana (pravopisna pogreška). Ova opaska nije unesena u obrazovne sadržaje kako se pažnja učenika ne bi skrenula s matematike na pravopis, no u takvim situacijama bit će potrebna pomoć nastavnika.

Suvremene nastavne metode i DOS

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima i različite pristupe učenju i poučavanju.

U školskom okruženju DOS je moguće koristiti za rad u učionici opće namjene. Poželjno je da učionice budu opremljene prijenosnim ili stolnim računalima, interaktivnom pločom ili pametnim ekranom i sl.

Osobitost DOS-a je mogućnost njegova korištenja na raznim uređajima (mobilni telefoni, tableti, prijenosna i stolna računala) te je pogodan i za rad izvan školskog okruženja.

Kroz aktivnosti za učenje, način prezentacije sadržaja i elemente za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda DOS stavlja težište na promicanje suvremenih nastavnih metoda, na strategije i pristupe kao što su rješavanje problema, istraživačka i projektna nastava i suradničko učenje te razvoj kritičkog mišljenja, sposobnosti rješavanje problema i donošenja odluka, metakogniciju, digitalnu pismenost i aktivno građanstvo.

U skladu s prirodom nastave matematike i matematike kao znanstvenog područja, DOS osobito snažan naglasak stavlja na aktivnosti koje potiču iskustveno učenje, projektno učenje i učenje kroz istraživanje. DOS sadrži interaktivne elemente u kojima učenici imaju mogućnost mijenjanja vrijednosti različitih parametara te na temelju rezultata uočavaju pravilnosti, postavljaju i provjeravaju hipoteze, a metodom nepotpune indukcije donose opće zaključke.

Multimedijski i interaktivni elementi omogućuju aktivno i iskustveno učenje usmjereno prema pitanjima, problemima i istraživanjima, konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te razvijanje učenikovih kompetencija za snalaženje u novim situacijama.

Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama

Kao što je na početku priručnika navedeno, metodičko-didaktički prijedlozi za učenike s posebnim obrazovnim potrebama koji uključuju darovite učenike kao i učenike s različitim teškoćama slijede svaku nastavnu jedinicu kao i aktivnosti za samostalno učenje. Inkluzivni pristup u procesu obrazovanja podrazumijeva učenje o različitosti od strane drugih kao i jedan podržavajući i ravnopravni odnos. U nas se već niz godina njeguje inkluzivni pristup u smislu uključenosti učenika s teškoćama u sustav obrazovanja na način da su uvažene njihove individualne potrebe putem uvođenja različitih prilagodbi i osiguravanja podrške.

Učenici s teškoćama su heterogena skupina pa tako zadatak koji je težak jednom učeniku s disleksijom neće biti težak drugome učeniku s istom teškoćom. Kako bi im se osigurala primjerena podrška prilikom obrazovanja, važno je prepoznavati te razumjeti njihova obilježja i poznavati osnovne vrste prilagodbi. Timski rad u okviru kojega surađuju predmetni nastavnici, stručni tim škole, pomoćnici i roditelji bi trebao iznjedrati različite mogućnosti prilagodbe za što učinkovitije usvajanje sadržaja iz matematike i fizike za svakog učenika ponaosob. Metodičko-didaktički prijedlozi koji se odnose na učenike s teškoćama su u početnim modulima i jedinicama napisani na način da obuhvate temeljne smjernice za svu djecu s teškoća te su kroz daljnje jedinice razrađeni specifično u odnosu na sadržaj same jedinice kao i na obilježja određene teškoće.

Primjerice, u matematici za osmi razred, u nastavnoj jedinici 1.2. koja se odnosi na uređene parove nastavnicima je sugerirano da obrate pažnju na jezično složenije zadatke koje valja pojednostaviti i popratiti vizualnim primjerima kako za učenike koji se školuju po prilagođenom programu tako i za učenike s disleksijom i/ili diskalkulijom:

U prijedlozima se nastavnike podsjeća na uporabu funkcionalnosti koje su ugrađene u DOS-ove, a mogu olakšati praćenje nastave učenicima sa specifičnim teškoćama učenja kao i onima koji imaju teškoće vizualne obrade (promjena fonta, boje pozadine, uvećanje zaslona). Nadalje, ostvarene su poveznice između samoga gradiva i obilježja teškoća koje mogu probuditi učenikov interes za nastavne sadržaje, na primjeru iz fizike (sedmi razred, jedinice 1.5 i 1.7):

„Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se povezati masu tijela i mjerne jedinice s interesima učenika koji su često iznimno izraženi ili atipični u svim zadacima u kojima je to moguće. Primjerice, ako učenik voli kuhanje, može ostalim učenicima demonstrirati svoj omiljeni recept kao i mase pojedinih sastojaka.“

„Uvijek je važno uzeti u obzir moguću senzoričku preosjetljivost učenika s poremećajem iz spektra autizma na određene podražaje te u skladu s tim prilagoditi nastavnu jedinicu (miris svijeće s aromom vanilije).“

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće nisu zamišljeni na način da osiguravaju prilagođeni materijal za poučavanje niti svojevrсни „recept“, već nastavnike podsjećaju na prilagodbu načina poučavanja i one segmente nastavne jedinice koje bi trebalo dodatno pojasniti, ponoviti, pojednostaviti, predstaviti na drugačiji način ili na razinu složenosti zadataka od kojih valja odabrati one jednostavnije. U prijedlozima je naglašena važnost uporabe pomagala koja olakšavaju učenje te svih aspekata digitalne tehnologije.

Inkluzivni pristup podrazumijeva uvažavanje različitosti koje je izrazito važno razviti kao vrijednost kod učenika tipičnoga razvoja zbog čega se, uz ostale prijedloge, preporuča provoditi što više vršnjačke suradnje (primjerice u aktivnostima za slobodno učenje).



Matematika

za 8. razred osnovne škole

Modul 1: Kvadriranje

Priručnik za nastavnike

Modul 1:Kvadriranje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Kvadrirati racionalni broj
- Procijeniti vrijednost kvadrata
- Napisati umnožak kvadrata kao kvadrat umnoška te količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto
- Kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva
- Prepoznati u algebarskim izrazima kvadrat zbroja i kvadrat razlike
- Rastaviti razliku kvadrata na faktore
- Primijeniti kvadriranje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

U ovom modulu učenici 8. razreda primjenjuju znanja i vještine računanja prirodnim, cijelim i racionalnim brojevima koje su stekli u prethodnim razredima.

Modul započinje pojmom kvadrata prirodnog, a zatim i racionalnog broja, svojstvima kvadriranja umnoška i količnika. Preostali dio modula posvećen je algebarskim izrazima, računskim radnjama s algebarskim izrazima (zbrajanje, oduzimanje i množenje), izračunavanju vrijednosti algebarskog izraza za zadanu/e vrijednost te njihovu pojednostavljivanju.

Pred učenicima su novi koncepti, kvadrat zbroja i razlike te razlika kvadrata koji se pojašnjavaju geometrijskim prikazima i algebarskim tumačenjima.

U modulu je ravnopravno zastupljeno stjecanje vještina baratanja algebarskim izrazima kao i primjena stečenih znanja.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete koristiti na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete koristiti kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dileme.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskog i suradničkog rada učenika pri čemu možete pripremljene sadržaje koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice Yammer društvenoj mreži, Teams okruženju za timove ili OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici.

Uz svaku je jedinicu u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavno korištenje s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

GeoGebra

Računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorenog koda, dostupan na hrvatskome jeziku na www.geogebra.org.

Više o GeoGebri pročitajte na: <https://e-laboratorij.carnet.hr/>.

LearningApps

Jednostavno sučelje za izradu različitih interaktivnih sadržaja kao što su kvizovi i igrice uparivanja. Dostupno je na poveznici <https://learningapps.org/createApp.php>.

Polynomials Calculator

Internetski kalkulator koji se, između ostalog, može iskoristiti za računanje s algebarskim izrazima. Dostupan je na poveznici [Polynomials Calculator](#).

Kahoot

Ovo je aplikacija koja omogućava kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučamo za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah po završetku kviza. Kahoot je besplatan za korištenje. Sadrži veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i koristiti, preraditi ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.

Više o Kahootu pročitajte na linku [e-laboratorij](#).

Sway

Sway je online alat za izradu, organizaciju i dijeljenje sadržaja u obliku interaktivne mrežne stranice; svojevrsan hibrid između prezentacije i klasične mrežne stranice. Pomoću Swaya možete napraviti prezentacije, interaktivne sadržaje, izvještaje, fotoalbume, radne materijale za nastavu i slično. Izrada i organizacija sadržaja pojednostavljena je korištenjem gotovih predložaka rasporeda i dizajna.

Više o Swayu pročitajte u [CARNETOVOM e-laboratoriju](#) ili na stranici [Početak rada s aplikacijom Sway](#).

Office Mix

Office Mix je besplatan dodatak za Microsoft PowerPoint koji omogućava dodavanje interaktivnih sadržaja u prezentacije. Uz pomoć Office Mixa, u prezentaciju možete umetnuti ankete, kvizove, interaktivne simulacije kao što su GeoGebra i Phet, snimanje zvuka, videa te označavanje na kliznicama (slajdovima). Tako napravljene prezentacije ostaju interaktivne i nakon objave u [Office Mix galeriji](#) pa se mogu koristiti i za formativno praćenje.

Više o Office Mixu možete pročitati na stranicama o njegovoj primjeni u obrazovanju [Office Mix for teachers](#).

Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
1.	Kvadriranje	16 + 1
	1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva	3
	1.2. Kvadriranje umnoška i količnika	2
	1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	2
	1.4. Množenje algebarskih izraza	2
	1.5. Kvadrat zbroja	2
	1.6. Kvadrat razlike	2
	1.7. Razlika kvadrata	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kvadriranjem racionalnih brojeva
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Kvadrirati racionalni broj misaono, metodom pisanog računa te koristeći se džepnim računalom
- Procijeniti vrijednost kvadrata
- Izračunati vrijednost brojevnog izraza s kvadratima
- Primijeniti kvadriranje racionalnog broja pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija

- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ove jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabran koncept površine kvadrata s duljinama stranica koje su prirodni brojevi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kvadrat prirodnog broja

Motivacijski je primjer poslužio za uvođenje pojma **kvadrata prirodnog broja**.

Nakon toga je i definiran kvadrat nule. Kvadrat nule može se objasniti kao kvadrat kojemu je stranica duljine nula pa je i površina takva kvadrata jednaka nuli.

U nekoliko uvodnih primjera istaknute su važne činjenice o kvadratu prirodnog broja:

- Kvadrat je prirodnog broja prirodni broj.
- Od dva prirodna broja veći kvadrat ima onaj koji je veći.
- Postupak je kvadriranja broja različit od postupka množenja broja s dva.

Kvadrat racionalnog broja

Interaktivnim predloškom učenik **istražuje** postojanje kvadrata racionalnih brojeva.

To čini postupno: prirodni brojevi s nulom, negativni cijeli brojevi, racionalni brojevi decimalnog zapisa, racionalni brojevi zapisa u obliku pravog razlomka.

Važni su naglasci u ovome dijelu na sljedećem:

- zapis kvadrata racionalnog broja - upotreba zagrada za kvadriranje negativnih brojeva i razlomaka
- definicija kvadrata racionalnog broja

- kvadrat racionalnog broja veći ili jednak nuli
- jednakost kvadrata suprotnih racionalnih brojeva.

Važnost zagrada i upotreba zagrada

Istaknuta je i važnost **upotrebe zagrada** te njihov utjecaj na rezultat. Učenik to može provjeriti zadacima u kojima su zadani razni položaji zagrada u odnosu na kvadriranje. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, a tek potom odgovoriti. Dva su tipa zadataka: točno/netočno i uparivanje.

Džepno računalo

Kako bi se učenici znali služiti **džepnim računalom** pri izračunavanju ili provjeri izračuna, ponuđena je 2D animacija koja im to pokazuje. Kvadrirati mogu na dva načina, množenjem broja sa samim sobom ili korištenjem tipke x^2 .

Procjena iznosa kvadrata racionalnog broja

Istraživanjem niza zadanih kvadrata pozitivnih racionalnih brojeva uočeno je ponašanje kvadrata brojeva većih od jednog cijelog i onih između nula i jedan.

Za pozitivne racionalne brojeve veće od jednog cijelog, zadan je problem iz svakodnevice – *Tepih za dječju sobu*.

Jedan je od važnih koraka prihvaćanja koncepta kvadrata racionalnog broja sposobnost smislene **procjene kvadrata racionalnog broja**. Procjena je uvedena primjerom *Parkiralište*. Rješavanjem primjera pokazuje se postupak provođenja misaone ili računске procjene.

Procjenu, pomoću najbolje ponuđene, učenik može vježbati nizom zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom.

Kvadrat mješovitog broja

Poseban je primjer zadan za određivanje **kvadrata mješovitog broja** uz određivanje približne vrijednosti.

Istraživanje kvadrata prirodnih brojeva

Kako bi se **otkrilo** je li neki prirodni broj kvadrat, treba koristiti postupak rastavljanja na proste faktore.

Dana su dva tipa zadataka: višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i točno/netočno. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek potom odgovoriti.

Važno je, takozvano, snalažljivo ili **misaono određivanje** kvadrata nekih racionalnih brojeva pomicanjem decimalnog zareza.

Za uvježbavanje misaonog računanja nekih racionalnih brojeva, ponuđena su četiri zadatka.

Preračunavanje mjernih jedinica za površinu

Od ključne je važnosti **povezati** kvadriranje racionalnih brojeva te misaono/snalažljivo računanje s preračunavanjem kvadratnih mjernih jedinica. Trima je primjerima uz slikovnu podršku predstavljeno kako preračunavati kvadratne mjerne jedinice:

- iz veće kvadratne mjerne jedinice u manju
- iz manje kvadratne mjerne jedinice u veću.

U nizu zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom učenici mogu vježbati preračunavanje.

Redoslijed računskih operacija

Kako je kvadriranje računski radnja trećeg stupnja, potrebno je opisati **redoslijed računskih operacija** u zadacima u kojima se pojavljuje kvadriranje, množenje/dijeljenje i zbrajanje/oduzimanje racionalnih brojeva.

Za uvježbavanje izračuna izraza s kvadriranjem, množenjem/dijeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva osmišljena je zabavna aplikacija na poveznici *Kvadrat broja*. Kad učenik točno rješava zadatke, otvara se sličica. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti.

Osim te aplikacije, zadana su još dva zadatka uparivanja za izračunavanje računskih izraza s kvadratima.

Primjena

Dva primjera, od kojih jedan koristi 2D animaciju za objašnjenje postupka rješavanja, uvode učenika u niz zadataka **primjene naučenog** za rješavanje problemskih situacija iz matematike ili svakodnevice.

Ponuđeni su i posebno označeni zadatci **korelacije**, koji u sebi sadrže i ishod primjene **postotnog računa**.

Zanimljivost

Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost** vezana za šahovska polja i promjer postolja šahovske figure pješaka. Ta je zanimljivost iskorištena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao **projektni i nagradni** zadatak za učenike.

Završetak

U završnom je dijelu dan osvrt na najvažnije ishode koje je učenik trebao ostvariti u ovoj jedinici.

Dodatni prijedlozi

Motivacijski primjer može biti ideja za školski projekt *Matematika u školskom vrtu*. Pritom kvadrati ne moraju biti jedan izvan drugog već jedan unutar drugog. Svaki razred može u svom dijelu zasaditi cvijeće, ljekovito bilje, itd.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

Pet načina za izračun kvadrata dvoznamenkastog broja:

<http://mathsequation.com/methods-to-square-two-digit-numbers-in-seconds/>.

Kako izračunati kvadrate velikih brojeva:

<http://wildaboutmath.com/2007/11/04/how-to-square-large-numbers-quickly-part-1/>.

Metode starih Veda za mentalno računanje kvadrata brojeva:

<https://brilliant.org/discussions/thread/vedic-maths-trick-to-find-squares-of-numbers-2/>.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da učenici koriste konkretne didaktičke materijale, džepno računalo i slično. Neka kvadriraju samo prirodne brojeve i taj kvadrat i prikazuju s laganjem konkretna u obliku kvadrata.

Računalna igrica:

<https://sites.google.com/site/amvukovicmatematika/8-razred/8-r-kvadriranje-igra>

<https://www.mathlearningcenter.org/web-apps/geoboard/>

<https://www.mathsisfun.com/square-root.html>

Za učenike s oštećenjem vida preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablica, šilo, čitači ekrana, itd.). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što učenik valja usmjeriti pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videozapisa u okviru koje se također savjetuje pripremiti predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama učenja.

Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije nije potrebno prilagođavati nastavne materijale ni pojednostavljivati zadatke. Važnije je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporuča se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, primjerice, posebno za upotrebu digitalnih obrazovnih materijala kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, istu valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u vidu asistenata, preporuča se pomoć asistenta pri uvećanju zaslona tijekom prolaženja nastavnom jedinicom i označavanju količina na brojevnom pravcu.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prva tri zadataka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda. U radu s učenikom valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake i usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Učenici s intelektualnim teškoćama mogli bi dostići prvi ishod učenja ove jedinice uz korištenje džepnog računala, te četvrti ishod – primijeniti kvadriranje racionalnih brojeva pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Kad god je to moguće, zadatak valja popratiti vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arasaac.org/>

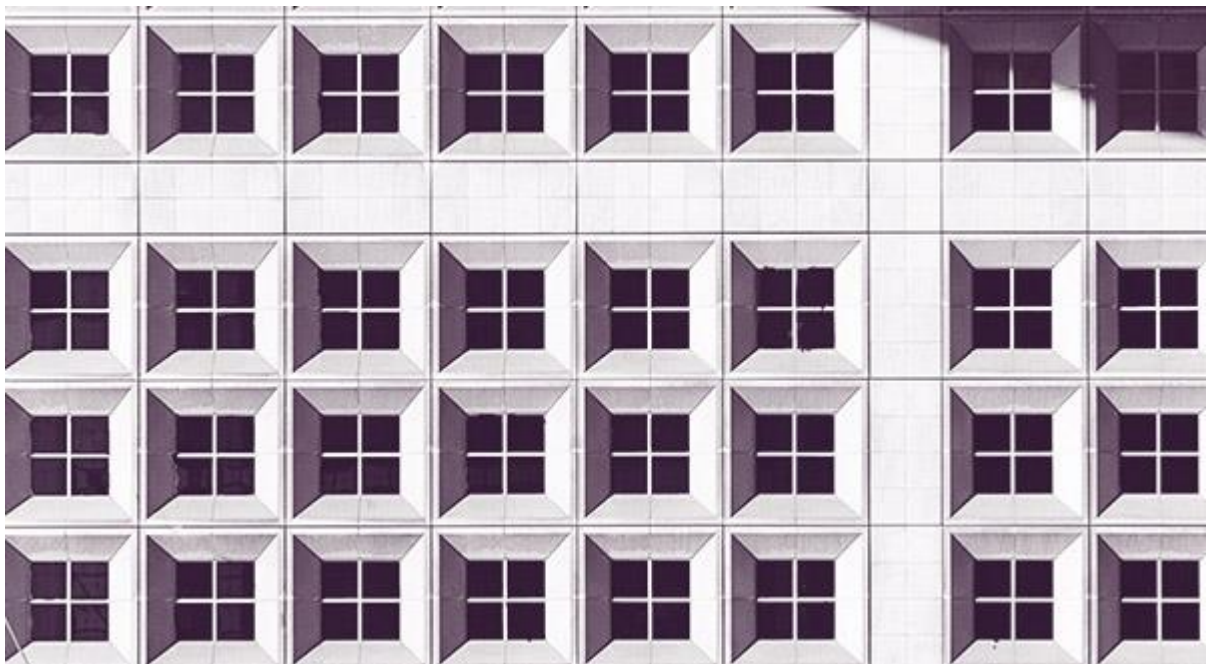
Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi.

Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranju usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podebljanjem tiska. Valja voditi računa da im se pojednostavne sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). U istaknutoj definiciji kvadriranja potrebno je maknuti efekt odraza. Dopustiti im korištenje džepnog računala pri rješavanju zadataka.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjerena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

1.2. Kvadriranje umnoška i količnika



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kvadriranjem umnoška i količnika
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje umnoška i količnika u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Kvadrirati umnožak i količnik
- Napisati umnožak kvadrata kao kvadrat umnoška te količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto
- Primijeniti kvadrat umnoška/količnika i umnožak/količnik kvadrata za brže/vještije računanje
- Primijeniti svojstva kvadrata umnoška/količnika i umnoška/količnika kvadrata pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija

- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ove jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabran prikaz *Sierpinskijeva saga*.

Učitelj bi ga trebao s učenicima opisati i analizirati i pritom se poslužiti prikazom nastanka Sierpinskijeva saga na poveznici *Pomoćni interaktivni sadržaji*.

Već je u motivaciji moguće postaviti pitanje koliko je puta bijeli kvadrat manje površine od velikog kvadrata. To je trenutak kada bi učenici trebali **razmišljati, istraživati, analizirati**. Ne treba nužno očekivati odgovore na pitanja, ali ako ih netko ponudi, potrebno je zahtijevati obrazloženje.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kvadrat umnoška

Nakon uvodnog dijela pokazuje se što je **kvadrat umnoška** i čemu je on jednak dvama različitim pristupima:

- geometrijskim
- algebarskim.

Dobro je učenicima pokazati **različite pristupe**, no ne smije se zaboraviti geometrijsko ograničenje samo na pozitivne racionalne brojeve, dok u algebarskom obuhvatimo cijeli skup \mathbb{Q} .

Kvadrat količnika

Kvadrat količnika izvodi se samo algebarski, po definiciji kvadrata racionalnog broja te množenja razlomaka.

Nakon dijela u kojem se izvode formule, slijedi zadatak koji daje odgovor uz obrazloženje motivacijskog primjera.

Slijedi niz zadataka različitog tipa za primjenu kvadrata umnoška/količnika: klasični zadatci te zadatci višestrukog izbora s jednim ili dvama točnim odgovorima.

Istaknuta je jednakovrijednost zapisa umnoška s točkom i bez nje.

Mentalno računanje

Vještije računanje primjenom formula za kvadrat umnoška/količnika može se vježbati nizom zadataka koji slijede. Zadatci su različitog tipa, težine i koncepta.

Iskoristite i *dodatnu vježbu* za računanje kvadratima.

Primjer s površinom stana zahtijeva visoku razinu znanja i primjene koncepta kvadrata. Rješenje zadatka popraćeno je **2D animacijom** kako bi ono bilo prihvatljivije učeniku.

U drugom se videu objašnjava **primjena** umnoška/količnika kvadrata za vještije/mentalno računanje.

Za uvježbavanje su dani zadatci uparivanja te interaktivni *applet* visoke razine na poveznici: *Računanje s kvadratima brojeva.*

Primjena

Dva zadatka **korelacije** osiguravaju **primjenu** kvadrata umnoška/količnika te predstavljanje i **rješavanje problemskih situacija** iz matematike, ali i iz svakodnevice.

Završetak

U završnom su dijelu jedinice istaknute formule kvadrata umnoška/količnika i umnoška/količnika kvadrata u službi primjene za vještije/mentalno računanje te za rješavanje problemskih situacija.

Dodatni prijedlozi

- Učenicima se može zadati zadatak u kojemu će pokušati nacrtati što više **iteracija** Sierpinskijeva saga na papiru ili u nekom od programa **dinamične geometrije**.
- Osmisliti školski **projekt** *Čudesna matematika* te nacrtati zidnu ili podnu sliku s motivom *Sierpinskijova saga*.
- **Korelacija** s likovnom kulturom: Uspostavite suradnju s učiteljem likovne kulture. Neka u sklopu kurikuluma likovne kulture obrade motiv *Sierpinskijova saga* (slika, reljef, itd.).
- Zadatak s površinom stana puno je zahtjevniji. Zato je dobar za **timski rad**. Podijeliti učenike u heterogene timove te napraviti **natjecanje** *Tko će prvi riješiti?* ili *Tko će bolje predstaviti rješenje zadatka?*

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predložimo proučavanje zakonitosti, crtanje konstrukcije u programu dinamične geometrije *Sierpinskijev sag*.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama učenja, uvijek valja imati na umu da učenici predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Predložimo da učenici koriste konkretne didaktičke materijale, džepno računalo i slično. Neka kvadriraju samo prirodne brojeve te taj kvadrat prikazuju slaganjem konkretna u obliku kvadrata.

Za učenike s oštećenjem vida preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablica, šilo, čitači ekrana, itd.). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što učenik valja usmjeriti pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videozapisa u okviru koje se također savjetuje pripremiti predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama učenja.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporuča se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, primjerice, posebno za upotrebu digitalnih obrazovnih materijala kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, istu valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u vidu asistenata, preporuča se pomoć asistenta pri uvećanju zaslona tijekom prolaženja nastavnom jedinicom i označavanju rezultata u "kućicama" predviđenim za

odgovore. Ako se uz nastavnu jedinicu planiraju preslike radnih materijala, one moraju biti uvećane. Ako se učenik školuje po prilagođenom planu i programu, ne treba inzistirati na tome da učenik prođe sve zadatke koji su planirani nastavnom jedinicom, već valja napraviti odabir onih ključnih.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prva tri zadataka, već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda. U radu s učenikom valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake te usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Dopustiti im korištenje džepnog računala pri rješavanju zadataka. Kad god je to moguće, zadatak valja popratiti vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arasaac.org/>.

Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranju usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podebljanjem tiska. Valja voditi računa da im se pojednostavne sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). Dopustiti im korištenje džepnog računala pri rješavanju zadataka.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjerena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporuča se koristiti vizualnu podršku na taj način da se sadržaj jedinice unaprijed najavi putem slika ili natuknica kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporuča se povezati kvadriranje racionalnih brojeva s interesima učenika u svim zadacima u kojima je to moguće.

1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane sa zbrajanjem i oduzimanjem algebarskih izraza
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Izračunati vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza za zadanu vrijednost
- Pojednostaviti algebarski izraze s racionalnim koeficijentima zbrajanjem i/ili oduzimanjem
- Primijeniti pojednostavljivanje algebarskog izraza u problemskim situacijama
- Primijeniti zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema

- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica započinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Motivacijski se primjer sastoji od dva dijela.

U prvome se dijelu pokazuju izlomljene linije. Na prvoj su slici duljine izlomljenih dijelova jednake, a na drugoj različite. Zapisane su i njihove duljine.

Cilj je naglasiti da se istoimene veličine mogu zbrajati/oduzimati, a raznoimene se zapisuju kao takve.

Istoimene veličine možemo zapisati u skraćenom obliku, a raznoimene ne.

U drugom dijelu motivacijskog primjera isto se tumači na primjeru zbrajanja površina.

Na kraju motivacije i uvoda definira se pojam **algebarskog izraza**.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Izračunavanje vrijednosti algebarskog izraza za zadanu vrijednost

Za izračunavanje **vrijednosti algebarskog izraza** za zadanu vrijednost odabrani su početni jednostavni primjeri iz motivacijskog dijela: izlomljena linija u kojoj su dijelovi jednake duljine, sukladni pravokutnici, sukladni kvadrati te površina sastavljena od kvadrata i pravokutnika.

Na taj su način pokriveni osnovni oblici jednostavnih algebarskih izraza.

Prvi je blok zadataka računanje **vrijednosti algebarskog izraza 5x**. Vrijednost računaju za zadane racionalne brojeve različitih vrsta zapisa.

Interaktivna aplikacija u kojoj se računa vrijednost jedne od četiriju vrsta generiranih algebarskih izraza, $-1.5 \cdot q$, $21.5 \cdot q$, $2/5 \cdot q + q^2$, $-1/4 \cdot q - q^2$ za slučajno generirani racionalni broj q pruža veliki

broj zadataka kojima se može dobro uvježbati računanje vrijednosti algebarskih izraza za zadani racionalni broj.

Kako bi bio uspješan u rješavanju, učenik mora zadatke izračunati u pisanom obliku.

Poveznica: *Računanje s decimalnim brojevima i razlomcima (2)*.

U nizu zadataka s izračunavanjem vrijednosti grupe **istih algebarskih izraza**, ali s **različitim vrijednostima**, potrebno je dati osvrt na način na koji se mijenjaju rezultati.

Primjer s **dvije varijable u algebarskom izrazu** priprema je za niz takvih zadataka.

To su zadatci višestrukog izbora s jednim točnim rješenjem.

Poveznica na kojoj možete vježbati izračunavanje *vrijednost algebarskog izraza* za zadani racionalni broj (engleski jezik).

Ideja: Otvoriti **raspravu** s učenicima o temi: *Koliki je zbroj mjera skupova točaka na slici?*

Ta rasprava može biti uvod u dio koji se bavi pojednostavljivanjem algebarskih izraza.

Zaključak je da su to različiti koncepti te da površinu, duljinu i točku ne možemo zbrojiti, a zbroj njihovih mjera nema smisla.

Zbrajanje/ oduzimanje algebarskih izraza

Kako se pojednostavljuju algebarski izrazi, slikovito je prikazano u 2D animaciji.

Za uvježbavanje tog dijela imamo zadatak uparivanja i izbor točno/netočno.

Poveznice na kojima možete vježbati pojednostavljivanje te zbrajanje/oduzimanje algebarskih izraza:

zbrajanje i oduzimanje uz prikaz

pojednostavljivanje algebarskih izraza

algebarsko računalo.

Primjena

Primjena počinje zadatkom u kojem se traži izražavanje ukupne površine algebarskim izrazom.

Svi su ostali zadatci primjene ujedno i zadatci korelacije u kojima se traži:

- **zapis** algebarskog izraza proizašlog iz uvjeta zadatka
- **pojednostavljivanje** dobivenog algebarskog izraza (zbrajanje/oduzimanje)
- **izračunavanje vrijednosti** dobivenog algebarskog izraza za zadane vrijednosti.

Svaki od zadataka primjene zahtijeva detaljnu analizu i raspravu s učenicima.

Završetak

U završnom je dijelu dan sažeti pregled tema obrađenih u jedinici.

- Zbrajanjem ili oduzimanjem pojednostavniti algebarske izraze.
- Na primjer: $2x-3y+5x+7y=7x+4y$.
- Izraz oblika x^2+2x+1 ne možemo više pojednostavniti. Ovo je najjednostavniji oblik tog izraza.
- Primijeniti zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza za rješavanje problemskih situacija vezanih uz površine likova.
- Ispravno modelirati algebarski izraz i na osnovu njega riješiti problemsku situaciju.

Dodatni prijedlozi

- Zadatak s parketima može se realizirati kao **projektni** u kojem učenik može napraviti isto za svoju sobu. Rješenju zadatka svakako bi trebao priložiti skicu tlocrta s mjerama i detaljnim računom i obrazloženjem.
- Zadatak s duljinom puta tramvaja na shematskom prikazu može se interpretirati i **obrnuto**. Može se zadati duljina puta, a učenicima zadati da na predlošku osmisle prikaz tog puta. Rješenje **nije jednoznačno** i zbog toga je važno napraviti prezentaciju i analizu učinjenog.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više o *algebarskim izrazima*, *zbrajanju i oduzimanju* i *polinomima*.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama učenja, uvijek valja imati na umu da učenici predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Predlažemo da učenici s teškoćama koriste konkretne didaktičke materijale, džepno računalo i slično. Neka kvadriraju samo prirodne brojeve i taj kvadrat i prikazuju sлагanjem konkretna u obliku kvadrata.

Za učenike s oštećenjem vida preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablica, šilo, čitači ekrana, itd.). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis, kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što učenik treba usmjeriti pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika na gledanje videozapisa u okviru koje se također savjetuje pripremiti predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama učenja.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporuča se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, primjerice, posebno za upotrebu digitalnih obrazovnih materijala kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama umaraju se brže i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, istu valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u vidu asistenata, preporuča se pomoć asistenta pri uvećanju zaslona tijekom prolaženja nastavnom jedinicom. Ako se uz nastavnu jedinicu planiraju preslike radnih materijala, one moraju biti uvećane. Ako se učenik školuje po prilagođenom planu i programu, ne treba inzistirati na tome da učenik prođe sve zadatke koji su planirani nastavnom jedinicom, već valja napraviti odabir onih ključnih.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale kao i sadržaje u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prva tri zadatka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda. U radu s učenikom valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake te usmjeravati učenika tijekom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Dopustiti im korištenje džepnog računala pri rješavanju zadataka.

Kad god je to moguće, zadatak valja popratiti vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arasaac.org/>.

Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranju usmenim putem.

Za *učenike sa specifičnim teškoćama učenja* (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podebljanjem tiska. Valja voditi računa da im se pojednostavne sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). Prije početka rada na ovoj jedinici, važno je ponoviti značenje naziva koji će se koristiti u ovoj jedinici, kao što su umnožak, pribrojnici, tlocrt, osnosimetrično i sl. Učenici sa specifičnim teškoćama učenja često imaju teškoća s upamćivanjem značenja pojedinih izraza.

Za *učenike s poremećajima u ponašanju* važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjerena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Za *učenike s poremećajem iz spektra autizma* preporuča se koristiti vizualnu podršku na taj način da se sadržaj jedinice unaprijed najavi slikom ili natuknicom, kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporuča se povezati temu ove jedinice s interesima učenika u svim zadacima u kojima je to moguće.

1.4. Množenje algebarskih izraza



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti osnovna matematička znanja te razviti vještine povezane s kvadriranjem
- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Pomnožiti algebarske izraze
- Izračunati vrijednosti jednostavnih algebarskog izraza za zadanu vrijednost
- Izlučiti zajednički faktor u algebarskom izrazu
- Pojednostaviti algebarski izraz s racionalnim koeficijentima
- Primijeniti množenje algebarskih izraza pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema

- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskim primjerom** u kojem se svakodnevna situacija modelira algebarskim izrazom. Nakon toga, određuje se vrijednost zadanog izraza za zadanu vrijednost. Za zainteresirane učenike, dan je dodatni zadatak za čije rješavanje treba istražiti podatke na mrežnim stranicama muzeja.

U nastavku se uvode pojmovi monom, binom i trinom. Učenici mogu provjeriti razumijevanje tih pojmova razvrstavanjem zadanih izraza s obzirom na broj članova.

U drugome i trećem **interaktivnom appletu** ponavlja se pojam kvadriranja te kvadriranje umnoška.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Množenje algebarskog izraza brojem

Modelom košara s voćem otkriva se pravilo množenja algebarskog izraza racionalnim brojem. Košare predstavljaju zgrade, jabuke nepoznanicu x , a kruške nepoznanicu y . Postupak se uvježbava na nekoliko zadataka.

Množenje algebarskih izraza

Slijedi primjer u kojem se na modelu površine otkriva postupak množenja algebarskih izraza.

Video sadržaj koji slijedi nakon toga upoznaje nas s algebarskim pločicama i načinom na koje se koriste pri množenju algebarskog izraza brojem (dodatni model) te množenja algebarskih izraza. Također, promatra se svojstvo komutativnosti množenja pri množenju algebarskih izraza.

Algebarske su pločice, pločice kojima modeliramo x^2 , x te jedinice. Dimenzije su jedinica 1×1 , dimenzije pločica x su $1 \times x$, a pločica x^2 dimenzije su $x \times x$. Prvi faktor slaže se vertikalno, a drugi horizontalno. U rješenju, pločice se postavljaju tako da njihove duljine stranica odgovaraju duljinama stranica pločica kojima je zadatak zadan. Na kraju se prebrajaju pločice svake vrste te

zapisuje konačno rješenje u kojem se iskazuje koliko kojih pločica ima. Crvene pločice predstavljaju negativne vrijednosti pločica.

Algebarske je pločice moguće ispisati i izrezati od tvrdog papira i dati učenicima kako bi koristili konkretne materijale. Preporučamo da pozitivne pločice ispišete na primjerice žutom papiru, a negativne na crvenom. Algebarske su pločice za ispisivanje dostupne u *OneNote metodičkom priručniku*.

Slijedi blok zadataka s množenjem algebarskog izraza brojem te blok zadataka množenja algebarskih izraza.

Nakon toga slijedi **animacija** u kojoj se objašnjava pojednostavljivanje složenijih algebarskih izraza te dva zadatka u kojima se uvježbava pojednostavljivanje.

Pomoću **interaktivnog sadržaja Uparivanja zadatka s odgovarajućim rješenjem** uvježbava se množenje algebarskih izraza.

Dva zadatka koja slijede otvorenog su tipa te možete odabrati okruženje za rješavanje zadataka, primjerice u OneNote digitalnoj bilježnici ili papirnatij bilježnici. Preporuča se suradnja i razmjena ideja. Ti su zadaci namijenjeni učenicima koji žele više.

Izlučivanje zajedničkog faktora

Pomoću zadataka koji je riješen na dva načina uvodi se izlučivanje zajedničkog faktora koje se zatim uvježbava na četirima zadacima.

Povežimo i uvježbajmo

U primjeru i zadatku koji slijedi promatraju se promjene površine kvadrata i/ili pravokutnika vezane uz povećanje/smanjenje duljina njihovih stranica. Množenje algebarskih izraza potrebno je primijeniti u rješavanju zadataka iz matematičkog konteksta.

Nakon toga slijedi matematički *trik* koji je potrebno objasniti transformacijom algebarskog izraza.

Primjer računanja iznosa taksi usluge prikazuje primjenu algebarskih izraza u svakodnevnom životu.

Slijedi zadatak s nizovima čije pravilo treba opisati algebarskim izrazom te ga zatim primijeniti za izračunavanje 103. člana niza.

Završetak

U ovome je dijelu moguće provjeriti **usvojenost** odgojno-obrazovnih ishoda.

Dodatni prijedlozi

Predlažemo aplikaciju [LearningApps_](#) (engleski jezik) za izradu dodatnih vježbi kao što su uparivanje algebarskog izraza i njegova rješenja te kviza sa zadacima višestrukog izbora.

Također, predlažemo da učenici pogledaju Video 1 i Video 2 na mrežnim stranicama [Eduvizije](#).

Moguće je dodatno uvježbati postupke množenja algebarskih izraza na mrežnim stranicama [Khan Akademije](#) (engleski jezik) ili dodatno istražiti zanimljive [algebarske trikove](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici mogu više pažnje posvetiti izlučivanju zajedničkog faktora putem [poveznice_](#) (na engleskom jeziku). Potrebno je odabrati opciju Factor.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama učenja uvijek valja imati na umu da učenici predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Učenici s teškoćama algebarske izraze mogu množiti uz pomoć konkretnog didaktičkog materijala kao što su algebarske pločice.

Alternativni alat za rad s algebarskim pločicama (na engleskom jeziku) dostupan je putem [poveznice](#). Potrebno je odabrati opciju Expand.

Za učenike s oštećenjem vida preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablica, šilo, čitači ekrana, itd.). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis, kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što učenik valja usmjeriti pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za

gledanje videozapisa u okviru koje se također savjetuje pripremiti predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama učenja.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporuča se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, primjerice, posebno za upotrebu digitalnih obrazovnih materijala kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama umaraju se brže i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, istu valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u vidu asistenata, preporuča se pomoć asistenta pri uvećanju zaslona tijekom prolaženja nastavnim jedinicom. Ako se uz nastavnu jedinicu planiraju preslike radnih materijala, one moraju biti uvećane. Ako se učenik školuje po prilagođenom planu i programu, ne valja inzistirati na tome da učenik prođe sve zadatke koji su planirani nastavnim jedinicom, već valja napraviti odabir onih ključnih.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale kao i sadržaje u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prva tri zadataka, već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda (više se usredotočiti na zadatke bez teksta). U radu s učenikom valja koristiti elemente poput ilustracija i fotografija te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake te usmjeravati učenika tijekom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Dopustiti im korištenje džepnog računala pri rješavanju zadataka. Učenici s intelektualnim teškoćama mogli bi dostići prvi i drugi ishod učenja ove jedinice.

Kada god je to moguće, zadatak valja popratiti vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arasaac.org/>.

Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranju usmenim putem.

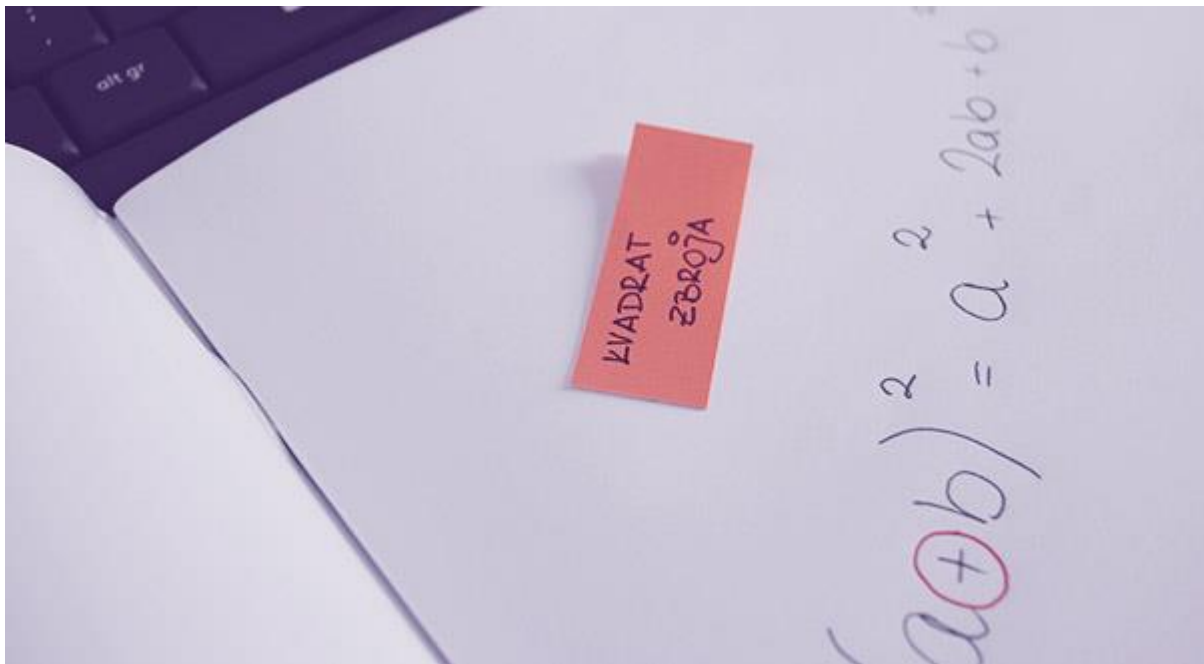
Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podebljanjem tiska. Valja voditi računa da im se pojednostavne sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). Prije početka rada na jedinici, važno je ponoviti značenje naziva koji će se koristiti u ovoj jedinici, kao što su umnožak, svojstvo komutativnosti,

binom i sl. Učenici sa specifičnim teškoćama učenja često imaju teškoća s upamćivanjem značenja pojedinih izraza.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjerena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporuča se koristiti vizualnu podršku na taj način da se sadržaj jedinice unaprijed najavi putem slika ili natuknica, kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporuča se povezati temu ove jedinice s interesima učenika u svim zadacima u kojima je to moguće.

1.5. Kvadrat zbroja



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

Usvojiti osnovna matematička znanja te razviti vještine povezane s kvadriranjem

- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primijeniti tehnologiju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Kvadrirati zbroj dvaju pribrojnika primjenjujući formulu za kvadrat zbroja
- Zapisati kvadrat zbroja u obliku trinoma i obrnuto
- Primijeniti kvadrat zbroja pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

Razvoj digitalnih kompetencija

- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema

- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni ili suradnički rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života u kojem promatramo množenje dvaju binoma.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kvadrat zbroja

Slijedi uvodna **animacija** u kojoj se demonstrira kvadriranje zbroja pomoću algebarskih pločica. Promatranjem dobivenih trinoma dolazi se do pravila za kvadriranje zbroja. Učenici mogu pomoću preslagivanja pločica provjeriti valjanost formule za kvadrat zbroja (Duljina stranice kvadrata na koje se pločice postavljaju iznosi $a + b$). Primjena formule za kvadrat zbroja pojašnjava se na primjeru, a zatim slijedi zadatak za uvježbavanje.

Algebarske pločice moguće je ispisati i izrezati od tvrdog papira i dati da učenici koriste konkretne materijale. Preporučamo da pozitivne pločice ispišete na primjerice žutom papiru, a negativne na crvenom. Algebarske su pločice za ispisivanje dostupne u *OneNote metodičkom priručniku*.

Nakon toga, prikazuje se zapisivanje zadanog trinoma u obliku kvadrata zbroja te se isti postupak uvježbava na zadacima.

Slijedi **interaktivni applet** uparivanja kvadrata zbroja s njemu odgovarajućim tročlanim izrazom.

U drugom se **interaktivnom appletu** dopunjuju algebarski izrazi primjenom formule za kvadrat zbroja.

Slijedi još nekoliko zadataka za vježbu.

U trećem se **interaktivnom appletu** promatra vrijede li dane jednakosti.

U sljedećih nekoliko zadataka provjerava se razumijevanje zapisa mješovitog broja te kvadriranja mješovitog broja, istražuje se postoje li racionalni brojevi za koje vrijedi da je njihov

kvadrat jednak $a^2 + b^2$ te se proučava primjena formule za kvadrat zbroja za jednostavnije računanje kvadrata pojedinih brojeva.

Zatim se istražuje kvadriranje dvoznamenkastih brojeva koji završavaju znamenkom 5.

Predlažemo da se učenicima osigura vrijeme da nekoliko puta isprobaju za njih pripremljen *algebarski trik*, a da se onda zajednički objasni način pogađanja zamišljenog broja.

Posljednji zadatak odnosi se na promjenu površine kvadrata koja nastaje promjenom duljine stranica početnog kvadrata.

Završetak

U ovome je dijelu moguće provjeriti **usvojenost** odgojno-obrazovnih ishoda.

Dodatni prijedlozi

Predlažemo aplikaciju *LearningApps* (engleski jezik) za izradu dodatnih vježbi kao što su uparivanje algebarskog izraza i njegova rješenja te kviz sa zadacima višestrukog izbora.

Također, predlažemo Video 1 na mrežnim stranicama *Eduvizije*.

Dodatna vizualizacija kvadrata zbroja moguća je i putem GeoGebrinog appleta (autor: *Damir Belavić*).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Preporučamo proučavanje članka Sanje Varošaneć: *Rastav kvadratnog binoma na faktore*.

Za dodatnu vježbu i proširivanje znanja učenici mogu riješiti *dodatne zadatke* i provjeriti rješenja (engleski jezik).

Moguće je proučiti *Dokaze bez riječi*.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama učenja uvijek valja imati na umu da učenici predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Učenici s teškoćama mogu algebarske izraze množiti pomoću konkretnog didaktičkog materijala kao što su algebarske pločice.

Također, moguće je raditi s Montessori materijalima od 100 kuglica posloženih u kvadrat dimenzija 10 X 10. Gubicama se takav kvadrat podijeli na četiri pravokutnika i promatraju se nastale površine. Npr. $(3+7)^2=3^2+7\cdot 3+7\cdot 3+7^2$. Nakon više takvih primjera, može se zaključiti da je potrebno kvadrirati prvi broj, kvadrirati drugi broj te zbroju kvadrata pridodati dvostruki umnožak.

Za učenike s oštećenjem vida preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto tako je važno imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablica, šilo, čitači ekrana, itd.). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što valja usmjeriti pozornost prilikom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videozapisa u okviru koje se također savjetuje pripremiti predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama učenja.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporuča se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, primjerice, posebno za upotrebu digitalnih obrazovnih materijala, kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, nju valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u vidu asistenata, preporuča se pomoć asistenta pri uvećanju zaslona tijekom prolaženja nastavnom jedinicom.

Ako se uz nastavnu jedinicu planiraju preslike radnih materijala, one moraju biti uvećane. Ako se učenik školuje po prilagođenom planu i programu, ne valja inzistirati na tome da učenik prođe sve zadatke koji su planirani nastavnom jedinicom, već valja napraviti odabir onih ključnih.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno

rješava prva tri zadatka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda (više se usredotočiti na zadatke bez teksta). U radu s učenicom valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake te usmjeravati učenika tijekom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Dopustiti im korištenje džepnog računala pri rješavanju zadataka. Učenici s intelektualnim teškoćama mogli bi dostići prvi ishod ove jedinice. Kad god je to moguće, zadatak valja popratiti vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arasaac.org/>.

Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranju usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podebljanjem tiska (primjerice formulu za kvadrat zbroja). Valja voditi računa da im se pojednostavne sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama).

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjerena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporuča se koristiti vizualnu podršku na taj način da se sadržaj jedinice unaprijed najavi pomoću slika ili natuknica, kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporuča se povezati temu ove jedinice s interesima učenika u svim zadacima u kojima je to moguće.

1.6. Kvadrat razlike



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kvadriranjem racionalnih brojeva
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Kvadrirati razliku dvaju pribrojnika primjenjujući formulu za kvadrat razlike
- Zapisati kvadrat razlike u obliku trinoma i obrnuto
- Primijeniti kvadrat razlike pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradničko učenje

- Digitalna pismenost i učinkovito korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja ove jedinice DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

U uvodnom, motivacijskom primjeru iz svakodnevnog života obitelj Štedić uređuje apartman na moru. Gospođa i gospodin Štedić trebaju izračunati površinu dnevnog boravka kako bi postavili nove podne obloge. Apartman se sastoji od četiriju prostorija, a njegov je tlocrt prikazan ilustracijom.

Kvadrat sa stranicom duljine a podijeljen je na dva kvadrata i dva pravokutnika. Jedan unutarnji kvadrat u donjem lijevom kutu ima duljinu stranice $(a-b)$, a drugi kvadrat u gornjem desnom kutu ima duljinu stranice b . Oba pravokutnika imaju duljine stranica $(a-b)$ i b .

Površina je kvadrata duljine stranice $(a-b)$ istaknuta bojom.

IDEJA:

Dnevni boravak ima oblik kvadrata sa stranicom duljine $(a-b)$.

Iz uvodnog primjera učenici trebaju spoznati kako je gospođa Štedić izrazila površinu dnevnog boravka kao razliku ukupne površine apartmana i površine preostalih triju prostorija.

Što mislite, je li dobro postavila izračun?

Provjerite svoje mišljenje, ako znamo da se radi o apartmanu površine 64 m^2 i da je duljina kraćeg zida dnevnog boravka 3 m .

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Motivacijski primjer poslužio je za uvođenje pojma **kvadrata razlike**.

Definiramo kvadrat razlike i zapisujemo formulom.

Učenicima ponudimo i lakše pamtljiv zapis formule.

U **Primjeru 1.** kvadriramo razliku dvaju pribrojnika primjenjujući formulu za kvadrat razlike i zapisujemo kvadrat razlike u obliku trinoma.

U **Primjeru 2.** zadani trinom zapisujemo u obliku kvadrata razlike dvaju pribrojnika.

Uvježbajmo

Interaktivnim predloškom na poveznici: <https://www.geogebra.org/m/gj8NSy2G> učenici istražuju i primjenjuju formulu za kvadrat razlike.

Slijedi blok zadataka koje učenici rješavaju umetanjem znaka računске operacije koji nedostaje, uparivanjem odgovora, umetanjem matematičkih izraza, određivanjem točno ili netočno i uparivanjem povlačenjem i postavljanjem elemenata.

Završetak

U završnom dijelu slijedi nekoliko zadataka u kojima je potrebno primijeniti stečena znanja i vještine vezane za kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija.

Dodatni prijedlozi

Predlažemo Video 1 – Video 7 i Zadatak 1 – Zadatak 7 na mrežnim stranicama Eduvizije:

<http://www.eduvizija.hr/portal/lekcija/8-razred-matematika-kvadrat-binoma-kvadrat-zbroja-i-razlike>

Za dodatno uvježbavanje pogledajte video klikom na poveznicu: <https://www.youtube.com/watch?v=fAPrdPlsRLM>.

Predlažemo aplikaciju *LearningApps* (engleski jezik) za izradu dodatnih vježbi kao što su uparivanje algebarskog izraza i njegova rješenja te kviza sa zadatcima višestrukog izbora.

Dodatna vizualizacija kvadrata zbroja moguća je i putem GeoGebrinog Appleta (autor: Damir Belavić):

<https://www.geogebra.org/m/aaFYUXAH#material/zF2yRWA8>

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za dodatnu vježbu i proširivanje znanja učenici mogu riješiti *dodatne zadatke* i provjeriti rješenja (engleski jezik).

Moguće je proučiti *Dokaze bez riječi*.

Za učenike koji žele više:

Zadatak 1.

Zbroj kvadrata triju uzastopnih neparnih brojeva iznosi 371. Koji su to brojevi?

Kako broj rješenja ovog zadatka ovisi o skupu iz kojeg uzimamo brojeve? Promotrite slučajeve triju uzastopnih prirodnih i cijelih brojeva.

Rješenje zadatka:

Ako se radi o skupu prirodnih brojeva, onda je rješenje trojka neparnih prirodnih brojeva: 9, 11 i 13.

Ako se radi o skupu cijelih brojeva, onda su rješenja dvije trojke neparnih prirodnih brojeva: 9, 11 i 13 i -13, -11 i -9.

Zadatak 2.

Zbroj kvadrata triju uzastopnih parnih brojeva iznosi 1 208. Koji su to brojevi?

Kako broj rješenja ovog zadatka ovisi o skupu iz kojeg uzimamo brojeve? Promotrite slučajeve triju uzastopnih prirodnih i cijelih brojeva.

Rješenje zadatka:

Ako se radi o prirodnim brojevima, onda je rješenje trojka parnih prirodnih brojeva: 18, 20 i 22.

Ako se radi o cijelim brojevima, onda su rješenja dvije trojke neparnih prirodnih brojeva: 18, 20 i 22 i -18, -20 i -22.

Učenici koji žele više mogu proučiti *Kvadratni broj*.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama učenja, uvijek valja imati na umu da učenici predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Za učenike s oštećenjem vida preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablica, šilo, čitači ekrana, itd.). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis, kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što učenik valja usmjeriti pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videozapisa u okviru koje se također savjetuje pripremiti predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama učenja.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporuča se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, primjerice, posebno za upotrebu digitalnih obrazovnih materijala kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama umaraju se brže i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, istu valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u vidu asistenata, preporuča se pomoć asistenta pri uvećanju zaslona tijekom prolaženja nastavnom jedinicom. Ako se uz nastavnu jedinicu planiraju preslike radnih materijala, one moraju biti uvećane. Ako se učenik školuje po prilagođenom planu i programu, ne treba inzistirati na tome da učenik prođe sve zadatke koji su planirani nastavnom jedinicom, već valja napraviti odabir onih ključnih.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prva tri zadataka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda (više se usredotočiti na zadatke bez teksta). U radu s učenikom valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake i usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Postavljati zadatke bez decimalnih brojeva ili razlomaka radi lakšeg računanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Dopustiti im korištenje džepnog računala pri rješavanju zadataka. Učenici s intelektualnim teškoćama mogli bi dostići prvi ishod ove jedinice. Kad god je to moguće,

zadatak valja popratiti vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arasaac.org/>

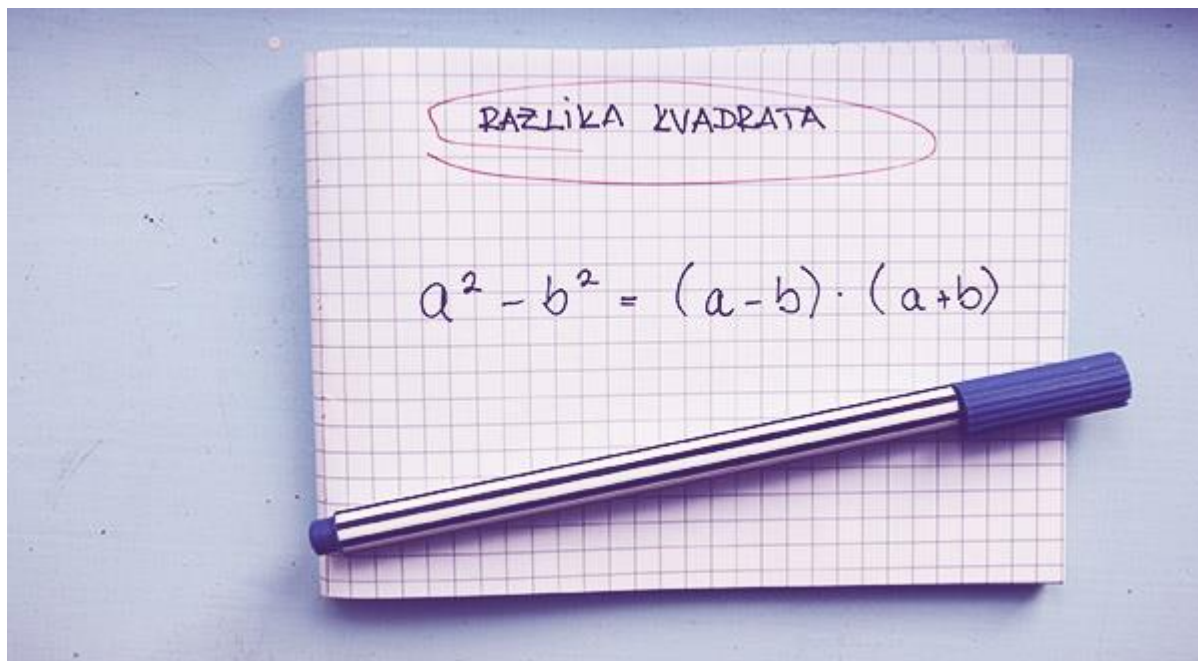
Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranju usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podebljanjem tiska. Valja voditi računa da im se pojednostavne sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama).

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjerena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporuča se koristiti vizualnu podršku na taj način da se sadržaj jedinice unaprijed najavi putem slika ili natuknica kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporuča se povezati temu ove jedinice s interesima učenika u svim zadacima u kojima je to moguće, npr. računanje površine prostorija u njegovu stanu ili u školi.

1.7. Razlika kvadrata



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kvadriranjem racionalnih brojeva
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Razliku kvadrata zapisati u obliku umnoška i obrnuto
- Primijeniti razliku kvadrata za brže i jednostavnije računanje
- Primijeniti razliku kvadrata pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradničko učenje

- Digitalna pismenost i učinkovito korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja ove jedinice DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

U uvodnom, motivacijskom primjeru iz svakodnevnog života obitelj Šparić uređuje apartman na moru. Gospođa i gospodin Šparić žele promijeniti podne obloge u svim prostorijama apartmana osim u kupaonici. Apartman se sastoji od četiri prostorije, a njegov je tlocrt prikazan na slici. Slika prikazuje kvadrat.

U gornjem desnom kutu kvadrata sa stranicom duljine a istaknut je kvadrat stranice duljine b .

Površina kvadrata duljine stranice b istaknuta je bojom. Preostali dio kvadrata sa stranicom duljine a istaknuti su drugom bojom.

Kupaonica ima oblik kvadrata sa stranicom duljine b .

Površina apartmana iznosi a^2 , a površina kupaonice b^2 .

Zaključio je da površina preostalog dijela apartmana iznosi $a^2 - b^2$.

Dakle, gospodin je Šparić izračunao potrebnu površinu podnih obloga koristeći ukupnu površinu apartmana i površinu kupaonice.

Što mislite, je li gospodin Šparić u pravu?

Provjerite izračun gospodina Šparića ako je površina apartmana 64 m^2 , a površina kupaonice 9 m^2 .

IDEJA:

Kupaonica ima oblik kvadrata sa stranicom duljine b .

Površina apartmana iznosi a^2 , a površina kupaonice b^2 .

Gospodin je Šparić zaključio da površina preostalog dijela apartmana iznosi $a^2 - b^2$.

Dakle, gospodin Šparić izračunao je potrebnu površinu podnih obloga koristeći ukupnu površinu apartmana i površinu kupaonice.

Što mislite, je li gospodin Šparić u pravu?

Provjerite izračun gospodina Šparića ako je površina apartmana 64 m^2 , a površina kupaonice 9 m^2 .

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Motivacijski primjer poslužio je za uvođenje pojma **razlike kvadrata**.

Definiramo razliku kvadrata i zapisujemo formulom.

Učenicima ponudimo i lakše pamtljiv zapis formule.

U **Primjeru 1.** zadane umnoške zapisujemo u obliku razlike kvadrata.

U **Primjeru 2.** razliku kvadrata zapisujemo u obliku umnoška.

Uvježbajmo

Interaktivnim predloškom na poveznici: <https://www.geogebra.org/m/hxxsF8Dw> učenici istražuju i primjenjuju formulu za razliku kvadrata.

Slijedi blok zadataka koje učenici rješavaju umetanjem znaka računske operacije koji nedostaje, uparivanjem odgovora, umetanjem matematičkih izraza, određivanjem točno ili netočno i uparivanjem povlačenjem i postavljanjem elemenata.

Završetak

U završnom dijelu slijedi nekoliko zadataka u kojima je potrebno primijeniti stečena znanja i vještine vezane za kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija.

Dodatni prijedlozi

Predlažem Video 1, Video 2 i Video 3 te Zadatak 1, Zadatak 2 i Zadatak 3 na mrežnim stranicama Eduvizije: <http://www.eduvizija.hr/portal/lekcija/8-razred-matematika-razlika-kvadrata>.

Za dodatno uvježbavanje pogledajte video klikom na poveznicu: <https://www.youtube.com/watch?v=PXRvoBQ8MH0>.

Dodatna vizualizacija kvadrata zbroja moguća je i putem GeoGebrinog appleta (autor: Damir Belavić): <https://www.geogebra.org/m/aaFYUXAH#material/BBvANTR8>.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za dodatnu vježbu i proširivanje znanja učenici mogu riješiti *dodatne zadatke* i provjeriti rješenja (engleski jezik).

Moguće je proučiti *Dokaze bez riječi*.

Učenici koji žele više mogu proučiti *Kvadratni broj*.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama učenja, uvijek valja imati na umu da učenici predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Za *učenike s oštećenjem vida* preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablica, šilo, čitači ekrana, itd.). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis, kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što učenik valja usmjeriti pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za *učenike s oštećenjem sluha* preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videozapisa u okviru koje se također savjetuje pripremiti predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama učenja.

Za *učenike s motoričkim teškoćama* preporuča se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, primjerice, posebno za upotrebu digitalnih obrazovnih materijala kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama umaraju se brže i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, nju valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja u nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u

vidu asistenata, preporuča se pomoć asistenta pri uvećanju zaslona tijekom prolaženja nastavnom jedinicom i označavanju količina na brojevnom pravcu.

Ako se uz nastavnu jedinicu planiraju preslike radnih materijala, one moraju biti uvećane. Ako se učenik školuje po prilagođenom planu i programu, ne valja inzistirati na tome da učenik prođe sve zadatke koji su planirani nastavnom jedinicom, već valja napraviti odabir onih ključnih.

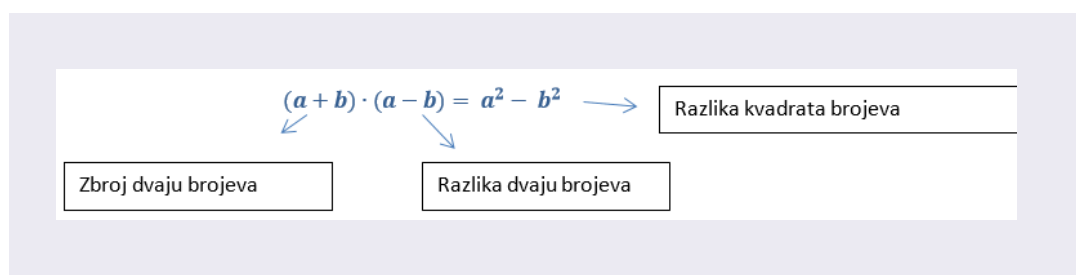
Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prva tri zadataka, već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda (više se usredotočiti na zadatke bez teksta). U radu s učenikom valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake te usmjeravati učenika tijekom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Dopusnuti im korištenje džepnog računala pri rješavanju zadataka. Učenici s intelektualnim teškoćama mogli bi dostići prvi ishod ove jedinice.

Kad god je to moguće, zadatak valja popratiti vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arasaac.org/>.

Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranju usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podebljanjem tiska primjerice:

Zbroj dvaju brojeva pomnožen njihovom razlikom daje razliku kvadrata tih brojeva



Ako razliku kvadrata dvaju brojeva $a^2 - b^2$ napišemo u obliku umnoška $(a + b) \cdot (a - b)$ kažemo da smo razliku kvadrata rastavili na faktore.

$$\boxed{\text{Razlika kvadrata brojeva}} \longrightarrow a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b).$$

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjerena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporuča se koristiti vizualnu podršku na taj način da se sadržaj jedinice unaprijed najavi pomoću slika ili natuknica kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporuča se povezati temu ove jedinice s interesima učenika u svim zadacima u kojima je to moguće, npr. računanjem površine prostorija u njegovu stanu ili u školi.

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

Usvojiti temeljna matematička znanja te razviti vještine povezane s kvadriranjem

- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Kvadrirati racionalni broj
- Procijeniti vrijednost kvadrata
- Napisati umnožak kvadrata kao kvadrat umnoška te količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto
- Kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva
- Prepoznati u algebarskim izrazima kvadrat zbroja i kvadrat razlike
- Rastaviti razliku kvadrata na faktore
- Primijeniti kvadriranje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja ove jedinice DOS-a

Planirani broj sati: 1

U svim su jedinicama DOS-a dostupni različiti zadatci i primjeri koji omogućavaju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj su zasebnoj jedinici pripremljeni različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijских sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Aktivnosti za učenike koji žele znati više

Ovim je dijelom obuhvaćena Gaussova dosjetka s ciljem otkrivanja činjenice da je zbroj prvih n uzastopnih neparnih prirodnih brojeva jednak n^2 .

Nakon toga slijedi istraživanje trokutastih i kvadratnih brojeva tj. proučavanja zakonitosti vezanih uz nizove trokutastih i kvadratnih brojeva.

Moguće je proučiti kvadratne brojeve pomoću GGB appleta dostupnog u *OneNote metodičkom priručniku*.

Ovaj dio završava zanimljivošću o brojevima 13 i 16 te njihovim kvadratima.

Aktivnost za samostalan rad

U aktivnosti za samostalan rad učenici promatraju različite zakonitosti, proučavaju pitanja poput postoji li prirodni broj koji uvećan dva puta daje isto kao i kvadrat njegova broja te istražuju kako promjena broja ili duljine stranice kvadrata utječe na promjenu kvadrata početnog broja ili površine kvadrata.

Modul završava interaktivnom aplikacijom u kojoj je potrebno spojiti algebarski izraz s odgovarajućim rješenjem.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za one koji žele znati više pripremljeni su složeniji zadatci.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

Učenicima se može preporučiti rješavanje *listića* koji se nalazi na mrežnim stranicama profesorice Antonije Horvatek (rad s algebarskim izrazima).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama učenja uvijek valja imati na umu da isti predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Predlažemo rad s konkretnim didaktičkim materijalima kako što su algebarske pločice.

Za *učenike s oštećenjem vida* preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablica, šilo, čitači ekrana, itd.). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis, kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što učenik valja usmjeriti pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za *učenike s oštećenjem sluha* preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videozapisa u okviru koje se također savjetuje pripremiti predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama učenja.

Za *učenike s motoričkim teškoćama* preporuča se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, primjerice, posebno za uporabu digitalnih obrazovnih materijala, kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama umaraju se brže i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, nju valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja u nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u vidu asistenata, preporuča se pomoć asistenta pri uvećanju zaslona u prolaženju nastavnom jedinicom. Ako se uz nastavnu jedinicu planiraju preslike radnih materijala, one moraju biti uvećane. Ako se učenik školuje po prilagođenom planu i programu, ne valja inzistirati na tome da učenik prođe sve zadatke koji su planirani nastavnom jedinicom, već valja napraviti odabir onih ključnih.

Za *učenike s intelektualnim teškoćama* valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prva tri zadataka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda (više se usredotočiti na zadatke bez teksta). U radu s učenicom valja koristiti elemente poput ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake te usmjeravati učenika tijekom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Dopustiti im korištenje džepnog računala pri rješavanju zadataka. Kad god

je to moguće, zadatak valja popratiti vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arasaac.org/>.

Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije kod kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranju usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podebljanjem tiska (primjerice Gaussova dosjetka, trokutasti i kvadratni brojevi). Valja voditi računa da im se pojednostavne sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama).

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice, valja pohvaliti učenika za sva primjerena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporuča se koristiti vizualnu podršku na taj način da se sadržaj jedinice unaprijed najavi putem slika ili natuknica kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporuča se povezati temu ove jedinice s interesima učenika u svim zadacima u kojima je to moguće.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti temeljna matematička znanja te razviti vještine povezane s kvadriranjem
- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Kvadrirati racionalni broj
- Procijeniti vrijednost kvadrata
- Napisati umnožak kvadrata kao kvadrat umnoška te količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto
- Kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva
- Prepoznati u algebarskim izrazima kvadrat zbroja i kvadrat razlike
- Rastaviti razliku kvadrata na faktore
- Primijeniti kvadriranje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja ove jedinice DOS-a

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula 1. Kvadriranje osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja i vještina s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha je ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukciju, primjenu i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 8. razred osnovne škole

Modul 2: Potencije s bazom 10

Priručnik za nastavnike

Modul 1: Potencije s bazom 10

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Usvajanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Potencirati broj 10 prirodnim eksponentom
- Potencirati broj 10 cjelobrojnim eksponentom
- Izračunati vrijednost izraza s potencijama s bazom 10
- Zapisati umnožak u obliku potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom i obrnuto
- Primijeniti potenciju s bazom 10 pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

U ovom modulu učenici 8. razreda primjenjuju znanja i vještine računanja s potencijama s bazom 10.

Modul započinje pojmom potencije s bazom 10 i prirodnim eksponentom, a zatim i s cjelobrojnim eksponentom. Ostatak modula posvećen je množenju i dijeljenju potencija s

bazom 10, potenciranju potencija s bazom 10, zbrajanju i oduzimanju potencija s bazom 10 i znanstvenom zapisu broja.

Pred učenicima su novi koncepti koji se pojašnjavaju animacijskim prikazima i algebarskim tumačenjima.

U modulu je ravnopravno zastupljeno stjecanje vještina baratanja algebarskim izrazima kao i primjena stečenih znanja.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete koristiti na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete koristiti kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dileme.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskog i suradničkog rada učenika pri čemu možete pripremljene sadržaje koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice Yammer društvenoj mreži, Teams okruženju za timove ili OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici.

Uz svaku je jedinicu u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavno korištenje s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

GeoGebra

GeoGebra je računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorena koda, dostupan na hrvatskom jeziku na www.geogebra.org.

Više o GeoGebri pročitajte na: <https://e-laboratorij.carnet.hr/>.

LearningApps

LearningApps je jednostavno sučelje za izradu različitih interaktivnih sadržaja kao što su kvizovi i igrice uparivanja. Dostupno je na poveznici <https://learningapps.org/createApp.php>.

Polynomials Calculator

Polynomials Calculator je online kalkulator koji se, između ostalog, može iskoristiti za računanje s algebarskim izrazima. Dostupan je na poveznici [Polynomials Calculator](#).

Kahoot

Ovo je aplikacija koja omogućava kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah po završetku kviza. Kahoot je besplatan za korištenje. Sadrži veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i koristiti, preraditi ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.

Više o Kahootu pročitajte na linku [e-laboratorij](#).

Sway

[Sway](#) je *online* alat za izradu, organizaciju i dijeljenje sadržaja u obliku interaktivne mrežne stranice; svojevrsan hibrid između prezentacije i klasične mrežne stranice. Pomoću Swaya možete napraviti prezentacije, interaktivne sadržaje, izvještaje, fotoalbume, radne materijale za nastavu i slično. Izrada i organizacija sadržaja pojednostavljena je korištenjem gotovih predložaka rasporeda i dizajna.

Više o Swayu pročitajte u [CARNETOVOM e-laboratoriju](#) ili na stranici [Početak rada s aplikacijom Sway](#).

Office Mix

[Office Mix](#) je besplatan dodatak za Microsoft PowerPoint koji omogućava dodavanje interaktivnih sadržaja u prezentacije. Uz pomoć Office Mixa u prezentaciju možete umetnuti ankete, kvizove, interaktivne simulacije kao što su GeoGebra i Phet, snimanje zvuka, videa te označavanje na slajdovima. Tako napravljene prezentacije ostaju interaktivne i nakon objave u [Office Mix galeriji](#) pa se mogu koristiti i za formativno praćenje.

Više o Office Mixu možete pročitati na stranicama o njegovoj primjeni u obrazovanju [Office Mix for teachers](#).

Operativni plan

	Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
2.	Potencije s bazom 10		14 + 1
		2.1. Potencije s prirodnim eksponentom	2
		2.2. Množenje i dijeljenje potencija s bazom 10	3
		2.3. Potenciranje potencija s bazom 10	2
		2.4. Potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom	2
		2.5. Zbrajanje i oduzimanje potencija s bazom 10	2
		2.6. Znanstveni zapis broja	3
		Aktivnosti za samostalno učenje	1
		Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

2.1. Potencije s prirodnim eksponentom



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s pojmom potenciranja racionalnih brojeva s prirodnim eksponentom
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz potenciranje racionalnih brojeva s prirodnim eksponentom u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Zapisati umnoške istih brojeva u obliku potencije s prirodnim eksponentom i obrnuto
- Potencirati broj 10 prirodnim eksponentom
- Primijeniti potenciju s bazom 10 pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Motivacija započinje pričom o stablu nasljeđivanja/obiteljskom stablu izravnih predaka. Broj je predaka u generaciji povezan s potencijom broja dva.

Grananje je prikazano slikom, a priča je popraćena prezentacijom u [Swayu](#).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Potencija je definirana s prirodnim eksponentom.

Iako se cijela jedinica uglavnom bavi prirodnom bazom, u definiciji baza nije ograničena već samo eksponent - prirodni. Nigdje nije ni definirana vrijednost potencije s eksponentom nula što je učinjeno u jedinici 2. 4.

Proučavanje potencije s prirodnim eksponentom

Prvi je zadatak vezan isključivo uz tumačenje pojma potencije.

Cilj je rada na [interakciji](#) visoke razine proučavanje promjene vrijednosti potencije ovisno o promjeni prirodne baze i promjeni prirodnog eksponenta.

Iz toga proizlaze zaključci:

Pri nepromijenjenom eksponentu, što je baza veća, veća je i vrijednost potencije.

Za $m, n, k \in \mathbf{N}$ ako je $m \leq k$ onda je $m^n \leq k^n$.

Pri nepromijenjenoj bazi, što je eksponent veći, veća je i vrijednost potencije.

Za $m, n, l \in \mathbf{N}$ ako je $n \leq l$ onda je $m^n \leq m^l$.

Dva su zadatka nizanja po veličini u kojim se primjenjuju gore izvedeni zaključci.

U **interakciji** visoke razine može se mijenjati i baza i eksponent te je odličan za uvježbavanje. Potencija se zapisuje znakom " a^n ", na primjer $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$.

Visoka **interakcija** zahtijeva višu razinu baratanja potencijama jer naizmjenično traži računanje/otkrivanje eksponenta, baze ili vrijednosti potencije.

Visoka interakcija - memori

Primjerom je uveden pojam potencije s eksponentom 1 i vrijednost potencije s bazom 1.

Jedna zagonetka i projektni zadatak

Prvi zadatak primjene ima i slikovnu podršku radi lakšeg razumijevanja. Nakon njega slijedi zanimljivost vezana za staru **pjesmicu/zagonetku** "As I was going to St. Ives".

U vezi s tim, predlaže se da učenik/ci naprave prikaz crtežom/plakatom/prezentacijom svih spomenutih aktera te, naravno, riješe zagonetku.

Ovdje se možemo poigrati i različitim pristupima shvaćanja pjesmice. Npr: Je li pripovjedač njih susreo tako da su išli jedan drugomu ususret ili ih je pripovjedač sustigao na putu u St. Ives.

Kako raste vrijednost potencije s prirodnom bazom i prirodnim eksponentom

Slijede dva zadatka primjene kojima je za cilj pokazati brzi rast potencije s povećanjem eksponenta.

Zadatak primjene prikazan 3D animacijom i sljedeći samo tekstualno/računski.

Potencije i džepno računalo

U sljedećoj 2D animaciji pokazana su tri načina računanja potencije korištenjem džepnog računala: množenjem istog broja n puta, korištenjem tipke za potenciranje

x^y i " a^n ", x^y .

Nakon toga slijedi zadatak u kojem se izričito traži upotreba džepnog računala kako bi se uvježbalo računanje potencije.

Potenciranje kao računska operacija trećeg stupnja

Još jedna primjena potencije, prikaz rastava prirodnog broja na proste faktore, tumači se u videu nakon kojeg slijedi zadatak uparivanja u kojem se primjena provodi.

Kao dodatni zaključak nameće se definiranje potenciranja kao računске operacije trećeg stupnja koja ima prednost pred računskim operacijama drugog stupnja.

Potencije s negativnom cjelobrojnom bazom

Na primjeru se analizira i izvodi povezanost parnosti eksponenta i parnosti vrijednosti potencije negativne baze. Iza toga slijedi blok zadataka točno/netočno.

Potencije s bazom zapisanom razlomkom

Računanje potencije racionalne baze zapisane razlomkom uvedeno je izračunavanjem obujma kocke. Nakon toga, izvedeno je općenito pravilo koje se primjenjuje u računanju u bloku računskih zadataka te u još jednom zadatku primjene.

Potenciranje i množenje/dijeljenje

U **interakciji** visoke razine vježba se potenciranje te redoslijed računskih radnji potenciranja i množenja/dijeljenja. Kao bonus u zadatku može se komentirati/ponoviti osna simetrija s obzirom na os y .

Potenciranje i množenje/dijeljenje

Kako ispitati je li neki broj potencija prirodnog broja, objašnjeno je u 2D animaciji.

Zadatak točno/netočno u kojem se traži ispitivanje i odgovor je li neki prirodni broj nečija potencija.

Slijede dva zadatka primjene potenciranja.

Primjena potenciranja u preračunavanju mjernih jedinica

Nakon uvodnog primjera slijedi niz zadataka za vježbu preračunavanja i prikaza preračunatog potencijom s bazom 10.

To je ujedno i kraj ove jedinice na koju se nastavlja jedinica koja se isključivo bavi potencijama s bazom 10.

Završetak

U završetku se predlaže izrada individualiziranog projekta, svojevrsni nastavak motivacijskog primjera. Učitelj može po nahođenju obogatiti projektni zadatak.

Dodatni prijedlozi

Jedna zagonetka i projektni zadatak

Iskoristiti **pjesmicu/zagonetku** "As I was going to St. Ives" za zajednički projekt iz engleskog jezika i matematike. Napraviti prijevod i plakat s prikazom događanja u pjesmici/zagonetki.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima se mogu dati materijali s računanjem s potencijama racionalnih baza s poveznica:

<https://www.mathsisfun.com/exponent.html>

<https://www-spof.gsfc.nasa.gov/stargaze/Slog2.htm>

[Powers of Ten™ \(1977\)](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da im pokažete kako se koristi džepno računalo koje, prema potrebi, mogu koristiti za provjeru svojih rezultata ili kao način rješavanja.

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama učenja, uvijek valja imati na umu da su oni heterogena skupina i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Za učenike s oštećenjem vida preporučuje se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad, uistinu valja koristiti (tablica, šilo, čitači ekrana...). Prvi videozapis potrebno je unaprijed najaviti te popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što valja usmjeriti pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporučuje se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Za treći videozapis potrebno je pripremiti pisane upute. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama učenja.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporučuje se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, primjerice, posebno za upotrebu digitalnih obrazovnih materijala kao i za pokretanje videozapisa. Učenici se s motoričkim teškoćama brže umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, nju valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja u nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku

asistenata, preporučuje se pomoć asistenta za uvećavanje zaslona u prolaženju nastavnom jedinicom i upisivanje rezultata u pripremljene zadatke. Ako se uz nastavnu jedinicu planiraju preslike radnih materijala, one moraju biti uvećane. Ako se učenik školuje po prilagođenom planu i programu, ne treba inzistirati na tome da učenik prođe sve zadatke koji su planirani nastavnom jedinicom, već valja napraviti odabir onih ključnih (primjerice, zadatci s cijelim brojevima, brojevi u okviru tablice množenja).

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale i sadržaje u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne tako da učenik jednostavno rješava prva tri zadatka, već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda (više se usredotočiti na zadatke bez teksta te zadatke u kojima nema nadopunjavanja riječi). U radu s učenicom valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije i tako temu, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: www.araasac.org. Preporučuje se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Dopustiti im korištenje džepnog računala i tablice množenja pri rješavanju zadataka.

Za učenike s poremećajima glasovno-govorne komunikacije nije potrebno prilagođavati nastavne materijale niti pojednostavljivati zadatke. Važnije je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne treba izlagati prezentiranju pred cijelim razredom.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti jedan od predviđenih fontova (primjerice Dyslexia), povećati razmak između redova, a tekst treba biti poravnan na lijevu stranu. Važne informacije ili ključne riječi istaknite podebljanjem tiska. Ako je potrebno, izraditi slikovne predloške za svaki zadatak kako bi mogli pojasniti učeniku sa specifičnim teškoćama učenja.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izradom plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjerena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se koristiti vizualnu podršku tako da se sadržaj jedinice unaprijed najavi pomoću slika ili natuknica, kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporučuje se povezati temu ove jedinice s interesima učenika u svim zadacima u kojima je to moguće.

Dodatna literatura za nastavnike

U prezentaciji [Hrvatski jezik i matematika u razrednoj nastavi](#) doc. dr. sc. Lidije Cvikić i dr. sc. Dubravke Glasnović Gracin s Učiteljskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu možete pročitati nešto

o jeziku u nastavi matematike, a svakako je zanimljiv dio o pisanju višeznamenkastih brojeva riječima, pisanju velikih brojeva brojkama te čitanju brojeva.

<https://www.pinterest.com/pin/192740059026892827/>

2.2. Množenje i dijeljenje potencija s bazom 10



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s množenjem i dijeljenjem potencija s bazom 10 s prirodnim eksponentima
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz potencije s bazom 10 s prirodnim eksponentima
- u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Pomnožiti i podijeliti potencije s bazom 10 s prirodnim eksponentima
- Pomnožiti i podijeliti umnoške racionalnog broja i potencije s bazom 10 s prirodnim eksponentom
- Primijeniti množenje i dijeljenje potencija s bazom 10 pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti

- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Motivacija je novinski članak koji govori o opožarenoj površini izraženoj u hektarima koju treba preračunati u četvorne kilometre. U preračunavanju se koristi potencija s bazom 10. Pitanje, koje je postavljeno, nema odgovora, ali daje naslutiti da se računanjem s potencijama postupak preračunavanja može ekonomičnije izvesti.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Veza zapisa potencije s bazom 10 i prirodnim eksponentom s umnoškom faktora 10.

Već je na početku video koji zapravo primjenjuje već usvojen pojam potencije, na one s bazom 10 i prirodnim eksponentom. Zadatak uparivanja pomaže ponavljanju pojma potencije i usvajanju pojma potencije s bazom 10 i prirodnim eksponentom.

Još jedan kratki video opisuje kako se računalno zapisuje potencija s bazom 10, na primjer:

	Potencija	Računalni zapis
Udaljenost Zemlje od Sunca	$1.5 \cdot 10^{11} \text{m}$	1.5E11 m

O "velikim" dekadskim brojevima

Velikim brojevima, njihovim nazivima i prefiksima posvećen je dio ove jedinice. Važno je znati kako tvorimo imena velikih dekadskih brojeva. Danas se na internetu mogu pronaći razni materijali s krivo prevedenim nazivima velikih dekadskih brojeva, odnosno potencija s bazom 10.

Dane su dvije tablice: Nazivi velikih brojeva u hrvatskom jeziku, te tablica usporedbe takozvane duge, koju mi koristim, i kratke ljestvice.

Važno je da se svi razumijemo kada napišemo 10^6

Posebno je zanimljiva treća tablica u kojoj su kao zanimljivost navedeni nazivi, u nekoliko europskih jezika, za milijardu i bilijun.

Kako je engleski jezik taj koji koristi kratku ljestvicu, tu su i najčešće pogreške u prevodenju. Dana su tri kratka teksta u kojima se može uočiti kako je lako napraviti pogrešku.

Gdje se i kako koriste potencije s bazom 10

U prvom zadatku visoke interakcije težište je na razumijevanju veličina te njihovoj povezanosti s potencijama i mjernim jedinicama.

Zadatak povezivanja još jednom provjerava usvojenost veze između potencije s bazom 10 i prirodnim eksponentom i predmetaka.

Množenje i dijeljenje potencija s bazom 10

Središnji blok u sebi sadrži dva videa koji tumače kako množimo i dijelimo potencije s bazom 10.

Niz zadataka različitog tipa, uparivanje, višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i interakcija visoke razine, služi za vježbanje primjene pravila množenja i dijeljenja potencija s bazom 10.

Umnožak koeficijenta i potencije

Primjerom je uveden oblik zapisa umnoška koeficijenta i potencije. Taj je oblik zapisa potrebno uvesti kako bi se s njima moglo množiti i dijeliti, a kasnije primijeniti za znanstveni zapis i računanje s njim.

Pokazuje se i prilagođavanje zapisa nekih velikih brojeva u zapis s umnoškom koeficijenta i potencije. Taj je postupak koristan i u preračunavanju mjernih jedinica. Blok zadataka različitog tipa služi za vježbanje množenja i dijeljenja umnoška koeficijenta i potencije s bazom 10. Također, i za primjereno korištenje takva zapisa.

Primjena

U nizu zadataka primjene koji se tiču svemira, računala, mrava i ljudskog mozga potrebno je vješto baratati množenjem i dijeljenjem potencija s bazom 10, uključujući i računanje s umnošcima koeficijenta i potencije s bazom 10.

Završetak

U završnom dijelu jedinice napravljen je mali riješeni kviz u kojem se pitanja/odgovori dotiču svega što se u ovoj jedinici moglo naučiti.

Dodatni prijedlozi

- Mjerne jedinice njihovo prikazivanje i preračunavanje uvijek su aktualne za rad s učenicima. Napraviti plakat s mjernim jedinicama, nazivima i primjerima gdje ih možemo smisleno koristiti.
- Projektni zadatak ili projekt samo na matematici ili u korelaciji s informatikom. Zapis prirodnih brojeva koristeći potenciju s bazom 10 i s bazom 2 te pretvaranje binarnog zapisa u dekadski.
- Na primjer: $324=3\cdot 10^2+2\cdot 10^1+4$, $101=1\cdot 2^2+0\cdot 2^1+1=5$

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Množenje i dijeljenje decimalnih brojeva s potencijom broja 10.

Iskoristiti Crtani film o obitelji Simpson za međupredmetni projekt "Pričam ti o potencijama" (engleski/hrvatski/matematika) kada se obrade potencije s cjelobrojnim eksponentom.

<http://scaleofuniverse.com/>

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako bi učenicima s teškoćama olakšali rješavanje 1. zadatka te kako bi dobili dojam o potencijama, možemo ih tražiti da za svaki broj 10 u zadatku pljesnu rukama te da na taj način prebroje koliko desetica ima i koja bi to bila potencija.

Učenici sa jezičnim teškoćama ali i drugi učenici koji imaju nedostatne jezične sposobnosti, mogli bi imati teškoće dosjećanja značenja riječi deka, mega, tera i sl. u 5. zadatku pa im možemo dati predložak u kojem bi riječi bile uparene s brojem a oni bi morali vidjeti koja je to potencija.

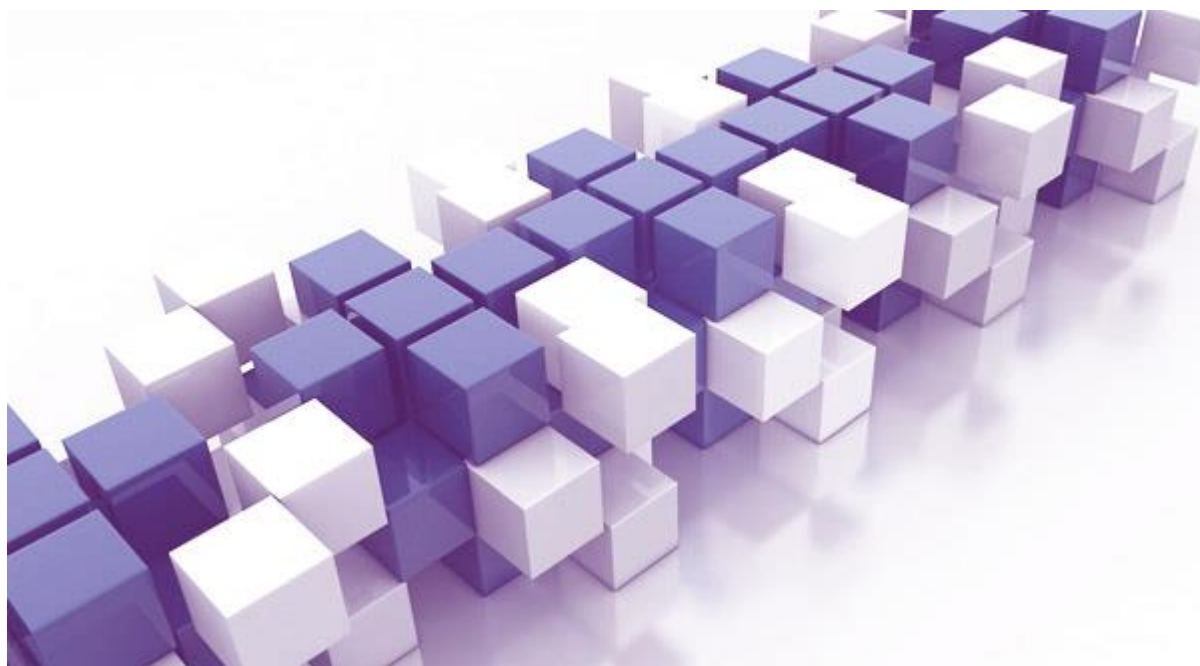
Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć od strane pomoćnika kod zadatka s povlačenjem zapisa, upisivanjem i odabirom odgovora.

Dodatna literatura za nastavnike

U prezentaciji Hrvatski jezik i matematika u razrednoj nastavi doc. dr. sc. Lidije Cvikić i dr. sc. Dubravke Glasnović Gracin s Učiteljskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu možete pročitati nešto o jeziku u nastavi matematike, a svakako je zanimljiv dio o pisanju višeznamenkastih brojeva riječima, pisanju velikih brojeva brojkama te čitanju brojeva.

Ideje za izradu nastavnih materijala možete pronaći na [množenje/dijeljenje](#) te na [poveznici](#).

2.3. Potenciranje potencije s bazom 10



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s množenjem i dijeljenjem potencija s bazom 10 s prirodnim eksponentima
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz potencije s bazom 10 s prirodnim eksponentima
- u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Potenciranje potencije s bazom 10 i prirodnim eksponentima
- Primijeniti potenciranje potencija s bazom 10 pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabrana zanimljivost o Arhimedu i njegovu sustavu brojeva. Kako bi demonstrirao da njegov sustav brojeva može adekvatno opisati vrlo velike brojeve, Arhimed je odlučio izbrojiti koliko je zrnaca pijeska potrebno da ispuni svemir. Pokazao je da je broj zrnaca pijeska u svemiru konačan.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Nakon uvodne zanimljivosti učenici trebaju izračunati površinu kvadrata i volumen kocke čije su duljina stranice, odnosno brida, izražene kao potencije broja 10. Učenici će pritom potencirati broj kojem je baza potencija s bazom 10 tako da zadanu potenciju napišu u obliku umnoška potencije s bazom 10.

Na temelju više primjera i zadataka u kojima se primjenjuje ovakav način rješavanja, učenici dolaze do formule za potenciranje potencije s bazom 10. Tu formulu primjenjuju zapisujući zadane potencije potencija broja 10 u obliku "obične" potencije s bazom 10.

Uvježbavanje potenciranja potencije s bazom 10 započinje nizom zadataka izrađenih u [Geogebri](#), a zatim slijedi blok zadataka u kojima učenici trebaju upisivati eksponente koji nedostaju, uparivati odgovore, istraživati na internetu i zapisivati zadane udaljenosti planeta Zemlje i Sunca u obliku potencija s bazom 10 uz preračunavanje mjernih jedinica za duljinu.

Pomoću video sadržaja učenici doznaju mase planeta Sunčeva sustava. Njihove su mase napisane u obliku višekratnika potencije s bazom 10 s prirodnim eksponentom i međusobno uspoređene.

Završetak

U završnom dijelu jedinice učenici ponavljaju i primjenjuju naučeno rješavajući zadatak o volumenu kvadra.

Dodatni prijedlozi

U skupinama odigrati kviz/memory/bingo koristeći zadatke potenciranja potencije broja 10.

Učenici mogu istražiti potencije broja -10 i uočiti vezu s potencijama broja 10.

Zainteresirani učenici mogu potražiti i pročitati članak Tvrtka Tadića "Jednake znamenke = potencija". U članku će pronaći nekoliko vrlo zanimljivih zadataka. Članak je objavljen u Matki, broj 44 (lipanj 2003.).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici koji žele više mogu pregledati materijale i riješiti zadatke dostupne na mrežnim stranicama [Eduvizije](#).

[Video](#) Antonije Horvatek opisuje računanje s potencijama čija je baza različita od broja 10.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s jezičnim teškoćama, ali i drugim učenicima koji imaju nedostatne jezične sposobnosti, valja najaviti uvodni primjer kao tekst iz povijesti u kojem se pojavljuju strana imena (Arhimed..) te im po potrebi razjasniti nepoznate riječi (npr. demonstrirao, adekvatno...).

Na početku, kako bi učenicima s teškoćama jednostavnije objasnili način potenciranja potencija možete u različite boje obojati potencije.

U 2. e) zadatku možda će biti potrebno pojasniti pojam ekvivalentan učenicima s jezičnim teškoćama.

Dodatna literatura za nastavnike

Preporučujemo pročitati članak Ivica Gusića i Anđelka Marića [Potencije u aritmetičkim nizovima](#) objavljen u časopisu Matka, broj 92 (lipanj 2015.) i materijale dostupne na [poveznici](#).

2.4. Potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s množenjem i dijeljenjem potencija s bazom 10 s prirodnim eksponentima
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz potencije s bazom 10 s prirodnim eksponentima
- u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Zapisati potenciju s bazom 10 i negativnim eksponentom u obliku razlomka i decimalnog broja i obrnuto
- Potencirati broj 10 cjelobrojnim eksponentom
- Primijeniti potencije sa cjelobrojnim eksponentom s bazom 10 pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za **uvod**, nakon ponavljanja postupka dijeljenja potencija s bazom 10, dijelimo potencije s bazom 10 na dva načina. Prvi je način raspisivanjem potencije s bazom 10 u obliku prirodnog broja (dekadske jedinice), a zatim dijeljenjem. U drugom načinu koristimo pravilo za dijeljenje potencija jednakih baza. Izjednačavanjem rješenja prvog i drugog načina zaključujemo kako vrijedi da je 10 na nultu jednako 1.

U nastavku, na dva načina dijelimo potencije broja 10 u slučaju kada je eksponent djeljenika manji od eksponenta djelitelja. Tada je količnik potencija s bazom 10 i s negativnim cjelobrojnim eksponentom. Potencije broja 10 s negativnim eksponentom prikazujemo u obliku razlomka i u decimalnom zapisu.

Slijedi slika s međunarodnim dogovorenim izrazima (prefiksima) za potencije broja 10.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Preporučujemo pogledati video Tonija Miluna o računanju s [potencijama broja 10](#)

te primijeniti naučeno u zadacima koji slijede. (Slijedi niz klasičnih i interaktivnih zadataka u kojima učenici trebaju povezivati i/ili pretvarati različite zapise brojeva: decimalni, razlomački i u obliku potencije s bazom 10 i negativnim eksponentom.)

Video Antonije Horvatek podsjetit će učenike na [pretvaranje mjernih jedinica](#).

O [vezi između kubičnih i litrenih mjernih](#) jedinica pogledajte video Antonije Horvatek.

Pretvarajući mjerne jedinice ukazuje se na primjenu potencija broja 10 s negativnim eksponentom.

Završetak

U završnom dijelu jedinice učenici mogu dodatno uvježbati potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom rješavajući zadatke izrađene u [Geogebri](#).

Učenici koji to žele, mogu utvrditi svoje znanje rješavajući dodatne primjerene zadatke.

Na kraju, pogledajte video koji prikazuje jednu od povijesnih anegdota:

U 17. stoljeću jedan je poljski velikaš, želeći pokazati svoju raskoš, naručio za svoga konja srebrne potkove ukrašene zlatnim zakovicama. Cijena mu se učinila previsoka, pa se kovač ponudio da potkove napravi besplatno, a zauzvrat da za 24 zlatne zakovice velikaš plati sljedeće: za prvu zakovicu 2 novčića, za drugu 4, za treću 8 novčića itd. Za svaku sljedeću zakovicu velikaš je trebao platiti dvostruko višu cijenu od vrijednosti prethodne zakovice. Velikaš je pristao, ali se jako iznenadio kada je kovač rekao ukupnu cijenu.

Izvor povijesne anegdote:

os-sradica-caglin.skole.hr/dokumenti?dm_document_id=76&dm_dnl=1.

Učenici koji žele znati više mogu proširiti svoje spoznaje na potencije s bazom a (pri čemu je a racionalni broj različit od nule).

Na kraju učenici mogu "otkriti tajnu" bakinog kruha.

Dodatni prijedlozi

Odigrati igru memory/križić-kružić/bingo/matematički lanac koristeći zadatke s potencijama baze 10 s cjelobrojnim eksponentom.

Napraviti razredni plakat s prikazom potencija broja 10 s negativnim eksponentom u razlomakom i decimalnom zapisu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele više, preporučujemo: video [Tonija Miluna](#) te video [Antonije Horvatek](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

I u ovoj jedinici učenicima s teškoćama možemo pomoći u razumijevanju gradiva koristeći boje. Primjerice, u zadacima u zapisivanju broja 10 s negativnom potencijom u decimalnom zapisu možemo u boji označiti znamenke decimalnog broja ($10^{-4} = 0.0001$).

Možda će biti potrebno podsjetiti učenike na pretvorbu mjernih jedinica, primjerice pretvaranje kilograma u grame i slično.

Dodatna literatura za nastavnike

Preporučujemo članak Zvonimira Šikića "O racionalnosti potencija" objavljen u časopisu Poučak, broj 1 (siječanj 2000.), materijale dostupne na [poveznici](#), kao i materijale dostupne na stranicama [Khan Academy](#).

2.5. Zbrajanje i oduzimanje potencija s bazom 10



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kvadriranjem racionalnih brojeva
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Zbrojiti potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom
- Oduzeti potencije s bazom 10 cjelobrojnim eksponentom
- Primijeniti pravilni redoslijed računskih radnji u izrazima s potencijama s bazom 10
- Primijeniti zbrajanje i oduzimanje potencija pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti

- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabrana zanimljivost o broju gugol. Učenicima možete ponuditi da pročitaju nešto više o matematičaru [Edwardu Kasneru](#) (na engleskom jeziku) te pogledati zgradu sjedišta [kompanije Google](#) na karti kao i različite fotografije koje prikazuju vanjski dio, ali i unutrašnjost zgrade.

Također, učenicima će možda biti zanimljivo pogledati snimku pitanja za 1 000 000 funti s kviza [Tko želi biti milijunaš?](#) u kojem se traži naziv broja koji u svom zapisu ima znamenku 1 koju slijedi sto nula. Pobjednik Charles Ingram naknadno je optužen i osuđen radi varanja na tome kvizu. Njegova supruga i prijatelj kašljanjem su mu pomagali odabrati točne odgovore.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Brojevi, brojevi, brojevi

Nakon uvodne zanimljivosti, učenici trebaju napisati broj koji je tri puta veći od gugola kako bi počeli raditi s brojevima koji su zapisani kao umnožak cijelog broja i potencije broja 10. Na nekoliko se konkretnih primjera broj zapisuje kao umnožak cijelog broja i potencije broja 10, a zatim se naučeno primjenjuje pri pretvaranju mjernih jedinica.

Zbrajanje i oduzimanje potencija s bazom 10 (s istim eksponentima)

Zanimljivost vezana uz Rhindov papirus učenike uvodi u zbrajanje potencija s bazom 10. Učenicima možete preporučiti da istraže dodatne zanimljivosti o Rhindovu papirusu, ali i staroegipatskoj matematici u diplomskom radu Jadranke Zebić (2014): [Matematika prije Pitagore](#).

Sadržaj vezan za zbrajanje algebarskih izraza povezan je s opsegom geometrijskih likova te nekoliko primjera iz stvarnog života u kojima se trebaju zbrojiti ili oduzeti algebarski izrazi. Zatim se došlo do pravila: zbrajanje i oduzimanje potencija s bazom 10.

Slijedi primjer zbrajanja potencija broja 10 s istim eksponentima, tri zadatka u kojima se uvježbava postupak zbrajanja i oduzimanja potencija broja 10 te primjer iz svakodnevnog života.

Učenici mogu provjeriti svoju vještinu zbrajanja i oduzimanja potencija broja 10 s istim eksponentima pomoću kratkog kviza.

Zbrajanje i oduzimanje potencija s bazom 10 (s različitim eksponentima)

Pomoću video sadržaja učenici povezuju zbrajanje potencija s bazom 10 s mjesnim vrijednostima broja. Slijedi primjer u kojem učenici pretvaraju takve brojeve u decimalni zapis pa ih zbrajaju, nakon čega slijede primjeri zbrajanja i oduzimanja u kojima se izlučuje zajednički faktor. Dolazi se do pravila zbrajanja i oduzimanja potencija broja 10.

Pravilo se uvježbava dvama dodatnim zadacima.

Završetak

U završnom dijelu jedinice učenici mogu dodatno uvježbati zbrajanje i oduzimanje potencija broja 10 ili provjeriti svoje znanje pomoću [slagalice](#) i [beskonačne zbirke](#) zadataka u GeoGebri.

Dodatni prijedlozi

Učenicima se može zadati da u aplikaciji [LearnigApps](#) izrade kviz (Matching pairs) u kojem se spaja zadatak zbrajanja i oduzimanja potencija s bazom 10 s odgovarajućim rješenjem. Učenici mogu isprobati i odigrati kvizove koje su izradili njihovi kolege.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima se može preporučiti da istraže kako se zbrajaju i oduzimaju različiti algebarski izrazi s [potencijama](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenici mogu pogledati video sadržaj [Eduvizije](#) (video 5) te riješiti peti zadatak kako bi dodatno uvježbali zbrajanje i oduzimanje potencija s bazom 10.

Učenicima s jezičnim teškoćama, ali i drugim učenicima koji imaju nedostatne jezične sposobnosti, valja najaviti uvodni primjer kao tekst sa zanimljivostima u kojem se pojavljuju strana imena (Gugol, Milton Sirrota..) te im po potrebi razjasniti nepoznate riječi (npr. Pretraživač, domena).

I u ovoj jedinici možemo pomoći u razumijevanju gradiva korištenjem boja. U 1. zadatku možemo ovako označiti broj stanovnika Zemlje:

$$7\,500\,000\,000 = 75 * 10 * 10 * 10 * 10 * 10 * 10 * 10 * 10$$

Možda će biti potrebno podsjetiti učenike na pretvorbu mjernih jedinica, primjerice pretvaranje kilograma u grame i slično.

Dodatna literatura za nastavnike

U prezentaciji [Hrvatski jezik i matematika u razrednoj nastavi](#) doc. dr. sc. Lidije Cvikić i dr. sc. Dubravke Glasnović Gracin s Učiteljskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu možete pročitati nešto o jeziku u nastavi matematike, a svakako je zanimljiv dio o pisanju višeznamenkastih brojeva riječima, pisanju velikih brojeva brojkama te čitanju brojeva.

A za malo humora pogledajte [matematički vic](#) (na engleskom jeziku).

2.6. Znanstveni zapis



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kvadriranjem racionalnih brojeva
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Pretvarati broj zapisan u decimalnom zapisu u broj zapisan u znanstvenom zapisu i obrnuto
- Računati s brojevima zapisanim u znanstvenom zapisu
- Primijeniti znanstveni zapis broja pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom dijelu potrebno je napisati zadani tekst pomoću što više skraćenica, ali tako da poruka ostane razumljiva i jasna te potpuno jednaka izvornoj poruci. Nakon toga, potrebno je naglas pročitati vrlo velike i vrlo male brojeve. Kao pomoć, dana je tablica s nazivima velikih brojeva. Nakon što učenici uvide da je neke brojeve nepraktično čitati, ali i zapisivati, uvodi se znanstveni zapis broja. Kao što je u pismu prepisanom pomoću skraćenica bilo važno da poruka ostane razumljiva i jedinstvena, tako i znanstveni prikaz broja mora biti jedinstven te stoga i jasno određen.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Znanstveni zapis broja

U ovome se dijelu definira znanstveni zapis te se prikazuje i način zapisivanja brojeva u kojem se rabi znak X.

Pomoću GeoGebrinog appleta ponavlja se kako se potencije broja 10 pišu u [decimalnom zapisu](#).

Slijede primjeri prikazivanja brojeva u decimalnom zapisu te dva zadatka. Pretvaranje brojeva iz znanstvenog u decimalni zapis dodatno se može uvježbati pomoću [GeoGebrinog appleta](#).

Nakon toga učenici pomoću GeoGebrinog appleta pretvaraju brojeve iz decimalnog zapisa u znanstveni te pokušavaju uočiti pravilnosti. Treba komentirati eksponente koje u znanstvenom zapisu imaju brojevi veći od 10, brojevi veći od 1, a manji od 10 te brojevi čija je apsolutna vrijednost manja od 1. Slijede primjeri pretvaranja brojeva iz decimalnog u znanstveni zapis. Naučeno se može uvježbati i provjeriti pomoću [GeoGebrinog appleta](#).

Pokazuje se i primjer pretvaranja broja, koji je zapisan kao umnožak racionalnog broja i potencije broja 10 i koji nije u znanstvenom zapisu, u znanstveni zapis. Za vježbu je dan GeoGebrin applet s [pozitivnim](#) te applet s [negativnim](#) eksponentima, a zatim jedan koji objedinjuje sve naučeno, tj. s [cjelobrojnim](#) eksponentima.

Slijedi kratko samovrednovanje.

Mješoviti zadatci sa znanstvenim zapisom dostupni su na GeoGebrinom appletu (potrebno je zapisati broj u decimalnom zapisu, koeficijent ili eksponent koji nedostaje u znanstvenom zapisu).

Zbrajanje i oduzimanje brojeva zapisanih u znanstvenom zapisu

Zbrajanje i oduzimanje brojeva zapisanih u znanstvenom zapisu uvodi se preko zadatka s površinama Atlantskog, Indijskog i Tihog oceana. Dolazi se do zaključka da brojeve zapisane u znanstvenom zapisu zbrajamo ili oduzimamo tako da izlučimo zajedničku potenciju broja 10 te zbrojimo ili oduzmemo brojeve koji množe zajedničku potenciju broja 10.

Pri zbrajanju i oduzimanju brojeva u znanstvenom zapisu s negativnim eksponentom primjer je riješen na dva načina, jedan izlučivanjem manje, a drugi veće potencije. Slijede četiri zadatka za uvježbavanje zbrajanja i oduzimanja brojeva zapisanih u znanstvenom zapisu, a zatim GeoGebrini applet. U prvome appletu zbrajaju se i oduzimaju brojevi koji u sebi sadrže potencije s **jednakim eksponentima**, a u **drugome** i trećem s **različitim eksponentima**.

Množenje brojeva zapisanih u znanstvenom zapisu

Množenje brojeva zapisanih u znanstvenom zapisu uvodi se udaljenošću galaksije od Zemlje u kilometrima, a zadana je svjetlosna godina i udaljenost galaksije od Zemlje izražena u svjetlosnim godinama. Slijedi primjer, a zatim i applet za uvježbavanje **množenja**. Važno je naglasiti da se rješenja zaokružuju na dvije decimale.

Dijeljenje brojeva zapisanih u znanstvenom zapisu

Dijeljenje brojeva zapisanih u znanstvenom zapisu uvodi se zadatkom u kojem se treba odrediti koliko vremena svjetlost putuje od Sunca do Zemlje. Slijedi primjer, a zatim i applet za **uvježbavanje**. Važno je naglasiti da se rješenja zaokružuju na dvije decimale.

U video sadržaju pobliže se objašnjava postupak dijeljenja brojeva zapisanih u znanstvenom zapisu.

Računanje u znanstvenom zapisu dodatno se uvježbava različitim zadacima iz kemije i fizike.

Završetak

U završnom su dijelu dane dvije interakcije. U prvoj se ponavlja pretvorba iz znanstvenog u decimalni zapis i obrnuto igrom memorije, a u drugoj se slaže slagalica u kojoj se treba izračunati neki brojevni izraz s brojevima koji su zapisani u znanstvenom zapisu te spojiti s odgovarajućim rješenjem.

Dodatni prijedlozi

Kao uvod u znanstveni zapis moguće je pokazati **Video 1** i **Video 2** (na engleskom jeziku).

Scenarij poučavanja nastao u sklopu projekta eškole "Čemu znanstveni zapis?" dostupan je na linku.

Učenicima je moguće za vježbu zadati da odaberu deset različitih podataka dostupnih na Worldometers stranicama te da ih zapišu u znanstvenom zapisu.

Za uvježbavanje znanstvenog zapisa dostupne su i dvije igre na engleskom jeziku (memorije) i kviz.

Moguće je provesti i projekt (na engleskom jeziku) "Koliko je zvijezda u Svemiru?".

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Moguće je pogledati video sadržaj o sigurnim znamenkama.

Također, može se provesti i predloženi projekt u kojem je potrebno izraditi kratku prezentaciju o odabranom planetu te pronađene podatke prikazati u znanstvenom zapisu.

Na različitim se portalima može pronaći tvrdnja da je masa svih mrava na svijetu veća od mase svih ljudi. Pomoću danih podataka moguće je provjeriti ima li ta tvrdnja smisla ili ne.

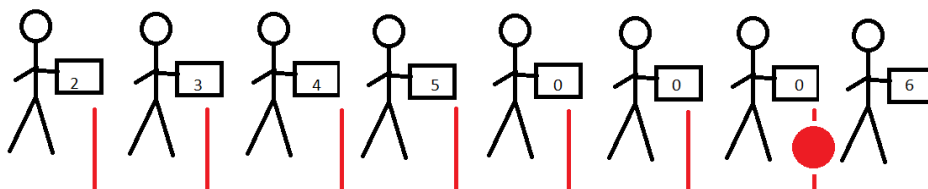
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima je moguće pokazati kako se u znanstvenom zapisu radi na džepnom računalu te dozvoliti računanje uz pomoć džepnog računala. Neka džepna računala mogu pretvarati brojeve zapisane u znanstvenom zapisu u decimalni i obrnuto. Prema potrebi, pokazati učenicima kako se to radi.

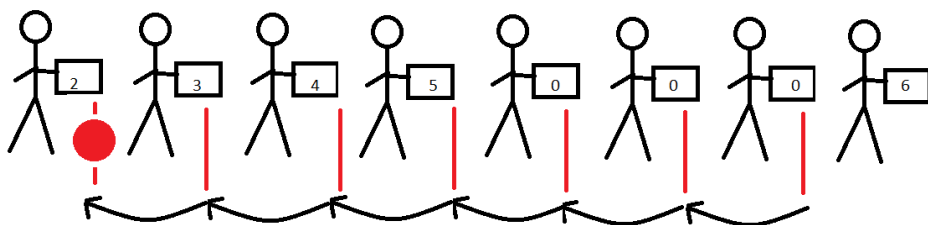
Dodatni tutorijali dostupni su na mrežnim stranicama [Eduvizije](#).

Pretvaranje u znanstveni zapis moguće je i prikazati fizički. Na podu ljepljivom trakom unaprijed pripremiti "mjesne vrijednosti". Na pod stavljamo loptu te komentiramo koju mjesnu vrijednost ima koje mjesto. Zatim učenicima kažemo da će prikazati broj, a zatim ga pretvoriti u znanstveni zapis.

Npr. broj 2345000.6 želimo prikazati u decimalnom, a zatim ga pretvoriti u znanstveni zapis. Izradimo kartice na kojima su napisane znamenke 2, 3, 4, 5, 0, 0, 0 i 6. Svaki učenik u ruku uzima jednu karticu. Lopta predstavlja decimalnu točku.



Učenici zatim "pomiču" decimalnu točku (dodaju loptu jedno drugome) dok se decimalna točka ne nalazi iza prve znamenke koja je različita od nule, tj. znamenke 2.



Kako bismo pomaknuli decimalnu točku do odgovarajuće pozicije, šest smo puta pomaknuli decimalnu točku (dodali loptu). Znanstveni je zapis broja 2345000.6, stoga je $2.3450006 \cdot 10^6$.

Možda će biti potrebno podsjetiti učenike na simbole kemijskih elemenata iz Zadataka 12., 13. i 14.

Dodatna literatura za nastavnike

Zagrebački Sunčev sustav može poslužiti kao ideja za projekt. Pročitajte više na [linku](#). Više o prvoj takvoj instalaciji postavljenoj u SAD-u možete pronaći na [linku](#).

Na stranicama NASA-e (na engleskom jeziku) možete pronaći različite zadatke za [zbrajanje i oduzimanje](#) brojeva u znanstvenom zapisu, [množenje i dijeljenje](#) brojeva u znanstvenom zapisu, [primjenu](#) znanstvenog zapisa te [proširivanje znanja](#).

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s množenjem i dijeljenjem potencija s bazom 10 s prirodnim eksponentima
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz potencije s bazom 10 s prirodnim eksponentima
- u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Potencirati broj 10 prirodnim eksponentom
- Potencirati broj 10 cjelobrojnim eksponentom
- Računati s potencijama s bazom 10
- Zapisati umnožak u obliku potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom i obrnuto
- Primijeniti potenciju s bazom 10 pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj sati: **1 sat**

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadatci i primjeri koji omogućavaju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijских sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Uvod i motivacija

Za početak, predviđeni su zadatci za ponavljanje i utvrđivanje cjelokupnog gradiva o potencijama broja 10 te njihovoj primjeni u realnom kontekstu.

Među zadacima je interakcija visoke razine u kojoj učenici trebaju riješiti devet zadataka primjenjujući znanje o računanju s potencijama i pridružiti dobiveno rješenje zadatka jednom od ponuđenih slova. Pravilnom kombinacijom slova učenici će dobiti ime poznatog grčkog matematičara i njegovu još poznatiju izreku.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Nastavak nudi više podtema koje se mogu ponuditi učenicima kao nadogradnja redovnog gradiva. To su:

- potencije broja 2 (uključujući i binarni brojevni sustav)
- potencije broja 3
- potenciranje negativnih brojeva
- formati papira
- potencije i djeljivost prirodnih brojeva
- prebrojavanje.

Svaka od ovih podtema može se razmatrati neovisno o ostalima, uglavnom su namijenjene učenicima koji žele znati više te može poslužiti kao podloga za samostalni ili suradnički rad u skupinama.

Uz temu o potencijama broja 2 pripremljena je 2D animacija posvećena izumitelju šaha Sisi Ben Dahiru i mladom kralju Šahramu.

Uz temu o potencijama broja 3 pripremljena je 2D animacija u kojoj djevojčica Zlata ima 100 pikula i 4 kutijice. Zlata razvrstava pikule tako da u prvu kutijicu stavi 3 pikule, a u svaku sljedeću kutijicu tri puta više nego u prethodnu. Pitanje glasi: Ima li Zlata dovoljno pikula da prema zadanom pravilu napuni sve 4 kutijice?

Aktivnosti za učenike koji žele znati više

Osim navedenoga, učenici koji žele više, mogu na poveznici

<https://sites.google.com/site/matkazamatkace/8-razred/kvadriranje-i-korjenovanje/potencije-s-bazom-10> pogledati i riješiti zadatke:

množenje potencija jednakih eksponenata

dijeljenje potencija jednakih eksponenata.

A na poveznici:

<https://www.youtube.com/watch?v=6vQcrg8pkEk> zaroniti u "Svijet matematike" Antonije Horvatek.

Aktivnost za samostalan rad

Za samostalno učenje preporučujemo i sljedeće aktivnosti.

Na poveznici:

<https://sites.google.com/site/matkazamatkace/8-razred/kvadriranje-i-korjenovanje/potencije-s-bazom-10>

- pogledajte video materijale Tonija Miluna "Potencije s bazom 10" i s njim riješite ponuđene zadatke
- pogledajte video materijale Antonije Horvatek:

"Množenje potencija broja 10"

"Dijeljenje potencija broja 10"

"Zbrajanje i oduzimanje potencija broja 10" i s njom riješite ponuđene zadatke.

Kratki podsjetnik na naučeno dostupan je na [poveznici 1](#) i [poveznici 2](#).

Završetak

Predložimo riješiti simpatične zadatke o potencijama koji "vuku" iz Rhindova papirusa.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Sugestije za daljnje istraživanje - ideje za suradničko učenje

Film o potencijama broja 10 možete pogledati na poveznici:

<https://www.youtube.com/watch?v=jfSNxVqprvM>.

U filmu se prikazuje što vidimo kada Zemlju gledamo s visine od 1 metra (10^0 m), a zatim se kamera počne udaljavati pa imamo pogled s 10^1 , 10^2 itd. do 10^{24} metara. Nakon toga se

ponovno vraćamo na početak, na visinu 10^0 metara, a zatim krećemo prema objektu snimanja (ruci čovjeka) pa imamo pogled s udaljenosti 10^{-1} , 10^{-2} itd. do 10^{-15} metara.

Nacrtaj kvadrat i podijeli ga na 36 manjih jednakih kvadratića. Na prvi kvadratić stavi jednu kunu, na drugi dvije kune, na treći četiri kune i tako na svaki sljedeći dvostruko više.

Koliko kuna treba staviti na 36. kvadratić?

Interaktivna aplikacija koja prikazuje "stvari" različitih veličina, od mikroskopskih do makroskopskih

<http://www.htwins.net/scale2/>

By Cary Huang, Technical support Michael Huang

Poveznica:

<http://www.antonija-horvatek.from.hr/8-razred-matematika.htm#1-KvadrKorjPotenc.>

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala ili sadržaja. Prilagodbe valja odabirati temeljem specifičnih obilježja učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- – ponoviti ili pojednostavniti upute
- – jezično prilagoditi složenije zadatke
- – koristiti se vizualnom podrškom: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisak
- – razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- – povećati razmak između redova
- – formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- – omogućiti uporabu džepnog računala
- – voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta u odnosu na specifičnosti učenika
- – omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- – koristiti se različitim alatima koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama rabi asistivnu tehnologiju, valja je integrirati i u aktivnosti za slobodno učenje.

Pojedini se postupci primjenjuju kod određene skupine učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama:

- – povezati zadatke sa specifičnim interesima učenika u cilju osiguravanja motiviranosti, najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)
- – smanjiti zahtjeve za pisanjem ili prepisivanjem s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenutcima zasićenosti, uporaba podsjetnika (poremećaj pažnje)
- – upotrijebiti font *sans serif* (ili *Verdana, Dyslexiu*), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno kod dodatnih materijala (specifične teškoće učenja)
- – osigurati češće pauze tijekom rada, povezivati sadržaje s primjerima iz svakodnevnog života (intelektualne teškoće)
- – usmeno prezentirati zadatak, omogućiti uporabu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- – ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu na izvor zvuka (oštećenje sluha)

U osmišljavanju prilagodbi uvijek treba raditi timski i kontinuirano surađivati sa stručnim timom škole, asistentom i roditeljima. Kod svih je učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama važno osigurati njihovo aktivno sudjelovanje tijekom aktivnosti za slobodno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u grupama gdje će učenik imati priliku surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima grupe).

Dodatna literatura za nastavnike

Zanimljivi su primjeri dostupni na poveznici u e-izdanju knjige *Power Play* (na engleskom jeziku) čiji je autor Edward J. Barbeau. Oni koji žele pripremiti učenike za natjecanje, u članku Tvrtka Tadića "Jednake znamenke = potencija" pronaći će nekoliko vrlo zanimljivih zadataka. Članak je objavljen u *Matki*, broj 44 (lipanj 2003.).

Na stranicama NASA-a (na engleskom jeziku) možete pronaći ideje za [projekte, dodatnu nastavu i proširivanje znanja](#).

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s množenjem i dijeljenjem potencija s bazom 10 s prirodnim eksponentima
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz potencije s bazom 10 s prirodnim eksponentima
- u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Potencirati broj 10 prirodnim eksponentom
- Potencirati broj 10 cjelobrojnim eksponentom
- Izračunati vrijednost izraza s potencijama s bazom 10
- Zapisati umnožak u obliku potencije s bazom 10 i cjelobrojnim eksponentom i obrnuto
- Primijeniti potenciju s bazom 10 pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula 2. Potencije s bazom 10 osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja i vještina s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informaciju koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha je ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukciju, primjenu i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 8. razred osnovne škole

Modul 3: Drugi korijen

Priručnik za nastavnike

Modul 3: Drugi korijen

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Usvajanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Procijeniti cjelobrojni dio vrijednosti drugoga korijena
- Izračunati i približno odrediti drugi korijen koristeći se džepnim računalom
- Izračunati vrijednost izraza s korijenima
- Djelomično korjenovati
- Racionalizirati nazivnik
- Pojednostaviti izraz s korijenima, množenjem/dijeljenjem, zbrajanjem/oduzimanjem i djelomičnim korjenovanjem, racionaliziranjem nazivnika
- Riješiti kvadratnu jednadžbu oblika $x^2 = a$, $a \in \mathbb{Q}$
- Primijeniti drugi korijen pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

U ovom modulu učenici 8. razreda primjenjuju znanja i vještine računanja s drugim korijenom.

Modul započinje upoznavanjem pojma drugog korijena i njegovom izravnom vezom s kvadratom broja. U nastavku učenici zbrajaju i oduzimaju korijene istih radikanda te množe i dijele korijene. Djelomično korjenovanje i racionalizacija nazivnika zaokružuju fazu u kojoj učenici računaju korijenima općenito. U raznim zadacima primjene učenici imaju priliku primijeniti svoja znanja pri postavljanju zadatka koristeći korijene, a vještinom računanja i njegovo rješavanje. Učenje novih znanja vezanih za drugi korijen završava s kvadratnom jednadžbom koja će nadalje biti neophodan dio postavljanja i rješavanja svakog, pa čak i najjednostavnijeg zadatka.

Pred učenicima su novi koncepti koji se pojašnjavaju animacijskim prikazima i geometrijskim i algebarskim tumačenjima.

U modulu je ravnopravno zastupljeno stjecanje vještina baratanja računskim i algebarskim izrazima, prepoznavanje i uzajamno povezivanje geometrijskih koncepata s algebarskim izrazima, kao i primjena stečenih znanja.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete koristiti na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete koristiti kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dileme.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskog i suradničkog rada učenika, pri čemu možete pripremljene sadržaje koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice Yammer društvenoj mreži, Teams okruženju za timove ili OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici.

Uz svaku je jedinicu u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavnu uporabu s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

GeoGebra

Geogebra je računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorena koda, dostupan na hrvatskom jeziku na www.geogebra.org.

Više o GeoGebri pročitajte na: <https://e-laboratorij.carnet.hr/>.

LearningApps

LearningApps je jednostavno sučelje za izradu različitih interaktivnih sadržaja kao što su kvizovi i igrice uparivanja. Dostupno je na poveznici <https://learningapps.org/createApp.php>.

Polynomials Calculator

Ovo je *online* kalkulator koji se, između ostalog, može iskoristiti za računanje s algebarskim izrazima. Dostupan je na poveznici [Polynomials Calculator](#).

Algebarsko računalo

<https://www.mathway.com/ProblemWidget.aspx?subject=Algebra&affiliateid=affil18092>

Kahoot

Ovo je aplikacija koja omogućava kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah po završetku kviza. Kahoot je besplatan za korištenje. Sadrži veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i koristiti, preraditi ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.

Više o Kahootu pročitajte na linku [e-laboratorij](#).

Sway

[Sway](#) je *online* alat za izradu, organizaciju i dijeljenje sadržaja u obliku interaktivne mrežne stranice; svojevrsni hibrid između prezentacije i klasične mrežne stranice. Pomoću Swaya možete napraviti prezentacije, interaktivne sadržaje, izvještaje, fotoalbume, radne materijale za nastavu i slično. Izrada i organizacija sadržaja pojednostavljena je korištenjem gotovih predložaka rasporeda i dizajna.

Više o Swayu pročitajte u [CARNETOVOM e-laboratoriju](#) ili na stranici [Početak rada s aplikacijom Sway](#).

Office Mix

[Office Mix](#) je besplatan dodatak za Microsoft PowerPoint koji omogućava dodavanje interaktivnih sadržaja u prezentacije. Uz pomoć Office Mixa u prezentaciju možete umetnuti ankete, kvizove, interaktivne simulacije, kao što su GeoGebra i Phet, snimanje zvuka, videa te označavanje na slajdovima. Tako napravljene prezentacije ostaju interaktivne i nakon objave u [Office Mix galeriji](#) pa se mogu koristiti i za formativno praćenje.

Više o Office Mixu možete pročitati na stranicama o njegovoj primjeni u obrazovanju [Office Mix forteachers](#).

Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
3.	Drugi korijen	17 + 1
	3.1. Pojam drugog korijena	2
	3.2. Zbrajanje i oduzimanje korijena	2
	3.3. Množenje i dijeljenje korijena	2
	3.4. Djelomično korjenovanje	3
	3.5. Računanje s korijenima	3
	3.6. Racionalizacija nazivnika	3
	3.7. Kvadratna jednadžba	2
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

3.1. Pojam drugog korijena



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kvadriranjem racionalnih brojeva
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Izračunati drugi korijen kvadrata prirodnih brojeva do 20 napamet
- Procijeniti cjelobrojni dio vrijednosti drugog korijena
- Približno odrediti vrijednost drugog korijena pozitivnog racionalnog broja koristeći se džepnim računalom
- Izračunati vrijednost drugog korijena pozitivnog racionalnog broja koristeći se džepnim računalom
- Primijeniti drugi korijen pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom dijelu dana je slika nalik na rad Pieta [Mondriana](#). Potrebno je odrediti duljinu stranice svakog kvadrata ako je zadana njegova površina. Učenici kojima je to potrebno, mogu, kako bi im bilo lakše, koristiti applet u GeoGebri. Nakon što popune tablicu u kojoj je svakoj površini kvadrata sa slike iz prethodnog zadatka pridružena duljina njegove stranice, učenici će razmisliti o tome postoji li još neki broj koji pomnožen sa samim sobom daje, primjerice, broj 144. Važan je zaključak da -12 pomnožen sa samim sobom daje 144, no duljina stranice ne može biti negativni broj.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Drugi korijen

U nastavku slijedi kratka interakcija u kojoj učenici trebaju pogoditi pravilo robota te se uvodi korjenovanje kao računski operacija suprotna kvadriranju.

Slijedi niz primjera u kojima se napamet određuje vrijednost drugog korijena. Također, razmatra se mogućnost korjenovanja negativnog broja te može li vrijednost drugog korijena biti negativna.

Učenici mogu uvježbati određivanje drugog korijena kvadrata brojeva do 12 tako da zadane korijene postavite na odgovarajuće mjesto na satu, a zatim pomoću GeoGebrina appleta mogu provjeriti svoju vještinu određivanja drugog korijena kvadrata brojeva do 20.

Slijede primjeri u kojem se korjenuju brojevi koji se mogu zapisati kao umnošci kvadrata brojeva i potencija broja 10 s parnim eksponentom.

U interakciji povezivanja parova učenici mogu provjeriti svoje vještine korjenovanja prije nego krenu na nešto složenije primjere (primjere 5., 6. i 7.).

Određivanje drugog korijena broja pomoću džepnog računala

Slijedi prikaz određivanja drugog korijena pomoću znanstvenog džepnog računala te nekoliko zanimljivosti o korjenovanju.

Povežimo naučeno

U zadatcima 7. i 8. učenici se mogu malo poigrati određivanjem nepoznate znamenke pod korijenom.

U devetom zadatku učenici trebaju procijeniti između koja se dva uzastopna cijela broja nalazi dani korijen, a zatim, ako im je potrebna dodatna vježba, mogu vježbati zadatke iz beskonačne zbirke u GeoGebri.

U desetom zadatku učenici procjenjuju cjelobrojni dio vrijednosti drugog korijena, a zatim u 11. zadatku dopunjavaju broj pod korijenom odgovarajućom znamenkom.

Cilj je interakcije koja slijedi zaključiti da, što je veći broj pod korijenom, to je veća vrijednost drugog korijena danih brojeva.

Interakcija s brojevnim pravcem od učenika zahtijeva da procjenjuju vrijednost drugog korijena i namijenjena je učenicima koji žele više.

Jedinica završava s nekoliko zadataka korelacije s matematičkim sadržajem vezanim za opseg i površinu kruga.

Završetak

U završnom je dijelu dan videosadržaj koji pokazuje kako se može napamet odrediti drugi korijen kvadrata prirodnih brojeva manjih od 100.

Dodatni prijedlozi

Scenarij poučavanja *Korijen problema* nastao u sklopu projekta eŠkole i dostupan je na [poveznici](#), a scenarij *Formati papira* na [poveznici](#).

[Video](#) Tonija Miluna *Drugi korijen* može učenicima služiti kao pomoć pri samostalnom učenju.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici mogu posvetiti više pažnje procjeni vrijednosti drugog korijena pomoću [igre Procjena vrijednosti drugog korijena](#) na engleskom jeziku.

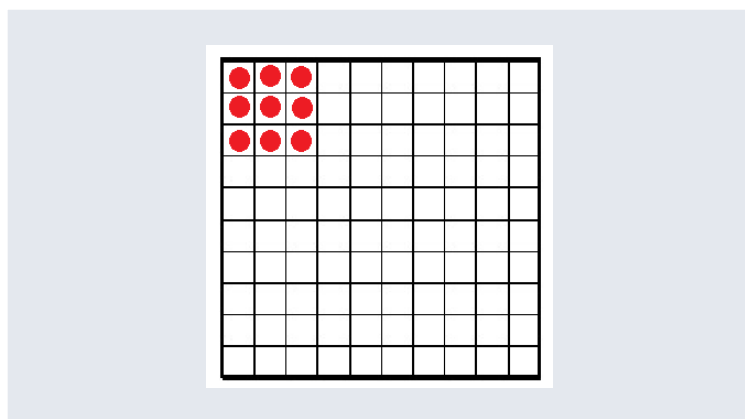
U članku Petra Mladinića u rubrici [Matemagičar](#), objavljenog u Matki broj 98, učenici mogu pročitati više o računanju vrijednosti drugog korijena.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju ili učenicima sa specifičnim teškoćama učenja, valja imati na umu da učenici s teškoćama čine heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi treba temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika. Opće smjernice o prilagodbi okruženja, materijala i slično, za svaku su podskupinu učenika u razvoju i učenika sa specifičnim teškoćama učenja prikazane u početnim jedinicama svakog modula.

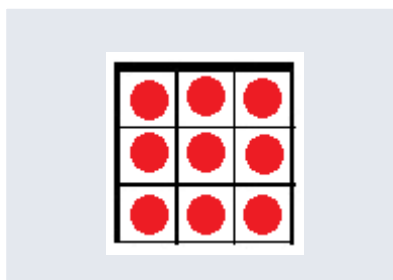
Uoči ove nastavne jedinice preporučuje se učenicima s teškoćama savjetovati da ponove načine izračuna površine kvadrata te pravilo pridruživanja.

U uvodnom se dijelu učenicima može ispisati tablica s 10 x 10 kvadratića te dati, npr. jednaki gumbići ili zrnca graha. Učenici trebaju na mrežu kvadrata složiti od konkretnih materijala kvadrat zadane površine, a potom odrediti duljinu stranice kvadrata (drugi korijen).

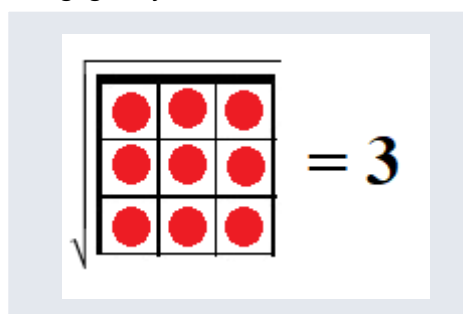


(Izrađen je kvadrat površine 9 a duljina je njegove stranice 3. Vrijednost drugog korijena od 9 je 3.)

Također, učenici mogu u početku dobiti ispisane kvadratiće poput



te zapisivati vrijednost drugog korijena na ovakav način:



Učenici, kojima je to potrebno, mogu u početku koristiti tablicu korijena kvadrata brojeva do 20 te tijekom rada, ako je moguće, smanjiti njezinu upotrebu. Moguće je ispisati i [podsjetnik](#).

U ovoj jedinici treba uzeti u obzir da bi učenici sa specifičnim teškoćama učenja mogli imati teškoća s dosjećanjem naziva radikand i vrijednost drugog korijena te ne treba inzistirati na upotrebi točnih naziva. Također, nepoznata riječ, čije bi značenje trebalo dodatno objasniti, mogla bi biti "nenegativan".

Prilikom gledanja prvog videozapisa, on se može zaustaviti kako bi se učenicima objasnilo pravilo pridruživanja koje je primijenjeno u svakom primjeru. Potrebno je ispisati svaki primjer kako bi učenicima jasnije objasnili prikazana pravila pridruživanja.

Učenici s diskalkulijom trebat će pomoć pri rješavanju 8. i 9. zadatka davanjem detaljnije upute ili ih pri rješavanju zadataka upariti s učenikom bez teškoća.

U 10. zadatku potrebno je dati detaljniju uputu o načinu na koji se treba riješiti zadatak.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć u zadacima 4., 6., 10. i 12. te, prema potrebi, smanjiti broj zadataka koje učenik treba riješiti.

Dodatni su tutorijali dostupni na mrežnim stranicama [Eduvizije](#) (video 1., zadatak 1.).

Moguće je odigrati igru memorije s drugim korijenom (stranica na engleskom jeziku) ili [igru](#) u kojoj se učenicima može dozvoliti upotreba džepnog računala.

Dodatna literatura za nastavnike

Možda će vas zanimati članak Sanje Varošaneć, "[Neke metode približnog korjenovanja](#)".

3.2. Zbrajanje i oduzimanje korijena



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kvadriranjem racionalnih brojeva
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Zbrojiti i oduzeti korijene s istim radikandima
- Primijeniti zbrajanje i oduzimanje korijena pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom dijelu predstavljen je motivacijski zadatak u kojem treba odrediti opseg ograde koja će se postaviti oko cvjetnjaka. U ovom se dijelu zadatak može samo predstaviti učenicima, a onda se može zajednički riješiti nakon što učenici otkriju postupak zbrajanja korijena pomoću primjera 1. te zadataka 1. i 2.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Zbrajanje korijena

Alternativno, učenicima se može dati da pokušaju otkriti svoju strategiju rješavanja uvodnog zadatka te da izvrše eventualne korekcije svojeg rješenja nakon što se riješi primjer 1. te zadatci 1. i 2.

Oduzimanje korijena

Slijedi Primjer 2. i zadatci 3. i 4. u kojima se otkrivaju postupci oduzimanja korijena i dolazi do zaključka da zbrajati i oduzimati možemo samo korijene jednakih radikanda.

Zbrajanje i oduzimanje korijena

Slijedi interakcija razvrstavanja koja pomaže pamćenju pojmova koeficijent i radikand. Pomoću Primjera 3 i zadatka 5. učenici uvježbavaju postupak zbrajanja i oduzimanja korijena. Postupak se može dodatno uvježbati pomoću beskonačne zbirke izrađene u GeoGebri.

Slijede zanimljivost i zadatak vezan za Dan drugog korijena kao neobavezni sadržaj.

Videosadržaj se osvrće na grešku koju poneki učenici rade pri korjenovanju mješovitog broja te podsjeća učenike da zapis $4 \frac{25}{36}$ zapravo znači $4 + \frac{25}{36}$.

Zadatak 7. i interakcija uparivanja namijenjene su uvježbavanju postupka zbrajanja i oduzimanja korijena u izrazima sa zagradama.

Primjeri 4. i 5. povezuju drugi korijen sa situacijom određivanja opsega kvadrata i kruga u svakodnevnom kontekstu.

U kutku za znatiželjne mogu, oni koji žele više, riješiti zadatak sa slobodnim padom.

Slijedi zadatak 9. u kojem se izlučuje zajednički faktor te zadatak 10. primjene. Važno je naglasiti da u desetom zadatku nećemo računati površine jer se svaki kvadrat mora izrezati iz točno jednog dijela.

Završetak

U završnom je dijelu dana mogućnost procjene usvojenosti sadržaja iz ove cjeline.

Dodatni prijedlozi

Scenarij poučavanja *Korijen problema* nastao u sklopu projekta eškole i dostupan je na [linku](#), a scenarij *Formati papira* na [linku](#).

Ako želite, možete izraditi kartice za igru lanac brojeva. Na prvog se kartici napiše npr.:

Ja imam

$$4\sqrt{5} + 2\sqrt{7}$$

Tko ima

$$6\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + \sqrt{2}$$

Na drugoj kartici zatim piše:

Ja imam

$$11\sqrt{3} + \sqrt{2}$$

Tko ima

$$1.4\sqrt{11} - 2(\sqrt{11} - \sqrt{3}) - 5\sqrt{3}$$

Lanac se nastavlja na isti način dok svi učenici nisu barem jednom bili na redu te dok se nije zatvorio krug. Rješenje na zadnjoj kartici treba biti:

$$4\sqrt{5} + 2\sqrt{7}$$

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima se mogu zadati zadatci otvorenog tipa u kojima učenici trebaju odrediti što više različitih rješenja koja mogu dobiti koristeći sva četiri zadana broja (svaki samo jednom), drugi korijen i četiri osnovne računske operacije. Također se može napraviti razredno natjecanje u kojem se traži da se odredi što manje rješenje.

Npr. zadaju se brojevi 100, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{16}$ i $\frac{4}{9}$.

Učenici mogu napisati i riješiti izraze kao što su

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{16}\right) \cdot \sqrt{\frac{4}{9} \cdot 100} = \frac{1}{32} \cdot \sqrt{\frac{400}{9}} = \frac{1}{32} \cdot \frac{20}{3} = \frac{5}{24}$$

ili

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{16}}\right) : \sqrt{\frac{4}{9} \cdot 100} = \frac{1}{8} : \sqrt{\frac{400}{9}} = \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{20} = \frac{3}{160}$$

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama

Na početku jedinice tekst o Mateju i cvjetnim gredicama jezično je težak za učenike s jezičnim teškoćama te ga je potrebno dodatno objasniti i protumačiti uz slikovni predložak u kojem bi se učenicima pokazalo koji dio na slici predstavlja cvjetnu gredicu, a koji stazice. Učenicima s jezičnim teškoćama mogao bi biti jezično težak i sam naziv "cvjetna gredica" pa treba provjeriti značenje tog pojma i po potrebi pojasniti slikovnim materijalom. Kako se ovaj primjer ponovno pojavljuje u 3. zadatku, treba obratiti pažnju na to treba li učenicima ponovno detaljno obrazloženje upute.

Pri prikazivanju prvog videozapisa, trebalo bi ga više puta pogledati ili zaustaviti pa objasniti drugi dio videozapisa kako bi dodatno objasnili drugi korak računanja - dio s grupiranjem istih vrijednosti. Učenicima bi mogao biti zbunjujući.

Učenici s disleksijom i diskalkulijom mogli bi imati teškoća pri upisivanju podataka u tablicu u 1. i 2. primjeru. Kao pomoć, svaki bi se redak mogao obojiti u drugu boju.

Učenicima s teškoćama treba dati dodatnu uputu za rješavanje 8. zadatka (koji su to Dani drugog korijena).

U zadacima s različitim radikandima, učenici mogu jednake radikande obojiti istom bojom. Na taj će se način lakše vidjeti koje članove izraza trebaju zbrojiti/oduzeti.

Dodatni tutorijali (Video 1. i zadatak 1.) dostupni su na mrežnim stranicama [Eduvizije](#).

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi u zadatka koji sadrže povlačenje zapisa, upisivanje ili odabir odgovora. U slučaju umora, posebno u učenika s motoričkim teškoćama, preporučuje se od svake skupine zadataka odabrati 2 jednostavnija zadatka koja učenik treba riješiti.

Dodatna literatura za nastavnike

Pogledajte sljedeći zabavni [strip](#) u vezi s drugim korijenom broja 2 i pamćenjem njegove približne vrijednosti.

3.3. Množenje i dijeljenje korijena



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kvadriranjem racionalnih brojeva
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Pomnožiti i podijeliti korijene
- Primijeniti množenje i dijeljenje korijena pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom zadatku potrebno je odrediti odnos površina dvaju kvadrata, pri čemu je potrebno pomnožiti korijen od dva sa samim sobom. Ako je potrebno, zadatak se može predstaviti i riješiti tek kada učenici otkriju pravilo množenja korijena ili im se može dopustiti da pokušaju riješiti zadatak te, prema potrebi, korigiraju svoje rješenje nakon što se otkrije pravilo množenja korijena. Animacija, koja slijedi, pomaže vizualizaciji i razumijevanju odnosa površina danih kvadrata.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ponavlja se kvadriranje cijelih brojeva te se posebna pažnja treba posvetiti predznacima. U prvom se primjeru kvadrira korijen nenegativnog racionalnog broja, a zatim korjenjuje kvadrat broja. Važno je zaključiti da je kvadrat korijena nenegativnog racionalnog broja jednak samom tom broju te da su korijen kvadrata broja i korijen kvadrata njemu suprotnog broja jednaki apsolutnoj vrijednosti tog broja. Također, važno je zaključiti da korijen negativnog broja nema rješenje u skupu racionalnih brojeva.

U aplikaciji razvrstavanja učenici još jednom promatraju korijene brojeva koji imaju rješenje u skupu racionalnih brojeva te one koji nemaju.

Množenje korijena

U drugom primjeru učenici otkrivaju pravilo množenja korijena, a zatim to pravilo primjenjuju u trećem i četvrtom primjeru te kratkom kvizu.

Slijedi Kutak za znatiželjne gdje učenici razmatraju je li za sve racionalne brojeve korijen umnoška jednak umnošku korijena.

Dijeljenje korijena

Primjer 5. navodi učenike na otkrivanje pravila za dijeljenje korijena koje se uvježbava u primjeru 6. i zadatku 2.

Množenje i dijeljenje korijena

U sedmom primjeru pravila za zbrajanje/oduzimanje/množenje korijena povezuju se s formulama za kvadrat zbroja i razlike te razliku kvadrata. Također, tu se ponavlja i množenje algebarskih izraza.

U zadatku 3. i interakciji računa se s nešto složenijim izrazima.

U Kutku za znatiželjne povezuje se drugi korijen s primjerom iz fizike tj. kinetičkom energijom.

Završetak

U završnom dijelu učenici koji žele mogu isti zadatak riješiti s različitim aproksimacijama korijena od dva te zaključiti zbog čega obično koristimo 1.41 kao aproksimaciju. Također, u ovome dijelu učenici mogu provjeriti svoje znanje.

Dodatni prijedlozi

Scenarij poučavanja *Korijen problema* nastao u sklopu projekta eškole i dostupan je na [linku](#), a scenarij *Formati papira* na [linku](#).

Učenike se može uputiti na stranice [Eduvizije](#) te videa 2., 3., i 4. te zadatke 2., 3. i 4.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima koji žele može se zadati rješavanje kvadratnih jednadžbi te pojasniti razlika između pojma korijena broja i korijena jednadžbe.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama

Prije rješavanja zadatka iz 1. primjera, u kojem učenici moraju razvrstati brojeve na one koji imaju ili nemaju rješenje u skupu racionalnih brojeva, potrebno je ponoviti koji to brojevi ulaze u skup racionalnih brojeva.

Pripremiti učenicima vodič za učenje u koji će zapisati sve korake koje trebaju proći kako bi, npr., pomnožili korijene.

Listić

MNOŽENJE KORIJENA

1. Dopunite.

Množiti možemo samo one korijene koji imaju _____ pod korijenom.

Koraci

Primjeri

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} =$$

$$2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{11} =$$

$$\sqrt{2} \cdot (7 - \sqrt{5}) =$$

$$(\sqrt{3} + 5) \cdot (1 + \sqrt{3}) =$$

Primjer riješenog listića

MNOŽENJE KORIJENA

1. Dopunite.

Množiti možemo samo one korijene koji imaju jednake brojeve pod korijenom.

Koraci

- Pomnožiti brojeve ispred korijena (koeficijente).
- Pomnožiti brojeve pod korijenom.
- Pojednostavniti izraz.

Primjeri

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} =$$

$$2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{11} =$$

$$\sqrt{2 \cdot 3} =$$

$$(2 \cdot 3) \cdot \sqrt{5 \cdot 11} =$$

$$\sqrt{6}$$

$$6 \cdot \sqrt{55}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \cdot (7 - \sqrt{5}) &= \\ \sqrt{2} \cdot 7 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} &= \\ 7 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{10} &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + 5) \cdot (1 + \sqrt{3}) &= \\ 1 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot 3 + 5 \cdot 1 + 5 \cdot \sqrt{3} &= \\ \sqrt{3} + \sqrt{9} + 5 + 5 \cdot \sqrt{3} &= \\ \sqrt{3} + 3 + 5 + 5 \cdot \sqrt{3} &= \\ 8 + 6 \cdot \sqrt{3} &= \end{aligned}$$

Učenicima s oštećenjem vida i specifičnim teškoćama učenja pomoći u snalaženju u tablici u 2. primjeru. Možemo im pripremiti tablicu u kojoj će svaki redak biti obojen drugom bojom ili im dati listić na kojem je između svakog retka veliki razmak kako bi zadatak bio pregledniji.

Učenicima s intelektualnim teškoćama pripremiti zadatke s jednostavnijim brojevima i dopustiti im korištenje džepnog računala.

Učenici s jezičnim teškoćama, ali i drugi učenici koji imaju nedostatne jezične sposobnosti, mogli bi imati teškoća s razumijevanjem definicije o umnošku korijena i korijenu umnoška pa je treba dodatno objasniti praktično, na zadatcima.

Dodatna literatura za nastavnike

Možda će vas zanimati članak koji objašnjava kako su se koristile Napierove kosti za određivanje vrijednosti drugog korijena prirodnog broja, [Rods for multiplication and division](#), koji je objavljen u sklopu projekta Pitagora.

3.4. Djelomično korjenovanje



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Spoznati osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s djelomičnim korjenovanjem racionalnih brojeva
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz djelomično korjenovanje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Djelomično korjenovati i pojednostaviti izraz s korijenima
- Primijeniti djelomično korjenovanje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Jedinica započinje dvjema slikama slična izgleda, a različita sadržaja. Lijeva slika prikazuje niz kvadrata koji se nalaze jedan unutar drugog. Iznosi su njihovih površina potpuni kvadrati.

Desna slika prikazuje niz kvadrata upisanih jedan u drugi. Iznosi njihovih površina nisu svi potpuni kvadrati.

Učenike treba pustiti da uspoređuju nizove svake slike i da sami pokušaju doći do zaključka.

Cilj: Uočiti razliku između potpunih korijena i onih koji to nisu.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Djelomično korjenovanje

Razrada počinje u trenutku kada se od učenika traži da uoče vezu između duljina stranica kvadrata čije površine nisu potpuni kvadrati i to koristeći interakciju na [poveznici](#).

Zaključak koji je izveden intuitivno, geometrijskom interpretacijom, korištenjem interakcije, poduprt je i algebarskim obrazloženjem.

Nakon toga, opisuje se pojam djelomičnog korijena i postupka djelomičnog korjenovanja.

U nizu primjera dani su osnovni slučajevi i postupci djelomičnog korjenovanja, te uputa kako se čita i zapisuje djelomični korijen.

Također, i da postoje radikandi koji se ne mogu djelomično korjenovati.

Djelomično korjenovanje velikih brojeva

Djelomično korjenovanje lako se napravi kada su radikandi mali. Međutim, kod većih je radikanda potrebno imati pouzdani postupak koji je obrazložen u videu.

Kratki kviz provjerava je li učenik prihvatio koncept djelomičnog korjenovanja.

Interakcija visoke razine [otkrivanje slike](#) zahtijeva primjenu postupka djelomičnog korjenovanja pokazanog u videu.

Primjena djelomičnog korjenovanja

U nizu zadataka, u kojima se traži opseg i površina kvadrata, primjenjuje se djelomično korjenovanje.

U kratkom se videu rezimira pojavnost korijena u kojima imamo potpun i djelomičan korijen koji predstavljaju točnu vrijednost te približnu vrijednost korijena.

Umnožak korijena i djelomično korjenovanje

U nizu zadataka dana je primjena umnoška korijena i djelomičnog korjenovanja te veza između ta dva postupka.

- Umnožak korijena koji se svaki za sebe ne mogu ni korjenovati ni djelomično korjenovati dok ih se ne svede pod zajednički korijen.
- Smještanje koeficijenta ispred korijena pod korijen - obrnuti postupak od djelomičnog korjenovanja.

Interaktivna slagalica pruža mnoštvo zadataka za uvježbavanje baratanja korijenima.

Zbrajanje korijena različitih radikanda i djelomično korjenovanje

Zbrajanje/oduzimanje korijena različitih radikanda moguće je jedino ako se svi takvi korijeni mogu djelomičnim korjenovanjem svesti na isti radikand.

U nizu zadataka različitog tipa pružena je mogućnost uvježbavanja.

Primjena djelomičnog korjenovanja i baratanja s korijenima za rješavanje problema

Dan je niz zadataka različitog konteksta u kojima se primjenjuje baratanje korijenima.

Završetak

Na kraju je dan popis elemenata koje su učenici mogli naučiti u ovoj jedinici:

- djelomično korjenovati
- broj koji množi korijen svesti pod drugi korijen
- postupak koji nam olakšava djelomično korjenovanje s velikim radikandima
- primijeniti djelomično korjenovanje za zbrajanje i oduzimanje korijena
- primijeniti djelomično korjenovanje za rješavanje problemske situacije.

Dodatni prijedlozi

Na niže navedenim poveznicama nalaze se:

- [Algebarski kalkulator](#)
- [Kalkulatori djelomičnog korjenovanja](#)
- [Pojednostavljivanje korijena](#)
- GeoGebrina [beskonačna zbirka](#) djelomičnog korjenovanja
- [Istraživanje drugog korijena](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici mogu koristiti materijale na mrežnim stranicama [Eduvizije](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama

Na početku jedinice potrebno je učenike s teškoćama podsjetiti na formule za izračun površine i opsega kvadrata te postupak rastavljanja brojeva na faktore. Potrebno je detaljnije objasniti što to znači kada neki broj nije potpuni kvadrat (npr. 1. primjer).

Učenicima je moguće pokazati kako se s korijenima radi na džepnom računalu te dozvoliti računanje uz pomoć džepnog računala. Dati im u zadatak da provjere ekvivalentnost korijena i njegov djelomično korjenovani par.

Dodatno pojasniti sam pojam djelomičnog korjenovanja (npr. 4. zadatak) na primjeru u, npr., Bojama. U jednoj boji neka bude dio broja koji smo korjenovali, a u drugoj boji dio koji nismo.

U zadatku sa slaganjem pločica (iza 10. zadatka) učenicima sa specifičnim teškoćama učenja potrebno je detaljnije objasniti uputu uz jedan primjer rješenja. Učenicima s intelektualnim teškoćama možemo smanjiti broj podataka na pločicama na 2 i smanjiti broj pločica te tražiti da ih spoje u stupac.

Također, izraditi kartice za pridruživanje, naprimjer: $\sqrt{45}$ i $3\sqrt{5}$.

s kojima učenici mogu raditi na razini prepoznavanja. Radikand ne bi trebao prelaziti broj 50.

Kako bi olakšali rješavanje zadataka, učenicima s intelektualnim teškoćama te učenicima s diskalkulijom možemo omogućiti upotrebu džepnog računala.

3.5. Računanje s korijenima



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Spoznati osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s računanjem s brojevima zapisanim u obliku drugog korijena
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz računanjem s brojevima zapisanim u obliku drugog korijena
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Izračunati vrijednost izraza s korijenima
- Pojednostavniti izraz s korijenima
- Primijeniti računanje s korijenima pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Uvodni je primjer jednostavan po sadržaju i prikazu. Najvažniji je trenutak da učenici prepoznaju i zapišu duljine svih dijelova kvadrata. Kako bi ga riješili, nužno moraju koristiti račun s korijenima. Već se u tom primjeru pojavio kvadrat zbroja s korijenima te moraju primijeniti znanje kvadrata zbroja.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Računanje s korijenima u zadacima s kvadratom zbroja/razlike

Niz zadataka, problemskih i računskih, pruža mogućnost uvježbavanja vještine baratanja računskim operacijama korijenima te primjenu znanja kvadrata binoma. Računske operacije koje moraju koristiti su: zbrajanje i oduzimanje, množenje te kvadriranje. Kako su u pitanju računске operacije sva tri stupnja, važnu ulogu igra i poznavanje redoslijeda računskih operacija.

Velika količina zadataka nalazi se u pravokutnoj slagalici.

Također, učenicima treba istaknuti da se izrazi s korijenima najčešće pojednostavljuju i njihova je vrijednost, ako se izračunava, samo približna.

Računanje s korijenima u zadacima s razlikom kvadrata

Niz zadataka, problemskih i računskih, pruža mogućnost uvježbavanja vještine baratanja računskim operacijama s korijenima te primjenu znanja razlike kvadrata.

Problemi s površinama učenicima su uglavnom zahtjevni. Zato je osmišljena 2D animacija kako bi im predočila rješavanje zadatka s kružnim vijencem i kvadratom s pripadajućom algebarskom interpretacijom.

Ovaj podnaslov završava videom u kojem se obrazlaže množenje dvaju binoma, a uvod je u dio u kojem će se predstaviti sveukupno i raznoliko računanje s korijenima i primjena istog.

Izračunavanje i pojednostavljivanje izraza s korijenima

Nizom računskih zadataka, zadataka primjene i korelacije dana je mogućnost vježbanja i primjene računskih operacija s korijenima.

Projekt

Ponuđen je i zadatak-projekt. Poprilično je zahtjevan i zahtijeva dosta vremena i upornosti.

Zanimljivost

Zanimljivost je vezana uz arhitekturu u kojoj se često spominje omjer zlatnog reza koji se izražava brojem $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1$

Završetak

Naučili smo:

- pojednostavniti izraze s korijenima
- baratati izrazima s korijenima
- modelirati rješenje zadatka kreiranjem izraza s korijenima
- primijeniti računanje s korijenima u rješavanju problema s površinama
- primijeniti prethodno stečena znanja (kvadrat binoma, razliku kvadrata, množenje i dijeljenje te zbrajanje i oduzimanje korijena, djelomično korjenovanje, kvadriranje).

Procjena znanja

Na kraju jedinice dana je i procjena znanja koja obuhvaća sve o drugom korijenu obrađeno u jedinicama 3.1., 3.2., 3.3., 3.4. i 3.5. U njoj se nalazi više od 20 zadataka različitih tipova, razina znanja i sadržaja naučenog. Svi su zadatci vezani ishodom učenja u prvih pet jedinica trećeg modula. Procjena je programirana tako da daje učeniku povratnu informaciju o uspješnosti te upućuje učenika na dijelove koje bi trebao ponoviti.

Dodatni prijedlozi

Moguće je provesti projekt vezan za arhitekturu i likovnu umjetnost u kojem se može koristiti omjer zlatnog reza za izračunavanje ili crtanje motiva u zlatnom rezu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Dodatni tutorijali dostupni su na mrežnim stranicama [Eduvizije](#).

[Zanimljivi zadatci](#) za učenike koji žele znati više.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama

Na početku jedinice možemo ponoviti formule za površinu i opseg kruga.

Učenicima je moguće pokazati kako se s korijenima radi na džepnom računaru te dozvoliti računanje uz pomoć džepnog računala. Treba izbjegavati zadatke s više od dva elementa za računanje.

I u ovoj jedinici u zadatku 2., odnosno zadatku sa slaganjem pločica, učenicima sa specifičnim teškoćama učenja potrebno je detaljnije objasniti uputu uz jedan primjer rješenja. Učenicima s intelektualnim teškoćama možemo smanjiti broj podataka na pločicama na 2 i smanjiti broj pločica te tražiti da ih spoje u stupac.

Učenicima s intelektualnim teškoćama davati jednostavnije zadatke uz pripadajuće formule (npr. 3. zadatak) te im dopustiti korištenje džepnog računala.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi u zadacima s povlačenjem zapisa, upisivanjem i odabirom odgovora. U slučaju umora, preporučuje se od svake skupine zadataka odabrati 2 jednostavnija zadatka koje učenik treba riješiti.

3.6. Racionalizacija nazivnika



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Spoznati osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s računanjem s brojevima zapisanim u obliku drugog korijena
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz računanjem s brojevima zapisanim u obliku drugog korijena
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Racionalizirati nazivnik
- Primijeniti racionalizaciju nazivnika pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom se primjeru učenici susreću s problemom računanja s razlomcima kojima je u nazivniku drugi korijen broja 2, odnosno 5. Učenici će uočiti nepraktičnost u dijeljenju prirodnog broja približnom vrijednošću decimalnog broja, posebno ako za računanje ne koriste džepno računalo. Učenici se prisjećaju pojma ekvivalentnih nazivnika i nalaze ih postupkom proširivanja razlomka. Uvodi se pojam racionalizacije nazivnika kao postupka kojim se "rješavamo" drugog korijena iz nazivnika razlomaka.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Na primjerima se pokazuje postupak racionalizacije razlomaka s jednostavnim nazivnicima. Postupak je popraćen videomaterijalom u kojemu se isti zadatak rješava na dva načina. Nakon toga se nizom zadataka uvježbava racionalizacija nazivnika takvih razlomaka. Koristi se i materijal napravljen u GeoGebri, nakon čega je predložen niz analognih zadataka za provjeru usvojenosti postupka racionalizacije.

Primjena racionalizacije prikazana je na zadatku određivanja omjera duljina stranica, odnosno omjera duljina dijagonala dvaju kvadrata upisanih u kvadratnu mrežu.

Nadalje, učenici se podsjećaju postupka računanja s korijenima, kvadriranja zbroja i razlike binoma te množenja zbroja s razlikom istih brojeva, pri čemu binomi sadrže korijene. Tako učenike, koji žele naučiti više, pripremamo za racionalizaciju nazivnika razlomaka u čijem su nazivniku složeniji izrazi. Ti su primjeri istaknuti kao "Kutak za one koji žele znati više", popraćeni su trima detaljno riješenim primjerima, interaktivnim zadacima napravljenima u GeoGebri te jednim klasičnim zadatkom.

Završetak

Za kraj, učenicima je postavljen veći broj zadataka (dio za klasično rješavanje uz ponuđen cjelovit postupak rješavanja, a dio koji se rješava interaktivno). Svi su namijenjeni uvježbavanju i utvrđivanju postupka racionalizacije nazivnika.

Zadatci su različite razine složenosti i omogućavaju diferencijaciju nastave.

Dodatni prijedlozi

Moguće je provesti projekt vezan za arhitekturu i likovnu umjetnost u kojem se može koristiti omjer zlatnog reza za izračunavanje ili crtanje motiva u zlatnom rezu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Nakon što se učenici podsjete postupka računanja s korijenima, kvadriranja zbroja i razlike binoma te množenja zbroja s razlikom istih brojeva, pri čemu binomi sadrže korijene, oni koje žele znati više proučavaju primjere racionalizacije nazivnika razlomaka u čijem su nazivniku složeniji izrazi. Isti se postupak može utvrditi rješavajući materijale napravljene u GeoGebri.

Za vježbu je dostupan dodatni sadržaj Tatjane Štambuk, [Korijeni - racionalizacija nazivnika](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama

Učenicima je moguće pokazati kako se s korijenima radi na džepnom računalu te dozvoliti računanje uz pomoć džepnog računala.

Kod učenika s jezičnim teškoćama u zadatku na početku treba provjeriti razumiju li značenje izraza "Ema se znoji nad zadatkom" te riječi ekvivalent.

Iako se razlomci mogu racionalizirati na više načina (prvi videozapis), nije poželjno tražiti da učenici s intelektualnim teškoćama i diskalkulijom znaju sve načine. Neka svladaju jedan od načina i svaki zadatak rješavaju tim postupkom.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi u svim zadacima koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabir odgovora.

Dodatni tutorijali dostupni su na mrežnim stranicama Eduvizije, odnosno na stranici [Sjedi 5](#).

3.7. Kvadratna jednadžba



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Spoznati osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s računanjem s brojevima zapisanim u obliku drugog korijena
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz računanjem s brojevima zapisanim u obliku drugog korijena
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Razlikovati kvadratnu i linearnu jednadžbu
- Riješiti kvadratnu jednadžbu oblika $x^2 = a$, $x \in \mathbb{Q}$
- Primijeniti kvadratnu jednadžbu pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema

- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Jedinica počinje uvodnim primjerom zamjene dvaju manjih zemljišta za jedno veće uz uvjet da novo zemljište zadržava oblik kvadrata te opseg ili površinu jednaku zbroju dvaju manjih zemljišta. Učenici u prvom slučaju rješavaju linearnu jednadžbu, dok u drugom slučaju dolaze do kvadratne jednadžbe. Uvodi se pojam kvadratne jednadžbe te učenici uočavaju osnovne razlike između linearnih i kvadratnih jednadžbi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Pojam kvadratne jednadžbe

Na temelju jednadžbe koja se pojavila u uvodnom zadatku, uvodi se pojam kvadratne jednadžbe te učenici uočavaju osnovne razlike između linearnih i kvadratnih jednadžbi.

Rješavanje osnovne kvadratne jednadžbe oblika $ax^2 + c = 0$

Kako učenici ne bi takvu jednadžbu riješili brzopleto, zaboravljajući jedno (obično negativno) rješenje, predložimo jednadžbe ovog oblika rješavati svođenjem na razliku kvadrata, odnosno zapis razlike kvadrata u obliku umnoška kao što je prikazano u 2. primjeru, a primijenjeno u zadatku koji slijedi. U rješavanju se koristi činjenica da je umnožak dvaju izraza jednak 0 samo ako je vrijednost bar jednog od tih izraza jednaka 0.

U jednom od podzadataka javlja se i jednadžba koja nema rješenja (u skupu realnih brojeva). Učenike se potiče na provjeru rješenja uvrštavanjem u početnu jednadžbu.

Svoje zaključke o broju rješenja i njihovu obliku učenici provjeravaju koristeći interaktivni materijal napravljen u GeoGebri.

Nakon toga, učenici mogu riješiti i jednadžbe koje su napisane u faktoriziranom obliku (a koje su zapravo kvadratne i, kad bi se izvršilo množenje, prelaze granice zahtjeva osnovne škole).

Rješavanje složenijih kvadratnih jednadžbi koje se svodi na razliku kvadrata – za učenike koji žele znati više

U videoisječku učenici koji žele više mogu naučiti kako se rješavaju složeniji oblici kvadratnih jednadžbi. Isto je objašnjeno u detaljno riješenom primjeru i zadatku, a primjenjuje se u prepoznavanju i razvrstavanju jednadžbi prema postojanju i "vrsti" rješenja.

Primjena kvadratne jednadžbe

U nastavku učenici primjenjuju kvadratnu jednadžbu u matematičkom i izvanmatematičkom (fizikalnom) stvarnom kontekstu rješavajući ponuđene zadatke.

Za učenike koji žele znati više tu je i nekoliko zanimljivosti o zlatnom rezu – dakle, primjeni kvadratne jednadžbe u umjetnosti. Materijal u GeoGebri prikazuje konstrukciju zlatnog reza.

Završetak

Predložimo rješavanje još jednog geometrijskog problema koji se svodi na rješavanje kvadratne jednadžbe.

Procjena znanja

Na kraju jedinice dana je i procjena znanja koja obuhvaća rješavanje kvadratne jednadžbe. Svi su zadatci vezani ishodom učenja u ovoj jedinici trećeg modula. Procjena je programirana tako da daje učeniku povratnu informaciju o uspješnosti te upućuje učenika na dijelove koje bi trebao ponoviti.

Dodatni prijedlozi

Moguće je provesti projekt vezan za arhitekturu i likovnu umjetnost u kojem se može koristiti omjer zlatnog reza za izračunavanje ili crtanje motiva u zlatnom rezu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Rješavanje složenijih kvadratnih jednadžbi koje se svodi na razliku kvadrata

U video isječku učenici koji žele više mogu naučiti kako se rješavaju složeniji oblici kvadratnih jednadžbi. Isto je objašnjeno u detaljno riješenom primjeru i zadatku, a primjenjuje se u prepoznavanju i razvrstavanju jednadžbi prema postojanju i "vrsti" rješenja.

Primjena kvadratne jednadžbe

U nastavku učenici primjenjuju kvadratnu jednadžbu u matematičkom i izvan matematičkom (fizikalnom) stvarnom kontekstu rješavajući ponuđene zadatke.

Za učenike koji žele znati više tu je i nekoliko zanimljivosti o zlatnom rezu – dakle, primjeni kvadratne jednadžbe u umjetnosti. Materijal u GeoGebri prikazuje konstrukciju zlatnog reza.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima je moguće pokazati kako se s korijenima radi na džepnom računalu te dozvoliti računanje uz pomoć džepnog računala. Ograničiti zadatke na one čija su rješenja cjelobrojna.

Dodatna literatura za nastavnike

- Članak Šefketa Arslanagića, "[Tri rješenja jedne kvadratne diofantske jednadžbe](#)".
- Članak Željka Brčića, "[O kvadratu i kubu s grafa](#)".
- Članak Tvrtka Tadića, "Stanovništvo Zagreba i kvadratna funkcija" (Poučak 41, Zagreb, ožujak 2010).

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Spoznati osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s računanjem s brojevima zapisanim u obliku drugog korijena
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz računanjem s brojevima zapisanim u obliku drugog korijena
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Procijeniti cjelobrojni dio vrijednosti drugoga korijena
- Približno odrediti i izračunati vrijednost drugog korijen koristeći se džepnim računalom
- Izračunati vrijednost izraza s korijenima
- Djelomično korjenovati
- Racionalizirati nazivnik
- Pojednostaviti izraz s korijenima, množenjem/dijeljenjem, zbrajanjem/oduzimanjem i djelomičnim korjenovanjem, racionaliziranjem nazivnika
- Riješiti kvadratnu jednadžbu oblika $x^2 = a$, $x \in \mathbb{Q}$
- Primijeniti drugi korijen pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijjskih sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinica počinje povijesnim podacima o načinima računanja drugog korijena s naglaskom na Heronov postupak približnog računanja drugog korijena koji je popraćen videoisječkom koji taj postupak opisuje. Postupak je primijenjen u jednom primjeru i zadatku.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

U nastavku učenici primjenjuju znanja stečena u ovom modulu pri rješavanju nekoliko interaktivnih zadataka. Naglasak je na konceptualnom razumijevanju korjenovanja i njegovih svojstava. Među zadacima se ističe interaktivni zadatak vezan za djelomično korjenovanje.

Dalje učenici imaju priliku povezati gradivo ovog modula sa zadacima vezanim za površinu kruga i njegovih dijelova te za indeks tjelesne mase.

Završetak

U nastavku slijede teme namijenjene učenicima koji žele znati više:

- Drugi i treći korijen
- Tsunami
- Jačina vjetra.

Svaka se od ovih podtema može razmatrati neovisno o ostalima, uglavnom su namijenjene učenicima koji žele znati više te mogu poslužiti kao podloga za samostalni ili suradnički rad u grupama.

Dodatni prijedlozi

Moguće je provesti projekt vezan za arhitekturu i likovnu umjetnost u kojem se može koristiti omjer zlatnog reza za izračunavanje ili crtanje motiva u zlatnom rezu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Teme namijenjene učenicima koji žele znati više:

- Drugi i treći korijen
- Tsunami
- Jačina vjetra.

Svaka od ovih podtema može se razmatrati neovisno o ostalima, uglavnom su namijenjene učenicima koji žele znati više te mogu poslužiti kao podloga za samostalni ili suradnički rad u grupama.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima je moguće pokazati kako se s korijenima radi na džepnom računalu te dozvoliti računanje uz pomoć džepnog računala.

Dodatni tutorijali dostupni su na mrežnim stranicama [Eduvizije](#).

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala ili sadržaja. Prilagodbe valja odabirati temeljem specifičnih obilježja učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- ponoviti ili pojednostavniti upute
- jezično prilagoditi složenije zadatke
- koristiti vizualnu podršku: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisak
- razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- povećati razmak između redova
- formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- omogućiti upotrebu džepnog računala
- voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta u odnosu na specifičnosti učenika
- omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- koristiti različite alate koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama rabi asistivnu tehnologiju, valja je integrirati i u aktivnosti za slobodno učenje.

Pojedini se postupci primjenjuju u određene skupine učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama:

- povezati zadatke sa specifičnim interesima učenika s ciljem osiguravanja motiviranosti, najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)
- smanjiti zahtjeve za pisanjem ili prepisivanjem s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenutcima zasićenosti, uporaba podsjetnika (poremećaj pažnje)
- upotrijebiti font *Sans Serif* (ili *Verdana*, *Dyslexiu*), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno u dodatnih materijala (specifične teškoće učenja)
- osigurati češće pauze tijekom rada, povezivati sadržaje s primjerima iz svakodnevnog života (intelektualne teškoće)
- usmeno prezentirati zadatak, omogućiti upotrebu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu na izvor zvuka (oštećenje sluha).

U osmišljavanju prilagodbi uvijek treba raditi timski i kontinuirano surađivati sa stručnim timom škole, pomoćnikom u nastavi i roditeljima. Za sve je učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama važno osigurati njihovo aktivno sudjelovanje tijekom aktivnosti za slobodno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u grupama gdje će učenik imati priliku surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima grupe).

Dodatna literatura za nastavnike

U Matki broj 24 (lipanj 1998) objavljen je članak Veselka Čotića o "Izračunavanje drugog korijena". O raznim metodama približnog korjenovanja možete pročitati više u tekstu: <https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/metodika/materijali/korjenovanje.pdf>

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti temeljna matematička znanja te razviti vještine povezane s kvadriranjem
- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Procijeniti cjelobrojni dio vrijednosti drugoga korijena
- Izračunati i približno odrediti drugi korijen koristeći se džepnim računalom
- Izračunati vrijednost izraza s korijenima
- Djelomično korjenovati
- Racionalizirati nazivnik
- Pojednostaviti izraz s korijenima, množenjem/dijeljenjem, zbrajanjem/oduzimanjem i djelomičnim korjenovanjem, racionaliziranjem nazivnika
- Riješiti kvadratnu jednadžbu oblika $x^2 = a$, $a \in \mathbb{Q}$
- Primijeniti drugi korijen pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula 3. Korjenovanje osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja i vještina s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te

davanja povratnih informaciju koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha je ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukciju, primjenu i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 8. razred osnovne škole

Modul 4: Pitagorin poučak

Priručnik za nastavnike

Modul 4: Pitagorin poučak

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Usvajanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Iskazati riječima i simbolički Pitagorin poučak uz zadane oznake na slici
- Izračunati nepoznati element pravokutnog trokuta, kvadrata, pravokutnika, jednostraničnog i jednakokračnog trokuta, romba i trapeza primjenom Pitagorina poučka
- Primijeniti obrat Pitagorina poučka pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života
- Primijeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja modula DOS Matematika 8

U ovom modulu učenici 8. razreda primjenjuju znanja i vještine vezana uz otkrivanje i primjenu Pitagorina poučka.

Modul započinje trima jedinicama, *Pitagorin poučak*, *Primjena Pitagorina poučka na pravokutni trokut* i *Obrat Pitagorina poučka*, koje su svojevrsni uvod u široku primjenu Pitagorina poučka

koja će učenike pratiti kroz nastavak školovanja, osnovnoškolskog i srednjoškolskog. U njima se geometrijskom interpretacijom uvodi, razrađuje i pokazuje Pitagorin poučak i njegov obrat. Prva je primjena na pravokutni trokut.

Naredne jedinice bave se primjenom Pitagorina poučka na pravokutnik, kvadrat, jednakokrani i jednostranični trokut, romb i trapez. Na kraju je posebna jedinica sa zadacima modeliranja rješenja primjenom Pitagorina poučka.

Pred učenicima su novi koncepti koji se pojašnjavaju animacijskim prikazima i algebarskim tumačenjima.

U modulu je ravnopravno zastupljeno stjecanje vještina baratanja računskim i algebarskim izrazima, prepoznavanje i uzajamno povezivanje geometrijskih koncepata s algebarskima kao i primjena stečenih znanja.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete koristiti na različite načine, bilo u cijelosti bilo u dijelovima, te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete koristiti kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koji oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dileme.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajene matematičke pristupe.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskog i suradničkog rada učenika pri čemu možete pripremljene sadržaje koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice društvenoj mreži *Yammer*, okruženju za timove *Teams* ili razrednoj digitalnoj bilježnici *OneNote*.

Uz svaku jedinicu u priručniku *OneNote* pripremljena je i posebna stranica *Pomoćni interaktivni sadržaji* na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavno korištenje s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

GeoGebra

GeoGebra je računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvoren i dostupan na hrvatskom jeziku na www.geogebra.org.

Više o *GeoGebri* pročitajte na: <https://e-laboratorij.carnet.hr/>.

LearningApps

Ovo je jednostavno sučelje za izradu različitih interaktivnih sadržaja kao što su kvizovi i igrice sparivanja. Dostupno je na poveznici <https://learningapps.org/createApp.php>.

Polynomials Calculator

Ovo jest *online* kalkulator koji se, između ostalog, može iskoristiti za računanje s algebarskim izrazima. Dostupan je na poveznici [Polynomials Calculator](#).

Algebarsko računalo

<https://www.mathway.com/ProblemWidget.aspx?subject=Algebra&affiliateid=affil18092>

Kahoot

Ovo je aplikacija koja omogućava kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. *Kahoot* daje statistiku rezultata odmah nakon završetka kviza. *Kahoot* je besplatan za korištenje. Sadrži veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i koristiti, preraditi ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.

Više o *Kahootu* pročitajte na linku [e-laboratorij](#).

Sway

[Sway](#) je *online* alat za izradu, organizaciju i dijeljenje sadržaja u obliku interaktivne mrežne stranice; svojevrsan hibrid između prezentacije i klasične mrežne stranice. Pomoću *Swaya* možete napraviti prezentacije, interaktivne sadržaje, izvještaje, fotoalbume, radne materijale za nastavu i slično. Izrada i organizacija sadržaja pojednostavljena je korištenjem gotovih predložaka rasporeda i dizajna.

Više o *Swayu* pročitajte u [CARNETOVU e-laboratoriju](#) ili na stranici [Početak rada s aplikacijom Sway](#).

Office Mix

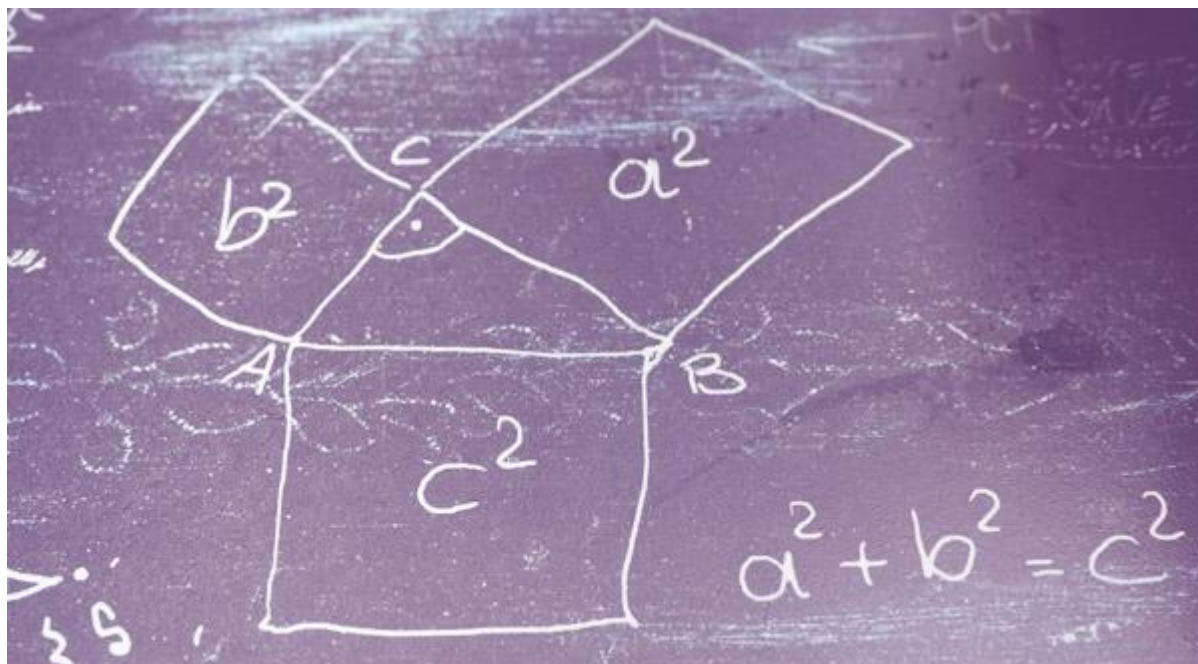
[Office Mix](#) besplatni je dodatak za *Microsoft PowerPoint* koji omogućava dodavanje interaktivnih sadržaja u prezentacije. Uz pomoć *Office Mixa* u prezentaciju možete umetnuti ankete, kvizove, interaktivne simulacije kao što su *GeoGebra* i *Phet*, snimanje zvuka, videa te označavanje na slajdovima. Tako napravljene prezentacije ostaju interaktivne i nakon objave u [Office Mix galeriji](#) pa se mogu koristiti i za formativno praćenje.

Više o *Office Mixu* možete pročitati na stranicama o njegovoj primjeni u obrazovanju [Office Mix forteachers](#).

Operativni plan

	Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
4.	Pitagorin poučak		20 + 1
		4.1. Pitagorin poučak	2
		4.2. Primjena Pitagorina poučka na pravokutan trokut	2
		4.3. Obrat Pitagorina poučka	2
		4.4. Primjena Pitagorina poučka na pravokutnik	2
		4.5. Primjena Pitagorina poučka na kvadrat	2
		4.6. Primjena Pitagorina poučka na jednakokračni trokut	2
		4.7. Primjena Pitagorina poučka na jednakostranični trokut	2
		4.8. Primjena Pitagorina poučka na romb	2
		4.9. Primjena Pitagorina poučka na trapez	2
		4.10. Modeliranje problemskih situacija Pitagorinim poučkom	2
		Aktivnosti za samostalno učenje	1
		Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

4.1. Pitagorin poučak



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s Pitagorinim poučkom
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Iskazati riječima odnos zbroja površina kvadrata nad katetama i površine kvadrata nad hipotenuzom
- Zapisati matematičkim simbolima odnos zbroja površina kvadrata nad katetama i površine kvadrata nad hipotenuzom
- Iskazati riječima i simbolički Pitagorin poučak uz zadane oznake na slici

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema

- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS Matematika 8

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom dijelu potrebno je odrediti površinu kvadrata $ABCD$ u mreži jediničnih kvadratića. Učenicima se može dati vrijeme za rješavanje zadatka, a zatim se usporediti različiti načini rješavanja.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Isti princip rješavanja primjenjuje se u prvom zadatku, a zatim u drugome zadatku dolazi do generalizacije.

Slijedi animacija u kojoj se prikazuje kako su stari Egipćani pomoću užeta s čvorovima određivali pravi kut.

U trećem zadatku računaju se površine kvadrata nad stranicama egipatskog trokuta, a u četvrtom zadatku nad stranicama indijskog trokuta. Dolazi se do zaključka da je zbroj površina kvadrata nad katetama pravokutnog trokuta jednak površini kvadrata nad hipotenuzom. U petom zadatku zaključak se provjerava na još nekoliko primjera, a zatim se intuitivno, pomoću slagalice, uočeno poopćuje na sve pravokutne trokute.

O Pitagorinu poučku iz povijesti matematike

Slijedi niz zanimljivosti o Pitagori, njegovoj školi i Pitagorinu poučku iz povijesti matematike.

Dokazi Pitagorina poučka

Predstavljeno je nekoliko dokaza Pitagorina poučka od kojih su dva interaktivna.

Primjena Pitagorina poučka

U prvom primjeru potrebno je iskazati Pitagorin poučak za trokute s oznakama sa slike. Naučeno se može ukratko provjeriti kvizom, a zatim se u drugom primjeru i sedmom zadatku također iskazuje Pitagorin poučak uz oznake kao na slikama, ali su izrazi nešto složeniji.

Završetak

U završnom dijelu dana je procjena znanja te preporuka za link na aplet pomoću kojeg se dodatno može uvježbati iskazivanje Pitagorina poučka za zadane trokute.

Dodatni prijedlozi

Scenarij poučavanja *Palac gore za Pitagoru* nastao u sklopu projekta e-Škole dostupan je na [poveznici](#).

Učenicima se može zadati da izrade plakate ili prezentacije o Pitagori i njegovim suvremenici, Pitagorinim trojkama, doprinosu Pitagore i njegovih učenika likovnoj i glazbenoj umjetnosti itd.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Brojni interaktivni dokazi dostupni su na [poveznici](#) te ih učenici mogu samostalno proučavati. Također, učenici mogu i sami pokušati animirati neke dokaze Pitagorina poučka.

Učenicima se može zadati da pogledaju isječak iz filma [Čarobnjak iz Oza](#) te poslušaju kako je Strašilo iskazalo Pitagorin poučak te navedu sve njegove netočne navode i isprave ih.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da oni predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

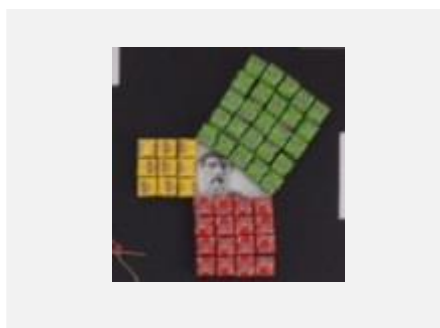
Dodatni tutorijali dostupni su na mrežnim stranicama [Eduvizije](#) (video 1, zadatak 1).

Na početku jedinice važno je učenike podsjetiti na formulu za izračun površine kvadrata.

U zadacima *Na početku* i u prvom zadatku učenicima treba objasniti i podsjetiti ih na koji način računamo površine nacrtanih kvadrata.

Nakon prvog videozapisa u kojem se učenike podsjeća kako nazivamo stranice trokuta (hipotenuza i dvije katete), učenicima s teškoćama potrebno je dati nekoliko primjera trokuta kako bi se podsjetili tih naziva i ponovno ih uvježbali.

Učenici mogu od konkretnih materijala, npr. bombona, slagati kvadrate nad stranicama pravokutnog trokuta te prebrojavati koliko im je bombona trebalo da slože svaki kvadrat. Učenike treba navoditi da uoče kako je zbroj bombona koje su upotrijebili kako bi izgradili kvadrate nad katetama jednak broju bombona koje su upotrijebili da izgrade kvadrat nad hipotenuzom pravokutnog trokuta.

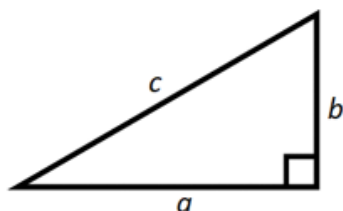


Može se s učenicima kojima je potrebno izraditi podsjetnik koji u sljedećoj jedinici mogu ilustrirati i primjerima.

PITAGORIN POUČAK

Za pravokutne trokute kojima su a i b katete, a c hipotenuza vrijedi

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Pomoću Pitagorinog poučka određujemo duljinu nepoznate stranice pravokutnog trokuta.

Učenicima s jezičnim teškoćama, ali i drugim učenicima koji imaju nedostatne jezične sposobnosti, valja najaviti tekst *O Pitagorinu poučku iz povijesti* kao tekst iz povijesti te im po potrebi razjasniti nepoznate riječi (npr. starogrčki, Babilonci)

Učenicima s teškoćama moći će se jednostavnije objasniti Pitagorin poučak pomoću predloženih videozapisa s prelijevanjem vode i premještanjem kuglica nego videozapisom o interaktivnom dokazivanju Pitagorina poučka.

Učenicima s oštećenjem vida potrebno je unaprijed pripremiti uvećane tiskane materijale svih slika iz zadatka jer su, i kad se uvećaju na ekranu, i dalje presitne za tu skupinu učenika.

Dodatna literatura za nastavnike

Možda će vas zanimati *GeoGebrina* knjiga materijala za Pitagorin poučak koji je izradila [Željka Dijanić](#) ili diplomski rad Jadranke Zebić [Matematika prije Pitagore](#).

4.2.Primjena Pitagorina poučka na pravokutni trokut



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s primjenom Pitagorina poučka na pravokutni trokut
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Izračunati duljinu nepoznatog elementa pravokutnog trokuta primjenjujući Pitagorin poučak
- Primijeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problemske situacije

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema

- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS Matematika 8

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom dijelu zadan je zadatak s kockicama koji se može riješiti na više načina. Različiti načini rješavanja mogu se usporediti. Animacija koja slijedi preslaganjem kvadratića ilustrira Pitagorin poučak.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

U prvom se zadatku još jednom ponavlja koncept da je površina kvadrata nad hipotenuzom jednaka zbroju površina kvadrata nad katetama, a zatim se koncept prenosi na primjer 1 u kojem se određuje duljina hipotenuze pravokutnog trokuta. U drugome zadatku uvježbava se određivanje duljine hipotenuze pravokutnog trokuta, a zatim se prelazi na primjer u kojem se određuje duljina nepoznate katete pravokutnog trokuta. Određivanje duljine nepoznate katete uvježbava se na trećem zadatku pomoću interaktivne aplikacije u *GeoGebri* te na četvrtom i petom zadatku.

Slijedi zanimljivost o Pitagorinim trojkama koje će učenici moći samostalno istraživati u sklopu jedinice 4.A Aktivnosti za samostalno učenje te kratki kviz (6. zadatak) pomoću kojeg se može utvrditi jesu li učenici spremni za složenije zadatke ili se dodatno vrijeme treba posvetiti usvajanju temeljnih koncepata.

Zadaci koji slijede te interakcija u *GeoGebri* zahtijevaju primjenu Pitagorina poučka na pravokutni trokut u matematičkom kontekstu kao i svakodnevnom životu te su nešto složeniji dok se videouradak osvrće na učestale pogreške koje učenici rade pri primjeni Pitagorina poučka na pravokutni trokut.

Završetak

U završnom dijelu učenici pomoću [poveznice](#) mogu pogledati zgodan origami-dokaz Pitagorina poučka te procijeniti svoje znanje.

Dodatni prijedlozi

Scenarij poučavanja *Palac gore za Pitagoru* nastao u sklopu projekta e-Škole dostupan je na [poveznici](#).

Složeniji zadatci mogu se pogledati i rješavati na stranicama [Eduvizije](#) (video 9-18, zadatci 9-18).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima se može preporučiti članak Antoanete Klobučar i Antuna Vidića *Pitagora i Pitagorin poučak* objavljen u 62. broju *Poučka*, a dostupan u online izdanju na [poveznici](#).

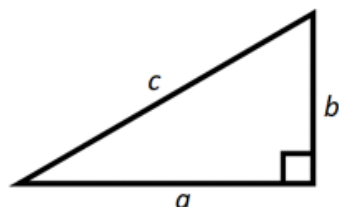
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Može se s učenicima kojima je potrebno izraditi/nadopuniti podsjetnik koji mogu ilustrirati i primjerima.

PITAGORIN POUČAK

Za pravokutne trokute kojima su a i b katete, a c hipotenuza vrijedi

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Pomoću Pitagorinog poučka određujemo duljinu nepoznate stranice pravokutnog trokuta.

AKO NEDOSTAJE DULJINA KATETE	AKO NEDOSTAJE DULJINA HIPOTENUZE
$a^2 = c^2 - b^2$ $b^2 = c^2 - a^2$	$c^2 = a^2 + b^2$

Omogućiti učenicima da pri rješavanju zadataka uvijek imaju na vidljivo mjestu gore navedene formule. Učenicima s intelektualnim teškoćama možemo i u svakom zadatku označiti koja je formula prikladna za rješavanje zadatka a da oni samo uvrste brojeve u nju.

U 6. zadatku pod c) važno je usmjeriti učenike da pažljivo pročitaju dane podatke. Podatci su dani u različitim mjernim jedinicama. Podsjetiti ih na koji način pretvaramo decimetre u centimetre.

Za zadatke od 7. nadalje s učenicima je potrebno prokomentirati način na koji ćemo doći do traženog podatka jer su ovi zadaci složeniji i mora se pažljivo domisliti na koji način možemo doći do rješenja.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi u svim zadatcima koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabir odgovora.

Dodatni tutorijali dostupni su na mrežnim stranicama [Eduvizije](#) (video 2 - 4, zadatak 2 - 4).

Jednostavni primjeri za izračunavanje duljine hipotenuze pravokutnog trokuta s mnogo ponavljanja istih Pitagorinih trojki dostupni su na [poveznici](#) (na engleskom jeziku, ali sa slikama koje vrlo jasno upućuju što treba izračunati).

Dodatna literatura za nastavnike

Možda će vas zanimati *GeoGebra* knjiga materijala za Pitagorin poučak koju je izradila [Željka Dijanić](#) ili diplomski rad Jadranke Zebić [Matematika prije Pitagore](#).

4.3. Obrat Pitagorina poučka



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s obratom Pitagorina poučka
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Riječima iskazati obrat Pitagorina poučka
- Primjenom obrata Pitagorina poučka utvrditi je li trokut pravokutan
- Primijeniti obrat Pitagorina poučka za rješenje problemske situacije

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS Matematika 8

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom dijelu predstavlja se problem iz svakodnevnog konteksta u kojem je potrebno primijeniti obrat Pitagorina poučka. Preporučujemo postaviti zadatak, a rješavanju se vratiti poslije kada učenici otkriju obrat Pitagorina poučka.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

U nastavku se pojašnjava pojam poučka i obrata te se promatra slučaj u kojem je tvrdnja istinita, ali obrat neistinit te slučaj u kojem su i tvrdnja i obrat istiniti. Cilj je ovoga dijela učenicima na konkretnim primjerima pojasniti da obrat poučka može, ali i ne mora biti istinit te da se obrat mora dokazati. Pod zanimljivostima promatraju se tvrdnje i obrati tih tvrdnji iz nematematičkog konteksta s istim ciljem.

Slijedi praktična vježba u kojoj učenici trebaju nacrtati dva šiljastokutna, dva pravokutna i dva tupokutna trokuta, označiti ih, izmjeriti im duljine stranica te popuniti tablicu. Ovom vježbom učenici mogu naslutiti da obrat Pitagorina poučka vrijedi. Također, pomoću interaktivnog apleta u *GeoGebri* učenici na dodatnim primjerima mogu provjeriti vrijedi li obrat Pitagorina poučka. U kutku za znatiželjne dan je dokaz obrata Pitagorina poučka s naglaskom da u matematici nije dovoljno tvrdnju provjeriti na velikom broju primjera i zatim ustvrditi da je tvrdnja istinita, nego ju je potrebno dokazati.

Nakon dokaza vraćamo se na uvodni zadatak te ga rješavamo primjenom obrata Pitagorina poučka.

U prvom primjeru obrat se primjenjuje, ali se pri rješavanju mora voditi računa o mjernim jedinicama. Drugi zadatak služi za uvježbavanje, a treći zadatak za procjenu.

U četvrtom zadatku obrat Pitagorina poučka primjenjuje se s razlomcima i korijenima.

Slijedi 2D animacija u kojoj se prikazuje kako obrat Pitagorina poučka u svojem poslu primjenjuju stolari.

Nakon toga se uvodi pojam Pitagorinih trojki. U zanimljivosti dan je link na dio epizode *Tko želi biti milijunaš?* u kojoj je neznanje matematike natjecatelja izbacilo iz igre.

U petom zadatku učenici trebaju prepoznati Pitagorine trojke brojeva.

Slijedi interakcija namijenjena učenicima koji žele više. Učenici zadane duljine stranica trebaju razvrstati na one koje ne izgrađuju trokut, one koje izgrađuju šiljastokutni, one koje izgrađuju pravokutni te one koji izgrađuju tupokutni trokut. Kako bi riješili taj zadatak, učenici se mogu vratiti na tablicu iz praktične vježbe te još jednom proučiti tamo dane zaključke.

Šesti zadatak otvorenog je tipa. Učenike treba poticati na pronalaženje što više različitih rješenja.

Završetak

U završnom dijelu učenici mogu provjeriti svoje znanje te istražiti nešto više o Pitagorinim trojkama koje će detaljnije moći proučiti i u jedinici 4.A Aktivnosti za samostalno učenje.

Dodatni prijedlozi

Scenarij poučavanja *Palac gore za Pitagoru* nastao u sklopu projekta e-Škole dostupan je na [poveznici](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima se može zadati da napišu program u jeziku po odabiru (*Logo, Python* ili bilo koji drugi programski jezik) koji nakon što se unesu duljine triju stranica (od najkraće do najdulje) ako stranice ne izgrađuju trokut daje povratnu informaciju: "Zadane stranice ne izgrađuju trokut", a ako zadane stranice izgrađuju trokut, daje povratnu informaciju o vrsti trokuta koju zadane stranice izgrađuju.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Dodatni tutorijali dostupni su na mrežnim stranicama [Eduvizije](#) (video 6 - 8, zadatak 6 - 8).

Učenicima s jezičnim teškoćama, ali i drugim učenicima koji imaju nedostatna jezična znanja, u prvom zadatku i općenito u ovoj jedinici problem bi mogao biti napraviti obrat poučka jer je to

jezično zahtjevno. Možemo im pripremiti tiskani materijal tako da prvi dio rečenice obojimo jednom, a drugi dio drugom bojom te im na taj način objasniti i olakšati obrat poučka.

Učenici s disleksijom i diskalkulijom imaju teškoća u snalaženju u tablicama te bi im moglo biti teško rješavati zadatke iz *Praktične vježbe*. Možete im unaprijed pripremiti materijal tako da im obojite svaki redak u drugačiju boju, povećate širinu retka ili odvojite svaki redak tablice.

U trećem zadatku učenicima obratiti pozornost da u nekim zadacima svi podatci nisu dani u istim mjernim jedinicama te da trebaju paziti pri računanju.

Prije rješavanja zadatka razvrstavanja prema zadanim kategorijama (iza 5. zadatka) potrebno je ponoviti izraze šiljastokutni, pravokutni i tupokutni trokut posebno učenicima s jezičnim teškoćama te učenicima koji imaju teškoća u prisjećanju.

Dodatna literatura za nastavnike

Možda će vas zanimati diplomski rad Marine Matić *Euklid* dostupan na [poveznici](#).

A za malo humora na engleskom jeziku pogledajte [vic](#).

4.4. Primjena Pitagorina poučka na pravokutnik



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s primjenom Pitagorina poučka na pravokutnik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Crtanjem dijagonale rastaviti pravokutnik na dva pravokutna trokuta
- Iskazati Pitagorin poučak za uočeni pravokutni trokut u pravokutniku uz oznake sa slike
- Izračunati nepoznati element pravokutnika primjenom Pitagorina poučka
- Riješiti problemski zadatak primjenom Pitagorina poučka na pravokutnik

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS Matematika 8

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Uvodni, motivacijski dio veže se za pojam dijagonale ekrana u inčima. Učenicima je to blisko jer se veličine mobitela, tableta i prijenosnika izražavaju duljinom dijagonale u inčima. Također se uspostavlja veza između dijagonale i stranica pravokutnog oblika.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ponavljanjem pojma dijagonale počinje razrada sadržaja i smještanja Pitagorina poučka u pravokutnik.

Nakon njegova definiranja i izricanja niz je zadataka u kojima učenici prepoznaju i zapisuju Pitagorin poučak u skladu s oznakama na slici.

Niz zadataka s podacima zadanim tablično služi za izračunavanje nepoznatih elementa pravokutnika primjenom Pitagorina poučka.

Nakon toga slijede zadatci primjene u matematičkim i situacijama iz života. Koristeći 2D animaciju za pojašnjenje rješenja, učenika se motivira da prihvati potrebu primjene Pitagorina poučka.

Interakcija visoke razine u *GeoGebri* služi za primjenu Pitagorina poučka pri računanju opsega pravokutnika.

Druga, ali ne manje važna uloga ispravnog rješavanja apleta jest otkrivanje slike matematičarke

Marije Gaetane Agnesi, prve profesorice matematike na svijetu. U nastavku zadatka crtica je o njoj s [poveznice](#) na kojoj se može naučiti o još nekim najpoznatijim matematičarkama svijeta.

Do kraja jedinice zadatci su primjene bilo za rješavanje matematičkih bilo problema iz svakodnevice i života.

Završetak

U završnom dijelu dan je pregled najbitnijih momenata u povezivanju Pitagorina poučka i pravokutnika.

Dodatni prijedlozi

Projekt 1.

Može se lako osmisliti projektni zadatak ili čak projekt koji se naslanja na uvodni primjer i priloženi grafikon. Kako su na grafikonu četiri skupine podataka, može se napraviti projekt po grupama učenika.

Scenarij poučavanja *Korijen problema* nastao u sklopu projekta e-Škole dostupan je na [linku](#).

Projekt 2.

Koristeći podatke sa stranice na [poveznici](#), može se napraviti vrlo zanimljiv projekt o ženama u matematici.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Na [poveznici](#) se nalaze brojni zadatci različitih tipova za sve razine učenja, a za učenike koji žele znati i učiti više.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Najvažnije je da znaju primijeniti Pitagorin poučak za izračunavanje elemenata pravokutnika prema oznakama na priloženoj slici. Neka budu zadane samo Pitagorine trojke.

U 2. i 3. zadatku učenicima sa specifičnim teškoćama učenja treba se detaljnije objasniti kako smo došli do Pitagorina poučka. Moglo bi ih zbuniti to što nemamo ucrtane nazive svih stranica jednog trokuta.

Učenici s disleksijom i diskalkulijom imaju teškoća u snalaženju u tablicama te bi im moglo biti teško rješavati 5. zadatak. Možete im unaprijed pripremiti materijal tako da im obojite svaki redak u drugačiju boju, povećate širinu retka ili odvojite svaki redak tablice.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi u svim zadacima koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabir odgovora.

Dodatna literatura za nastavnike

Mogu se iskoristiti materijali *GeoGebre* na [poveznici](#).

4.5. Primjena Pitagorina poučka na kvadrat



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s primjenom Pitagorinog poučka na kvadrat
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Crtanjem dijagonala rastaviti kvadrat na pravokutne trokute
- Iskazati Pitagorin poučak za uočeni pravokutni trokut u kvadratu uz oznake sa slike
- Izračunati nepoznati element kvadrata primjenom Pitagorina poučka
- Riješiti problemski zadatak primjenom Pitagorina poučka na kvadrat

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Jedinica započinje primjerom u kojem se povezuju promjer kruga i dijagonala kvadrata. Poveznica je vrlo jednostavna i učenicima i životno i matematički bliska.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Nakon uočavanja pravokutnog trokuta definira se Pitagorin poučak na kvadratu.

Izvodi se i formula za dijagonalu kvadrata $d = a\sqrt{2}$, gdje je a duljina stranice kvadrata.

U tablično zadanim zadacima učenici će računati duljinu dijagonale kako budu željeli, postavljanjem Pitagorina poučka ili primjenom formule.

Također se traži i izračunavanje približne duljine dijagonale i za to se učenicima treba omogućiti da rade džepnim računalom.

U narednom bloku primjera i zadataka učenici uče kako izračunati duljinu stranice kvadrata ako je zadana duljina dijagonale. U tom postupku moraju koristiti racionalizaciju nazivnika te je to ponovljeno u riješenu primjeru.

Vještinu izračuna duljine stranice kvadrata iz zadane duljine dijagonale tog kvadrata vježbaju u zadatku spajanja parova.

Neizostavno je da učenici uoče, a to je predviđeno i u ishodima ove jedinice, još pravokutnih trokuta vezanih uz dijagonale u kvadratu kroz primjer i primjenu.

Interakcija visoke razine u *GeoGebri* služi za primjenu Pitagorina poučka pri računanju površine kvadrata zadane duljine dijagonale.

Druga, ali ne manje važna uloga ispravnog rješavanja apleta jest otkrivanje slike matematičarke

Sofije Vasiljevne Kovalevske i njezine izjave: "Ne možeš biti matematičar ako istodobno u duši nisi i pjesnik."

U nastavku je dana i crtica kako bi se upoznala njezina osoba i rad.

U nastavku su razni primjeri primjene Pitagorina poučka na kvadrat za rješavanje matematičkih i problema iz okruženja i svakodnevice. Tu je i zadatak modeliranja čije je rješavanje dano kroz 2D animaciju.

Završetak

U završetku je osvrt na najvažnije dijelove popraćen skicama.

Dodatni prijedlozi

Projekt:

- Oslikati i osmisliti igru čije je polje sastavljeno od kvadrata i njihovih dijagonala. Dijagonale su putovi, a kvadrati sadrže problemske zadatke vezane uz gradivo.
- Koristeći podatke sa stranice na [poveznici](#), može se napraviti vrlo zanimljiv projekt o ženama u matematici.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Na [poveznici](#) se nalaze brojni zadatci različitih tipova za sve razine učenja za učenike koji žele znati i učiti više.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za rješavanje zadataka vezanih uz ovu jedinicu svakako dati gotovu skicu kao pomoć te džepno računalo.

Na početku jedinice govorimo o jednakokračnom trokutu. Učenici sa specifičnim teškoćama učenja imaju teškoća u prisjećanju različitih vrsta trokuta, njihovih naziva i razumijevanju tih naziva te je važno ponoviti što znači da je trokut jednakokračan. Također, potrebno je ponoviti razliku između promjera i polumjera kruga.

Učenici s disleksijom i diskalkulijom imaju teškoća u snalaženju u tablicama te bi im moglo biti teško rješavati 1. zadatak. Možete im unaprijed pripremiti materijal tako da im obojite svaki

redak u drugačiju boju, povećate širinu retka ili odvojite svaki redak tablice. Također, u tom zadatku nije napisana uputa pa je važno učenicima objasniti što trebaju napraviti u ovom zadatku. Učenicima s intelektualnim teškoćama za rješavanje dati zadatke s cijelim brojevima.

Učenicima s motoričkim teškoćama bit će teško upisivati podatke u tablicu te za to trebaju pomoć pomoćnika u nastavi.

U 4. primjeru treba objasniti naziv sukladni jednakokračni trokuti.

Dodatna literatura za nastavnike

Mogu se koristiti materijali *GeoGebre* na [poveznici](#).

4.6. Primjena Pitagorina poučka na jednakokračni trokut



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s primjenom Pitagorina poučka na jednakokračni trokut
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Crtanjem visine rastaviti jednakokračni trokut na dva pravokutna trokuta
- Iskazati Pitagorin poučak za uočeni pravokutni trokut u jednakokračnom trokutu uz oznake sa slike
- Izračunati nepoznati element jednakokračnog trokuta primjenom Pitagorina poučka
- Riješiti problemski zadatak primjenom Pitagorina poučka na jednakokračni trokut
-

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Jedinica započinje jednostavnim i relativno čestim motivacijskim primjerom - krovom kuće. Primjer je dobar jer je učenicima blizak, svakodnevno se susreću s tim oblikom.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Nakon ponavljanja pojma visine trokuta i svojstava jednakokračnog trokuta istaknute su sve tri visine i pripadni pravokutni trokuti za koje su u primjeru napisani Pitagorini poučci prema simbolima na slici.

U nizu zadataka u kvizu računaju se elementi jednakokračnog trokuta, stranice i visina.

Početak primjene Pitagorina poučka uveden je nizom zadataka u kojem se izračunava opseg i površina jednakokračnog trokuta.

*GeoGebra*n aplet točnim rješavanjem otkriva sliku vezanu uz temu.

Duljine stranica i visine jesu brojevi različitih oblika uključujući i korijene.

U nizu zadataka zadanih tablično osim izračunavanja elemenata jednakokračnog trokuta primjenjuje se i vješto računanje korijenima.

Do kraja jedinice zadatci su primjene i korelacije.

Završetak

U završetku je riješen uvodni, motivacijski, primjer.

Dodatni prijedlozi

- Predlaže se projekt u kojem učenici u svom okruženju samostalno nalaze motive u obliku jednakokračnog trokuta, kreiraju problemske situacije i rješavaju ih. Nakon toga ih prezentiraju u razredu.
- Proučiti kako se postavlja konstrukcija krova koji ima oblik jednakokračnog trokuta. Napraviti istraživački rad na tu temu i prezentirati ga.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Na [poveznici](#) se nalaze brojni zadatci različitih tipova za sve razine učenja za učenike koji žele znati i učiti više.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Na početku jedinice govori se o sukladnim pravokutnim trokutima. Učenike s teškoćama važno je podsjetiti na to koja je to vrsta trokuta.

Učenicima s teškoćama možemo izraditi nekoliko trokuta iz primjera i zadatak u jedinici kako bi mogli lakše pratiti jedinicu i rješavati zadatke (npr. 1. i 2. zadatak).

Učenicima s intelektualnim teškoćama u 3. zadatku pripremiti formule u koje oni samo trebaju uvrstiti brojeke, a u 5., 6., 7. i 8. zadatku zadati trokute samo s cijelim brojevima.

Ponoviti s učenicima kako računamo opseg i površinu jednakokračnog trokuta.

U 9. zadatku potrebno je pri rješavanju i upisivanju podataka pomoći učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju koji se teže snalaze u tablicama.

Dodatna literatura za nastavnike

Mogu se koristiti GeoGebrini materijali na [poveznici](#).

4.7. Primjena Pitagorina poučka na jednakostranični trokut



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s primjenom Pitagorina poučka na jednostranični trokut
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Crtanjem visine rastaviti jednakostranični trokut na dva pravokutna trokuta
- Iskazati riječima i simbolima Pitagorin poučak za uočeni pravokutni trokut u jednakostraničnom trokutu uz oznake sa slike
- Izračunati nepoznati element jednakostraničnog trokuta primjenom Pitagorina poučka
- Riješiti problemski zadatak primjenom Pitagorina poučka na jednakostranični trokut

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom se dijelu učenici susreću s problemom pakiranja glazbenog instrumenta trianglera u najmanju moguću kutiju pravokutnog oblika. Uočavaju da je potrebno doznati širinu kutije, odnosno visinu jednakostraničnog trokuta.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Primjenjujući Pitagorin poučak na pravokutni trokut dobiven ucrtavanjem jedne visine trokuta, izvodi se izravna veza između duljine stranice i duljine visine jednakostraničnog trokuta. U nastavku slijedi 2D animacija u kojoj se vidi postupak podjele jednakostraničnog trokuta na dva sukladna pravokutna trokuta i primjena Pitagorina poučka na nastali pravokutni trokut.

Nakon toga učenici rješavaju primjere i zadatke u kojima primjenjuju uočenu vezu između duljine stranice jednakostraničnog trokuta i duljine njegove visine (računanje duljine visine ako je zadana duljina stranice i obratno) te računaju opseg i površinu jednakostraničnog trokuta ako je zadana duljina stranice ili duljina visine trokuta.

Dodatno uvježbavanje naučenog omogućeno je korištenjem apleta pripremljenog u *GeoGebri*.

Naučeno se primjenjuje na nekoliko situacija iz svakodnevnog života (prometni znakovi opasnosti, zastave, oslikavanje zidova).

Završetak

U završnom je dijelu niz zadataka za uvježbavanje naučenih sadržaja, a na kraju je riješen uvodni zadatak.

Učenici nakon svega mogu napraviti samostalnu procjenu usvojenosti nastavnih sadržaja te se, prema potrebi, vratiti i ponovno proučiti pojedine dijelove nastavnih sadržaja.

Dodatni prijedlozi

Predlaže se projekt u kojem učenici u svom okruženju samostalno nalaze motive oblika jednakostraničnog trokuta, kreiraju problemske situacije i rješavaju ih. Nakon toga prezentiraju u razredu. Jednakostranični trokut može se napraviti presavijanjem (origami-tehnikom) od [pravokutnog](#) i [kvadratnog](#) oblika papira. Zainteresirani učenici mogu se okušati u izradi, a oni koji žele znati više mogu istražiti matematičku pozadinu ovih postupaka.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici koji žele znati više mogu se pozabaviti zadatkom u kojemu je potrebno odrediti polumjer jednakostraničnom trokutu upisane kružnice. Do zaključka o načinu određivanja polumjera upisane (i opisane) kružnice dolaze istraživanjem u *GeoGebri*.

Tim učenicima ne bi trebali problem predstavljati ni primjeri i zadatci s mrežnih stranica Eduvizije (video i zadatci od 5 do 8). Učenicima se može kao dodatni zadatak ponuditi istraživanje "novog Pitagorina poučka" u kojemu se umjesto kvadrata nad svim stranicama pravokutnog trokuta konstruiraju jednakostranični trokuti odnosno pravilni šesterokuti.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Dodatni tutorijali dostupni su na mrežnim stranicama [Eduvizije](#) (video 1, zadatak 1).

Za rješavanje ponuditi samo elementarne zadatke s manjim brojevima te dopustiti korištenje grafičkog prikaza (slike s oznakama), odgovarajuće formule te džepnog računala.

Na početku jedinice potrebno je s učenicima ponoviti svojstva jednakostraničnog trokuta te kako računamo njegov opseg i površinu.

Zbog teškoća u prizivanju činjenica i matematičkih operacija učenicima s teškoćama omogućiti da na vidljivo mjestu imaju sve formule koje se koriste u ovoj jedinici.

Učenicima s teškoćama čitanja (disleksijom, poremećajem hiperaktivnosti) može se naglas pročitati tekst iz Povezanog sadržaja o znakovima opasnosti kako ih se ne bi zamaralo čitanjem činjenica iz Pravilnika.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi u svim zadacima koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabir odgovora.

Dodatna literatura za nastavnike

Dodatne ideje za rad mogu se potražiti na mrežnim stranicama e-Škole scenariji poučavanja - [Palac gore za Pitagoru](#), u člancima I. Kokić *Pitagorin poučak* (*Matka* broj 60, 2007.), Š. Arslanagića [Još jedan zanimljiv dokaz Pitagorina poučka](#) (*Matka* broj 74, 2010.), Z. Erjavca *Pitagora je zakon* (*Poučak* broj 20, 2004.), A. Klobučar i A. Vidića [Pitagora i Pitagorin poučak](#) (*Poučak* broj 62, 2015.) .

4.8. Primjena Pitagorina poučka na romb



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s primjenom Pitagorina poučka na romb
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Crtanjem dijagonala romba istaknuti pravokutne trokute
- Iskazati riječima i simbolima Pitagorin poučak za uočeni pravokutni trokut u rombu uz oznake sa slike
- Izračunati nepoznati element romba primjenom Pitagorina poučka
- Riješiti problemski zadatak primjenom Pitagorina poučka na romb

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema

- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom se dijelu učenici upoznaju s Anom i Matkom koji pripremaju rekvizite za školsku priredbu. Rekvizite ukrašavaju rombovima te ih zanima površina nacrtanih likova. U 2D animaciji podsjeća ih se na način računanja površine romba ako su poznate duljine njegovih dijagonala korištenjem postupka "pakiranja" u pravokutnu kutiju.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Učenici na slikama uočavaju da je svaki romb dijagonalama podijeljen na četiri sukladna pravokutna trokuta te da je moguća primjena Pitagorina poučka, čime se povezuju duljine dijagonala s duljinom stranice romba.

Slijedi niz primjera i zadataka u kojima se određuje duljina stranice romba ako su zadane duljine dijagonala odnosno određuje duljina jedne dijagonale ako je poznata duljina stranice i druge dijagonale. Nakon toga rješavaju se primjeri i zadatci računanja opsega i površine romba.

Uvježbavanje naučenog moguće je rješavanjem pripremljenih interaktivnih zadataka te apleta napravljenog u *GeoGebri*.

Slijedi niz zadataka u kojima se Pitagorin poučak primjenjuje na rombove u svakodnevnim situacijama (logotip dvaju tipova automobila i sportske marke).

Završetak

U završnom je dijelu nekoliko složenijih zadataka za uvježbavanje naučenih sadržaja, a na kraju je riješen uvodni zadatak.

Dodatni prijedlozi

Predlaže se projekt u kojem učenici u svom okruženju samostalno nalaze motive u obliku romba, kreiraju problemske situacije i rješavaju ih, a nakon toga ih predstave u razredu.

Učenicima se može ponuditi istraživanje veze dviju formula za računanje površine romba - uvažavajući da je romb paralelogram i da je romb četverokut s okomitim dijagonalama.

Dostupni su i [Interaktivni materijali](#) za dodatno uvježbavanje u *GeoGebri*.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Tim učenicima ne bi trebali problem predstavljati ni primjeri i zadatci s mrežnih stranica [Eduvizije](#) (video i zadatci od 4. do 8.). Učenicima se može kao dodatni zadatak ponuditi istraživanje "novog Pitagorina poučka" u kojemu se umjesto kvadrata nad svim stranicama pravokutnog trokuta konstruiraju jednakostranični trokuti odnosno pravilni šesterokuti.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Dodatni tutorijali dostupni su na mrežnim stranicama [Eduvizije](#) (video 1, zadatak 1).

Učenicima s intelektualnim teškoćama za rješavanje ponuditi samo elementarne zadatke s manjim brojevima i izravnim uvrštavanjem u gotove formule te dopustiti korištenje grafičkog prikaza (slike s oznakama), odgovarajuće formule te džepnog računala.

Učenicima možemo izraditi romb od papira ili nekog drugog materijala te im na njemu označiti dijagonale i istaknuti sukladne pravokutne trokute unutar romba. Važno je osigurati im na vidljivu mjestu pregled formula koje se koriste u ovoj jedinici.

Radi lakšeg rješavanja 1., 2., 3c i 3e zadatka unaprijed pripremite naznačene rombove kako bi učenici lakše vizualizirali zadatak.

Dodatna literatura za nastavnike

Dodatne ideje za rad mogu se potražiti na mrežnim stranicama e-Škole scenariji poučavanja - [Palac gore za Pitagoru](#), u člancima I. Kokić *Pitagorin poučak* (*Matka* broj 60, 2007.), Š. Arslanagića [Još jedan zanimljiv dokaz Pitagorina poučka](#) (*Matka* broj 74, 2010.), Z. Erjavca

Pitagora je zakon (Poučak broj 20, 2004.), A. Klobučar i A. Vidića [Pitagora i Pitagorin poučak \(Poučak broj 62, 2015.\)](#)

4.9. Primjena Pitagorina poučka na trapez



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s primjenom Pitagorina poučka na trapez
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Crtanjem visine trapeza istaknuti pravokutni trokut
- Iskazati Pitagorin poučak za uočeni pravokutni trokut na trapezu uz oznake sa slike
- Izračunati nepoznati element trapeza primjenom Pitagorina poučka
- Riješiti problemski zadatak primjenom Pitagorina poučka na trapez

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom dijelu kreće se od zadatka za rješavanje kojega učenici u tom trenutku još nemaju dovoljno znanja – trebaju odrediti površinu jednakokračnog trapeza kojemu znaju duljine svih stranica, ali ne i visinu. Učenici ponavljaju pojmove vezane uz trapez i podsjećaju se mogućnosti rastavljanja trapeza na pravokutnik i jedan ili dva pravokutna trokuta. Na to će ih podsjetiti i 2D animacija.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Slijedi niz primjera u kojima učenici za "rastavljeni" trapez postavljaju Pitagorin poučak te na taj način dolaze do nepoznatih elemenata trapeza, uključujući njegov opseg i površinu. Nakon riješenih primjera učenici imaju priliku rješavati zadatke u *GeoGebrinu* apletu kao i druge interaktivne zadatke.

Jedinica završava s nekoliko zadataka primjene Pitagorina poučka na trapeze u stvarnom svijetu.

Završetak

U završnom dijelu učenici provjeravaju svoje razumijevanje naučenoga o trapezu te rješavaju početni zadatak.

Dodatni prijedlozi

Učenici mogu istražiti mogućnost popločivanja ravnine jednakokračnim trapezima te obrazložiti u kojem je slučaju to moguće i zašto.

Učenicima su za vježbanje dostupni i [GeoGebrini](#) apleti.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Primjeri i zadatci s mrežnih stranica [Eduvizije](#) (video i zadaci od 4. do 6.).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s teškoćama čitanja (disleksijom, poremećajem hiperaktivnosti...) pročitati tekst *Na početku*.

Prije rješavanja zadatka trebamo ponoviti formulu za izračun površine trapeza.

Učenicima s diskalkulijom zbog teškoća u prizivanju činjenica i matematičkih operacija trebamo na vidljivo mjesto staviti sve formule koje se koriste u ovoj jedinici.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi u svim zadacima koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabir odgovora.

Dodatna literatura za nastavnike

Dodatne ideje za rad mogu se potražiti na mrežnim stranicama e-Škole scenariji poučavanja - [Palac gore za Pitagoru](#), u člancima I. Kokić *Pitagorin poučak* (*Matka* broj 60, 2007.), Š. Arslanagića [Još jedan zanimljiv dokaz Pitagorina poučka](#) (*Matka* broj 74, 2010.), Z. Erjavca *Pitagora je zakon* (*Poučak* broj 20, 2004.), A. Klobučar i A. Vidića [Pitagora i Pitagorin poučak](#) (*Poučak* broj 62, 2015.).

4.10. Modeliranje problemskih situacija Pitagorinim poučkom



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s modeliranjem problemskih situacija Pitagorinim poučkom
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Primijeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problema iz matematike.
- Primijeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problema iz svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U prošlim su jedinicama učenici otkrili Pitagorin poučak i njegov obrat te su naučili primjenjivati Pitagorin poučak na geometrijske likove koji u sebi imaju "sakriven" pravokutni trokut. U ovoj jedinici učenici će situacije iz svakodnevnog života modelirati koristeći Pitagorin poučak.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Jedinica je podijeljena na nekoliko podnaslova unutar kojih su grupirani zadatci povezani sličnom tematikom.

Tu su *Kutak za majstore*, *Bakin kutak*, *Sport*.

Završetak

U kutku za znatiželjne postavljen je jedan malo složeniji geometrijski zadatak, a za kraj postavljeno je nekoliko interaktivnih zadataka.

Dodatni prijedlozi

Ponoviti Pitagorin poučak rješavajući zadatke na poveznicama [broj 1](#), [broj 2](#), [broj 3](#) i [broj 4](#).

Izraditi plakat s primjerima primjene Pitagorina poučka u raznim životnim situacijama.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

U članku [Pitagora i Pitagorin poučak](#) Antoanete Klobučar i Antuna Vidića objavljenog u 62. broju *Poučka* učenici mogu pročitati više o povijesti Pitagore i Pitagorina poučka.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s teškoćama na vidljivo mjesto staviti sve formule koje se koriste u ovoj jedinici.

U 8. zadatku objasniti značenje pojma *trail*-utrke.

Za rješavanje 9. zadatka unaprijed pripremiti slikovni prikaz brazilske zastave.

Za rješavanje ponuditi samo elementarne zadatke s manjim brojevima i izravnim uvrštavanjem u formule te dopustiti korištenje grafičkog prikaza (slike s oznakama), odgovarajuće formule te džepnog računala. Na slikama jasno istaknuti elemente koji su potrebni pri rješavanju zadatka.

Dodatna literatura za nastavnike

Članak [Primjena Pitagorina poučka](#).

Diplomski rad Line Rajković Neke varijante Pitagorinog teorema dostupan na [poveznici](#).

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kvadriranjem racionalnih brojeva
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Iskazati riječima i simbolički Pitagorin poučak uz zadane oznake na slici
- Izračunati nepoznati element pravokutnog trokuta, kvadrata, pravokutnika, jednostraničnog i jednakokračnog trokuta, romba i trapeza primjenom Pitagorina poučka
- Primijeniti obrat Pitagorina poučka pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života
- Primijeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinica počinje ponavljanjem cjeline Pitagorin poučak kroz igru. Učenici trebaju otvoriti devet sličica i riješiti zadatke koje sličice skrivaju kako bi otkrili šifru koja zaključava mrežnu stranicu. Nakon što otključaju mrežnu stranicu, moći će pogledati 2D animaciju *Neobični Pitagora* s poopćenjem Pitagorina poučka na slične likove nad stranicama pravokutnog trokuta. Sadržaj je namijenjen svim učenicima.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

U nastavku učenici primjenjuju znanja stečena u ovom modulu pri rješavanju zadataka vezanih uz geoploču. Zadatak mogu rješavati svi učenici, a umjesto geoploča učenici mogu koristiti interaktivne [geoploče](#).

Slijede teme namijenjene učenicima koji žele znati više:

- Pitagorine trojke
- Specijalni trokuti.

Svaka od aktivnosti u ovoj cjelini može se razmatrati neovisno o ostalima. Dok su prve dvije teme namijenjene svim učenicima, druge dvije namijenjene su ponajprije onima koji žele znati više te mogu poslužiti kao podloga za samostalni ili suradnički rad u skupinama.

Završetak

Za kraj su učenicima predložene teme za daljnje istraživanje, Pitagora u poštanskim markama te Pitagora u glazbenoj i likovnoj umjetnosti.

Dodatni prijedlozi

Učenici mogu istraživati formulu za izračunavanje udaljenosti dviju točaka u koordinatnom sustavu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima se može zadati da u *Excelu* izrade kratki program koji će generirati Pitagorine trojke.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Ako učenik s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama rabi asistivnu tehnologiju, valja je integrirati i u aktivnosti za slobodno učenje.

Pojedini se postupci primjenjuju kod određene skupine učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama:

- povezati zadatke sa specifičnim interesima učenika u cilju osiguravanja motiviranosti, najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)
- smanjiti zahtjeve za pisanjem ili prepisivanjem s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenutcima zasićenosti, uporaba podsjetnika (poremećaj pozornosti)
- upotrijebiti font *sans serif* (ili *Verdana*, *Dyslexiju*), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno kod dodatnih materijala (specifične teškoće učenja)
- osigurati češće stanke tijekom rada, povezivati sadržaje s primjerima iz svakodnevnog života (intelektualne teškoće)
- usmeno prezentirati zadatak, omogućiti uporabu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu na izvor zvuka (oštećenje sluha)

U osmišljavanju prilagodbi uvijek treba raditi timski i kontinuirano surađivati sa stručnim timom škole, pomoćnikom u nastavi i roditeljima. Kod svih je učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama važno osigurati njihovo aktivno sudjelovanje tijekom aktivnosti za slobodno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u skupinama gdje će učenik imati priliku surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima skupine).

Učenicima se mogu pripremiti kartice na kojima su zadane duljine dviju kateta, a treba se izračunati duljina dijagonale. S druge strane može se ispisati konačno rješenje kako bi učenici mogli provjeriti točnost svojih rješenja te tražiti pomoć ako im je potrebna.

33, 44	40, 42
36, 48	39, 52
25, 60	33, 56
18, 24	42, 56

Slične kartice mogu se izraditi i za određivanje duljine jedne od kateta pravokutnog trokuta te primjenu Pitagorina poučka na ostale likove.

Na početku jedinice zbog male veličine fonta potrebno je svim učenicima pročitati tekst. Prije čitanja učenicima se treba najaviti da je taj tekst povijesni u kojem se pojavljuju strana imena (Arhimed, Heron...).

Prije rješavanja 3. zadatka potrebno je ponoviti koji skup brojeva nazivamo racionalni.

Prije rješavanja 6. zadatka učenicima s diskalkulijom zbog teškoća u prizivanju činjenica i matematičkih operacija trebamo ponoviti kako mješoviti razlomak pretvaramo u obični.

Učenici s motoričkim teškoćama, oštećenjem vida i diskalkulijom imat će teškoća pri upisivanju odgovarajućih brojeva u tablicu iz *Povezanog sadržaja* pa im je potrebno omogućiti pomoć u tom zadatku. Također, pomoć će im trebati i pri očitavanju Beaufortove ljestvice.

Učenicima s teškoćama čitanja (disleksijom, poremećajem hiperaktivnosti...) pročitati tekst o indeksu tjelesne mase.

Dotatna literatura za nastavnike

Možda će vas zanimati članak Emine Tihomirović: *Matematičari na poštanskim markama* dostupan na [poveznici](#).

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti temeljna matematička znanja te razviti vještine povezane s kvadriranjem
- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Iskazati riječima i simbolički Pitagorin poučak uz zadane oznake na slici
- Izračunati nepoznati element pravokutnog trokuta, kvadrata, pravokutnika, jednostraničnog i jednakokračnog trokuta, romba i trapeza primjenom Pitagorina poučka
- Primijeniti obrat Pitagorina poučka pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života
- Primijeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice DOS

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju 4. modula *Pitagorin poučak* osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja i vještina s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informaciju koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju jest pedagoško-motivacijska (formativna), a ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukcija, primjena i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 8. razred osnovne škole

Modul 5: Realni brojevi

Priručnik za nastavnike

Modul 5: Realni brojevi

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Usvajanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Iskazati razliku između racionalnog i iracionalnog broja
- Odrediti pripadnost zadanog realnog broja skupovima **N**, **Z**, **Q** i **R**
- Prikazati beskonačni periodični decimalni broj razlomkom i obrnuto
- Usporediti zadane realne brojeve
- Procijeniti između koja dva cijela broja se nalazi zadani broj

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovom modula DOS-a

U ovom modulu učenici 8. razreda primjenjuju znanja i vještine vezana za otkrivanje i primjenu realnih brojeva i njihovih svojstava i odnosa.

Ovim relativno kratkim modulom zapravo je zaokružena tema brojeva u osnovnoj školi.

Prva je jedinica svojevrsno ponavljanje s malom nadogradnjom.

Najvažniji je trenutak prve jedinice uvođenje pojma iracionalnosti i njezino definiranje, kao i zaokruživanje snalaženja među skupovima N , Z , Q , I i R .

Brojevni je pravac tema druge jedinice. Kao i kod svakog skupa brojeva koje su učili, brojevni je pravac pravo mjesto konkretizacije i implementacije novih skupova brojeva s već poznatima.

U trećoj i četvrtoj jedinici obrađuje se kvadratna $f(x) = ax^2$ i funkcija drugog korijena $f(x) = \sqrt{x}$

Nakon brojevnog pravca prirodan je korak ka pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini i smještanje realnih brojeva na obje osi što je i potrebno kako bi se navedene funkcije mogle proučavati i crtati.

Aktivnosti za samostalno učenje bogate su temama i aktivnostima s raznolikim pristupima glavnoj temi Realni brojevi. Obogaćuju prethodne jedinice i pružaju mogućnost za primjenu i modeliranje.

Na kraju je jedinice Procjena koja je vezana za ishode modula koji su pak povezani s jedinicama u kojima su ishodi ostvareni.

Pred učenicima su novi koncepti koji se pojašnjavaju animacijskim prikazima i algebarskim tumačenjima.

U modulu je ravnopravno zastupljeno stjecanje vještina baratanja računskim i algebarskim izrazima, prepoznavanje i uzajamno povezivanje geometrijskih koncepata s algebarskim, kao i primjena stečenih znanja.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete koristiti na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete koristiti kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dileme.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskog i suradničkog rada učenika pri čemu možete pripremljene sadržaje koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice Yammer društvenoj mreži, Teams okruženju za timove ili OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici.

Uz svaku je jedinicu u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavno uporabu s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

GeoGebra

GeoGebra je računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorena koda, a dostupan na hrvatskom jeziku na www.geogebra.org.

Više o GeoGebri pročitajte na: <https://e-laboratorij.carnet.hr/>.

LearningApps

Ovo je jednostavno sučelje za izradu različitih interaktivnih sadržaja kao što su kvizovi i igrice uparivanja. Dostupno je na poveznici <https://learningapps.org/createApp.php>.

Polynomials Calculator

Ovo je *online* kalkulator koji se, između ostalog, može iskoristiti za računanje s algebarskim izrazima. Dostupan je na poveznici [Polynomials Calculator](#).

Algebarsko računalo

<https://www.mathway.com/ProblemWidget.aspx?subject=Algebra&affiliateid=affil18092>

Kahoot

Kahoot je aplikacija koja omogućava kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah po završetku kviza. Kahoot je besplatan za korištenje. Sadrži veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i koristiti, preraditi ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.

Više o Kahootu pročitajte na linku [e-laboratorij](#).

Sway

[Sway](#) je online alat za izradu, organizaciju i dijeljenje sadržaja u obliku interaktivne mrežne stranice; svojevrsni hibrid između prezentacije i klasične mrežne stranice. Pomoću Swaya možete napraviti prezentacije, interaktivne sadržaje, izvještaje, fotoalbume, radne materijale za nastavu i slično. Izrada i organizacija sadržaja pojednostavljena je korištenjem gotovih predložaka rasporeda i dizajna.

Više o Swayu pročitajte u [CARNETOVOM e-laboratoriju](#) ili na stranici [Početak rada s aplikacijom Sway](#).

Office Mix

[Office Mix](#) je besplatan dodatak za Microsoft PowerPoint koji omogućava dodavanje interaktivnih sadržaja u prezentacije. Uz pomoć Office Mixa, u prezentaciju možete umetnuti ankete, kvizove, interaktivne simulacije kao što su GeoGebra i Phet, snimanje zvuka, videa te označavanje na slajdovima. Tako napravljene prezentacije ostaju interaktivne i nakon objave u [Office Mix galeriji](#) pa se mogu koristiti i za formativno praćenje.

Više o Office Mixu možete pročitati na stranicama o njegovoj primjeni u obrazovanju [Office Mix forteachers](#).

Operativni plan

	Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
5.	Realni brojevi		10 + 1
		5.1. Realni brojevi	3
		5.2. Realni brojevi i brojevni pravac	3
		5.3. Graf kvadratne funkcije $f(x)=x^2$	2
		5.4. Graf funkcije drugog korijena $f(x)=$	2
		Aktivnosti za samostalno učenje	1
		Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

5.1. Realni brojevi



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvajanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Iskazati razliku između racionalnog i iracionalnog broja
- Odrediti pripadnost zadanog realnog broja skupovima **N**, **Z**, **Q** i **R**
- Prikazati beskonačni periodični decimalni broj razlomkom i obrnuto
- Usporediti zadane realne brojeve
- Procijeniti između koja dva cijela broja se nalazi zadani broj

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti

- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Uvod u jedinicu jednostavan je primjer upotrebe racionalnih brojeva različitih zapisa koji odgovara kontekstu.

Učenici će se lako prisjetiti svih vrsta zapisa, ali i uvesti u nove sadržaje.

Prijelaz prema razradi ponavljanje je skupova brojeva N , Z i Q te njihov skupovni prikaz.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada započinje uočavanjem odnosa između već poznatih skupova brojeva kvizom.

Dodatno se može uvježbati na GeoGebrinu appletu [Skupovi brojeva](#).

Vrste zapisa racionalnih brojeva

Od učenika se u ponuđenom kvizu očekuje da brojeve ne razvrstava samo po njihovu izgledu, već po njihovoj stvarnoj vrijednosti. Također, da zna smisljeno upotrijebiti razne vrste i zapise racionalnih brojeva u kontekstu, provjerit će se u zadatku umetanja brojeva.

Prijelaz iz decimalnog zapisa racionalnog broja u razlomak

Ovaj je dio jedinice svojevrsno ponavljanje gradiva 5. i 6. razreda. U ponavljanju nas vode dva videa. U jednom se ponavlja prijelaz iz razlomka u decimalni zapis, a u drugom obrnuto.

Nakon svakog je videa kviz provjere.

Na kraju tog dijela napravljena je podjela na konačne i beskonačne periodične decimalne brojeve. To je uvod u sljedeći podnaslov.

Zapis beskonačnog periodičnog decimalnog broja

U ovom se dijelu učenici detaljno bave beskonačnim periodičnim decimalnim brojevima:

- zapis
- određivanje decimale.

Uvod u određivanje decimale na određenom decimalnom mjestu napravljen je nizovima koji nisu vezani za brojeve. Na taj je način napravljen mali odmak, ali i svojevrsna konkretizacija putem zanimljivih zadataka i kvizova.

U nastavku tog podnaslova napravljen je, nakon primjera, niz zadataka u kojima se pojavljuju beskonačni periodični decimalni brojevi pri izračunu te kako ih zapravo koristimo u izračunima.

U videu se utvrđuje postupak određivanja decimale, a zadatcima uvježbava.

Na kraju je tog dijela GeoGebrin applet koji daje 11 zadataka povezanih s ucrtavanjem točaka s cjelobrojnim koordinatama u koordinatni sustav.

Prikaz beskonačnog periodičnog decimalnog racionalnog broja kao razlomak

Jedan od glavnih ishoda ove jedinice obrađen je karakterističnim primjerima i nizom zadataka.

Taj dio završava interakcijom visoke razine - Otkrivanje riječi.

Realni brojevi

Uvod prema realnim brojevima počinje interakcijom visoke razine, Igra asocijacija, čiji su niz rješenja po stupcima iracionalni brojevi $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ i π .

Da bi se asocijacije pogodile, potrebno je i rješavati zadatke u asocijaciji.

Krajnje rješenje učenici vjerojatno neće pogoditi, ali im učitelj može otkriti rješenje.

Nakon toga, dana je mala crtica iz povijesti koju učitelj može sam dodatno obogatiti.

Ilustracijama, kvizovima i zadatcima učenici se uče razlikovati racionalne od iracionalnih brojeva.

Nakon niza geometrijskih zadataka, dan je i osvrt kojim skupovima brojeva mogu pripadati zbroj ili umnožak iracionalnih brojeva.

Uspoređivanje realnih brojeva

Zadatcima primjene obrađena je tema uspoređivanja.

U raznolikim kvizovima dano je i sortiranje realnih brojeva.

Cilj je uputiti učenika da mora sve brojeve prikazati u decimalnom obliku kako bi ih mogao usporediti.

Na kraju je učenik kvizom upućen na procjenu vrijednosti realnog broja smještanjem istog između cjelobrojnih vrijednosti.

Primjena

Važno je napomenuti da se primjena proteže cijelom jedinicom, bilo algebarskim ili geometrijskim pristupom.

Prije završetka, dana je jezična zanimljivost o značenju riječi: racionalan, iracionalan i realan te prijedlog projekata.

Završetak

U završetku je dan presjek najvažnijih znanja koja su učenici stekli u ovoj jedinici.

Prekrasna slika zlatne spirale govori o ljepoti i sveprisutnosti realnih brojeva.

Dodatni prijedlozi

Projekti:

- Pitagorejska škola i $\sqrt{2}$
- Dan broja π
- Zlatni rez
- Svijet bez iracionalnih brojeva.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Na poveznici [Eduvizije](#) dodatni su zadatci i materijali za rad. Također, na internetu je mnoštvo sadržaja koji se mogu u gore preporučenim projektima dobro iskoristiti baš za učenike koji žele znati više.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da oni predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Kako bi lakše objasnili podjelu racionalnih brojeva iz 1. primjera, učenicima se može izraditi materijal kojim bi oni sami razvrstavali brojeve u prirodne, cijele i racionalne. Učenicima se mogu dati 3 kutije različitih veličina u koje bi razvrstavali brojeve te se poslije kutije mogu složiti jedna u drugu i tako objasniti da je skup prirodnih brojeva dio skupa cijelih brojeva dok je skup cijelih brojeva dio skupa racionalnih brojeva. Dati učenicima da koriste te materijale pri odgovaranju na pitanja u 1. zadatku.

Prije rješavanja 2. zadatka učenicima se može dati po jedan primjer za prirodne brojeve s nulom, negativne cijele brojeve te racionalne brojeve bez cijelih brojeva. Učenicima s intelektualnim teškoćama mogu se dati za rad najjednostavniji primjeri od svake skupine brojeva.

Učenicima svakako treba dati mogućnost istraživanja svojstava racionalnih i iracionalnih brojeva korištenjem džepnog računala.

Također u dijelu koji se bavi periodičnim racionalnim brojevima treba im dati konkretne materijale od kojih mogu slagati nizove s periodima te otkrivati traženi element niza.

U 12. zadatku učenici s diskalkulijom i motoričkim teškoćama mogli bi imati problema sa smještanjem koordinatnih točaka u koordinatni sustav pa ovaj zadatak mogu rješavati u paru s učenicom bez teškoća.

U 18. primjeru potrebno je dati detaljniju uputu za rješavanje zadatka.

Učenicima s teškoćama trebali bi vizualno prilagoditi tablicu iz 19. primjera jer će se u ovoj teško snalaziti. Za svaki se stupac može odrediti određena boja (npr. zelena za skup $N...$) te umjesto znakova $+$ i $-$ u redove stavljati obojene točke. Također, trebala bi se povećati širina redaka.

Dodatna literatura za nastavnike

Darko Žubrinić, [Nesumjerljivost dužina](#), MIŠ 17, 2002.

5.2 Realni brojevi i brojevni pravac



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvajanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgajno-obrazovni ishodi

- Procijeniti položaj točke s iracionalnom koordinatom na brojevnom pravcu
- Konstruirati dužinu duljine drugi korijen iz dva i drugi korijen iz tri
- Očitati koordinatu točke s brojevnog pravca
- Nacrtati točku zadanu realnom koordinatom na brojevnom pravcu

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema

- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom se dijelu učenici podsjećaju osnovnih pojmova vezanih za brojevni pravac. Na brojevni pravac smješteni su prirodni, cijeli i racionalni brojevi. Postavlja se pitanje: "Za koga ima mjesta na pravcu?", tj. mogu li se na brojevni pravac smjestiti i iracionalni brojevi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Brojevni pravac

Rješavajući niz zadataka, učenici se podsjećaju postupka očitavanja (cjelobrojnih i racionalnih) koordinata točaka brojevnog pravca, kao i postupka smještanja prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva na brojevni pravac. Pritom koriste i applet napravljen u GeoGebri.

Konstrukcija dužina duljine korijen iz 2 i korijen iz 3

U nastavku učenici konstruiraju dužine čija su duljine jednake korijen broja 2 (kao dijagonalu jediničnog kvadrata), korijen broja 3, korijen broja 5... (Animirani postupak konstrukcije korijena broja 2 i korijena broja 3 prikazuju GeoGebrini appleti.)

Zatim se na brojevni pravac smještaju ti brojevi, kao i njihovi višekratnici, te brojevi dobiveni zbrajanjem/oduzimanjem korijena i cijelih brojeva.

Pravokutni koordinatni sustav u ravnini

Nadalje, učenici se GeoGebrinim appletom podsjećaju postupka očitavanja koordinata točaka u pravokutnom koordinatnom sustavu. Nakon toga, u pravokutnom koordinatnom sustavu očitavaju koordinate točaka i prikazuju točke čije su koordinate (neki) iracionalni brojevi.

Završetak

Na kraju učenici primjenjuju naučeno konstruirajući i prikazujući na brojevnom pravcu točke pridružene brojevima korijen iz 8, korijen iz 18, korijen iz 32... Omogućena je i provjera stečenog znanja rješavanjem za procjenu pripremljenih zadataka.

Dodatni prijedlozi

Primjenom Pitagorina poučka konstruirati dužine čije su duljine korijen broja 5, broja 6... tako da su tražene dužine hipotenuze ili katete konstruiranih trokuta.

Moguća je dodatna vježba "osjećaja" za iracionalne brojeve i njihov smještaj na brojevni pravac rješavanjem interaktivnog appleta u kojem se procjenjuje položaj točaka s iracionalnim koordinatama na brojevnom pravcu.

[Video materijal](#) Tonija Miluna.

Applet autora Predraga Brkića, "Spirala drugog korijena" dostupan je na [linku](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici koji žele znati više mogu provesti dodatnu aktivnost ucrtavanja točaka s realnim koordinatama (korijenima) u pravokutnom koordinatnom sustavu.

Također, mogu istražiti postupak konstrukcije dužine čija je duljina približno jednaka broju pi.

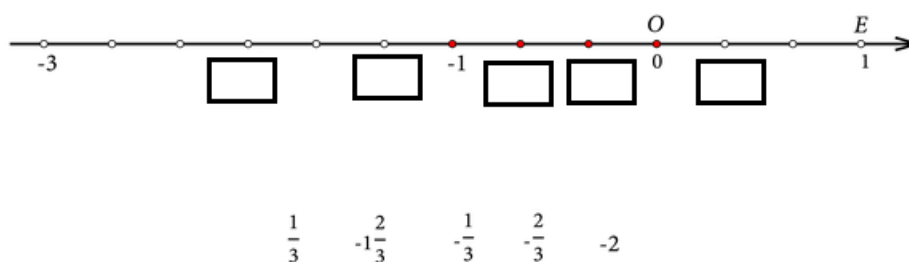
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenici, koji trebaju dodatno uvježbati prikazivanje racionalnih brojeva na brojevnom pravcu, mogu koristiti sljedeći [aplet](#) izrađen u GeoGebri. A ako je potrebno ponoviti prikazivanje cijelih brojeva na brojevnom pravcu, moguće je koristiti jednostavni applet na [linku](#).

Učenicima koji trebaju dodatnu vježbu u crtanju točaka zadanih cjelobrojnim koordinatama u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini, mogu se poslužiti sljedećim appletom u [GeoGebri](#).

Pripreme se kartice s brojevima iz skupa brojeva čiji se članovi žele prikazivati na brojevnom pravcu. Svaki učenik dobiva jednu karticu. Učenici se smještaju na brojevni pravac koji je zalijepljen na ploči. Također, moguće je vezati špagu s jednog kraja razreda na drugi i učenicima dati kvačice da na odgovarajuće mjesto postave svoju karticu. Učenicima se može pomoći pri organizaciji brojevnog pravca tako da im se sugerira da prvo točkama brojevnog pravca pridruže brojeve nula i jedan. (Može se i čekati da i sami nadođu do te ideje.)

Moguće je pripremiti kartice s racionalnim brojevima te zadati učenicima da ih poslože od najmanjeg do najvećeg broja, a zatim ih zalijepe na odgovarajuća mjesta na unaprijed pripremljenom brojevnom pravcu.



Nakon što su učenici spremni, moguće je aktivnost proširiti na prikazivanje realnih brojeva na brojevnom pravcu.

Učenicima s diskalkulijom trebalo bi detaljnije objasniti zadatke 4., 5., 6. i 1. primjer te im tako pomoći u snalaženju na brojevnom pravcu. Također, treba im pomoći u snalaženju na koordinatnom sustavu u zadatku 13.

Učenicima s intelektualnim teškoćama zadavati zadatke samo s prirodnim brojevima (kao u primjeru 1. a, b i c).

Učenici s diskalkulijom teže će rješavati zadatke u kojima su točke prikazane kao razlomci ili decimalni brojevi te im takve zadatke treba dodatno objasniti.

Prije 8. primjera potrebno je učenike podsjetiti koje stranice trokuta nazivamo katete, a koju hipotenuza.

U 12. je zadatku slikovni predložak presitan pa bi ga trebalo unaprijed pripremiti uvećanog.

Dodatna literatura za nastavnike

Petar Mladinić, [Računanje korijena](#) (Matka 98, prosinac 2016).

5.3. Graf kvadratne funkcije



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvajanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Iskazati ovisnost dviju veličina riječima i tablicom pridruženih vrijednosti
- Nacrtati graf funkcije $f(x)=x^2$
- Ispitati pripadnost točke grafu funkcije $f(x)=x^2$
- Očitati koordinatu točke koja pripada grafu funkcije $f(x)=x^2$

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema

- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Promatrajući "tablicu množenja 10×10 " učenici se podsjećaju linearne funkcije i njezinog grafičkog prikaza. U svakom redu tablice mogu promatrati niz brojeva i ovisnost vrijednosti člana niza o njegovu rednom broju u nizu. Ta je ovisnost linearna i njezin se grafički prikaz sastoji od točaka koje pripadaju polupravcu.

Nakon toga promatraju niz brojeva napisanih na "glavnoj dijagonali" jednake tablice. Uočavaju da ti brojevi ovise o rednom broju reda i stupca na čijem se presjeku nalaze i jednaki su umnošku tih brojeva. Budući da su faktori jednaki, zaključuju da je prirodnom broju pridružen njegov kvadrat. Također, uočavaju da točke, koje su grafički prikaz ovoga niza, ne pripadaju pravcu nego nekoj krivulji.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kvadratna funkcija i njezin grafički prikaz

Na temelju riješenog zadatka i razmatranja funkcije koja je prirodnim brojevima pridruživala njihove kvadrate, uvodi se pojam kvadratne funkcije kojoj su argumenti realni brojevi. Formira se tablica pridruženih vrijednosti i uređeni parovi pa se pripadne točke ucrtavaju u pravokutni koordinatni sustav. GeoGebra applet omogućava pogled na grafički prikaz opće kvadratne funkcije.

Parabole u svijetu oko nas

Prikazano je više slika na kojima su objekti čiji oblik asocira na graf kvadratne funkcije.

Kvadratna funkcija oblika $f(x) = ax^2$, pri čemu je a različit od nule, i crtanje grafa te funkcije

U nastavku se proučavaju kvadratne funkcije oblika $f(x) = ax^2$, za $a > 0$ i $a < 0$ te se crtaju grafovi tih funkcija. Pritom uočavaju smještaj parabole u koordinatnom sustavu, simetričnost, postojanje najniže točke grafa. Nadalje, uočavaju da svojstva funkcije i njezinog grafa ovise o vrijednosti parametra a , $a > 0$. Također zaključuju o kakvoj je ovisnosti riječ.

GeoGebrin applet omogućava uvid u više funkcija i njihovih grafova te je podloga za generalizaciju zaključka.

Nakon toga se kompletno istraživanje ponavlja za funkcije zadane pravilom istog oblika, ali im je parametar a negativan. Generalizacija je utemeljena na slučajnim primjerima kreiranim u GeoGebri.

Učenici uočavaju kako na temelju nacrtanog grafa mogu određivati parove pridruženih veličina te odrediti pripada li točka grafu kvadratne funkcije ili ne.

Završetak

Nakon svega, učenicima su ponuđeni zadatci za vježbu naučenog o funkciji $f(x) = ax^2$ te za procjenu svojeg znanje.

Dodatni prijedlozi

Istraživanje o funkcijama oblika $f(x) = ax^2 + c$ te $f(x) = (ax + c)^2$ (za a različit od 0) dostupno je uz pomoć pripremljenih appleta.

Materijali o grafičkom prikazivanju kvadratne funkcije dostupni na [Eduviziji](#).

[Videomaterijali](#) Tonija Miluna

[Videomaterijali](#) Mate Kosora

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici koji žele više mogu napraviti istraživanje o funkcijama oblika $f(x) = ax^2 + c$ te $f(x) = (ax + c)^2$ (za a različit od 0). Dostupno je uz pomoć pripremljenih appleta.

Također, učenici se mogu poigrati s [appletom](#) crtanja grafa kvadratne funkcije.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U slikovnom prikazu tablice množenja na početku jedinice i u 1. zadatku, čak i kad se poveća, ne vide se dobro označeni brojevi. Učenicima s oštećenjem vida potrebno je unaprijed pripremiti uvećani tiskani materijal u kojem bi bojom bili jače istaknuti ciljani brojevi.

Učenicima se za početak mogu dati već gotove tablice pridruženih vrijednosti te im zadati da na temelju tih tablica nacrtaju graf kvadratne funkcije (2. zadatak, primjer 4.). Učenicima s intelektualnim teškoćama u zadacima zadavati samo cijele brojeve te im unaprijed pripremiti formule u koje mogu umetnuti zadane brojke.

U sljedećem koraku, učitelj može unaprijed pripremiti tablice pridruženih vrijednosti, ali ovaj put bez izračunatih vrijednosti funkcije za zadani argument. Učenici sami izračunavaju vrijednost funkcije za zadani argument te je crtaju.

Kada su učenici spremni, sami počinju kreirati svoje tablice pridruženih vrijednosti te crtaju grafički prikaz kvadratne funkcije.

Kako bi spoznali simetriju s obzirom na os y funkcije f , zadane formulom $f(x) = ax^2$ od učenika se može tražiti da crvenom temperom oboje desnu stranu parabole, list papira presaviju po osi y te promotre nastalo preslikavanje.

Učenici mogu koristiti [aplikaciju](#) za crtanje grafova kvadratnih funkcija pri istraživanju učinka parametra a na graf funkcije f zadane formulom $f(x) = ax^2$ umjesto da crtaju grafove pa onda promatraju nastalu promjenu. Za provjeru razumijevanja, učitelj može pripremiti niz već nacrtanih grafova kvadratnih funkcija te učenicima zadati da za svaki graf odrede je li parametar a pozitivan ili negativan. Nakon toga, učenici rješavaju zadatke u kojima su u istom pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini nacrtani grafovi dviju kvadratnih funkcija te svakoj pridružuju odgovarajuću jednadžbu parabole.

Učenici s većim motoričkim teškoćama mogu samo upisati vrijednosti u tablicu pridruženih vrijednosti te graf crtati pomoću [aplikacije](#).

U 5. je zadatku učenicima s jezičnim teškoćama potrebno dodatno pojasniti uputu zadatka.

U 9. bi zadatku učenici s teškoćama mogli imati teškoća pri očitavanju koordinate točke T . Učenicima s oštećenjem vida prikaz je presitan, a učenicima s intelektualnim teškoćama i diskalkulijom možemo napraviti prikaz u kojem će biti obilježene sve točke u koordinatnom sustavu, a ne samo točke -5 , -10 i -15 . Tako bi se mogli lakše snaći u koordinatnom sustavu.

Učenicima s motoričkim teškoćama trebat će pomoć pri radu u interaktivnim zadacima s koordinatnim sustavom. Pomoći im može pomoćnik u nastavi ili drugi učenik bez teškoća.

Dodatna literatura za nastavnike

[Appleti Kvadratne funkcije](#) Željke Dijanić.

5.4 Graf funkcije drugog korijena



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvajanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Iskazati ovisnost dviju veličina riječima i tablicom pridruženih vrijednosti
- Nacrtati graf funkcije $f(x)=\sqrt{x}$
- Ispitati pripadnost točke grafu funkcije $f(x)=\sqrt{x}$
- Očitati koordinatu točke koja pripada grafu funkcije $f(x)=\sqrt{x}$

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema

- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Rješavajući uvodni primjer - određujući duljine stranica kvadratnih pločica kojima su poznate površine, učenici se podsjećaju pojma drugog korijena i upoznaju funkciju oblika $f(x) = \sqrt{x}$.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Funkcija $f(x) = \sqrt{x}$, $x \geq 0$ i njezin graf

Na temelju primjera i nacrtanog grafičkog prikaza učenici zaključuju da je funkcija drugog korijena definirana isključivo na skupu nenegativnih brojeva te da točke pridružene uređenim parovima oblika $(x, f(x))$ pripadaju krivulji koja se u cijelosti nalazi u prvom kvadrantu. Uočavaju i da je riječ o strogo rastućoj funkciji. Za vježbu učenici određuju parove pridruženih vrijednosti te grafički i računski provjeravaju pripada li neka točka grafu funkcije ili ne pripada.

Funkcija $f(x) = \sqrt{ax}$, $x \geq 0$, $a > 0$

Proučavajući ponuđene primjere i rješavajući postavljene zadatke, učenici dolaze do zaključaka o tome kako se ponaša funkcija ovog oblika, tj. kako vrijednosti funkcije i graf funkcije ovise o vrijednosti (pozitivnog) parametra a . Svoje zaključke potvrđuju koristeći interaktivne applete napravljene u GeoGebri.

Funkcija oblika $f(x) = b\sqrt{x}$, $x \geq 0$

Slična razmatranja učenici provode i za funkciju ovog oblika. Uočavaju da ovdje nema ograničenja na predznak parametra b , tj. da on može poprimati i negativne vrijednosti. Svoje zaključke učenici potvrđuju koristeći interaktivne applete napravljene u GeoGebri.

Završetak

Učenicima su omogućena dodatna istraživanja funkcije drugog korijena, kao i procjena naučenog.

Dodatni prijedlozi

Materijali o grafičkom prikazivanju funkcije drugog korijena dostupni na [Eduviziji](#).

[Videomaterijali](#) Tonija Miluna

[Videomaterijali](#) Mate Kosora

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici koji žele više mogu uz detaljnije proučavanje funkcija oblika $f(x) = \sqrt{ax}$, $x \geq 0$, $a > 0$ i

$f(x) = b\sqrt{x}$, $x \geq 0$ pomoću GeoGebrinih appleta proučiti svojstva i "ponašanje" složenijih funkcija u kojima se javlja drugi korijen.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima se u zadatku Na početku mogu dati već gotove tablice pridruženih vrijednosti te zadati da na temelju tih tablica nacrtaju graf funkcije drugog korijena.

U sljedećem koraku, učitelj može unaprijed pripremiti tablice pridruženih vrijednosti, ali ovaj put bez izračunatih vrijednosti funkcije za zadani argument. Učenici sami izračunavaju vrijednost funkcije za zadani argument te je crtaju.

Kada su učenici spremni, sami počinju kreirati svoje tablice pridruženih vrijednosti te crtaju grafički prikaz funkcije drugog korijena.

U svim primjerima (npr. 1. i 4.) i 6. zadatku slikovni su prikazi grafova premali pa je učenicima s oštećenjem vida potrebno unaprijed napraviti uvećani tiskani materijal.

Učenicima s intelektualnim teškoćama u zadatcima zadavati samo cijele brojeve te im dopustiti korištenje tablice množenja.

Učenici s diskalkulijom mogli bi imati teškoća pri rješavanju zadataka o izračunavanju vrijednosti funkcije kada su brojevi zadani kao decimalni brojevi i razlomci. Prije rješavanja takvih zadataka potrebno ih je podsjetiti kako se računa drugi korijen iz tih brojeva. Možemo im dopustiti i korištenje džepnog računala.

Učenici s motoričkim teškoćama mogu samo upisati vrijednosti u tablicu pridruženih vrijednosti te graf crtati pomoću aplikacije. Ta skupina učenika imat će teškoća u rješavanju interaktivnih zadataka s koordinatnim sustavom (primjer 3., zadatak 7.). U tim im zadacima može pomoći njihov pomoćnik ili neki drugi učenik iz razreda.

Dodatna literatura za nastavnike

Web-materijali dostupni na [poveznici 1.](#) i [poveznici 2.](#)

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvajanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Iskazati razliku između racionalnog i iracionalnog broja
- Odrediti pripadnost zadanog realnog broja skupovima **N, Z, Q i R**
- Prikazati beskonačni periodični decimalni broj razlomkom i obrnuto
- Usporediti zadane realne brojeve
- Procijeniti između koja dva cijela broja se nalazi zadani broj

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinica počinje ponavljanjem cjeline Realni brojevi pomoću nekoliko interakcija. U bojalici učenici određuju pripadnost pojedinog broja odgovarajućem skupu brojeva. Tijekom rješavanja zadataka, između ostaloga, računat će s korijenima, potencijama, brojevima zapisanim u znanstvenom zapisu te će primjenjivati formule za kvadrat zbroja, kvadrat razlike i razliku kvadrata.

U drugoj će interakciji učenici razvrstavati racionalne brojeve s obzirom na njihove decimalne zapise. Učenike će možda trebati podsjetiti da razlomke treba prvo do kraja skratiti.

U trećoj interakciji učenici će povezivati grafički prikaz kvadratne funkcije ili funkcije drugog korijena s njezinim pravilom pridruživanja. Neke će grafičke prikaze odmah moću upariti s odgovarajućim pravilom pridruživanja, a kod nekih se može preporučiti uvrštavanje različitih vrijednosti argumenata i određivanje pridružene vrijednosti funkcije. Također, učenici mogu koristiti applete crtanja grafova iz jedinica 5.3. Graf funkcije $f(x)=x^2$ i 5.4. Graf funkcije $f(x)=\sqrt{x}$ pri rješavanju zadataka.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Spirala drugog korijena

Kao samostalna aktivnost ponuđena je konstrukcija spirale drugog korijena te se učenicima preporučuje da je uklope u crtež. Za one koji žele više pripremljen je dokaz tvrdnje da je broj korijen od dva iracionalan.

Kao pomoć, učenici mogu pogledati animaciju iz jedinice 5.2. Realni brojevi i brojevni pravac koji dodatno pojašnjava konstrukciju spirale drugog korijena.

Euklidov poučak konstrukcije drugog korijena

Za učenike koji žele više pripremljena je izborna tema. Nizom zadatak učenici istražuju Euklidov poučak te konstruiraju dužine različitih iracionalnih duljina.

Geoploča

Aktivnost Geoploča može se zadati za samostalni rad, rad u paru ili rad u skupinama. U svakom slučaju, preporučuje se zajedničko komentiranje na razini razreda i uspoređivanje mogućih rješenja. Ako želite učenicima olakšati aktivnost, možete im otkriti broj različitih nesukladnih četverokuta koje je moguće prikazati na 3×3 geoploči te ih tražiti da ih pronađu, a zatim izračunaju opsege i površine.

Kao dodatna pomoć pri rješavanju zadataka, pripremljena je animacija koja detaljnije objašnjava određivanje opsega i površine trapeza koji je moguće nacrtati na 3×3 geoploči.

Završetak

Pitagorino stablo

Za kraj je ponuđena izborna tema Pitagorino stablo koja se može zadati učenicima koji to žele. Konstrukciju je moguće provesti klasično, na papiru, ali i na računalu. Učenicima se može odobriti i da Pitagorino stablo izrade od nekog drugog materijala, npr. žice.

Dodatni prijedlozi

Teme iz ove nastavne jedinice mogu se dodatno proučavati na mrežnim stranicama [Eduvizije](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici koji žele više mogu uz detaljnije proučavanje funkcija oblika $f(x) = \sqrt{ax}$, $x \geq 0$, $a > 0$ i

$f(x) = b\sqrt{x}$, $x \geq 0$ pomoću GeoGebrinih appleta proučiti svojstva i "ponašanje" složenijih funkcija u kojima se javlja drugi korijen.

Za učenike koji žele znati više pripremljena je posebna tema, Euklidov poučak konstrukcije drugog korijena.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala ili sadržaja. Prilagodbe valja odabirati temeljem specifičnih obilježja učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- ponoviti ili pojednostavniti upute
- jezično prilagoditi složenije zadatke
- koristiti vizualnu podršku: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisak
- razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- povećati razmak između redova
- formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- omogućiti upotrebu džepnog računala

- voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta u odnosu na specifičnosti učenika
- omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- koristiti različite alate koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama rabi asistivnu tehnologiju, valja je integrirati i u aktivnosti za slobodno učenje.

Pojedini se postupci primjenjuju za određene skupine učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama:

- povezati zadatke sa specifičnim interesima učenika s ciljem osiguravanja motiviranosti, najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)
- smanjiti zahtjeve za pisanjem ili prepisivanjem s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenutcima zasićenosti, uporaba podsjetnika (poremećaj pažnje)
- upotrijebiti font Sans Serif (ili Verdanu, Dyslexiu), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno za dodatne materijale (specifične teškoće učenja)
- osigurati češće pauze tijekom rada, povezivati sadržaje s primjerima iz svakodnevnog života (intelektualne teškoće)
- usmeno prezentirati zadatak, omogućiti upotrebu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu na izvor zvuka (oštećenje sluha).

U osmišljavanju prilagodbi uvijek treba raditi timski i kontinuirano surađivati sa stručnim timom škole, pomoćnikom u nastavi i roditeljima. Za sve je učenike s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama važno osigurati njihovo aktivno sudjelovanje tijekom aktivnosti za slobodno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u grupama gdje će učenik imati priliku surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima grupe).

Učenicima se može dopustiti konstruiranje prvih dvaju koraka u spirali drugog korijena, a ostale korake crtaju. Također, ako im je lakše, konstrukciju mogu odraditi na računalu.

Umjesto na točkastom papiru, za učenike je moguće pripremiti 3 x 3 geoploču izrađenu u kućnoj radinosti, pomoću daske i devet čavlića, te im omogućiti da rade s konkretnom geopločom na koju pričvršćuju elastične vrpce. A na točkasti papir mogu precrtati izgrađeni četverokut.

Ovisno o potrebi, učenicima se mogu dati izrezani dijelovi Pitagorina stabla i tražiti da ih samo zalijepe na odgovarajući način.

Ako postoji potreba uvježbavanja razvrstavanja brojeva na racionalne i iracionalne, moguće je odigrati jednostavne igrice na engleskom jeziku dostupne na linkovima (igra 1, igra 2) za koje nije potrebno nikakvo znanje engleskog jezika.

Dodatna literatura za nastavnike

Renata Svedrec, Euklid i kvadratne pločice (Matka 99, ožujak 2017.)

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvajanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješćivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Iskazati razliku između racionalnog i iracionalnog broja
- Odrediti pripadnost zadanog realnog broja skupovima **N, Z, Q i R**
- Prikazati beskonačni periodični decimalni broj razlomkom i obrnuto
- Usporediti zadane realne brojeve
- Procijeniti između koja dva cijela broja se nalazi zadani broj

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula 5. Realni brojevi osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja i vještina s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha je ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukciju, primjenu i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 8. razred osnovne škole

Modul 6: Preslikavanje ravnine

Priručnik za nastavnike

Modul 6: Preslikavanje ravnine

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, poštovanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njezine uloge u svakodnevnom životu

Odgojno-obrazovni ishodi

- Nacrtati vektor, suprotni vektor te zbroj i razliku zadanih vektora
- Razlikovati preslikavanja ravnine
- Prepoznati osnosimetrične likove
- Prepoznati centralnosimetrične likove
- Preslikati geometrijski lik zadanim preslikavanjem ravnine
- Primijeniti preslikavanja ravnine pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

U ovom modulu učenici 8. razreda zaokružuju znanja i vještine u preslikavanjima ravnine koje je počelo, matematički gledano, u 5. razredu, a intuitivno od predškolske dobi, osnom simetrijom.

Tijekom cijele osnovne škole geometrijom se razvija prostorni zor, snalaženje u prostoru i ravnini, razvijanje i njegovanje fine motorike, urednosti, preciznosti i poštovanje procedure konstrukcije.

Pod konstrukcijom se ne smatra samo Euklidska konstrukcija, jednobridno ravnalo i šestar nego općenito uporaba geometrijskog pribora.

Kako je prostor naše prirodno okruženje, mogli bismo zamijetiti da je nekim učenicima snalaženje u ravnini apstraktnije i teže. Zato je ova tema, Preslikavanje u ravnini, izuzetno važna za poboljšanje zora, motorike i urednosti općenito.

Modul počinje relativno novim pojmom vektora s kojim su se učenici već susreli u fizici 7. razreda pri učenju djelovanja sile. Matematički pristup definiranju vektora i klase vektora ponešto je drukčiji i precizniji nego u fizici. Zato je nužno finim postupcima dovesti u vezu i spojiti učenikova fizikalna znanja o vektoru s matematičkom nadgradnjom.

Osim samog pojma i svojstava vektora, upoznali su sa zbrojem i razlikom nekolinearnih vektora, kakvim su se isključivo bavili u fizici.

Prirodni nastavak je prvo preslikavanje, translacija u ravnini. S početim preslikavanjem točke dolazi se do prepoznavanja, konstrukcije te dopunjavanja skupova točaka translacijom za zadani vektor. Također, određivanja vektora transliranih skupova točaka.

Osna i centralna simetrija učenicima su bliske percepcijski i konstruktivno. Centralna je simetrija manje zahtjevna od osne. Pristup njihovu učenju sličan je kao i kod translacije. U jedinicama su ostvareni svi, zahtjevni, ishodi preslikavanja.

Rotacija je učenicima zahtjevna perceptivno i konstrukcijski. Postupno uvođenje, od promatranja i uočavanja do konstrukcije, olakšava im i približava im realizaciju ishoda jedinice rotacije.

Zadnja je jedinica povezivanje preslikavanja, odnosno najvrjedniji dio modula. To je prava primjena naučenog gdje se pokazuje koliko učenik barata pojmovima preslikavanja, prepoznavanjem i konstrukcijama.

Sve su jedinice bogate 2D animacijama, interakcijama srednje i visoke razine te GeoGebrinim appletima kao pomoć u istraživanju.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovoga modula možete upotrijebiti na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima te ih prilagoditi učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete upotrijebiti kao materijal za metodu obrnute učionice tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dvojbe.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskoga i suradničkog rada učenika, pri čemu možete pripremljene sadržaje upotrijebiti i u nekom virtualnom okruženju (za komunikaciju i suradnju), primjerice u Yammer društvenoj mreži, Teams okruženju za timove ili OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici.

Uz svaku je jedinicu u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica Pomoćni interaktivni sadržaji na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i višemedijske sadržaje za jednostavnu uporabu s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za uporabu digitalnih alata

GeoGebra

Računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorena koda, dostupan na hrvatskome jeziku na www.geogebra.org.

Više o GeoGebri pročitajte na: <https://e-laboratorij.carnet.hr/>.

LearningApps

Jednostavno sučelje za izradu različitih interaktivnih sadržaja, kao što su kvizovi i igrice uparivanja. Dostupno je na poveznici: <https://learningapps.org/createApp.php>.

Polynomials Calculator

Internetski kalkulator koji se, između ostalog, može iskoristiti za računanje s algebarskim izrazima. Dostupan je na poveznici: [Polynomials Calculator](#).

Kahoot

Ovo je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah nakon završetka kviza. Uporaba Kahoota je besplatna. Sadržava veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti injima se koristiti, preraditi ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.

Više o Kahootu pročitajte na linku [e-laboratorij](#).

Sway

[Sway](#) je *online* alat za izradu, organizaciju i dijeljenje sadržaja u obliku interaktivne mrežne stranice; svojevrsan hibrid između prezentacije i klasične mrežne stranice. S pomoću Swaya možete napraviti prezentacije, interaktivne sadržaje, izvještaje, fotoalbume, radne materijale za nastavu i slično. Izrada i organizacija sadržaja pojednostavnjena je uporabom gotovih predložaka rasporeda i dizajna.

Više o Swayu pročitajte u [CARNETOVOM e-laboratoriju](#) ili na stranici [Početak rada s aplikacijom Sway](#).

Office Mix

[Office Mix](#) besplatan je dodatak za Microsoft PowerPoint koji omogućuje dodavanje interaktivnih sadržaja u prezentacije. S pomoću Office Mixa, u prezentaciju možete umetnuti ankete, kvizove, interaktivne simulacije kao što su GeoGebra i Phet, snimanje zvuka, videa te označavanje na kliznicama (slajdovima). Tako napravljene prezentacije ostaju interaktivne i nakon objave u [Office Mix galeriji](#) pa se mogu koristiti i za formativno praćenje.

Više o Office Mixu možete pročitati na stranicama o njegovoj primjeni u obrazovanju [Office Mix for teachers](#).

Operativni plan

	Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
6.	Preslikavanje ravnine		14+ 1
		6.1. Vektori	2
		6.2. Zbrajanje i oduzimanje vektora	2
		6.3. Translacija	2
		6.4. Osna simetrija	2
		6.5. Centralna simetrija	2
		6.6. Rotacija	2
		6.7. Povezivanje preslikavanja	2
		Aktivnosti za samostalno učenje	1
		Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

6.1. Vektori



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s vektorima
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz vektore u u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Iskazati definiciju vektora i njegova svojstva
- Nacrtati vektor jednak zadanom vektoru
- Nacrtati suprotni vektor zadanom vektoru

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom se dijelu učenici susreću sa zadatkom programiranja putanje robota koji treba slijediti zadanu stazu i uočavaju da opis kretanja mora biti vrlo precizan - sadržavati upute o smjeru kretanja, ali i o duljini puta koju u pojedinom smjeru treba prijeći. To im daje ideju za rješavanje sljedećeg zadatka i dovodi do pojma vektora.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Osnovni pojmovi i primjeri

Na početku su navedeni osnovni pojmovi – definiran je vektor i navedene sve njegove odrednice – duljina, smjer i orijentacija. Crtežom i primjerenim fotografijama objašnjen je pojam kolinearnih vektora istog smjera i suprotnih smjerova.

Jednaki i suprotni vektori

Uvedeni su pojmovi jednakih i suprotnih vektora (analogija s cijelim brojevima), te pojam nul-vektora koji ima duljinu 0, a smjer mu nije definiran. Učenici provjeravaju razumijevanje pojmova rješavajući zadatke s vektorima zadanima na modelu paralelograma, kvadrata te (u animaciji) na modelu šesterokuta.

Vektori u koordinatnom sustavu

Nakon geometrijskih modela, učenici rješavaju zadatke s vektorima čije su rubne točke zadane koordinatama u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini. U rješavanju učenici koriste gotov interaktivni predložak za ucrtavanje točaka s cjelobrojnim koordinatama.

U takav interaktivni predložak učenici ucrtavaju točke "krećući" se u smjeru zadanih vektora i tako u koordinatnom sustavu crtaju sliku pri čemu ponavljaju osnovne pojmove vezane za vektore.

Za one koji žele znati više

Prije kraja, učenici koji žele znati više mogu se pozabaviti rješavanjem zadataka s vektorima čije su rubne točke vezane za istaknute točke pravilnog šesterokuta.

Završetak

U završnom je dijelu dan osvrt na najvažnije ishode koje je učenik trebao usvojiti i primijeniti ih u rješavanju postavljenog zadatka.

Dodatni prijedlozi

Istražiti fizikalne vektorske veličine (prvenstveno silu).

Ideja za rad u paru: Osmisliti vlastitu sliku u koordinatnom sustavu i crtanje opisati vektorima. Zamijeniti opis s prijateljem iz para i nacrtati sliku na temelju uputa.

Konstruirati pravilni osmerokut i razmotriti vektore čije su rubne točke vezane za njegove vrhove.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predložimo članak [Vektori](#) Anđelka Marića, objavljenog u Matki broj 78.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za bolju vizualizaciju [vektora](#), [kolinearnih vektora](#), [suprotnih vektora](#) i [jednakih vektora](#) dostupni su appleti u GeoGebri autora Igora Vidovića.

Za dodatnu vježbu, moguće je pogledati prvih pet videouradaka na mrežnim stranicama [Eduvizije](#) i riješiti njima pripadajuće zadatke.

Tijekom cijele nastavne jedinice valja voditi računa o ponavljanju i pojednostavljivanju uputa (za sve učenike koji imaju teškoće jezičnoga razumijevanja). Tako je, primjerice, uputno odmah u uvodnom dijelu pojasniti pojam vektora. Prvi je zadatak ove nastavne jedinice jezično zahtjevan

i zato treba imati na umu da se učenicima sa specifičnim teškoćama učenja on usmeno dodatno pojasni.

U 1. zadatku treba imati na umu da učenici sa specifičnim teškoćama učenja imaju poteškoća s prostornom orijentacijom i organizacijom zbog čega bi im u početku ovaj zadatak trebalo dodatno usmeno pojasniti (npr. dati odmah na početku primjer u prostoru - nekoliko se učenika, okrenutih na različite strane u razredu, mora okrenuti desno - tako da vide da nam informacija „desno“ sama po sebi nije dovoljno informativna).

Tijekom čitave nastavne jedinice treba voditi računa i o novim pojmovima koji se spominju, a koje će učenici sa specifičnim teškoćama učenja puno duže i teže usvajati. Zato treba voditi računa da se:

- Naglasi i ponovi da je duljina vektora isto što i modul (i dalje izbjegavati korištenje pojma modul s učenicima sa specifičnim teškoćama učenja).
- Utvrde pojmovi smjer i orijentacija koji su slični, i u svakodnevnom govoru mogu biti istoznačni, a ipak u ovoj cjelini nose različito značenje što je jako važno za razumijevanje vektora (primjer pojednostavljivanja: smjer - možemo ih spojiti istom ravnom linijom, pravcem; orijentacija - u kojem je pravcu okrenuta strelica).

S obzirom na to da ova cjelina nosi mnoštvo novih pojmova (kolinearni vektor, jednaki vektor, suprotni vektor, nul-vektor), bilo bi dobro potaknuti učenike da naprave malu mentalnu mapu tih pojmova sa slikovnim predlošcima koja će im stalno biti dostupna i koju će moći dopunjavati i poslije novim pojmovima, definicijama i formulama koje su važne za rješavanje zadataka.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se koristiti vizualnu potporu tako da se sadržaj jedinice unaprijed najavi pomoću slika ili natuknica. Učenik može i prije nastavne jedinice dobiti zadatak da pripremi što više informacija i primjera o vektorima u svakodnevici. Ako se uoči da se učenik dobro snalazi u zadacima s vektorima, valja ga poticati da pokaže izračun i drugim učenicima i da, po mogućnosti, opiše postupak zadatka.

U radu s učenicima s oštećenjem sluha uvijek treba voditi računa o razumijevanju pojmova (kao i za učenike sa specifičnim teškoćama učenja) i poticati stvaranje vlastite umne mape / mementa u kojem će se nalaziti najvažnije informacije za rješavanje zadataka. Kod ove skupine učenika treba paziti i na razumijevanje nekih riječi, kao što je primjerice programiranje, koje učenicima s oštećenjem sluha mogu biti apstraktne.

U vrijeme dok učenici s teškoćama rješavaju zadatke, treba kontrolirati njihov rad, provjeravati sjećaju li se nekih pojmova koji su ranije naučeni (npr. polovište) te provjeriti razumijevanje novih pojmova i logike (npr. učenicima s teškoćama može biti teško shvatljivo da vektor može početi i završiti u istoj točki).

VEKTORI U KOORDINATNOM SUSTAVU

Prije ovoga dijela, bilo bi dobro napraviti kratku prezentaciju o koordinatnom sustavu i prisjetiti se osnovnih stvari vezanih za koordinatni sustav. Takvi će zadatci sigurno biti nešto teži za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (zbog orijentacije na papiru) i za učenike s motoričkim

teškoćama (zbog označavanja unutar koordinatnog sustava). Zato im je potrebno dati više vremena i ponuditi dodatna objašnjenja.

Jezično složenu terminologiju, koja označava zapravo jednostavne stvari, dobro je uvijek dodatno usmeno objasniti (npr. cjelobrojne koordinate - takav termin učenicima s teškoćama uglavnom neće buditi nikakve asocijacije, a zapravo se radi o cijelim brojevima - 5, 4, 6, koji služe kao koordinate; pravokutni koordinatni sustav - riječ pravokutni u ovome je slučaju redundantan).

Uvedena je riječ applet za predložak, koja se poslije nastavila dosljedno koristiti umjesto riječi predložak, što je nepotrebno i jezično opterećujuće za sve učenike. Kutak za znatiželjne izbjegavati s učenicima koji imaju teškoće, važno je usvojiti ključne elemente svake cjeline.

U radu s učenicima sa specifičnim teškoćama učenja i oštećenjem sluha treba voditi računa o tome hoće li razumjeti zašto ponekad vektore označavamo jednim malim slovom, a ponekad primjerice AB. Može se dogoditi da učenici iz te skupine teškoća shvate da je to mnogo važnije nego što uistinu jest i da na promišljanje o oznakama utroše previše vremena.

Dodatna literatura za nastavnike

Različite ideje o vektorima na engleskome jeziku možete pronaći na sljedećim linkovima: [jedan](#) i [dva](#).

6.2. Zbrajanje i oduzimanje vektora



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane sa zbrajanjem i oduzimanjem vektora
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane za zbrajanje i oduzimanje vektora u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Nacrtati vektor jednak zbroju dvaju vektora
- Nacrtati vektor jednak razlici dvaju vektora
- Riješiti problemski zadatak primjenom zbrajanja i oduzimanja vektora

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Motivacija za zbrajanje i oduzimanje vektora prezentirana je na konkretnim primjerima "usmjerenog kretanja" - trčanja ravnom stazom, odnosno interaktivnog "potezanja" vagona s kamenjem. Oba su primjera vezana za kolinearne vektore.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Zbrajanje i oduzimanje kolinearnih vektora

Učenici na temelju riješenih zadataka zaključuju da su zbrajali kolinearne vektore iste orijentacije ili suprotnih orijentacija, da su u nekim situacijama zbrojeni vektori rezultirali nul-vektorom. Detaljno su opisane sve situacije koje mogu nastati, a popraćene su i odgovarajućim 2D animacijama. Ističe se analogija zbrajanja i oduzimanja kolinearnih vektora sa zbrajanjem i oduzimanjem cijelih brojeva.

Kolinearni vektori oko nas

Prezentirani su konkretni zadatci iz svakodnevnog života čije se rješavanje zapravo svodi na zbrajanje ili oduzimanje kolinearnih vektora. Svoje znanje učenici odmah utvrđuju rješavajući odgovarajuće zadatke. Pri rješavanju se koriste pripremljenim predlošcima.

Zbrajanje i oduzimanje nekolinearnih vektora

Na primjeru razigranih pasa učenici uviđaju da promjena smjera njihova kretanja znači promjenu smjera vektora. Uočavaju da u slučaju zbrajanja nekolinearnih vektora neće biti dovoljno zbrajati samo njihove duljine (i "paziti na predznak"). Odmah je sugeriran postupak zbrajanja "nadovezivanjem", tj. pravilo trokuta. U nastavku je taj postupak opisan i prikazan tipičnim primjerima. Naglasak je na činjenici da su zbroj i razlika dvaju vektora vektori koji počinju u početnoj točki prvog, a završavaju u završnoj točki drugog (odnosno drugom vektoru suprotnog) vektora. Naučeno se odmah primjenjuje na odgovarajućim zadatcima na modelu kvadrata i u pravokutnom koordinatnom sustavu. U rješavanju zadataka učenici si pomažu uporabom interaktivnih predložaka s pomoću kojih otkrivaju i svojstvo komutativnosti koje vrijedi za

zbrajanje vektora. Također, zaključuju da svojstvo komutativnosti ne vrijedi za oduzimanje vektora.

Pravilo paralelograma

Svojstvo komutativnosti zbrajanja vektora dovodi do zaključka da se vektori mogu zbrajati i na drugi način - prenošenjem zadanih nekolinearnih vektora u zajedničku početnu točku te "razapinjanjem" paralelograma čija je "usmjerena dijagonala" zbroj zadanih vektora. Pravilo se ilustrira na primjeru odgurivanja jedrilice iz "kuta" lučice jer sile djeluju odjedanput, a ne "jedna po jedna". Pravilo se može uvježbavati na interaktivnom modelu plovidbe do otočića.

Zbrajanje i oduzimanje triju i više vektora

U nastavku je prikazan postupak zbrajanja i oduzimanja triju i više vektora "nadovezivanjem". Iako se ne radi o vektorima u koordinatnom sustavu, interaktivni predložak može i ovdje biti koristan.

Zainteresirani učenici imaju priliku dobro uvježbati postupak zbrajanja i oduzimanja vektora na mnogobrojnim interaktivnim materijalima.

Završetak

U završnom je dijelu dostupan predložak u kojem učenici mogu birati vježbu zbrajanja/oduzimanja kolinearnih/nekolinearnih vektora pravilom trokuta ili paralelograma. Na kraju mogu riješiti postavljene zadatke i procijeniti svoja postignuća u jedinicama Vektori te Zbrajanje i oduzimanje vektora.

Dodatni prijedlozi

- Učenici mogu rješavati zadatke iz zanimljivog [appleta](#) GeoGebre kolega Šime Šuljića i Damira Belavića.
- Učenici mogu dodatno uvježbati [zbrajanje i oduzimanje](#) vektora pravilom paralelograma.
- Za kraj, učenici se mogu još jednom [podsjetiti naučenoga o vektorima](#) (na engleskome jeziku).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo proučavanje postupka zbrajanja vektora s pomoću pravila paralelograma.

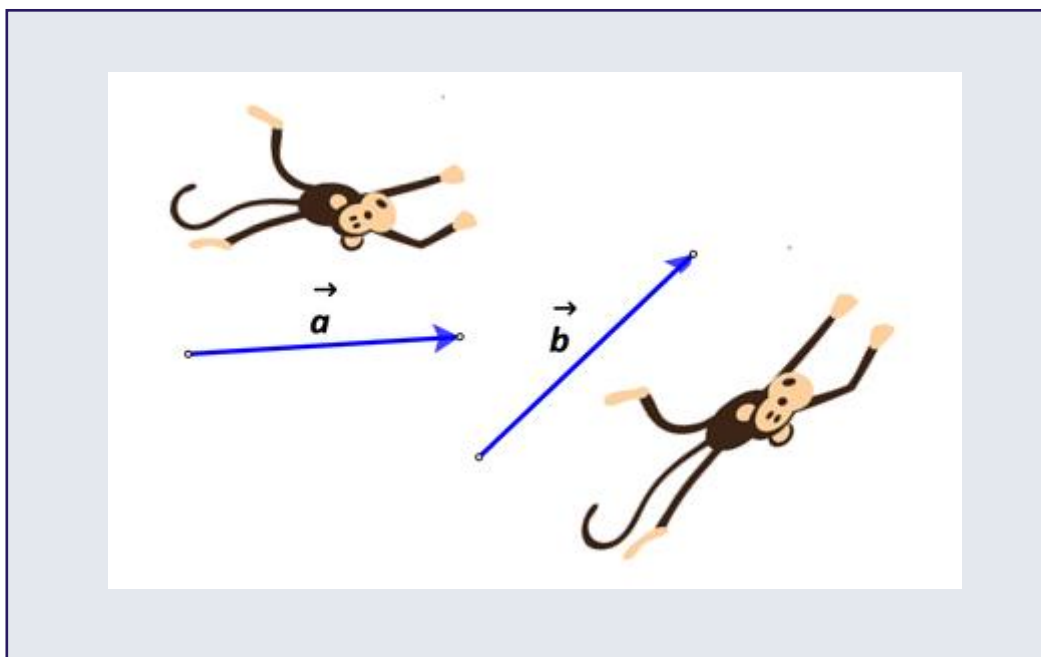
Učenici također mogu odigrati [igru](#) na engleskome jeziku. Također, moguće je na engleskome jeziku proučiti

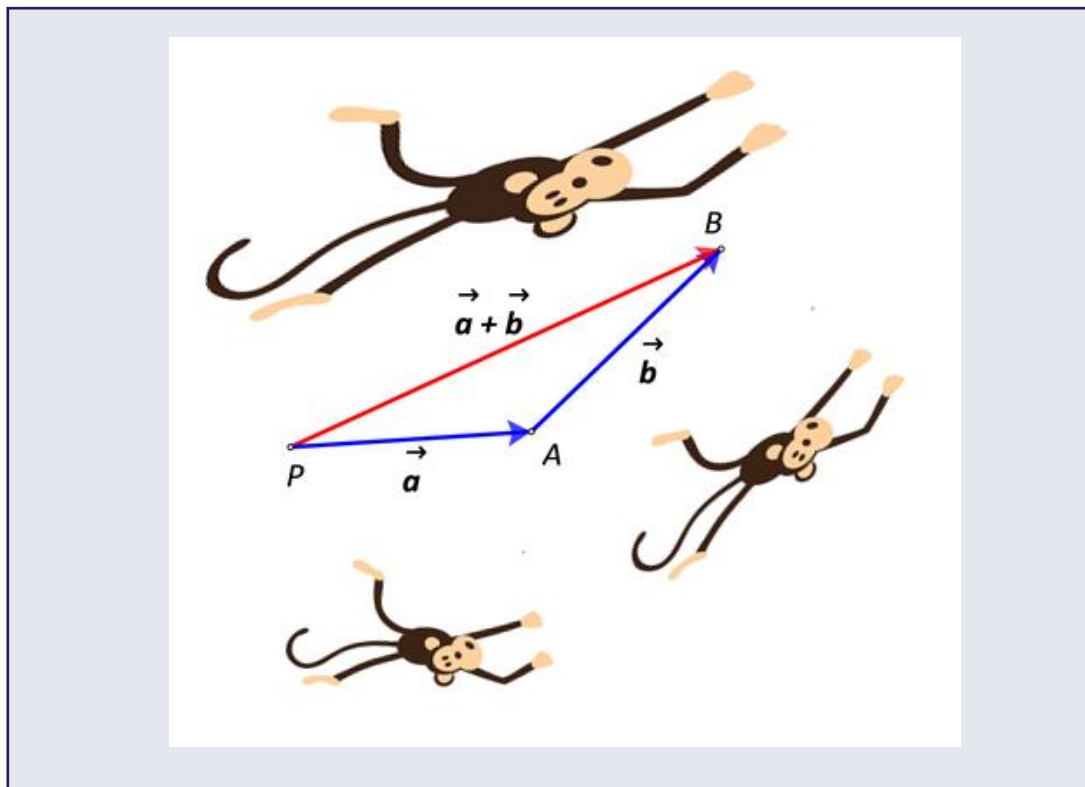
[prepoznavanje zbroja vektora](#) i [zbrajanje zadanih vektora u mreži kvadrata](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Zbrajanje kolinearnih vektora moguće je lakše vizualizirati pomoću interakcije "potezanja" vagona s kamenjem. Učenicima se može omogućiti korištenje interakcije pri rješavanju zadataka sa zbrajanjem kolinearnih vektora. Oduzimanje kolinearnih vektora treba povezati sa zbrajanjem te ponovno koristiti istu interakciju.

Za zbrajanje i oduzimanje nekolinearnih vektora učenicima se može sugerirati da početak vektora nazovu "rep", a kraj "glava" te da s pomoću plišanog majmunčića ili psa (sa što dužim repom) zapamte pravilo "glava/rep" za zbrajanje/oduzimanje vektora. Rep plišane životinje postave na početak prvog vektora, a glavu na kraj. Zatim ponavljaju postupak za drugi vektor. Ne mijenjajući položaj plišane životinje, prenesu njezin rep na "glavu" prvog vektora. Rezultantni vektor crtaju od "repa" prvog vektora do "glave" drugog vektora.





Zadatci od 1. do 4.: Bolje ih je grupno rješavati i komentirati dok učenici s teškoćama ne shvate način rješavanja. Nije poželjno očekivati da će učenici s teškoćama odmah samostalno rješavati takve zadatke.

ZBRAJANJE I ODUZIMANJE KOLINEARNIH VEKTORA

Primjer 1. - Objasniti postupno korak po korak. Imati na umu da će učenici s teškoćama teško pratiti sve matematičke oznake za vektore.

Zaključke u žutim kvadratima potkrijepiti slikovnim prikazom; jezično su zahtjevniji, zato je uputno dodatno ih usmeno objasniti.

Posebnu pozornost treba obratiti objašnjavanju zbrajanja vektora koje se svede na oduzimanje (i obratno). Dati više primjera koji će se zajednički rješavati prije nego što se očekuje od učenika s teškoćama da samostalno rješavaju takve zadatke.

Zadatak 6. je presložen za učenike sa specifičnim teškoćama učenja i za učenike s motoričkim teškoćama. U skladu s individualnim mogućnostima, učenike treba voditi kroz zadatak te im dati više vremena i smjernica za njegovo rješavanje.

U 7. a zadatku treba naglasiti važnost paralelnosti. Također, učenici s teškoćama (vida, specifičnih teškoća učenja, vizualne percepcije...) mogu imati teškoće u približnom određivanju paralelnosti; tada im je potrebno dopustiti i pokazati im kako to raditi s pomoću ravnila.

Treba iznimno paziti kad je predznak negativan da učenici osvijeste njegovu važnost i kako će utjecati na tijek zbrajanja i oduzimanja vektora. Puno takvih primjera potrebno je zajednički riješiti prije nego što ih učenik samostalno počne rješavati. Dobar je postupak da učenici s teškoćama (ali i djeca urednoga razvoja) podcrtavaju predznake tijekom rješavanja zadataka jer će se tako više na njih usmjeriti.

Ako učenici s teškoćama nisu ovladali prethodnim zadacima, radije ponudite još primjera zbrajanja i oduzimanja linearnih vektora prije nego što se prijeđe na ovaj dio nastavne jedinice.

Zadatak 8. - Objasniti zašto smo upotrijebili korijen pri izračunu (prisjetiti se Pitagorina teorema, dodati ga u umnu mapu / memento kao i sve ostale formule i pravila koje će se koristiti dalje u zadacima (npr. poslije se spominje komutativnost, prije ju treba objasniti). Inače je s učenicima s teškoćama uvijek bolje ponoviti sve pojmove i pravila i tek onda dati mogućnost samostalnog promišljanja o problematici (npr. Je li zbrajanje vektora komutativno? Prvo ponoviti pravilo, a zatim neka samostalno pokušaju odgovoriti.).

Zaključak u žutom kvadratu opet potkrijepiti slikom kako bi ga učenici s teškoćama bolje shvatili i upamtili.

Zadatak 9. a radije proći uz komentiranje jer slika svih varijacija vektora može biti zbunjujuća. Zajedno komentirati pa eventualno pustiti koji primjer da učenici samostalno riješe, ovisno o individualnim sposobnostima.

PRAVILO PARALELOGRAMA

Prisjetiti se što je paralelogram i koje su njegove osnovne karakteristike i tek onda povezati s vektorima.

Kad uvedemo pravilo paralelograma, jasno objasniti razliku između pravila trokuta i pravila paralelograma. Povezati taj sadržaj; hoće li rezultati biti jednaki ili različiti, ovisno koje pravilo koristimo.

U 10. zadatku ne treba inzistirati na rješavanju. Zbrajanje više vektora - dati još primjera, objasniti korak po korak, poticati da pitaju ako nešto nije jasno.

Dodatna literatura za nastavnike

Dodatne ideje za zbrajanje vektora na engleskome jeziku možete pronaći na [linku](#).

6.3. Translacija



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s translacijom
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane za translaciju u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati translirane likove
- Translatirati zadani lik s obzirom na zadani vektor
- Nacrtati vektor koji povezuje lik i njegovu sliku nastalu translacijom

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabrana fotografija zgrade iz Den Haaga ukrašene reljefom inspiriranim radom Mauritsa Cornelisa Eschera. Escher uzima jedan lik, preslikava ga pomicanjem u određenom smjeru i za istu udaljenost te prekriva cijelu ravninu s pomoću toga lika a da se likovi ne preklapaju ili da ne ostaje praznog prostora.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Pojam i primjeri translacije

Na temelju Escherovih radova uvodi se pojam i definira translacija te se s pomoću predloška proučavaju njezina svojstva. Na fotografijama su prikazani dodatni primjeri translacija iz svijeta oko nas, nakon čega učenici mogu provjeriti razumijevanje značenja pojma translacija.

Translacija točke, dužine, trokuta...

Opisno, slikom i interaktivnim predloškom učenici prvo transliraju točku, zatim dužinu, pravac, trokut i kružnicu. U razumijevanju postupka pomaže pripremljeni videomaterijal.

Tako učenici postupno otkrivaju i dokazuju svojstva translacije (čuva duljinu dužine i veličinu kutova).

Translacija u koordinatnom sustavu

Nakon toga, translacija se proučava u pravokutnom koordinatnom sustavu. Pritom vektor može biti zadan grafički (nacrtan) ili opisno (npr. "pomak za 3 gore i 2 desno"). Osim zadataka translacije zadanog lika za zadani vektor (tj. određivanja translirane slike početnog objekta), radi se i obratan postupak – rekonstrukcija originala na temelju poznate slike i vektora translacije. Za uvježbavanje obaju postupaka pripremljeni su razni zadatci (klasični, interaktivni i GeoGebrini applet), a ponuđeni su i dodatni materijali dostupni na mrežnim stranicama.

Završetak

U završnom je dijelu dan osvrt na najvažnije ishode koje je učenik trebao ostvariti u ovoj jedinici, a pripremljeni su i zadatci u kojima učenik može procijeniti je li u tome uspio.

Dodatni prijedlozi

- Osmišljavanje ornamenta s pomoću translacije pravilnih likova u mreži kvadrata.
- Proučiti materijale dostupne na linkovima [1](#), [2](#), [3](#), i [4](#).
- Proučiti tutorijale na mrežnim stranicama Eduvizije dostupne na [linku](#).
- Učenici mogu pokušati riješiti i [kviz](#) kojim se provjerava poznavanje translacije na engleskome jeziku.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo članak Anđelka Marića *Pomak ili translacija*, objavljen u Matki 79, a dostupan za preuzimanje na [linku](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenici se mogu poigrati sljedećom [aplikacijom](#).

Za bolju vizualizaciju translacije možete koncept translacije uvesti s pomoću [appleta](#).

Pojam translacije u žutom kvadratu složeno je objašnjen. Preporučuje se pojam usmeno dodatno objasniti. Istaknuti pojam translacija = paralelno pomicanje; dati učenicima da samostalno nacrtaju nekoliko paralelnih vektora i svaki put naglasiti da se radi o translaciji.

U 2. zadatku (cvjetovi) treba objasniti zašto to nije translacija ako se pokaže da učenici nisu potpuno razumjeli taj pojam.

Primjer 1. je vrlo složen i jezično zahtjevan. Treba ga dodatno objasniti; napisati u koracima, potkrijepiti svaki korak vizualno (gotov vizualni prikaz ne znači puno); korak po korak objašnjavati i crtati. Također, treba objasniti što znači da tražimo „sliku točke A“ jer takav izraz za učenike sa specifičnim teškoćama učenja može biti zbunjujući. Ako je moguće, takav izraz treba zamijeniti jednostavnijom riječju.

Predložak koji slijedi nakon primjera za učenike s motoričkim teškoćama može biti zahtjevan zbog otežanog pomicanja miša na zaslonu. Zato treba osigurati potrebnu pomoć drugog učenika ili pomoćnika u nastavi. Također, treba objasniti kako se koristi predložak jer je vrlo komplicirano. Bolje bi bilo postupno, korak po korak, objasniti kako se radi translacija, što više jezično pojednostavniti, dati nekoliko primjera, proučiti zajednički predložak i tek onda dati da samostalno rješavaju.

Pojam applet koristi se umjesto pojma predložak pa svaki put učenike s teškoćama učenja treba podsjetiti na značenje tog pojma. Bilo bi bolje upotrijebiti naziv predložak.

Treba obratiti pozornost na to da se u svim zadacima koji zahtijevaju crtanje u koordinatnom sustavu učenicima s motoričkim teškoćama da više vremena, manji opseg zadataka (ili manje koraka unutar zadatka) i, ako je potrebno, da se osigura podrška pomoćnika u nastavi (ako učenik ne može samostalno izvršiti zadatak).

U radu s učenicima s teškoćama vida treba paziti vide li dobro i označavaju li sve što treba. Ako ne, potrebno je prilagoditi učionički prostor, mjesto sjedenja, uvećati sliku, poboljšati kontrast, to jest maksimalno prilagoditi prostor učeniku.

U 3. zadatku treba objasniti na koja se pravila odnose pravilo 1. i pravilo 2. Bilo bi dobro prvih nekoliko (pod a i b) pokazati i zajednički riješiti i tek onda očekivati samostalno rješavanje.

VIDEO je odličan primjer objašnjavanja uz vizualni prikaz. U učenika s oštećenjem vida treba provjeriti svjetlinu i kontrast (po potrebi prilagoditi), a učenicima s oštećenjem sluha dati na papiru smjernice i korake rješavanja zadatka koji prate. Ako je potrebno, treba zaustaviti video i usmeno komentirati.

Primjer 2. - Usmeno dodatno pojasniti uputu („translatirajmo dužinu ab za zadani vektor a “) učenicima sa specifičnim teškoćama učenja i učenicima s oštećenjem sluha (npr. znači da želimo pomaknuti tu dužinu AB za onoliko koliko je dug vektor, i to u istom smjeru...).

Dati više primjera prije samostalnog rješavanja 4. zadatka.

Za 5. i 6. zadatak učenicima s teškoćama, prije nego što mogu samostalno riješiti takav zadatak, treba dati primjer. S takvim zadacima treba biti oprezan jer mogu biti prezahtjevni ako učenik nije ovladao primjerima (kao u 4. zadatku). Ne treba inzistirati na rješavanju takvih zadataka nego omogućiti grupno rješavanje i komentiranje. Treba obratiti pozornost i na ovladanost svim matematičkim simbolima (za paralelno, za vektor). Ovi primjeri mogu biti zahtjevni i učenicima s oštećenjem vida s obzirom na to da treba dobro gledati i označavati sitne točke. Prema potrebi, tim učenicima treba prilagoditi zadatke tako da u bilježnicu crtaju veće pravce. Učenicima s motoričkim teškoćama treba osigurati podršku pomoćnika u nastavi pri crtanju paralelnih vektora.

Svi su zadatci u translaciji koordinatnog sustava previše složeni. Treba odabrati jedan reprezentativni za učenike s teškoćama (dužina, krug ili trokut) i dati više takvih primjera. Složenije primjere rješavat će kada prema individualnim mogućnostima učenika procijenimo da on to može.

Dodatna literatura za nastavnike

Dodatne ideje vezane za translaciju na engleskome jeziku dostupne su na [linku](#).

6.4. Osnna simetrija



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s osnom simetrijom
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz osnu simetriju u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati osnosimetrične likove
- Preslikati zadani lik osnom simetrijom
- Nacrtati os simetrije dvaju osnosimetričnih likova
- Ispitati osnu simetričnost nacrtanih objekata

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabrano nekoliko fotografija iz stvarnog svijeta vezanih za osnu simetriju (zrcaljenje, refleksija). Nakon toga, učenicima je ponuđena interaktivna igra u kojoj predviđaju izgled slike u ogledalu (uz dostupnu provjeru).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kako nastaje slika u zrcalu?

Opisan je i grafički prikazan postupak određivanja osnosimetrične slike točke s obzirom na zadanu os simetrije te je definirano preslikavanje. Odmah je dana mogućnost rješavanja interaktivnog kviza u kojemu se provjerava razumijevanje postupka.

Svojstva osne simetrije

Proučavajući riješene primjere i koristeći pripremljene applete, učenici istražuju i otkrivaju svojstva osne simetrije. Naslućena su svojstva potkrijepljena matematičkim argumentima (dokazima). U nastavku je predviđeno rješavanje zadataka za čije je rješavanje potrebno uočiti i primijeniti svojstva osne simetrije.

Osnosimetrični likovi

U nastavku se prikazuju, opisuju i definiraju osnosimetrični likovi. Istražuje se koji su od poznatih geometrijskih likova osnosimetrični i koliko osi simetrije imaju. Naučeno se odmah primjenjuje u zadacima.

Oсна simetrija u koordinatnom sustavu

Dalje se proučava osna simetrija u pravokutnom koordinatnom sustavu. Prvo se razmatra simetrija u odnosu na koordinatne osi, a zatim u odnosu na simetralu I. i III., odnosno II. i IV. kvadranta. Uočava se pravilnost u mijenjanju koordinata pri tim osnim simetrijama.

Oсна симетрија у сликама

Примјери осне симетрије и осносиметричних ликова приказани су на више фотографија из реалног свијета.

Завршетак

У завршном је дијелу дан осврт на најважније исходе које је ученик требао остварити у овој јединици, а понуђено је и неколико игара за увјежбавање и утврђивање наученога о осној симетрији.

Додатни приједлози

Помоћу интерактивног [квиза](#) од 10 питања на енглеском језику ученици могу проверити разумијевање појма осне симетрије. Потребно је одредити је ли исцртана линија осне симетрије одabiром типке YES/NO (DA/NE). Одговор треба потврдити притиском на типку *Submit*.

Ученици могу истражити осну симетрију помоћу слjedeћег аплета. Потребно је поставити [осне симетрије](#) на одговарајуће мјесто. Могуће је одабрати положај правца који ће се приказати одabiром *Vertical*, *Horizontal* или *Any*. Типка *New Figure* приказује нови лик.

Ученици могу још једном проверити [својства ликова](#) добивених [осном симетријом](#) у односу на почетне ликове.

Могуће је позабавити се [истраживањем](#) могућих „presavijanja“ и откривањем који су од ликова осносиметрични те још једном проверити који су од основних четворокута [осносиметрични](#) и колико осне симетрије имају.

Пroučiti осну симетрију у координатној равнини с обзиrom на правце који су паралелни с координатним осима, паралелни са симетралом квадраната и у опћем положају.

Могуће је и riješiti [интерактивне задатке](#) везане за осну симетрију у координатном систему у којима се одмах добија повратна информација о исправности рјешенја.

Ученици могу још једном proučiti „ponašanje“ координата тачака при осној симетрији у правокутном координатном систему.

Знанје је могуће проверити и квизовима на енглеском језику, [preslikavanje osnom simetrijom](#) и [određivanja koordinata točaka](#).

За крај, ученици могу pogledati колико су лица осносиметрична или одigrati игрицу у којој морају довршити crtanje осносиметричне слике [izvanzemaljca](#) како би се заштитили од инвазије.

Кoliko је нечије лице осносиметрично, могуће је pogledati на овој [poveznici](#). Ученици могу pronaći фотографију лица особе с *public domain* licencom и unijeti је у апликацију.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predložimo sljedeći applet za istraživanje osnosimetričnosti pojedinih [četverokuta](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Pri uvođenju osne simetrije, poželjno je s učenicima izraditi slike, npr. leptira gdje se [temperom nacрта](#) desno krilo, papir se presavije, a zatim se tempera preslika na lijevu stranu. Isto se može raditi i s [izrezivanjem](#) likova iz papira.

Učenici mogu određivati os simetrije lika koristeći [ogledalo](#).

Također, može se promatrati i zrcalna slika lika pomoću virtualnog [ogledala](#) ili se poigrati [crtanjem slike](#) koja se zatim osnom simetrijom preslikava u ostale kvadrante.

Applet [osna simetrija](#) na engleskome jeziku može pomoći pri razumijevanju samog preslikavanja osnom simetrijom. Moguće je mijenjati različite uvjete kao što su geometrijski lik, pravac preslikavanja i položaj pravca.

Također, za pomoć u razumijevanja pojma osne simetrije može se pokazati applet u kojem je potrebno pravac postaviti da bude [os simetrije slova H](#).

Jednostavna interakcija, u kojoj učenici trebaju namjestiti točkice na strani na kojoj nedostaju kako bi uzorak bio osnosimetričan, može se isprobati na sljedećem [linku](#).

Pojam osna simetrija istaknuti tako da je uvijek vidljiv (bilo u mentalnoj mapi ili negdje u učionici). Povezati osna simetrija = ogledalo, tako da budi asocijacije.

Zadatci s preslikavanjem (iako su naoko jednostavni) učenicima sa specifičnim teškoćama učenja (osobito disleksijom) kao i ostalim učenicima s teškoćama vizualne percepcije mogu biti jako teški s obzirom na to da se radi o orijentaciji na papiru. Zato primjere treba prolaziti korak po korak, a ako učenik i pogriješi, ohrabrivati ga dalje. Ako je takva teškoća izražena tako da dijete ne može ovladati ovakvim tipom zadatka, onda je takvu cjelinu bolje izbjegavati.

Primjer 1. - Točka koja leži na pravcu (C), pojasniti za što koristimo oznaku C, a za što C'.

SVOJSTVA OSNE SIMETRIJE

Puno je matematičkih simbola i oznaka za koje valja postupno objasniti na što se koji odnosi. Paziti na vizualni prikaz, odnosno na to je li sve dovoljno uočljivo učeniku s oštećenjem vida. Ako nije, treba prilagoditi svjetlinu zaslona i kontrast.

Također, tekst bi bilo bolje zapisati u obliku u kojem će slijediti rečenicu ispod rečenice (kao da je korak po korak) jer je tako sadržaj uočljiviji, lakše čitljiv pa time i lakše razumljiv.

Objasniti da osnosimetrično znači kao da se gleda u zrcalo. Povezati s ranijim gradivom (paralelno preslikavanje) da utvrde razlike. Dati nekoliko primjera jednog i drugog preslikavanja.

Pojam osnosimetričan lik uz vizualni prikaz istaknuti na vidljivo mjesto u učionici.

U interakciji (zadatak 4.) objasniti kako se pravac rotira i da se točke moraju namjestiti na lik! Osobama s motoričkim teškoćama osigurati podršku od strane pomoćnika u nastavi (namještanje mišem zahtijeva veliku preciznost koju oni samostalno ne mogu izvesti). Ako učenici s motoričkim teškoćama neće moći samostalno riješiti zadatak, može se usmeno komentirati rješavanje.

Zadatak 5.

a) b - ovaj b je vrlo zbunjujući - treba ga maknuti u drugi red da je jasno da to označava sljedeći zadatak i da nije povezan s dopunom na praznoj crti. Ista se pogreška javlja do kraja zadatka.

OSNA SIMetriJA U KOORDINATNOM SUSTAVU

Ponoviti svu terminologiju vezanu za koordinatni sustav koja će se koristiti u ovom dijelu nastavne jedinice.

U 8. c zadatku treba prvo dati primjer rješavanja takvog zadatka pa učenicima s teškoćama dati da samostalno rješavaju.

Dodatna literatura za nastavnike

Za dodatne ideje dostupan je scenarij poučavanja [Jesam li simetričan?](#).

U časopisu Matematika i škola [Simetrija bez riječi](#) kolegice Alena Dika i Gordana Grujić daju ideju kako osnu simetriju povezati s likovnim odgojem.

6.5. Centralna simetrija



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s centralnom simetrijom
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz centralnu simetriju u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati centralnosimetrične likove
- Preslikati zadani lik centralnom simetrijom
- Nacrtati središte simetrije dvaju centralnosimetričnih objekata
- Ispitati centralnu simetričnost nacrtanih objekata

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Uvod počinje trima slikama na kojima je ilustrirana:

- osna simetrija
- translacija
- na kraju, kao uvod u novu jedinicu, centralna simetrija.

Na ovaj je način ponovljeno naučeno te stavljeno u usporedbu s novim preslikavanjem.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Centralna simetrija točke i dužine

U prvome su dijelu razrade opisana svojstva centralnosimetrične točke, pa onda i dužine. Točke i dužine prikazane su u kvadratnoj mreži. Kod svojstava centralnosimetričnih dužina istaknuta je njihova sukladnost i usporednost.

Priložen je i dokaz sukladnosti centralnosimetričnih dužina za učenike koji žele znati više. Ovaj je dokaz dan u jedinici jer su svi alati koji se u njemu koriste gradivo prethodnih razreda, točnije 6. razreda.

Centralna simetrija likova

Proučavanje centralnosimetričnih likova, skupova točaka u ravnini, uvedeno je centralnosimetričnim preslikavanjem trokuta s obzirom na središte centralne simetrije izvan lika, a u kvadratnoj mreži.

Prije kvizova prepoznavanja centralnosimetričnosti likova, dana je kroz zanimljivost povezanost osne simetrije s okomitim osima i centralne simetrije.

Najveća je pažnja dana paralelogramima čija je centralnosimetričnost uvedena preko centralnosimetričnosti kvadrata.

Također, razmatrana je centralnosimetričnost mnogokuta i ovisnost centralnosimetričnost o parnosti broja vrhova mnogokuta.

Centralna simetrija u pravokutnom koordinatnom sustavu

Kako je centralna simetrija proučavana u kvadratnoj mreži, prirodno je da se prouči i ovisnost koordinata centralnosimetričnih točaka s obzirom na ishodište koordinatnog sustava.

Prepoznavanje centralne simetrije

U nekoliko su kvizova dane slike i ilustracije koje prikazuju centralnosimetrične oblike i one koji to nisu.

Konstrukcija centralnosimetrične slike

Dvema je 2D animacijama prikazano kako se konstruira centralnosimetrična točka i dužina te animacija.

Određivanje središta centralnosimetričnih likova također je prikazano 2D animacijom.

U zadnjem dijelu razrade dan je niz interakcija visoke razine dopunjavanja bojenjem do ispunjavanja centralne simetrije zadanog motiva.

Završetak

Na završetku su ponovljena svojstva centralne simetrije točke, dužine i lika.

Dodatni prijedlozi

Osmisliti projekte:

- Kako je pahuljica centralnosimetrična, a daje mnoštvo motiva za realizirati, može se napraviti razredni projekt "Birammo najljepšu izrađenu pahuljicu".
- Neka osmisle i naprave svoje razredne igraće karte prema uzoru na prave.

Također, učenike treba motivirati da koriste programe dinamične geometrije bilo za crtanje ili za konstrukcije.

Motive za projekt možete pronaći na [Pahuljice](#) i [Galerija pahuljica](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlaže se crtanje, konstruiranje i istraživanje koristeći se alatima dinamične geometrije.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za bolju vizualizaciju, dostupni su predlošci u GeoGebri, autora Igora Vidovića.

Za dodatnu vježbu moguće je pogledati prvih pet videouradaka na mrežnim stranicama [Eduvizije](#) i riješiti njima pripadajuće zadatke.

Učenicima sa specifičnim teškoćama učenja (posebno disleksijom) pojam centralnosimetrična (točka) može biti jezično zahtjevan pa ga je potrebno više puta ponoviti. Valja inzistirati na tome da ga učenik ponovi nekoliko puta dok ga ne usvoji. Ako je potrebno, sve takve nove pojmove isticati na vidljivom i pristupačnom mjestu u učionici (ili u individualnoj umnoj mapi / mementu).

Primjer 2. - Vizualno nedovoljno uočljiv pravac na koordinatnom sustavu (posebno za učenike s oštećenjem vida). Potrebno je poboljšati kontrast i bolje istaknuti pravac i pripadajuće točke.

Paziti da učenicima sa specifičnim teškoćama učenja (ali i učenicima s oštećenjem vida, sluha i svim ostalim teškoćama kod kojih se javlja poremećaj vizualne percepcije) može biti teško približno određivati udaljenost zadanih točaka od centra. Ponuditi neku tehniku (npr. da broje kvadratiće u koordinatnom sustavu ili da koriste ravnalo) ako približno ne mogu procijeniti.

Ako u 2. zadatku učenik ne može približno procijeniti udaljenost točke od središta (kao što je prije opisano), treba se prilagoditi njegovim individualnim mogućnostima i poticati takve učenike na korištenje ravnala u rješavanju ovog i ostalih, sličnih zadataka.

LIKOVNI KOJI SU SAMI SEBI CENTRALNOSIMETRIČNI

Istaknuti na vidljivom mjestu u učionici (ili u osobnom podsjetniku kao što je prije opisano) kako definiramo centralnosimetričan lik.

Sat - zahtijeva povlačenje mišem, što zbog tražene preciznosti za učenike s motoričkim teškoćama može biti zahtjevno, zato im treba pružiti odgovarajuću podršku pomoćnika u nastavi ili drugog učenika.

Za termine apscisa i ordinata također vrijedi da ih treba istaknuti na vidljivomu mjestu u učionici (ili u osobnom podsjetniku) ili se može „napraviti“ tehnika kojom će lakše upamtiti koja je os x a koja y (npr. XA -x je apscisa, YO- y je ordinata - upamte riječ XAYO ili YOXA).

Zadatak 9., 10. i projekt između, s obzirom na to da se radi o zrcalnom preslikavanju slova s kojim učenici sa specifičnim teškoćama učenja imaju teškoće, preporučuje se za tu skupinu učenika osmisliti zamjensku aktivnosti (npr. učenici s disleksijom i/ili diskalkulijom).

KONSTRUKCIJA CENTRALNOSIMETRIČNE TOČKE, DUŽINE, LIKA

Kod crtanja inače, a crtanja bez koordinatnog sustava posebno, treba osigurati podršku pomoćnika u nastavi učenicima s motoričkim poremećajem. Isto vrijedi i za interakcije koje zahtijevaju motoričku preciznost. Neke je od interakcija potrebno potpuniije objasniti jer dano objašnjenje nije dovoljno.

6.6. Rotacija



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s rotacijom
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz rotaciju u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati rotirane likove
- Preslikati zadani lik rotacijom
- Ispitati jesu li nacrtani objekti preslikani rotacijom

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Jedinica počinje primjerom u kojem je rotacija očita jer su predmeti poslagani u polukrug oko istog središta. Na drugoj su slici istaknute i veličine kutova, ali bez odabiranja smjera.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Cijela je jedinica napravljena na predlošcima polarnoga koordinatnog sustava, ali se to nigdje ne spominje i ne treba ga spominjati.

To je učinjeno radi lakšeg snalaženja, kao što su prethodna preslikavanja napravljena u pravokutnome koordinatnom sustavu.

Razrada počinje objašnjenjem pozitivnoga i negativnog smjera 3D animacijom i, dodatno, prikazima u bloku.

Sama rotacija počinje rotacijom točke i u kvizu se odabiru smjer i kut rotacije točke.

U videozapisu je dan osvrt na beskonačnost vrtnje pa, samim time, i kut zakretanja.

Nakon točke, rotira se i dužina. Prikaz rotacije dužine je u 2D animaciji. Naravno da naglasak treba staviti na sukladnosti dužina preslikanih rotacijom.

Rotacija lika

Rotacija lika uvedena je rotacijom trokuta uz raspravu o položaju središta rotacije u odnosu na trokut.

Interakcija srednje razine omogućava promatranje rotiranja lika općenito.

Zanimljivost

U zanimljivosti je rotacija povezana s centralnom simetrijom.

Poseban je dio posvećen likovima koji se mogu rotirati sami u sebe pod određenim uvjetima. Time se došlo do generalizacije rotacije pravilnih mnogokuta i na kraju, do savršenog oblika rotacije, kruga, odnosno kružnice.

Rotacija u koordinatnom sustavu

Kako su sva preslikavanja smješтана i promatrana u pravokutnome koordinatnom sustavu, to je učinjeno i kod rotacije, samo su primjeri jednostavniji.

Ljepota rotacije

U dijelu koji se poziva na ljepotu rotacije raznolik je splet zadataka i interakcija koji zahtijevaju poznavanje svojstava rotacije. Također, dan je slikovni osvrt na ljepotu rotacije u umjetnosti. Rotacija u prirodi predstavljena je pahuljom snijega i njezinom višestrukom simetrijom.

Konstrukcija

Zadnji dio razrade posvećen je konstrukciji rotacije točke i dužine.

Učenici će moći na GeoGebrinu appletu vježbati rotaciju točke i dužine.

Devet interakcija visoke razine još će više omogućiti učenicima proučavanje i učenje te primjenu svojstava rotacije.

Pred kraj je dan i jedan problemski zadatak čije se rješenje modelira rotacijom.

Završetak

U završnom je dijelu dan osvrt na svojstva rotacije dužine i skupova točaka općenito. Ponovljeno je gdje se sve s rotacijom susrećemo.

Završna procjena prema planu DOS-a obuhvaća provjeru ishoda osne i centralne simetrije te rotacije.

Dodatni prijedlozi

Uporaba materijala na poveznicama:

Rotacija u koordinatnom sustavu: [slika rotacije](#), [koordinate rotirane točke](#).

Korištenje motiva [pahuljice](#) za rotaciju i [galerija kristala pahuljice](#).

O redu simetrije na [poveznici](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predložimo crtanje, konstruiranje i istraživanje uporabom alata dinamične geometrije te materijala s poveznice [eduvizije](#).

Sve transformacije učenik može vježbati na GeoGebrinu appletu na [poveznici](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za bolju vizualizaciju dostupni su appleti u GeoGebri, autora Igora Vidovića.

Za dodatnu je vježbu moguće pogledati prvih pet videouradaka na mrežnim stranicama [Eduvizije](#) i riješiti njima pripadajuće zadatke.

Osobe s disleksijom teško određuju L i D stranu, stoga pozitivan i negativan smjer rotacije treba obilježiti i istaknuti na vidljivom mjestu u učionici kako bi ga uvijek imali pri ruci. Može se povući paralela/asocijacija s lepezom tako da bude lakše pamtljivo koji je smjer pozitivan, a koji negativan (otvaramo lepezu - pozitivan, zatvaramo - negativan).

Potrebno je objasniti složenije primjere zadataka (npr. Kad je zadani kut u zadatku velik, potrebno je podsjetiti učenike s teškoćama da jedan krug ima 360 stupnjeva, a ne treba očekivati da će se sami sjetiti.).

PRESLIKAVANJE DUŽINE ROTACIJOM

Prisjetiti se crtanja kutova od 30, 45 itd. stupnjeva s obzirom na to da je to znanje koje će biti potrebno u ovoj nastavnoj jedinici.

Zadatak 4. - Ovakve je tipove zadataka s da/ne odgovorima poželjno usmeno dodatno objasniti (rješenje). Ovako se ostavlja prostora za pogađanje što nam svakako ne bi trebao biti cilj. Potrebno je naglasiti da na kraju translaticirana dužina mora biti jednako duga. Ako im je približno provjeravanje dužine translaticiranih pravaca teško, valja poticati da to rade ravnalom.

Rotacije će trokuta i četverokuta osobama koje imaju teškoće s vizualnom percepcijom biti jako zahtjevne. Stoga se treba držati što jednostavnijih primjera.

Lik rotiramo tako da rotiramo njegove vrhove oko istog središta rotacije za isti kut - ovaj je dio potrebno istaknuti prije. Povezati s rotacijom dužine. Vrijedi li isto i za dužine? Objasniti učenicima s teškoćama.

U radu s učenicima s teškoćama valja izbjegavati samostalno rješavanje zadataka rotacije četverokuta i složenijih likova. Vizualno je poprilično složeno, a svrha je da učenici shvate kako se rotiraju (za to služe interakcije). Za samostalno rješavanje ostaviti jednostavnije primjere.

Kad zadatak traži da se „posluže stečenim znanjem“, učenicima s teškoćama uvijek treba dodatno objasniti te prijašnje pojmove, formule itd. Takve je zadatke uvijek bolje prvo riješiti pa učenicima s teškoćama ponuditi da rješavaju samostalno.

KONSTRUKCIJA ROTACIJE TOČKE, DUŽINE, LIKA

Zadatci s bojenjem likova i pomakom za kut - složeniji primjeri mogu biti teški osobama s disleksijom (one će teže približno procijeniti kut, boje mogu stvarati dodatnu zbrku, kao i mnoštvo crta). Isto vrijedi i za osobe oštećena vida.

6.7. Povezivanje preslikavanja



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s dvama ili više preslikavanja
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane za povezivanje preslikavanja u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Uzastopno preslikavati zadane likove
- Pronaći najkraći postupak preslikavanja između dvaju nacrtanih objekata
- Riješiti problemski zadatak primjenom preslikavanja

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabrana slika otisaka stopala pri hodu. Ona je nastala kao kombinacija dvaju preslikavanja – osne simetrije i translacije. Takvo preslikavanje poznato je pod nazivom klizno zrcaljenje.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ponovimo

Prvo se rješavanjem interaktivnih zadataka ponavlja do sada naučeno o preslikavanjima ravnine (svim transformacijama), a zatim se prepoznavanje napravljene transformacije obavlja samo na temelju slike.

Povezivanje preslikavanja

Nakon toga se proučavaju kombinacije (uzastopna djelovanja) dviju translacija, odnosno centralne simetrije i translacije. Za svaku od ovih kombinacija traži se postoji li izravno preslikavanje prvoga na treći lik. Zaključci se provjeravaju i uz pomoć interaktivnih zadataka.

Dvije osne simetrije

Posebno se proučava povezivanje dviju osnih simetrija s različito postavljenim osima (paralelne osi, okomite osi i osi koje se sijeku, ali nisu okomite). Za svaku od tih kombinacija postoji "zamjensko" preslikavanje početnog lika do njegove "druge slike".

Prepoznavaj kombinaciju preslikavanja

Ponuđeno je nekoliko zadataka u kojima učenici trebaju otkriti koja su preslikavanja i kojim redom korištena kako bi se početni lik "A" preslikao preko lika "B" na lik "C".

Završetak

U završnom je dijelu dan osvrt na najvažnije ishode koje je učenik trebao ostvariti u ovoj jedinici te su ponuđene igre za utvrđivanje naučenoga.

Dodatni prijedlozi

Učenicima se mogu ponuditi različite igre (na engleskome jeziku), kao što su [Osna simetrija i rotacija](#), [Preslikavanje ravnine](#), [Zvezdana transformacija](#), ili kviz Prepoznaj osnu simetriju, rotaciju i translaciju.

Ako učenici rade *offline*, može im se ponuditi rješavanje zadataka u kojima će trebati napraviti dvije uzastopne [transformacije](#), putem slikovitih objašnjenja, primjera i interaktivnih zadataka podsjetiti se [translacije](#), [osne simetrije](#) i [rotacije](#). Prepoznavanje ovih preslikavanja mogu provjeriti rješavanjem jednostavne [igrice](#). Svi su spomenuti materijali na engleskome jeziku.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

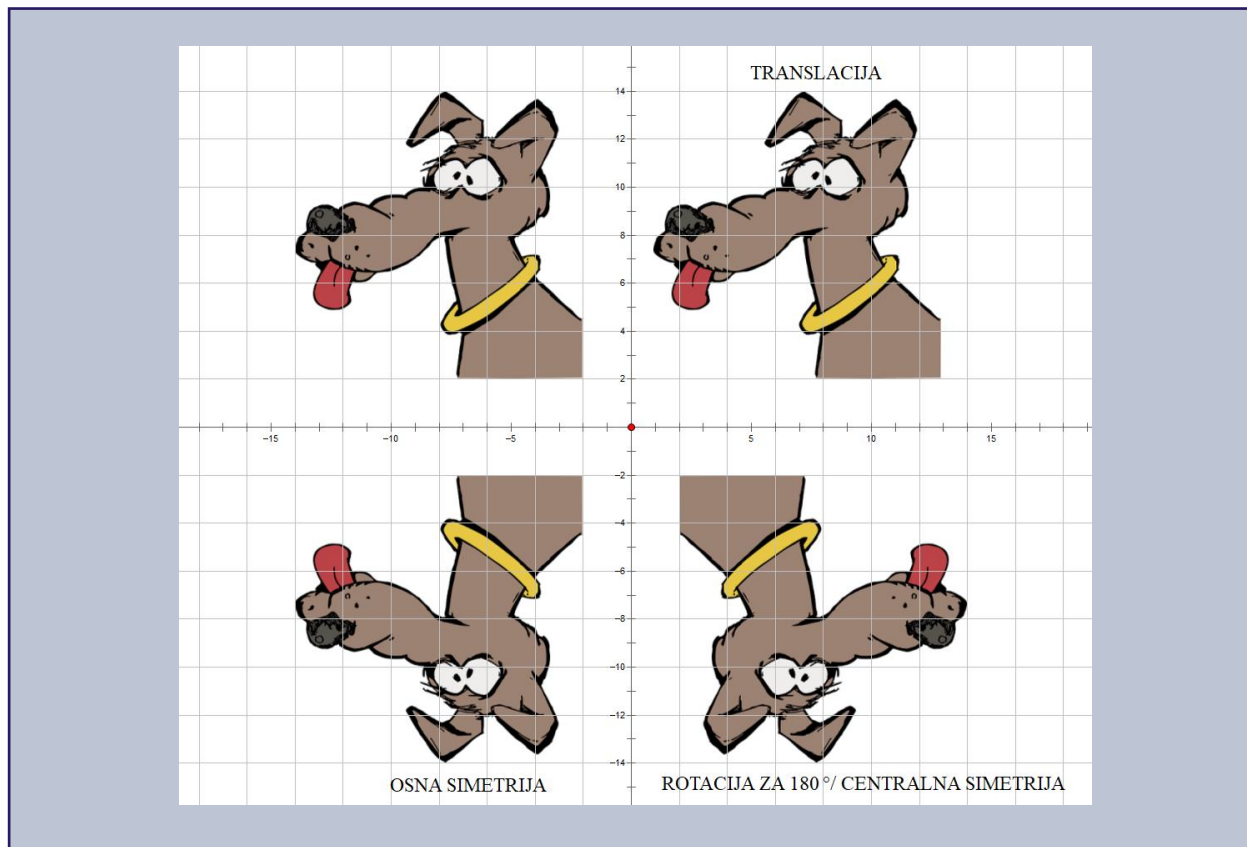
Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

- proučavanje simetrije u [kemijskim molekulama](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

S učenicima je moguće izraditi podsjetnik kao što je ovaj prikazan slikom. Podsjetnik je moguće nacrtati ili izraditi na računalu. A ako je potrebno, učenicima se može ispisati već napravljen podsjetnik.



Ako učenicima poteškoće predstavlja rotacija, učitelj može ispisati zadatak s rotacijom lika u koordinatnoj ravnini, primjerice preko ishodišta za kut od 90° u pozitivnom smjeru. Zatim na taj papir stavlja prozirnicu, a potom pribadačom (kroz ishodište) pričvršćuje papir s prozirnicom za karton. Učenici tada bez geometrijskog pribora, koristeći mrežu kvadratića, crtaju rotiranu sliku zadanoga lika pri čemu zakretanjem prozirnice mogu provjeravati točnost svojeg rješenja.

Prije rješavanja zadataka u ovoj cjelini preporučuje se dobro ponoviti i utvrditi pojmove centralna simetrija, osna simetrija, translacija i rotacija. Preporučuje se da učenici s teškoćama sve takve pojmove uz vizualne primjere cijelo vrijeme imaju na dostupnom mjestu u učionici ili u osobnom podsjetniku.

Posebno utvrditi značenje pojmova - centralna simetrija i rotacija, njihove sličnosti i razlike.

Zadaci od 3. do 7. presloženi; dati prvo primjere koji će se zajednički rješavati i tek onda vidjeti ima li učenik dovoljno znanja za samostalno rješavanje.

Također, ima puno crtanja i uporabe geometrijskog pribora što je previše složeno za učenike s motoričkim teškoćama. Njima je potrebno osigurati pomoć od strane drugih učenika ili pomoćnika u nastavi pri rješavanju takvih zadataka.

DVIJE OSNE SIMETRIJE

Nakon 11. zadatka objašnjenja su jezično prezahtjevna, stoga se preporučuje izbjegavati rješavanje takvih zadatke učenicima s teškoćama ili ih (ako se prema individualnim

sposobnostima procijeni da ih učenik može riješiti) dodatno pojasniti i voditi učenika kroz zadatak.

Dodatna literatura za nastavnike

U scenariju poučavanja [*Jesam li simetričan?*](#) dostupni su dodatni prijedlozi za osnu i centralnu simetriju.

Izbor složenijih zadataka iz cjeline Preslikavanje ravnine pronaći ćete u [kolekciji appleta](#) kolegice Aleksandre-Marie Vuković.

U kolekciji appleta Stevea Weissburga pronaći ćete mnogobrojne radove vezane za [preslikavanje ravnine](#).

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti temeljna matematička znanja te razviti vještine povezane s preslikavanjima ravnine
- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Nacrtati vektor, suprotni vektor te vektor zbroja i razlike zadanih vektora
- Razlikovati preslikavanja ravnine
- Prepoznati osnosimetrične likove
- Prepoznati centralnosimetrične likove
- Preslikati geometrijski lik zadanim preslikavanjem ravnine
- Primijeniti preslikavanja ravnine pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj sati: 1

U svim su jedinicama DOS-a dostupni različiti zadatci i primjeri koji omogućuju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj su zasebnoj jedinici pripremljeni različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijских sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinica počinje ponavljanjem o do tada naučenim vrstama simetrije i razvrstavanjem likova koji su samo osnosimetrični, samo centralnosimetrični, i osnosimetrični i centralnosimetrični, ili nisu ništa od toga.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Nakon toga, prikazane su slike objekata koji spadaju u kategoriju "nisu ni osnosimetrični ni centralnosimetrični", a ipak izgledaju "pravilno". Na temelju slika, uvodi se pojam rotacijske simetrije te su prikazane slike nekoliko rotacijski simetričnih oblika.

U nastavku slijede teme namijenjene učenicima koji žele znati više:

- Popločivanja ravnine
- Osa simetrija na geoploči ili na točkastom papiru
- Translacija na geoploči
- Rotacija na geoploči.

Završetak

Svaka od ovih podtema, uključujući i rotacijsku simetriju, može se razmatrati neovisno o ostalima. Teme su uglavnom namijenjene učenicima koji žele znati više te mogu poslužiti kao osnova za samostalni ili suradnički rad u skupinama.

Dodatni prijedlozi

Moguće je provesti projekt vezan za arhitekturu i likovnu umjetnost u kojem se može koristiti popločivanje ili ukrašavanje rotacijski simetričnim oblicima.

Učenicima se mogu zadati zadatci na [linku 1](#) i [linku 2](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

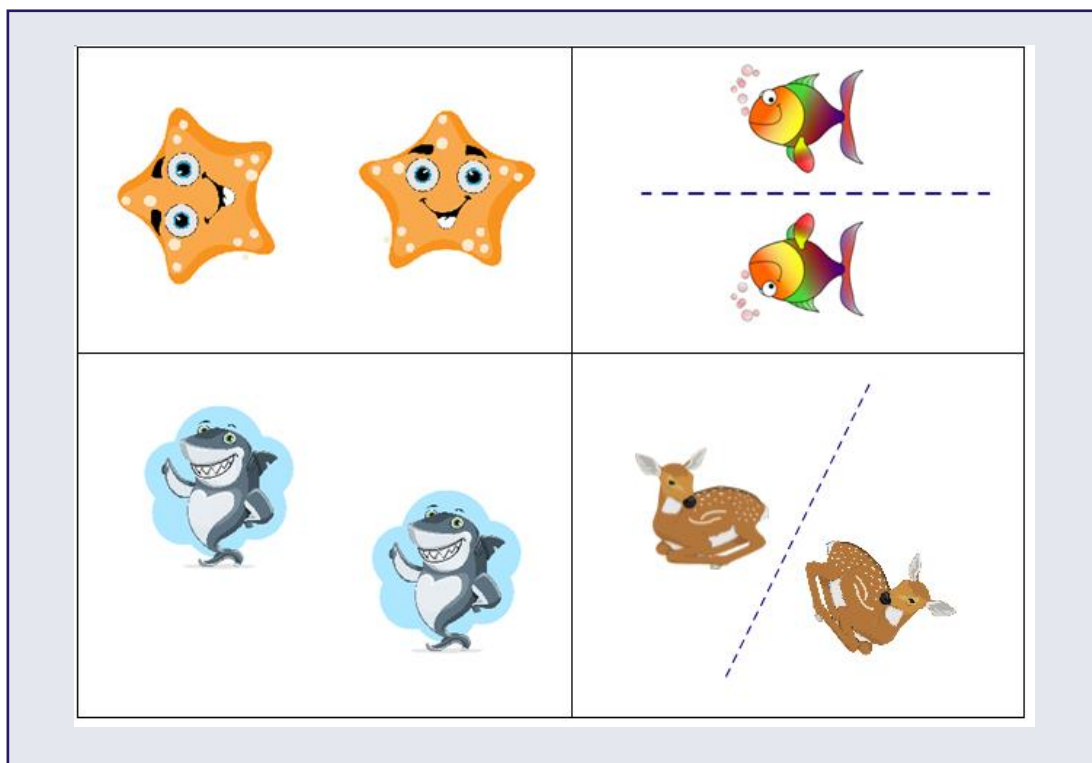
Nekoliko zanimljivih zadataka s bojenjem minimalnog broja polja dostupno je na [linku 1](#) i [linku 2](#).

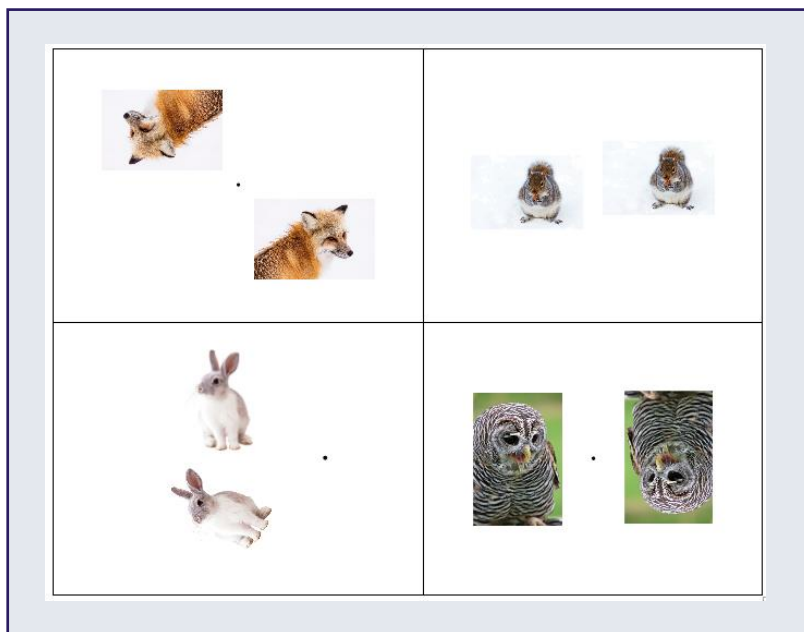
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Tijekom aktivnosti za samostalno učenje važno je držati se općih smjernica za poučavanje učenika s teškoćama.

Učenici mogu fotografirati različite primjere simetrija u svijetu u kojem žive te izraditi plakat ili prezentaciju.

Učenicima se mogu dati kartice sa slikama (uvećane, za sve učenike s teškoćama vizualne percepcije) i trebaju prepoznati/opisati svako preslikavanje.





Dodatna literatura za nastavnike

Nikol Radović, [*Transformacije ravnine a la Escher*](#), [*Transformacije ravnine ala Escher \(2\)*](#), Poučak br. 57 i 58.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti temeljna matematička znanja te razviti vještine povezane s preslikavanjima ravnine
- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Nacrtati vektor, suprotni vektor te zbroj i razliku zadanih vektora
- Razlikovati preslikavanja ravnine
- Prepoznati osnosimetrične likove
- Prepoznati centralnosimetrične likove
- Preslikati geometrijski lik zadanim preslikavanjem ravnine
- Primijeniti preslikavanja ravnine pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju 6. modula. Preslikavanje ravnine osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja i vještina radi ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastita napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha je ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukciju, primjenu i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 8. razred osnovne škole

Modul 7: Točke, pravci i ravnine u prostoru

Priručnik za nastavnike

Modul 7: Točke, pravci i ravnine u prostoru

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Usvajanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati odnose među pravcima u ravnini i prostoru
- Prepoznati odnose među pravcima i ravninama u prostoru
- Primijeniti znanja o odnosima među pravcima i ravninama u prostoru
- Odrediti ortogonalne projekcije točke, dužine i pravca na ravninu te udaljenost točke od ravnine
- Primijeniti znanja o odnosima između točaka, pravaca i ravnina u prostoru pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

U ovome modulu učenici 8. razreda primjenjuju znanja i vještine vezana za otkrivanje i primjenu zakonitosti odnosa točaka, pravaca i ravnina u prostoru.

Modul započinje jedinicom istog naziva u kojem je ponovljeno sve što je potrebno za praćenje i rad cijelog modula. Ponovljeni su odnosi točaka i pravaca u ravnini. Zaokružena je i određenost

pravca, ravnine i prostora. Učenici se upoznaju s modelom prostora, kvadrom, uočavanjem i crtanjem:

- vrhova koji će predstavljati točke u prostoru
- parova vrhova koji će predstavljati pravce u prostoru
- trojke vrhova koje će predstavljati ravnine.

Slijede jedinice u kojima učenici istraživanjem upoznaju međusobne položaje pravaca i ravnina u prostoru te okomitost pravaca i ravnina u prostoru. Učenjem i uočavanjem tih odnosa učenik izoštrava svoj prostorni zor te uočava primjene u svakodnevici - arhitekturi, prometnicama, inženjerstvu... Jedan je od ciljeva svakako izazov ispravnog crtanja uočenih odnosa predmeta i oblika u prostoru.

Upoznavanje s ortogonalnom projekcijom i, posljedično, udaljenosti točke od ravnine, primjena je odnosa točaka, pravaca i ravnina u prostoru. Valja napomenuti kako su se učenici s ortogonalnom projekcijom susreli još u petome razredu osnovne škole na nastavi Tehničke kulture kroz tlocrt, nacrt i bokocrt.

Modul je čisto geometrijski, osim nešto algebre u određivanju udaljenosti točaka od ravnine i duljine ortogonalne projekcije. Dakle, iako je geometrijski, učenici opet mogu naći poveznicu s algebrom.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete koristiti na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete koristiti kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dileme.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskoga i suradničkog rada učenika, pri čemu možete pripremljene sadržaje upotrijebiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice Yammer društvenoj mreži, Teams okruženju za timove ili OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici.

Uz svaku jedinicu je u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica, Pomoćni interaktivni sadržaji, na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i višemedijske sadržaje za jednostavnu uporabu s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za uporabu digitalnih alata

GeoGebra

Računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorena koda, dostupan na hrvatskome jeziku na: www.geogebra.org.

Više o GeoGebri pročitajte na: <https://e-laboratorij.carnet.hr/>.

LearningApps

Jednostavno sučelje za izradu različitih interaktivnih sadržaja, kao što su kvizovi i igrice uparivanja. Dostupno je na poveznici: <https://learningapps.org/createApp.php>.

Polynomials Calculator

Internetski kalkulator koji se, između ostalog, može iskoristiti za računanje s algebarskim izrazima. Dostupan je na poveznici: [Polynomials Calculator](#).

Algebarsko računalo

<https://www.mathway.com/ProblemWidget.aspx?subject=Algebra&affiliateid=affil18092>

Kahoot

Ovo je aplikacija koja omogućava kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah nakon završetka kviza. Uporaba Kahoota je besplatna. Sadržava veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i njima se koristiti, preraditi ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.

Više o Kahootu pročitajte na linku [e-laboratorij](#).

Sway

[Sway](#) je *online* alat za izradu, organizaciju i dijeljenje sadržaja u obliku interaktivne mrežne stranice; svojevrsan hibrid između prezentacije i klasične mrežne stranice. Pomoću Swaya možete napraviti prezentacije, interaktivne sadržaje, izvještaje, fotoalbume, radne materijale za nastavu i slično. Izrada i organizacija sadržaja pojednostavnjena je uporabom gotovih predložaka rasporeda i dizajna.

Više o Swayu pročitajte u [CARNETOVU e-laboratoriju](#) ili na stranici [Početak rada s aplikacijom Sway](#).

Office Mix

[Office Mix](#) besplatan je dodatak za Microsoft PowerPoint koji omogućava dodavanje interaktivnih sadržaja u prezentacije. S pomoću Office Mixa, u prezentaciju možete umetnuti ankete, kvizove, interaktivne simulacije kao što su GeoGebra i Phet, snimanje zvuka, videa te označavanje na kliznicama (slajdovima). Tako napravljene prezentacije ostaju interaktivne i nakon objave u [Office Mix galeriji](#) pa se mogu koristiti i za formativno praćenje.

Više o Office Mixu možete pročitati na stranicama o njegovoj primjeni u obrazovanju [Office Mix for teachers](#).

Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
7.	Točke, pravci i ravnine u prostoru	12+ 1
	7.1. Točke, pravci i ravnine u prostoru	1
	7.2. Međusobni položaji pravaca i ravnina u prostoru	3
	7.3. Okomitost pravaca i ravnina u prostoru	2
	7.4. Ortogonalna projekcija	3
	7.5. Udaljenost točke od ravnine	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

7.1.Točke, pravci i ravnine u prostoru



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s točkama pravcima i ravninama u prostoru.
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz točke pravce i ravnine i njihove odnose u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Skicirati kvadar ili kocku kao modele prostora
- Riječima iskazati određenost pravca i ravnine
- Prikazati osnovne elemente prostora (točke, pravce i ravnine) na modelima kvadra i kocke
- Odrediti pripadnost točke zadanom pravcu ili zadanoj ravnini

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Uvod i motivacija počinju prekrasnom umjetničkom slikom koja u sebi zapravo opisuje temu cijele cjeline, a ne samo ove jedinice - Točke, pravci i ravnine u prostoru. Ta slika pokazuje ljepotu geometrije i ljepotu pristupa predočavanja odnosa točaka, ravnina i pravaca u prostoru.

Drugi dio uvodnog/motivacijskog dijela tiče se osnovnih pojmova geometrije (točka, pravac i ravnina), čija je svojstva nužno ponoviti za bolje razumijevanje predstojećega gradiva.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ravnina

Razrada počinje ponavljanjem svojstava dužine te se proučavanjem odnosa dviju dužine ponavlja pojam jednakosti dužina i sukladnost dužina. Cilj je tog dijela zapravo ponavljanje svojstva "biti sukladan" i oznake za sukladnost.

Nakon upoznavanja/ponavljanja uvjeta jedinstvene određenosti pravca, učenik se upoznaje i s pojmom kolinearnosti/nekolinearnosti točaka koja je nužna za definiranje određenosti ravnine.

Ovaj dio završava kvizom.

Prostor

Uvodi se model kvadra kao model na kojem će se proučavati prostor, njegovi elementi i odnosi među njima.

Ovaj se dio jedinice odmah na početku bavi određenosti ravnine (tri nekolinearne točke). Također se nudi i dodatni pristup određenju ravnine (dva pravca koja se sijeku, pravac i točka koji mu ne pripadaju, usporednim pravcima).

Posebna je pažnja posvećena označavanju pravaca i ravnina na modelu prostora jer je to neophodno za praćenje sadržaja u sljedećim jedinicama, kao i prepoznavanje pripadnosti točke pravcu i/ili ravnini na modelu prostora.

Zadnji dio razrade tiče se određenosti prostora. Zgodna interakcija Namještanje sobe pruža učeniku mogućnost snalaženja u ravninskom prikazu prostora.

Završetak

U završnom su djelu istaknute najvažnije definicije i način označavanja točaka, pravaca i ravnina na modelu prostora.

Pravac je određen s bilo koje svoje **dvije** točke.

Ravnina je određena sa svoje bilo koje **tri** nekolinearne točke.

Prostor je određen s **četiri** nekomplanarne točke.

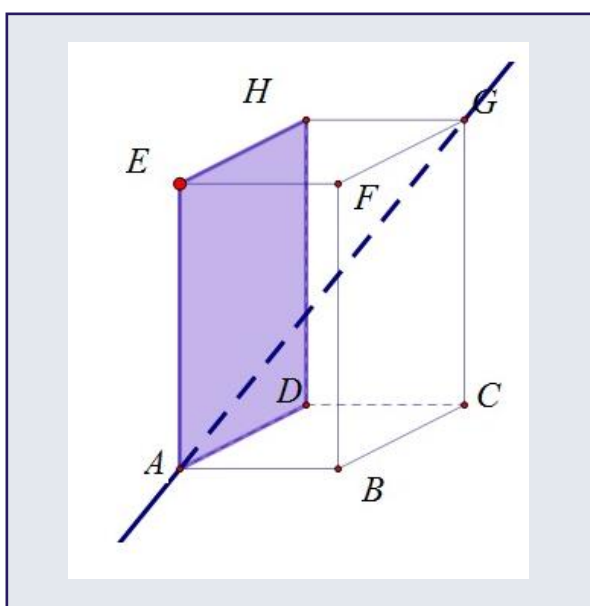
- Točka ima dimenziju 0.
- Pravac ima dimenziju 1.
- Ravnina ima dimenziju 2.
- Prostor ima dimenziju 3.

Na modelu prostora istaknuta je točka E , pravac AG i ravnina ADH .

Točka E ne pripada pravcu AG .

Točka E pripada ravnini ADH .

Ravninu ADH možemo još opisati kao ravninu DHE , HEA i EAD .



Dodatni prijedlozi

- S učenicima bi trebalo točke, pravce i ravnine proučavati i u prostoru koji ih okružuje, a to je učionica. Treba ih poticati da izrađuju modele prostora, male diorame te da na njima kreiraju zadane odnose točaka, pravaca, ravnina... u prostoru.
- Učenike bi trebalo poticati da izrađuju kartonske makete koje prikazuju stvarni ili imaginarni prostor. Tako zornije mogu predočiti i tumačiti prostor, a samim time i trenirati svoj prostorni zor. Nakon ili prije izrade makete potaknuti ih da naprave ravninski crtež makete.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Motivirani učenici mogu izraditi model prostora kao maketu s pomoću koje će učiti o odnosima u prostoru. Svakako, za prikaze koje naprave, nacrtati njihov ravninski prikaz.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće u razvoju

Sve nove definicije utvrditi (učenici sa specifičnim teškoćama učenja imaju poteškoće u usvajanju novih pojmova, potrebno ih je potkrijepiti sa što većim brojem primjera i što ih više puta ponoviti), utvrditi razliku između jednako i sukladno, komplanarne i linearne točke.

U zadacima u kojima se točni odgovori povlače na ciljano mjesto, treba uvijek uzeti u obzir da učenicima s motoričkim teškoćama treba dati više vremena, a ako se radi o težem obliku motoričkih teškoća, osigurati potporu pomoćnika u nastavi.

RAVNINA

Postupke koji su nabrojani jedan ispod drugoga, koji opisuju koliko je točaka potrebno da bismo odredili ravninu, obvezno potkrepljivati na ploči vizualno.

Sve važnije definicije i pojmove (obično iz žuto istaknutih kvadrata) potrebno je istaknuti na vidljivo i dostupno mjesto sve dok učenik s teškoćom potpuno ne ovlada novom terminologijom i definicijama.

7.2. Međusobni položaji pravaca i ravnina



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s međusobnim položajima pravaca i ravnina u prostoru
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz međusobne položaje pravaca i ravnina u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Riječima iskazati moguće položaje pravca i/ili ravnine u prostoru
- Na modelu kvadra i u prostoru oko sebe odrediti međusobne položaje pravaca i/ili ravnina
- Nacrtati međusobne položaje pravaca i/ili ravnina u prostoru
- Nacrtati probodište pravca i ravnine te presječnicu dviju ravnina
- Ispisati sve pravce određene vrhovima kvadra koji su usporedni, okomiti ili mimoilazni zadanome pravcu ili ravnini
- Riješiti problemski zadatak primjenom odnosa među pravcima i/ili ravninama u prostoru

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija

- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Jedinica počinje slikom *Slap* autora Mauritsa Cornelisa Eschera, majstora iluzije i ravninskih prikaza prostora sa zagonetkom.

Treba pozvati učenike da analiziraju i opisuju sliku. Neka analiziraju što im je neobično na slici i objasne zašto.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada počinje svojevrsnim nastavkom prve jedinice, a to su međusobni položaji pravaca u ravnini. Nakon toga, učenika se upoznaje sa svojstvima kvadra kako bi mogao lakše uočavati međusobne položaje pravaca i ravnina u prostoru.

Prvi dio razrade završava međusobnim položajima pravaca u prostoru, ali bez mimoilaznosti jer je za definiciju mimoilaznosti potrebno poznavati međusobne položaje pravaca i ravnina u prostoru.

Uočavanje i određivanje međusobnog položaja pravaca u prostoru učenik može uvježbati u kvizu.

Međusobni položaji pravca i ravnine u prostoru

Međusobni položaji pravca i ravnine određeni su brojem zajedničkih točaka. Nizom primjera, pa onda i zadataka, učenik može uvježbati određivanje pa i crtanje međusobnih položaja pravaca i ravnina u prostoru.

Kako odrediti presjek pravca i ravnine, probodište, obrađeno je u dijelu:

Presjek pravca i ravnine u kojem se opet na modelu prostora određuje probodište pravca i ravnine. Nakon ispitivanja pripadnosti pravca ravnini i uočavanja obilježja pravca koji pripada zadanoj ravnini, uvodi se pojam mimoilaznih pravaca kao onih koji nemaju zajedničku ravninu.

Nakon kviza o međusobnim položajima pravaca u prostoru, za kraj je ostavljena preostala tema:

Međusobni položaji ravnina u prostoru

Ravnine su u međusobne položaje podijeljene također prema broju zajedničkih točaka. Kvizom će učenici moći uvježbati uočavanje i određivanje međusobnih položaja ravnina.

Presjek ravnina

Pravac kao presjek dviju ravnina obrađen je u zadnjem dijelu ove jedinice. Također, nizom će zadataka učenici moći uvježbati uočavati i crtati presjek dviju ravnina.

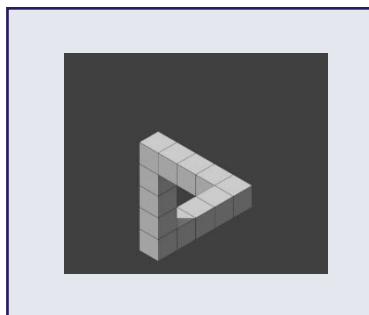
Kao dodatna tema predstavljena je analiza mogućih odnosa triju ravnina u prostoru.

Završetak

Na kraju je dan kviz u kojem se kroz primjenu odnosa točaka, pravaca i ravnina u prostoru dodatno učenika upoznaje s korisnošću i zanimljivošću tih odnosa.

Dodatni prijedlozi

- Upisivanjem u tražilicu "Escher" pronaći ćete mnoštvo takvih neobičnih slika.
- Zadati učenicima da istraže logoe koji prikazuju neobične oblike prikazane u ravnini, a koji u prostoru zapravo ne postoje, kao što su nemogući trokut, peterokut, i potaknuti ih da se okušaju u njihovu crtanju. Upute su u primjeru [videa](#). Mogu izraditi i svoj *Nemogući logo*.



- Preporučiti im knjigu *Plošnozemski*, Edwina A. Abbotta.

Iz

https://www.google.hr/search?q=pl%C5%A1nozemska&rlz=1C1GGRV_enHR751HR751&oq=pl%C5%A1nozemska&aqs=chrome..69i57.5025j0j8&sourceid=chrome&ie=UTF-8.

- Izuzetno je zanimljiv članak na [poveznici](#), autorice Sandre Gračan

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Zadati učenicima da skiciraju i crtaju na papiru ili u programima dinamične geometrije stvarne prikaze okruženja. Tako će najbolje uvježbati svoj prostorni zor i primijeniti naučeno.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće u razvoju

Ako učenik ima teškoća s pamćenjem i upotrebom matematičkih simbola, onda mu je potrebno dodatno objasniti matematičke simbole za jednako, okomito i sukladno, i ponuditi mu nekoliko primjera u kojima treba odabirati ili upisivati jedan od ta tri simbola.

Pravci na slici u 3. zadatku izgledaju okomito i sijeku se, no u stvarnom se prostoru i ne dodiruju. Osobe s teškoćama (a moguće i učenike urednoga razvoja) to će svakako zbuniti. Stoga treba takve pravce pokazati u realnom 3D prikazu (dakle na nekom geometrijskom liku u učionici). Učenicima s teškoćama takav se kvadrat može ostaviti cijelo vrijeme dok rješavaju zadatke kako bi na njemu provjeravali okomitost pravaca. Također, ako će biti potrebno, treba objasniti zašto neke pravce crtamo isprekidanom, a neke punom linijom.

Preporučuje se zadatke od 16. do 18. i projekt organizirati u skupinama, ali pritom voditi računa o tome da učenici s teškoćama komentiraju, prate i shvaćaju kako se dolazi do rješenja.

7.3. Okomitost pravaca i ravnina u prostoru



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s primjenom Pitagorinog poučka na jednostranični trokut
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Odrediti je li pravac i/ili ravnina okomit na zadanu ravninu
- Nacrtati pravce određene zadanim točkama koji su okomiti na zadanu ravninu te ravnine koje su okomite na zadanu ravninu
- Ispisati pravce određene zadanim točkama koji su okomiti na zadanu ravninu te ravnine koje su okomite na zadanu ravninu
- Rješavati problemske zadatke primjenom okomitosti pravca i ravnine u prostoru i/ili okomitosti dviju ravnina

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija

- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom dijelu podsjetit ćemo se položaja dvaju pravaca u ravnini te dvaju pravaca u prostoru. Svi položaji ilustrirani su fotografijama iz svijeta koji nas okružuje.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Položaj dvaju pravaca u prostoru

Na modelu kvadra promatraju se mogući položaji dvaju pravaca u prostoru. Svaki od položaja prikazan je fotografijama iz svijeta oko nas. Kako bi što bolje vizualizirali mimoilazne pravce, učenicima je ponuđen [applet](#).

Učenici provjeravaju razumijevanje na nekoliko interaktivnih zadataka.

Okomitost pravca na ravninu

Različiti položaji pravca i ravnine u prostoru promatraju se na konkretnim primjerima iz svakodnevnog života.

Za učenike koji žele, dana je poveznica na applet u kojem se istražuje uvjet okomitosti pravca i ravnine te video koji se osvrće na nedovoljan uvjet okomitosti pravca i ravnine.

Slijedi 2D animacija koja omogućava bolju vizualizaciju mogućih položaja pravca i ravnine u prostoru. Razumijevanje se može provjeriti na nizu interaktivnih zadataka (zadatak 1).

Okomitost dviju ravnina

Položaji dviju ravnina u prostoru promatraju se na modelu kvadra te primjerima iz svakodnevnog života, a posebno se pažnja daje okomitosti dviju ravnina.

Za učenike koji žele više, dan je link na applet u kojem se istražuje okomitost dviju ravnina. Za bolju vizualizaciju položaja dviju ravnina u prostoru, ponuđena je 2D animacija.

Razumijevanje je moguće provjeriti nizom interaktivnih zadataka.

Pravci i ravnine u prostoru – u realnom svijetu nije baš sve okomito

Za učenike koje zanima, dani su primjeri iz arhitekture na kojima se pokazuju međusobni položaji pravaca i ravnina u prostoru.

Završetak

U završnom dijelu ponuđena je procjena znanja.

Dodatni prijedlozi

Za učenike koji žele više, ponuđeni su različiti applet koji se nalaze u Zanimljivostima.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Prezentacija autorice Ide Hoza dostupna na [poveznici](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće u razvoju

Učenici mogu pogledati videosadržaje Tonija Miluna kako bi dodatno istražili [međusobni položaj pravca i ravnine u prostoru](#) te [međusobni položaj ravnina u prostoru](#).

Učenicima se može zadati da fotografiraju primjere okomitih pravaca u prostoru, okomitosti pravca i ravnine te okomitosti dviju ravnina u prostoru i da pripreme kratku prezentaciju svojeg rada.

Također, od učenika se može tražiti da na modelu kvadra pokažu okomite ravnine ili istraže okomitost pravca i ravnine. Olovka može poslužiti kao model pravca, a list papira kao model ravnine.

Za dodatne ideje pogledajte kako se s modelima pravca i ravnine poigrala kolegica [Antonija Horvatek](#).

U ovoj se nastavnoj jedinici dosta sadržaja ponavlja, što je odlično. Treba provjeriti jesu li učenici s teškoćama ovladali svim pojmovima. Ako je potrebno, dati još više zadataka ovakvog tipa (kao u 7. 2. i 7. 3.) da bi učenici bolje razumjeli pojmove mimoilazni, usporedni, okomiti, koji se sijeku, probodište itd.

Dodatna literatura za nastavnike

Diplomski rad Vanje Lilić: Geometrija prostora u razrednoj nastavi dostupan je na [poveznici](#).

Članak Snježane Dečman, Andreje Halavuk i Željke Milin Šipuš, Geometrija prostora – presjeci tijela ravninom dostupan je na [poveznici](#).

7.4. Ortogonalna projekcija



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s ortogonalnom projekcijom
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz ortogonalnu projekciju u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Odrediti ortogonalnu projekciju točke, dužine i pravca na zadanu ravninu
- Odrediti duljinu ortogonalne projekcije dužine na zadanu ravninu na modelu kvadra
- Riješiti problemski zadatak primjenom ortogonalne projekcije

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom zadatku istražuje se mjesto pada ključa ispuštenog s ruba balkona koji će zbog gravitacijske sile pasti okomito na podlogu. Za učenike koji to žele, ponuđene su dvije zanimljivosti, pokus ispuštanja kugle za kuglanje i pera s visine pri normalnim uvjetima i u vakuumu te članak u kojem se istražuje hoće li novčić ispušten s visoke zgrade, kao što je Empire State Building u New Yorku, napraviti udubinu u betonu ili čovjeku razbiti lubanju ako mu padne na glavu.

Okomitost pravca i ravnine

Ponavlja se uvjet okomitosti pravca i ravnine te se razumijevanje provjerava u kratkom interaktivnom kvizu u 1. zadatku.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ortogonalna projekcija točke na pravac

Uvodi se pojam ortogonalne projekcije točke na pravac te pokazuje da je udaljenost točke T od pravca p jednaka udaljenosti točke T od njezine ortogonalne projekcije T' na pravac p te da je ta udaljenost najkraća.

Ortogonalna projekcija točke na ravninu

Slijedi uvođenje ortogonalne projekcije točke na ravninu u zadatku iz svakodnevnog života u kojem je potrebno odrediti najkraću udaljenost između točke (Dujina položaja) i ravnine (padine brda). Također, dolazi se do zaključka da je udaljenost točke od ravnine jednaka udaljenosti točke i njezine ortogonalne projekcije na tu ravninu.

Kao zanimljivost, ortogonalna projekcija povezana je s prikazima životinja s pomoću sjena na zidu kada se ruke nalaze direktno ispred izvora svjetlosti.

Ponuđen je applet u kojem učenici određuju ortogonalnu projekciju točke na ravninu.

U 1. primjeru i zadatcima 4. i 5. na modelu kvadra određuju se ortogonalne projekcije vrhova na zadane ravnine određene vrhovima tog kvadra.

Slijedi interaktivni kviz za samoprocjenu.

Ortogonalna projekcija dužine i pravca

U 2. se primjeru, na modelu kvadra, istražuje određivanje ortogonalne projekcije dužine ili pravca na zadanu ravninu.

Ponudjen je applet u kojem se dužina ortogonalnom projekcijom preslikava na ravninu te interaktivni kviz (7. zadatak).

Duljina ortogonalne projekcije (dužine)

Slijedi 3. primjer u kojem se određuje duljina ortogonalne projekcije dužine na zadanu ravninu te promatraju mogući odnosi duljine dužine i duljine njezine ortogonalne projekcije na zadanu ravninu. Učenici trebaju uočiti da duljina ortogonalne projekcije može biti jednaka duljini početne dužine (ako je dužina paralelna s ravninom projekcije), kraća od duljine početne dužine (ako dužina nije ni paralelna ni okomita s ravninom projiciranja) te da ortogonalna projekcija dužine može biti točka (ako je dužina okomita na ravninu projiciranja).

U četvrtom primjeru određuje se duljina ortogonalne projekcije dijagonale strane kvadra na strane kvadra, a u osmom zadatku duljina ortogonalne projekcije prostorne dijagonale kvadra na strane kvadra.

Razumijevanje ortogonalne projekcije može se provjeriti u interaktivnom kvizu (9. zadatak).

Ortogonalna projekcija u realnom svijetu

Slijede primjeri ortogonalne projekcije u svakodnevnom životu u obliku videa i ilustracija.

U 10. zadatku, nakon određivanja ortogonalne projekcije dužine na modelu kocke, potrebno je odrediti i duljinu ortogonalne projekcije zadane dužine.

Završetak

U zaključnom dijelu učenici, koji žele, mogu istražiti je li ortogonalna projekcija kocke uvijek kvadrat te kako izgledaju ortogonalne projekcije tetraedra i pokušati riješiti nestandardni zadatak primjenom naučenog.

Dodatni prijedlozi

Učenicima se može ponuditi istraživanje sadržaja i rješavanje zadataka kolegice Anice Jaković dostupnih na [linku](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Ortogonalna projekcija može se povezati s [tehničkim crtanjem](#). Učenici mogu crtati tlocrte, nacрте i bokocrte tijela izgrađenih od kockica na točkastome papiru.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće u razvoju

Sadržaj konkretizirati s pomoću žičanih modela kvadra. U početku pokazivati ortogonalnu projekciju zadane točke na zadanu ravninu, a zatim tražiti od učenika da sami pokažu ortogonalnu projekciju zadane točke na zadanu ravninu.

Istaknuti da je nožište = ortogonalna projekcija (opet paziti s uvođenjem novog pojma); usmeno dodatno pojasniti i pojednostavniti.

ORTOGONALNA PROJEKCIJA TOČKE NA RAVNINU

Preporučuje se grupno rješavanje trećeg zadatka ili zajedničko komentiranje. Treba paziti kod povezivanja ove nastavne jedinice sa stvarnim životom u učenika s teškoćama. Ako se povezivanje ne napravi na pravi način, ovakvi će zadatci biti neshvatljivi i prezahtjevni za učenike s teškoćama (posebno učenicima s diskalkulijom).

ORTOGONALNA PROJEKCIJA DUŽINE I PRAVCA

Sadržaj ovog dijela nastavne jedinice svakako treba povezati s translacijom s obzirom na to da je sadržaj sličan.

DULJINA ORTOGONALNE PROJEKCIJE (DUŽINE)

Prije rješavanja zadataka, učenike s teškoćama valja podsjetiti na sve one formule koje će biti potrebne. Neka budu dostupne na vidljivom mjestu tijekom rješavanja zadataka (u osobnom mentalnoj mapi ili negdje u učionici).

ORTOGONALNA PROJEKCIJA U STVARNOM SVIJETU

Ovaj je dio nastavne jedinice bolje usmeno raspraviti ili zajednički rješavati umjesto da se učenicima s teškoćama takvi zadatci daju za samostalno rješavanje. Bit je da učenici s teškoćama ponajprije usvoje osnove cjeline, a ovakvo povezivanje (posebno ako je prerano ponuđeno u smislu usvajanja prijašnjega gradiva) može djelovati zbunjujuće. Korisnije je zajednički

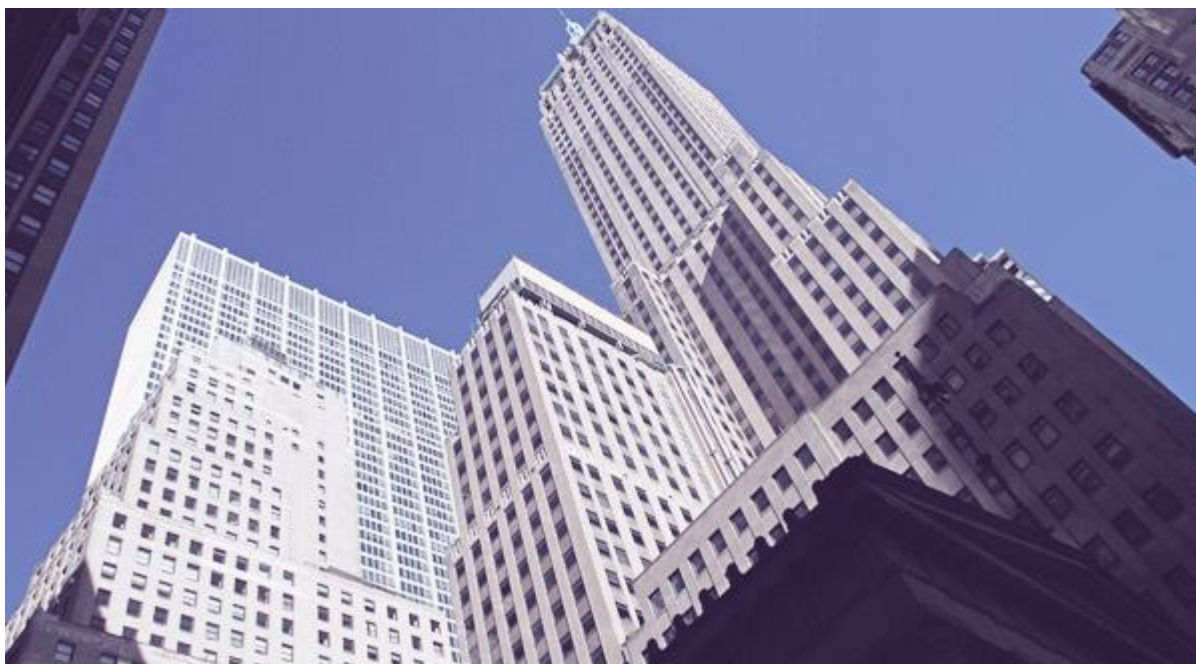
komentirati kako to upotrebljavamo u stvarnom svijetu ili u paru s učenikom bez teškoća, ali provjeravati da su oba učenika aktivno uključena u raspravu. Također, potrebno je stvarati i poticati okruženje u kojem učeniku neće biti neugodno pitati ako nešto nije shvatio.

Dodatna literatura za nastavnike

Nikol Radović, Renata Svedrec, Tanja Soucie, Ivana Kokić: [Vizualizacija prostora](#), Poučak 49.

Različiti appletti dostupni su na [linku](#).

7.5. Udaljenost točke od ravnine



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s udaljenosti točke od ravnine
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz udaljenost točke od ravnine u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Odrediti udaljenost točke od ravnine
- Izračunati duljinu ortogonalne projekcije dužine na zadanu ravninu ili duljinu projicirane dužine

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom zadatku potrebno je odrediti udaljenost pauka od bočnoga i stražnjeg zida te poda sobe, odnosno udaljenost točke od različitih ravnina. Provjeriti jesu li učenici pri rješavanju udaljenosti pauka od bočnog/stražnjeg zida u obzir uzeli udaljenost ormara od zida, tj. dodatnih 5 cm.

Ortogonalna projekcija točke na pravac i ravninu

Slijedi kratko ponavljanje ortogonalne projekcije točke na pravac i ravninu.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Duljina dužine i njezine ortogonalne projekcije

U prvom zadatku određuje se duljina ortogonalne projekcije dužine (brida kvadra) na zadanu ravninu. U drugom zadatku određuje se ortogonalna projekcija dužine čiji se vrhovi nalaze na polovištima bridova kocke na dvije različite ravnine. Preporučujemo provjeriti jesu li učenici točno odredili ortogonalnu projekciju zadane dužine na zadanu ravninu, a tek onda prelazak na određivanje duljine ortogonalne projekcije.

Treći zadatak služi za samoprocjenu.

Udaljenost točke od ravnine

U prvom primjeru te u 4. i 5. zadatku određuje se udaljenost točke (vrha kvadra) od ravnine na modelu kvadra. Šesti zadatak služi za samoprocjenu.

Za učenike koji žele znati više pripremljen je 2. primjer u kojem se određuje udaljenost dviju točaka koje se nalaze s iste ili različitih strana ravnine, a zatim su vježbi namijenjeni 7. i 8. zadatak.

U devetom i desetom zadatku udaljenost točke od ravnine primjenjuje se u kontekstu iz svakodnevnog života.

Završetak

U završnom dijelu moguće je procijeniti svoje znanje te pogledati video u kojem su predstavljeni zadatci za one koji žele više.

Dodatni prijedlozi

Učenici mogu istraživati predloške dostupne na [poveznici](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima se može zadati da odrede duljinu ortogonalne projekcije dužine određene duljine čija jedna točka pripada ravnini projekcije, pri čemu dužina s ravninom zatvara kut od 30° , 45° ili 60° . Dva su primjera takvih zadataka dostupna u videozapisu na kraju jedinice.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće u razvoju

Raditi s konkretnim materijalima kao to su žičani modeli. Učenicima dati nacrtane kvadre na kojima trebaju označavati što im je potrebno.

Ako je učenicima dostupan program Geometer's Sketchpad, tada za vizualizaciju mogu upotrijebiti [applet](#) kolegice Ljubice Jurišić dostupan na mrežnim stranicama Antonije Horvatek.

ORTOGONALNA PROJEKCIJA TOČKE NA PRAVAC I RAVNINU

Tekst bolje ispisati kao rečenicu ispod rečenice jer se tako lakše povezuje s vizualnim prikazom (koji se treba prikazivati korak po korak).

UDALJENOST TOČKE OD RAVNINE

Izbjegavati teže zadatke, zadatke s tekstom usmeno pojednostavniti ili pisati tekst tako da svaka rečenica sadržava novu informaciju koja je važna za zadatak u novom redu. Preporučuje se poticati grupno (i/ili u paru) rješavanje ove vrste zadataka.

Dodatna literatura za nastavnike

Antonija Horvatek, *Okomitost, ortogonalna projekcija i udaljenosti*, dostupno na [linku](#).

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s međusobnim položajem točaka, pravaca i ravnina u prostoru
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz međusobne položaje točaka, pravaca i ravnina u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati odnose među pravcima u ravnini i prostoru
- Prepoznati odnose među pravcima i ravninama u prostoru
- Primijeniti znanja o odnosima među pravcima i ravninama u prostoru
- Odrediti ortogonalne projekcije točke, dužine i pravca na ravninu te udaljenost točke od ravnine
- Primijeniti znanja o odnosima između točaka, pravaca i ravnina u prostoru pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

U uvodnome dijelu dana je priča u kojoj se rješavanjem zadataka treba otkriti tko je ukrao lončić s blagom. Ovaj dio služi kao kratko ponavljanje cjeline.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kut pravca i ravnine

Za učenike koji to žele više, pripremljena je tema *Kut pravca i ravnine* koja se istražuje na modelu kocke i kvadra (Primjer 1., zadatci 7. i 8.).

Kut dviju ravnina

Za učenike koji to žele više, pripremljena je i tema *Kut dviju ravnina* čije se razumijevanje provjerava u 9. zadatku.

Tijela u prostoru – pogledi

Kao dodatna tema ponuđena je aktivnost *Tijela u prostoru – pogledi* u kojoj se istražuju tlocrt, nacrt i bokocrt građevina nacrtanih u točkastoj mreži.

Tijela u prostoru – od plana do prikaza tijela

Kao dodatna tema ponuđena je i aktivnost *Tijela u prostoru – od plana do prikaza tijela* u kojima je na temelju plana potrebno nacrtati (a može se dati i izgraditi) tijelo izgrađeno od kocaka.

U praktičnoj vježbi učenici se na danim linkovima mogu okušati kao graditelji te provjeriti svoju sposobnost snalaženja u prostoru.

Završetak

I na kraju, učenici mogu odgovoriti na nekoliko pitanja kako bi provjerili razumijevanje koncepata vezanih za cjelinu *Točke, pravci i ravnine u prostoru*.

Dodatni prijedlozi

Učenici se mogu okušati kao graditelji i provjeriti svoju sposobnost snalaženja u prostoru.

Na sljedećim su poveznicama zadatci u kojima trebate pokazati sposobnost "snalaženja" u prostoru. Zadatci na poveznicama poredani su prema svojoj složenosti.

- [Razina 1](#)
- [Razina 2](#)
- [Razina 3](#)
- [Razina 4](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici mogu pogledati videosadržaj napravljen prema knjizi [Plošnozemski](#).

Također, učenici mogu pročitati članke [Plošnozemski Ovaj svijet – Prvi dio](#) te [Plošnozemski Drugi svjetovi – Drugi dio](#) Mateje Zidarić, objavljene u Matki 97 i 98.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenici mogu pogledati [video](#) Tonija Miluna koji će im pomoći u pripremi sistematizacije gradiva ove cjeline.

Dodatna literatura za nastavnike

Sanja Janeš, Praktični rad u nastavi matematike: Izrada diorame "Točke, pravci i ravnine u prostoru", Poučak 57, dostupan za preuzimanje na [linku](#).

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti temeljna matematička znanja te razviti vještine povezane s međusobnim položajem točaka, pravaca i ravnina u prostoru
- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati odnose među pravcima u ravnini i prostoru
- Prepoznati odnose među pravcima i ravninama u prostoru
- Primijeniti znanja o odnosima među pravcima i ravninama u prostoru
- Odrediti ortogonalne projekcije točke, dužine i pravca na ravninu te udaljenost točke od ravnine
- Primijeniti znanja o odnosima između točaka, pravaca i ravnina u prostoru pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula 7. Točke pravci i ravnine u prostoru osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja i vještina radi ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha je ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukciju, primjenu i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovoga modula.



Matematika

za 8. razred osnovne škole

Modul 8: Prizme

Priručnik za nastavnike

Modul 8:Prizme

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njezine uloge u svakodnevnom životu

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati prizme u matematičkom kontekstu i izvan njega
- Imenovati prizme u matematičkom kontekstu i izvan njega
- Primijeniti svojstva prizmi
- Koristiti se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
- Odrediti mjerljiva obilježja zadanih prizmi
- Primijeniti prizme pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

U ovom modulu učenici 8. razreda primjenjuju znanja i vještine računanja prirodnim, cijelim i racionalnim brojevima koje su stekli u prethodnim razredima.

Osmi je modul, pod nazivom *Prizme*, početak sistematizacije osnovnoškolske geometrije koja je počela u prvom razredu, gdje su učenici uvedeni u matematiku upravo promatranjem

geometrijskih tijela, doživljajem njihovih bridova, vrhova i ploha, ranih ili zakrivljenih. Do osmog je razreda taj doživljajni i osjetilni aspekt prerastao u prvi dodir s bogatstvom algebarskog pripetavanja. Prizme su pravi test matematičke, algebarske i geometrijske (ako to uopće treba odvojeno spominjati kad su toliko isprepletene) zrelosti i pismenosti učenika.

Prizme, one uspravne, obrađuju se prirodnim slijedom: kocka, kvadar, pravilna četverostrana, pravilna trostrana i pravilna šesterostrana prizma. Nakon toga prilično je jasno da učenik mora i može upoznati i ostale vrste prizmi. Naglasak je na određivanju mjerljivih svojstava prizme, ali i na primjeni tih svojstava. Kako smo okruženi tijelima različitih vrsta, a prizme u tome prednjače, svakako je poželjno učenje prizmi staviti u kontekst umjetnosti, arhitekture, prirode, kemije, geografije, fizike i drugih prirodnih znanosti.

Velika je obveza učitelja pri poučavanju prizmi razvijati kod učenika prirodno opažanje i može se reći da je to osnovni ishod ovog modula koji treba tražiti od svakog učenika. Nije moguće smisljeno i trajno učenika poučiti sagledavanju i računanju mjerljivih obilježja prizme ako otprije nije svladana prva stepenica – prostorno opažanje. Tek nakon toga možemo govoriti o algebarskom umijeću, vještini analize i sinteze, primjeni i kreaciji.

U modulu je ravnopravno zastupljeno stjecanje vještina služenja geometrijskim pojmovima, prostornim opažanjem i algebarskim kompetencijama, kao i primjena stečenih znanja.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete primjenjivati na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima te ih prilagoditi svojim učenicima i školskoj okolini.

Pripremljenim se sadržajima možete koristiti kao materijalima za metodu *obrnute učionice* tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dvojbe.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskoga i suradničkog rada učenika, pri čemu možete pripremljene sadržaje primjenjivati i u nekom virtualnom okružju za komunikaciju i suradnju, primjerice na društvenoj mreži Yammer, Teams okružju za timove ili OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici.

Uz svaku je jedinicu u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica *Pomoćni interaktivni sadržaji*, na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i višemedijske sadržaje za jednostavnu primjenu s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za primjenu digitalnih alata

GeoGebra

Računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorena koda, dostupan na hrvatskome jeziku na www.geogebra.org.

Više o GeoGebri pročitajte na: <https://e-laboratorij.carnet.hr/>.

LearningApps

Jednostavno sučelje za izradu različitih interaktivnih sadržaja, kao što su kvizovi i igrice uparivanja. Dostupno je na poveznici <https://learningapps.org/createApp.php>.

Polynomials Calculator

Internetski kalkulator koji se, između ostalog, može iskoristiti za računanje s algebarskim izrazima. Dostupan je na poveznici [Polynomials Calculator](#).

Kahoot

Ovo je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo je za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah nakon završetka kviza. Kahoot je besplatan za korištenje. Sadržava veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i primjenjivati, preraditi ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s internetskim pristupom.

Više o Kahootu pročitajte na poveznici [e-laboratorij](#).

Sway

[Sway](#) je *online* alat za izradu, organizaciju i dijeljenje sadržaja u obliku interaktivne mrežne stranice; svojevrsan hibrid prezentacije i klasične mrežne stranice. S pomoću Swaya možete napraviti prezentacije, interaktivne sadržaje, izvještaje, fotoalbume, radne materijale za nastavu i slično. Izrada i organizacija sadržaja pojednostavnjene su uporabom gotovih predložaka rasporeda i dizajna.

Više o Swayu pročitajte u [CARNETOVU e-laboratoriju](#) ili na mrežnoj stranici [Početak rada s aplikacijom Sway](#).

Office Mix

[Office Mix](#) besplatan je dodatak za Microsoft PowerPoint koji omogućuje dodavanje interaktivnih sadržaja u prezentacije. S pomoću Office Mixa u prezentaciju možete umetnuti ankete, kvizove, interaktivne simulacije kao što su GeoGebra i Phet, snimati zvuk, videozapise te označavati što na slajdovima. Tako napravljene prezentacije ostaju interaktivne i nakon objave u [Office Mix galeriji](#) pa se mogu upotrebljavati i za formativno praćenje.

Više o Office Mixu možete pročitati na stranicama o njegovoj primjeni u obrazovanju [Office Mix for teachers](#).

Operativni plan

	Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
8.	Prizme		16+ 1
		8.1. Prizme	1
		8.2. Kocka	2
		8.3. Kvadar	3
		8.4. Oplošje i obujam prizme	2
		8.5. Pravilna četverostrana prizma	2
		8.6. Pravilna trostrana prizma	2
		8.7. Pravilna šesterostrana prizma	2
		8.8. Ostale prizme	2
		Aktivnosti za samostalno učenje	1
		Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

8.1.Prizme



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja o prizmama, prepoznati ih i opisati u matematičkom kontekstu i u okruženju
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze među svojstvima prizme
- Primijeniti stečena znanja i vještine povezane s prizmama i njihovim svojstvima u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati prizme u matematičkom kontekstu i izvan njega
- Imenovati prizme u matematičkom kontekstu i izvan njega
- Opisati osnovne dijelove prizmi te njihove odnose i svojstva
- Povezati uspravne prizme s njihovim ravninskim prikazima
- Nacrtati uspravne prizme i njihove mreže

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti

- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Učenici razmatraju razliku između bilježnice s kvadratićima i bilježnice *na kockice* te navijački naziv *kockasti* asociran (pogrešnim) nazivom uzorka na opremi reprezentacije Republike Hrvatske.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Geometrijski likovi i tijela

U uvodnom se dijelu učenike podsjeća na razliku geometrijskih likova i geometrijskih tijela, a zatim se razmatraju plohe koje omeđuju razna geometrijska tijela. Na temelju toga se tijela dijele na dvije glavne skupine – uglata i obla, a zatim se uglata tijela dijele na prizme, piramide i ostale poliedre.

Prizme

Na temelju slika, animacija i GeoGebrinih aktivnosti razmatraju se vrste prizmi, nastajanje prizme, veza prizme i njezine mreže te se učenike upućuje na razlikovanje kosih i uspravnih prizmi. Zatim se uvode osnovni pojmovi povezani s prizmama (osnovni i bočni brid, baza, pobočka, strana, visina) i razmatra se veza između broja vrhova, bridova i strana prizme.

Mreže prizmi

Svaka prizma ima svoj ravninski prikaz koji nastaje razrezivanjem prizme duž određenoga broja bridova baze i jednoga bočnog brida te razvijanjem nastalih oblika u ravninu. Takav prikaz naziva se mreža prizme i u materijalu su prikazane mreže nekih uspravnih prizmi.

Zanimljivost

Učenike se upućuje da istraže kako od prizme nastaje njezina mreža i obratno. Istraživanje je dostupno na [poveznici](#).

Završetak

Za kraj, učenici mogu samostalno, od neke od mreža dostupnih na [poveznici](#), samostalno izraditi model jedne ili više prizmi.

Dodatni prijedlozi

Učenici mogu izraditi plakate s podjelom geometrijskih tijela, pri čemu se mogu poslužiti materijalima kolegice Antonije Horvatek, koji su dostupni na [poveznici](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici mogu istraživati Eulerovu formulu koja povezuje broj vrhova, strana i bridova konveksnog poliedra.

Članak *Eulerova formula*, autorice Mee Bombardelli, dostupan je na [poveznici](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima treba omogućiti rad s konkretnim materijalima (modelima geometrijskih tijela). Može im se zadati da npr. izdvoje sva uglata tijela, sva obla tijela, sve prizme, sva tijela koja imaju dvije sukladne baze, sva tijela čije se pobočke sastoje od pravokutnika (ovdje svakako treba naglasiti da su i kvadrati pravokutnici) itd.

Učenicima se može zadati mreža prizme na kojoj crvenom bojom trebaju obojiti baze, a plavom pobočke.

Učenicima se može zadati da od štapića za ražnjiće i gumenih bombona izrade [različite prizme](#).

Učitelj u neprozirnu vreću može staviti različita geometrijska tijela te zadati učenicima da bez gledanja izdvoje npr. neku prizmu.

Učitelj na neprozirnu papirnatu vrećicu može napisati opis tijela koje se nalazi u vrećici, a učenici moraju pogoditi koje je tijelo u vrećici.

Savjetuje se da se nakon obrađene nastavne jedinice potvrdi razumijevanje pojma *poliedar*.

Pojmове *n-terokut/mnogokut* treba dodatno objasniti, kao i oznaku *n* (za što se ona upotrebljava).

Umjesto:

Prizma je geometrijsko tijelo omeđeno s dvama međusobno sukladnim n -terokutima (koji pripadaju međusobno usporednim ravninama, a nazivamo ih bazama ili osnovkama prizme) te s n paralelograma (koje nazivamo pobočkama i koji čine pobočje prizme). Baze i pobočke jednim imenom nazivamo stranama prizme. – bilo bi bolje napisati:

Prizma je geometrijsko tijelo (usmeno dodatno pojasniti što je tijelo) omeđeno s dvama n -terokutima i s n paralelograma (treba ih podsjetiti što je paralelogram) i sve potkrijepiti vizualnim prikazom.

Takvi n -terokuti sukladni su jer pripadaju usporednim ravninama. Nazivamo ih BAZOM ILI OSNOVKOM prizme.

Paralelograme koji pripadaju prizmi nazivamo POBOČKAMA, a oni zajedno čine POBOČJE.

BAZE I POBOČJE zajedno nazivamo STRANAMA prizme.

Treba dodatno usmeno pojasniti pojam *strane* s obzirom na to da djecu sa specifičnim teškoćama može zbunjivati da pojam strane uključuje i ono sa strane, ali i ravninu na vrhu i na dnu prizme.

Vrh prizme bilo bi dobro objasniti s više vizualnih primjera te pojasniti je li to nužno jedan vrh. Susjedne pobočke i 4. zadatak bilo bi dobro pojasniti 3D modelom (videom ili 3D realnim prikazom ako je moguće).

Što se tiče nazivlja prizme, treba imati na umu da će učenicima sa specifičnim teškoćama učenja (osobito djeci s disleksijom) biti teško ovladati pojmovima kao što su *dvanesterostrana*, *dvadeseterostrana* itd. Ako bude potrebno (to treba procijeniti prema individualnim sposobnostima učenika), može se dogovoriti sustav koji će im biti lakši za pisanje i čitanje takvih naziva. Npr. umjesto *dvanaesterostrana* mogu upotrebljavati skraćenicu *12-str.*, *dvadeseterostrana* *20-str.* itd.

Treba dati više primjera u kojima se vježbaju novi nazivi (strane, vrhovi, pobočka, što je, a što nije prizma i zašto) i u kojima se vježba njihova primjena (kao što je 5. zadatak), posebno ako je očito da učenik s teškoćom nije ovladao novim terminima.

MREŽE PRIZME

Ako je u razredu učenik s teškoćom, takav se primjer svakako preporučuje izvesti kao nekakav pokus. Da u stvarnom svijetu vide kako se rastvori prizma i povežu to s prikazom na papiru. Takav nacrt za učenike s različitim teškoćama može biti teško shvatljiv i apstraktan – kako smo od prizme dobili samo nekakav lik koji leži na papiru? Ta uputa vrijedi za sve mreže prizmi. Može se napraviti nekakav dodatak/prilog u udžbeniku za učenike s teškoćama od kojeg će moći izrezati mreže i izrađivati mreže prizme. Također, ako je učeniku potrebno, savjetuje se da takve stvarne prizme (koje može pretvoriti u mreže) upotrebljava pri rješavanju zadataka.

Dodatna literatura za nastavnike

Predložemo članak *Prostorni pano u kabinetu Matematike*, autora Izeta Kalabe, objavljen u *Poučku* (broj 38).

Scenarij poučavanja "Ćoškasto", *oblo... svakodnevno* dostupan je na [poveznici](#).

8.2. Kocka



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kockom i njezinim mjerljivim svojstvima
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine povezane s kockom i njezinim mjerljivim svojstvima u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati kocku i njezine dijelove
- Primijeniti svojstva i odnose kocke i njezinih dijelova
- Nacrtati mrežu kocke s označenim elementima koji je određuju
- Primijeniti izraze za duljinu plošne i prostorne dijagonale te površine dijagonalnog presjeka kocke
- Primijeniti izraze za oplošje i obujam kocke
- Riješiti problemski zadatak s pomoću kocke

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija

- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Početna fotografija prikazuje vrlo neobičnu stambenu zgradu u Rotterdamu, djelo arhitekta Pieta Bloma, sastavljenu od kocki. Iako smo svakodnevno okruženi zgradama i drugim oblicima u prostoru koji su pravilnih oblika, kocka je zapravo vrlo rijetka. Zbog toga je ta slika još zanimljivija. Takve je primjere iz svijeta arhitekture i umjetnosti dobro pokazivati učenicima kako bismo pobudili njihovu radoznalost, maštu i istraživački duh.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada počinje vrlo konkretnim opisivanjem kocke matematičkim jezikom i zapisom. Kocka je učenicima poznato tijelo s kojim su se već susreli u prvom razredu osnovne škole. No i prije dolaska u školu koristili su se njome u igri, zato je zadatak uvodnog dijela relativno lagan i zapravo je mala sistematizacija tijela kocke.

Odnosi bridova i strana kocke

Kako bi se učenici što bolje snašli u određivanju mjerljivih svojstava kocke, ponovljena su najvažnija svojstva:

- okomitost bridova koji se spajaju u vrhovima kocke
- okomitost susjednih strana kocke
- usporednost nasuprotnih strana kocke.

Također, istaknuta su mjerljiva svojstva kocke i njihove oznake.

Mreža kocke

Dio o mreži kocke neophodan je za uvođenje i izvođenje formule za određivanje oplošja kocke. U tom dijelu učenici otkrivaju od čega se sastoji mreža kocke – ravninski prikaz strana kocke. Uočavaju da nije svaki prikaz sa 6 kvadrata predstavnik mreže kocke. O mreži kocke dan je kratki kviz na razini prepoznavanja svojstava mreže kocke.

Predviđena je jedna animacija i jedna interakcija visoke razine kao pomoć u učenju svojstava mreže kocke.

Oplošje kocke

Oplošje je kocke prvo novo mjerljivo svojstvo kocke s kojim se učenici susreću (naravno, ravnopravno uz duljinu brida kocke). Istraživanje se oplošja uvodi kroz konkretan primjer gdje je oplošje nužan izračun. Ono što je najvažnije pri određivanju oplošja jest da učenici shvate da je u pitanju površina tijela. Zadatci u kojima se izračunava oplošje kocke zadane duljine brida ili duljina brida kocke zadanog oplošja mješovita su tipa – od kviza i beskonačne zbirke do zadataka primjene.

Dijagonale kocke

Učenicima je poznat pojam dijagonale ravninskih likova, plošne dijagonale, u ovom slučaju kvadrata, a treba ih upoznati i s pojmom prostorne dijagonale prizmi, odnosno kocke. Na konkretnom je primjeru uveden pojam prostorne dijagonale u kojem se upotrebljava i plošna dijagonala.

Potrebno je izvesti formulu za prostornu dijagonalu izraženu duljinom brida kocke. Bilo bi vrlo dobro kad bi učitelj upozorio učenike na dvostruku analogiju:

- kvadrat – ravnina, kocka – prostor
- plošna dijagonala kocke stranice duljine a – $a\sqrt{2}$, prostorna dijagonala kocke brida duljine a – $a\sqrt{3}$

Također, bilo bi dobro da se sadržaj poveže s dimenzijama lika (dvodimenzionalnost) i tijela (trodimenzionalnost).

U primjerima su naizmjenično dani načini određivanja duljine brida, duljine prostorne dijagonale i oplošja koje učenik može uvježbati u zadatku zadanu tablično.

Dijagonalni presjek kocke

Povezano s prostornom dijagonalom prirodno je istražiti dijagonalni presjek kocke. Izvod formule za dijagonalni presjek dobra je vježba za upotrebljavanje i pojednostavnjivanje algebarskih izraza. Također se može iskoristiti analogija ravnina – duljina dijagonale kvadrata $a\sqrt{2}$, prostor – površina dijagonalnog presjeka $a^2\sqrt{2}$, koja je više nego očita.

Napomena: Analogije nisu nešto što učenik po ishodu treba znati, ali je izvrstan dio procesnog učenja.

Obujam kocke

Posljednje je mjerljivo svojstvo kocke obujam, s kojim su se učenici u više navrata susretali tijekom školovanja (4. razred, 5. razred – Tehnička kultura, 7. razred – Fizika). Stoga treba iskoristiti što su već naučili i posložiti naučeno u matematički kontekst.

Obujam je uveden animacijom, a nakon toga je interakcija visoke razine kroz koju i praktično mogu upoznati značenje obujma. Svakako se preporučuje i uporaba predmeta na kojima će se objašnjavati pojam obujma, jedinične kocke... Osim određivanja obujma kocke zadane duljine brida, u raspravi jednaku pažnju treba posvetiti i obratnom smjeru, tj. izradi/postojanju kocke zadanog obujma.

Na raspolaganju je velik raspon zadataka i pristupa za uvježbavanje i proceduru računanja mjerljivih svojstava i primjene.

Također je dan prostor i za vježbanje prostornog opažaja.

Zanimljivost

U cijeloj su jedinici dane fotografije zanimljivih kockastih oblika iz umjetnosti, arhitekture i prirode.

Završetak

Završetak je jednostavan i ističe najvažnije elemente kocke: oplošje, obujam i duljinu prostorne dijagonale uz fotografiju iznimnoga prirodnog kristala pirita.

Dodatni prijedlozi

- Istražiti s učenicima kroz projekt arhitekturu naše okolice. Istražiti također arhitekturu poznatih svjetskih odredišta.
- Izraditi maketu mjesta ili dijela mjesta, neke posebne zgrade u mjestu u kojem žive ili po izboru iz svjetske arhitekture.
- Istražiti i napraviti projekt o Platonovim tijelima.
- Interdisciplinarni projekt – Biologija, Geografija, Kemija, Matematika: Istražiti kristale i minerale koji imaju oblik kocke i doznati u kakvim uvjetima postižu taj oblik.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

- Materijali na poveznici [eduvizije](#)
- Beskonačna [zbirka](#)
- Beskonačna [zbirka1](#)
- [Mreža kocke](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama

Učenicima sa specifičnim teškoćama učenja stvarat će teškoće razlikovanje pojmova *kocka*, *kvadrat* i *kvadar*. Treba im omogućiti takav pojmovnik s vizualnim prikazom koji bi im bio uvijek dostupan. Isto vrijedi i za učenike s motoričkim i učenike s intelektualnim teškoćama. Mogu se osmisliti razne aktivnosti za rad u skupinama kako bi ovladali tim pojmovima.

S obzirom na to da se plošna i prostorna dijagonala označuju s d i D , učenicima s teškoćama (osobito sa specifičnim teškoćama učenja) je važno osigurati mogućnost korištenja podsjetnika sa popisom oznaka i njihovim tumačenjem, a oznake se mogu pisati različitim bojama.

Svaki taj pojam učenicima treba pokazati na kocki u realnom 3D prikazu bez obzira na to što će se poslije objašnjavati.

Ako je potrebno (procijeniti prema sposobnostima učenika s teškoćom), učenike je poželjno podsjetiti na osnovne stvari kao što su: korjenovanje, kvadriranje, preračunavanje mjernih jedinica, Pitagorin teorem i formula, znak za jednako i približno i kada koji upotrebljavamo. Učenicima treba dopustiti služenje podsjetnikom.

OPLOŠJE KOCKE

Treba bolje istaknuti tekst u kojem je definirano oplošje kocke.

OBUJAM KOCKE

U 19. primjeru učenike treba najprije podsjetiti na to što je to rastavljanje na proste faktore.

U 10. zadatku treba izbjegavati 21. primjer za učenike s teškoćama ili ga grupno riješiti i komentirati; može se ponuditi za samostalno rješavanje samo ako je prema individualnim sposobnostima očito da učenik može riješiti takav zadatak.

Možda je bolje umjesto pojma *obujam* stalno upotrebljavati pojam *volumen* kako bi se lakše povezao s oznakama (onda je O oznaka za oplošje, a V za volumen).

Sve formule treba sažeti u bilježnicu po već spomenutom prijedlogu ili ih izložiti na vidljivo mjesto u učionici.

Dodatna literatura za nastavnike

Dodatne materijale možete pronaći na poveznicama na engleskom jeziku: [poveznica](#) i [mreža kocke](#).

Za dodatne je ideje dostupan scenarij poučavanja *Kocka, kocka, kockica* na ovoj [poveznici](#).

8.3.Kvadar



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kvadrom i njegovim mjerivim svojstvima
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine povezane s kvadrom i njegovim mjerljivim svojstvima u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati kvadar i njegove elemente
- Uočiti i primijeniti svojstva i odnose kvadra njegovih dijelova
- Nacrtati mrežu kvadra s označenim elementima koji ga određuju
- Primijeniti izraze za duljine plošnih i prostorne dijagonale te površine dijagonalnih presjeka kvadra
- Primijeniti izraze za oplošje i obujam kvadra
- Riješiti problemski zadatak s pomoću kvadra

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija

- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Uvodna je fotografija zapravo učenicima možda najpoznatiji primjer kvadra – kućište stolnog računala koje ili imaju kod kuće ili su ga vidjeli u školi. Tako je učenicima potpuno približeno tijelo koje nazivamo kvadar. Dobro je odmah napraviti usporedbu kocke i kvadra, uočiti što ih povezuje, a što razlikuje na opisnoj razini.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kvadar je, kao i kocka, tijelo s kojim se učenici susreću kroz cijelo školovanje, a na doživljajnoj, iskustvenoj razini i u cijelome predškolskom razvoju. Kvadar je služio i kao model prostora u prošloj jedinici *Točke, pravci i ravnine u prostoru*. Za uvodni je dio razrade pripremljena računalna aktivnost kojom učenik istražuje kvadar. Naravno, u razredu to treba učiniti i na konkretnim primjerima, od modela do oblika učionice, mobitela...

Odnosi bridova i strana kvadra

Kao i kod kocke, kako bi se učenici što bolje snašli u određivanju mjerljivih svojstava kvadra, ponovljena su najbitnija svojstva:

- okomitost bridova koji se spajaju u vrhovima kvadra
- okomitost susjednih strana kvadra
- usporednost nasuprotnih strana kvadra.

Također su istaknuta mjerljiva svojstva kvadra i njihove oznake.

Mreža kvadra

Dio upoznavanja s mrežom kvadra započinje 2D prikazom u kojoj se kutija oblika kvadra rastvara, a na njoj su istaknuti sukladni dijelovi, tri para sukladnih pravokutnika. Učenike se upoznaje i s različitim oblicima mreže kvadra kao i s činjenicom da nije svaki spoj triju parova sukladnih pravokutnika mreža kvadra. Vještinu slaganja mreže kvadra mogu uvježbati u interakciji visoke razine.

Oplošje kvadra

Kako je učenicima pojam oplošja, odnosno površine tijela sad već blizak (iz jedinice *Kocka*), primjer koji nas uvodi u oplošje kvadra odmah nas uvodi u opis i definiranje oplošja kvadra. Primjenom znanja o mreži kvadra izvodi se formula za oplošje kvadra. Niz tablično zadanih zadataka omogućuje naizmjenično vježbanje računanja duljina bridova i oplošja kvadra. Također su ponuđeni zadatci primjene i kviz.

Prostorna dijagonala kvadra

Nakon ponavljanja pojma plošne dijagonale i uočavanja svih triju parova plošnih dijagonala koje pripadaju nasuprotnim sukladnim stranama kvadra, proširen je pojam prostorne dijagonale kocke na prostornu dijagonalu kvadra.

Nakon primjera primjene računanja prostorne dijagonale izvodi se formula za duljinu prostorne dijagonale s pomoću duljina bridova kvadra. U interakciji visoke razine naizmjenično mogu izračunavati duljine bridova, duljinu prostorne dijagonale i oplošje kvadra.

Zanimljivost

U zanimljivosti je prikazana analogija između Pitagorina poučka na pravokutnom trokutu i duljine prostorne dijagonale kvadra povezane međusobno okomitim bridovima kvadra. Također je prikazana analogija Pitagorinih trojki i Pitagorinih četvorki.

Napomena: Analogije nisu nešto što učenik po ishodu treba znati, ali je izvrstan dio procesnog učenja.

Dijagonalni presjek

Dijagonalni presjek kvadra nije jednoznačan, odnosno ovisi o tome kojim je bridovima određen. Navedena su sva tri različita dijagonalna presjeka. Istaknut je uvjet za dijagonalni presjek koji je kvadrat (što kod kocke ne postoji). Zadatci za vježbu dani su u tabličnu obliku.

Obujam kvadra

Kao i kod kocke, učenici imaju iskustva s obujmom kvadra. Dana je aktivnost u kojoj se obujam kvadra utvrđuje kao koncept slaganja jediničnih kocaka (slično kao i kod kocke). Zadatci za računanje obujma, oplošja i prostorne dijagonale dani su u *beskonačnoj zbirci*.

U zadnjem dijelu razrade dani su zadatci primjene različitih konteksta.

Završetak

U završnom je dijelu dan kratak pregled najvažnijih pojmova i formula kojima se izračunavaju najvažnija mjerljiva svojstva kvadra.

Procjena

Završna procjena odgojno-obrazovnih ishoda, koji su povezani s jedinicama nakon prvih triju jedinica osmog modula, sadržava različite vrste zadataka kojim učenici mogu provjeriti usvojenost ishoda.

Dodatni prijedlozi

- Istražiti s učenicima kroz projekt arhitekturu okoline. Istražiti također arhitekturu poznatih svjetskih odredišta.
- Izraditi maketu mjesta ili dijela mjesta, neke posebne zgrade u mjestu u kojem žive ili po izboru iz svjetske arhitekture.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

- Materijali s [eduvizije](#)
- Matematika je zabavna link [Matisfun](#)
- Beskonačna [zbirka](#)
- Beskonačna [zbirka1](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Umjesto *aplet* u udžbeniku radije treba upotrebljavati pojam *predložak*!

Kada opisujemo kvadar, bilo bi lijepo pokazati te vrhove i bridove na realnom 3D prikazu. Isto vrijedi za odnose bridova i strana kvadra.

Može li se upotrebljavati neka druga oznaka za površinu dijagonalnog presjeka, npr. P?

MREŽA KVADRA

Za mrežu kvadra vrijedi već napisano – poželjno je napraviti priloge od kartona s pomoću kojih će oni rastavljati i sastavljati kvadar. Učenicima s teškoćama treba dopustiti da takav kvadar upotrebljavaju pri rješavanju zadataka.

Problemski zadatci (poput 3. zadatka) trebali bi se učenicima nuditi tek nakon što jako dobro ovladaju rješavanjem jednostavnijih primjera. Treba također ponoviti preračunavanje mjernih jedinica kojima će se koristiti pri rješavanju zadataka.

Učenicima s teškoćama presloženi su zadatci poput 5. i 6. zadatka jer zahtijevaju povezivanje mnoštva znanja i logiku koju oni u ovoj fazi još uvijek tek razvijaju (ubačeni su i postotci i omjeri). Ako će se rješavati i problemski zadatci, oni trebaju biti što jednostavniji i jezično i brojčano. Može se, na primjer, u tekst ubaciti ili usmeno objasniti – *računamo sanduk (sanduk = kvadar)*.

PROSTORNA DIJAGONALA KVADRA

Poželjno je u videozapisu i/ili u realnom 3D prikazu prikazati plošne i prostorne dijagonale.

Problemski zadatak (8. primjer) treba opet usmeno pojasniti/pojednostavniti: štapovi su dijagonale, ormar za športsku opremu je kvadar.

Treba upozoravati učenike s teškoćama da pri rješavanju zadataka vode računa o mjernim jedinicama; može se ponuditi mogućnost podcrtavanja kako bi ih lakše pratili u zadatku.

DIJAGONALNI PRESJEK KVADRA

Definiciju treba istaknuti. Bolje ju je oblikovati kao dvije jednostavne rečenice nego kao jednu složenu. Dakle, umjesto:

Dijagonalni presjek kvadra je pravokutnik koji je nastao kao presjek kvadra s ravninom koja sadrži prostornu dijagonalu kvadra i okomita je na jednu stranu kvadra.

prijedlog je:

Pravokutnik je dijagonalni presjek kvadra. Taj je pravokutnik nastao kao presjek kvadra i ravnine. Ta ravnina sadrži prostornu dijagonalu kvadra i okomita je na jednu stranu kvadra. (Poželjno je definiciju postupno objašnjavati s pomoću vizualnog prikaza.)

OBUJAM KVADRA

Važno je prije preračunavanja mjernih jedinica podsjetiti učenike na to koliko litra ima decimetara kubnih (12. zadatak; aktivnost *Učimo mjere*).

15., 18. i 19. zadatak presloženi su za učenike s teškoćama. Ako se učenicima s teškoćama daju problemski zadatci, treba ih jezično, ali i matematički pojednostavniti u najvećoj mjeri (ne stavljati preračunavanja mjernih jedinica, to je bolje posebno izvježbati). Dakle, poenta je maknuti sve ono što odvlači pozornost i otežava rješavanje kako bi što bolje shvatili logiku

rješavanja (mogućnost rješavanja takvih zadataka uvelike će ovisiti o individualnim sposobnostima učenika).

U 16. zadatku pokušstvo treba usmeno povezati s tijelima, primjerice krevet je kvadar, ormar je kocka itd. Također, od učenika s teškoćama ne treba zahtijevati da odgovore izraze u postotku.

Dotatna literatura za nastavnike

Dotatni su materijali dostupni na [poveznici](#).

Scenarij poučavanja *Pravi i digitalni kvadar* dostupan je na [poveznici](#).

O Pitagorinim četvorkama pročitajte više na [poveznici](#).

8.4. Oplošje i obujam prizme



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s oplošjem i obujmom prizmi
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine povezane oplošjem i obujmom prizmi u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Primijeniti općenite izraze za oplošje i obujam uspravne prizme
- Riješiti problemski zadatak koristeći se mjerljivim obilježjima prizmi

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Kao uvodni primjer raspravlja se o papiru potrebnom za omatanje poklona koji je spakiran u kutiju u obliku kvadra. Problem se svodi na računanje zbroja površina svih pravokutnika koji omeđuju taj kvadar.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Od mreže do prizme

Prvo se s pomoću animacija proučava nastanak mreže iz gotovih prizmi, zatim se prikazuju mreže prizmi bez prikaza same prizme te učenici pokušavaju otkriti koji od ravninskih prikaza prikazuje mrežu prizme, tj. od kojeg se ravninskog prikaza može sastaviti prizma.

Oplošje prizme

Nakon ponavljanja pojmova povezanih s uspravnim prizmama i njihovim mrežama, uvodi se pojam oplošja kao zbroja površina svih likova koji omeđuju tu prizmu. Na temelju tog opisa i navedenih oznaka za površinu baze i pobočja prizme iskazuje se formula prema kojoj se računa oplošje svake prizme. Nakon riješenih je primjera i zadataka dodatno uvježbavanje moguće rješavanjem zadataka s pomoću GeoGebrinih aktivnosti.

Obujam (volumen) prizme

Pojam volumena kao mjere prostora koju zauzima određeno tijelo u prostoru konkretiziran je prebrojavanjem plastičnih kockica potrebnih za izradu kornjače. Preko formule za volumen kvadra analogijom se dobiva formula za volumen svake uspravne prizme. Nakon riješenih je primjera i zadataka dodatno uvježbavanje moguće rješavanjem zadataka s pomoću GeoGebrinih aktivnosti.

Prizme oko nas

Raspravlja se o problemima s kojima se učenici mogu susresti u svakodnevnom životu, u kojima se prepoznaju objekti u obliku prizme te se računa oplošje i/ili volumen tih objekata.

Završetak

Učenici s pomoću točnih rješenja nekoliko zadataka otkrivaju kradljivca bicikla koji je bio privezan za stup obližnje zgrade.

Dodatni prijedlozi

- Učenicima se može prikazati GeoGebrina aktivnost dostupna na [poveznici](#).
- Učenicima se može zadati sljedeći listić dostupan na [poveznici](#).
- Učenici mogu pogledati sadržaje na mrežnim stranicama [Eduvizije](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima se može zadati zadatak da izrade dvorac od papira koristeći se prizmama koje će izraditi od njihovih mreža.

Zainteresirani učenici svoje znanje mogu upotpuniti čitanjem članka autorice Ivane Kokić: *Geometrijska tijela* (objavljen u *Matki* – broj 63) i *Oplošje i obujam geometrijskih tijela* (objavljen u *Matki* – broj 64).

Učenike će možda zanimati i članak [Matematički origami](#), autorice Franke Miriam Brueckler, objavljen u *Matki* (broj 83).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenici s pomoću sljedeće [interakcije](#) mogu bolje shvatiti pojam oplošja i obujma.

U kratkom [kvizu](#) na poveznici (na engleskom jeziku) učenici trebaju upisati obujam tijela izgrađena od jediničnih kockica.

Učenicima se mogu dati kockice istih dimenzija te im zadati da izgrade tijelo zadanog obujma.

Uvodni bi primjer opet bilo poželjno učenicima usmeno pojednostavniti: papir stavljamo oko kutije (kvadra) pa se prisjetite da je to oplošje. Potražite u podsjetniku ili svojoj mentalnoj mapi što nam sve treba za izračun oplošja te pritom vodite računa o mjernim jedinicama (ako treba, pogledajte na tablici kako se preračunavaju).

OBUJAM PRIZME

Učenicima treba usmeno dodatno objasniti da u trećem zadatku zapravo treba prebrojiti kockice.

Treba pripaziti na činjenicu da se u poglavljima spominju različita definiranja volumena. Sva su točna, samo to treba naglasiti i dodatno usmeno objasniti svaku definiciju.

PRIZME OKO NAS

Zadatke iz te cjeline treba, prema individualnim sposobnostima svakog učenika s teškoćom, jezično i matematički pojednostavniti.

Dodatna literatura za nastavnike

Scenarij poučavanja "*Ćoškasto*", *oblo...* svakodnevno dostupan je na [poveznici](#).

8.5. Pravilna četverostrana prizma



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s pravilnim četverostranim prizmama i njihovim mjerljivim svojstvima
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine povezane s pravilnim četverostranim prizmama i njihovim mjerljivim svojstvima u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati pravilnu četverostranu prizmu
- Nacrtati pravilnu četverostranu prizmu i njezinu mrežu
- Primijeniti izraze za oplošje i obujam pravilne četverostrane uspravne prizme
- Riješiti problemski zadatak koristeći se mjerljivim obilježjima pravilne četverostrane prizme

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Na slici je prikazan model četverostrane prizme kojoj je baza kvadrat i koja je napravljena od štapića i gumenih bombona. Zatim se raspravlja o tome koliko je papira potrebno za izradu pakiranja (kartonske ambalaže) od jedne litre mlijeka.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

U mreži pravilne četverostrane prizme

Na temelju animacije proučava se pravilna četverostrana prizma i njezino razmatanje u ravninski prikaz te obratan postupak, izgradnja tijela od razvijene mreže.

Oplošje pravilne četverostrane prizme

Prema nacrtanoj mreži izražava se formula za površinu baze, površinu pobočja i oplošje pravilne četverostrane prizme. Formule se primjenjuju na konkretnim primjerima i zadacima.

Volumen pravilne četverostrane prizme

Opća formula za volumen prizme primjenjuje se u posebnom slučaju za prizmu kojoj je baza kvadrat.

Primijenite naučeno

Za vježbu je ponuđen niz interaktivnih zadataka te GeoGebrina aktivnost u kojoj učenici mogu ispitati svoj *osjećaj za volumen*. U videoisječku objašnjen je pojam i način računanja površine dijagonalnog presjeka pravilne četverostrane prizme. Ta se formula primjenjuje u nekoliko zadataka.

Učenici koji žele znati više imaju priliku rješavati nešto složenije zadatke u kojima trebaju povezati svoje znanje o pravilnoj četverostranoj prizmi s nekim životnim situacijama.

Završetak

Učenici primjenjuju stečeno znanje rješavajući završni zadatak koji se tiče izrade otvorene kutije u obliku pravilne četverostrane prizme.

Dodatni prijedlozi

Ideja za aktivnost s izrađivanjem različitih geometrijskih tijela od slamki i kuglica plastelina dostupna je na [poveznici](#). U toj aktivnosti učenici trebaju i predvidjeti koja se tijela mogu izraditi od zadanog materijala.

Zainteresirani učenici mogu proučiti članak autora Nikole Novosela *Nemogući kvadri*, objavljen u *Matki* (broj 77). Članak je dostupan i na [poveznici](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

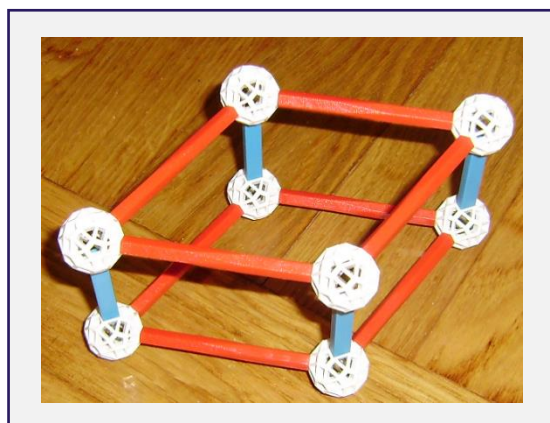
Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenike će možda zanimati članak Franke Miriam Brueckler [Polupravilni oproštajni nastavak](#), u kojem mogu saznati i ponešto o antiprizmama. Mreže nekih antiprizmi dostupne su na [linku](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima bi mreža pravilne četverostrane prizme trebala biti uvijek dostupna. Neka je učenici izrade, presaviju po bridovima te zalijepi jednu od strana u bilježnicu. Učenici na mreži mogu označiti baze i pobočke te pokraj nje napisati njezina svojstva.

Učenici mogu izrađivati pravilne četverostrane prizme od različitih materijala.



Učenici mogu pravilnu uspravnu četverostranu prizmu izraditi od glinamola te koncem rezati prizmu kako bi promatrali njezine presjeke.

Dodatna literatura za nastavnike

Mreže pravilne četverostrane prizme spremne za ispis možete pronaći na [poveznici](#).

Aktivnost koja omogućuje bolje razumijevanje obujma dostupna je na [poveznici](#).

Članak *Vizualizacija prostora*, autorica Nikol Radović, Renate Svedrec, Tanje Soucie i Ivane Kokić, objavljen je u *Poučku* (broj 49).

8.6. Pravilna trostrana prizma



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s pravilnim trostranim prizmama i njihovim mjerljivim svojstvima
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine povezane s pravilnim trostranim prizmama i njihovim mjerljivim svojstvima u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati pravilnu trostranu prizmu
- Nacrtati pravilnu trostranu prizmu i njezinu mrežu
- Primijeniti izraze za oplošje i obujam pravilne trostrane uspravne prizme
- Riješiti problemski zadatak koristeći se mjerljivim obilježjima pravilne trostrane prizme

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica započinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Učenici na početku proučavaju geometrijsko tijelo omeđeno s dvama sukladnim jednakostraničnim trokutima i trima sukadnim pravokutnicima (zapravo kvadratima), a zatim proučavaju animaciju u kojoj od pravilne trostrane prizme nastaje njezina mreža i obratno, od mreže nastaje pravilna trostrana prizma.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

U mreži pravilne trostrane prizme

Na temelju animacije proučava se pravilna trostrana prizma i njezino razmatanje u ravninski prikaz te obratan postupak izgradnje tijela od razvijene mreže. Na temelju crteža ponavljaju se osnovni pojmovi (osnovni i pobočni brid, baza, pobočka, pobočje).

Oplošje pravilne trostrane prizme

Prema nacrtanoj mreži izvodi se formula za površinu baze, površinu pobočja i oplošje pravilne trostrane prizme. Formule se primjenjuju na konkretnim primjerima i zadacima.

Volumen pravilne trostrane prizme

Opća formula za volumen prizme primjenjuje se u posebnom slučaju za prizmu kojoj je baza jednakostranični trokut.

Primijenite naučeno

Za vježbu je ponuđen niz interaktivnih zadataka te GeoGebrina aktivnost.

Učenici koji žele znati više imaju priliku rješavati nešto složenije zadatke u kojima trebaju povezati svoje znanje o pravilnoj trostranoj prizmi s nekim životnim situacijama.

Završetak

Na kraju učenici mogu s pomoću točnih rješenja triju postavljenih zadataka povezanih s pravilnom trostranom prizmom otključati šifru s pomoću koje mogu doći do svih (različitih) mreža pravilne trostrane prizme.

Dodatni prijedlozi

Učenici mogu istražiti različita pakiranja čokolada koja se prodaju u obliku pravilne trostrane prizme i odrediti njihova oplošja i obujme.

Zatim, ako žele, neka pretpostave da proizvođač želi postojeću kutiju napuniti čokoladom koja zauzima cijeli prostor kutije. Za koje je pakiranje cijena kutije u odnosu na obujam čokolade najmanja?

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

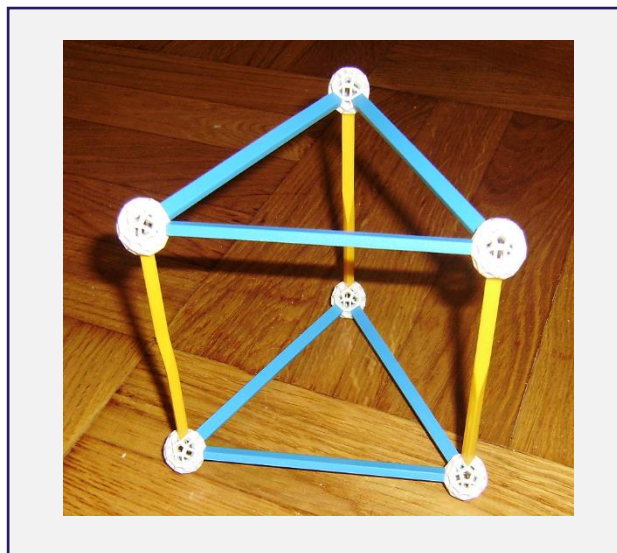
Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici mogu računati oplošja i obujme ostalih trostranih prizmi, a zatim isprobati [kviz](#) na engleskom jeziku.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima bi mreža pravilne trostrane prizme trebala biti uvijek dostupna. Neka je učenici izrade, presaviju po bridovima te zalijepe jednu od strana u bilježnicu. Učenici na mreži mogu označiti baze i pobočke te pokraj nje napisati njezina svojstva.

Učenici mogu izrađivati pravilne trostrane prizme od različitih materijala.



U MREŽI PRAVILNE TROSTRANE PRIZME

Kao što je objašnjeno, opise mreže moguće je napraviti i s pomoću kartona.

OPLOŠJE PRAVILNE TROSTRANE PRIZME

Umnoške koje pišemo $P = ah$ bolje je napisati $P = a \cdot h$. Tako je bolje istaknuto da se radi o umnošku, a ne o oznaci ah .

I za ovo poglavlje vrijedi da se u problemskim zadacima pokuša povezati sadržaj tako da se primjerice spomenuta čokolada odmah imenuje kao pravilna trostrana prizma i da se, ako je potrebno, pazi na mjerne jedinice.

Inače, kada se uvode zadatci u kojima treba izračunati oplošje, volumen, površinu pa onda njihove različite kombinacije ili kada je zadano jedno od toga, a treba izračunati stranicu, bolje je ne miješati primjere, odnosno zadatke jedne s drugima. Učenicima s teškoćama treba više vremena da shvate logiku rješavanja zadataka svakoga pojedinog primjera. Stoga se preporučuje da učenici s teškoćama prvo izračunavaju primjere samo za oplošje pa potom samo za volumen, a tek onda rješavaju zadatke s njihovim kombinacijama, ali tako da se i tu može uočiti sustavnost rješavanja zadataka (npr. dati prvo samo primjere kada je zadano P , a treba izračunati određenu stranicu; tek nakon više takvih primjera treba dati primjer s oplošjem itd.).

Povezane sadržaje i Kutak za znatiželjne ne treba nuditi učenicima s teškoćama (naravno, to treba procijeniti prema individualnim sposobnostima učenika). Tada je bolje držati se više onakvih zadataka kao što je prethodno opisano, da ih učenici rješavaju slijed po slijed (prvo zadatke samo s oplošjem, onda samo s volumenom itd.).

Dodatna literatura za nastavnike

- Mreže različitih trostranih prizmi, koje su spremne za ispis, dostupne su na [poveznici](#).
- Više o različitim prizmama i njihovim mrežama potražite na [poveznici](#).
- Članak Izidora Hafnera *Rotacijska simetrija*, objavljen u *Matki* (broj 81), dostupan je na [poveznici](#).

8.7. Pravilna šesterostrana prizma



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s pravilnim šesterostranim prizmama i njihovim mjerljivim svojstvima
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine povezane s pravilnim šesterostranim prizmama i njihovim mjerljivim svojstvima u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati pravilnu šesterostranu prizmu
- Nacrtati pravilnu šesterostranu prizmu i njezinu mrežu
- Primijeniti izraze za oplošje i obujam pravilne šesterostrane uspravne prizme
- Riješiti problemski zadatak koristeći se mjerljivim obilježjima pravilne šesterostrane prizme

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Učenici na početku proučavaju uvodni zadatak u kojemu treba izračunati volumen (zapreminu) vrča za vodu koji ima oblik pravilne šesterostrane prizme. Budući da taj zadatak još nisu u stanju riješiti, vratit će mu se poslije.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

U mreži pravilne šesterostrane prizme

Na temelju crteža ravninskog prikaza (mreže) pravilne šesterostrane prizme ponavljaju se osnovni pojmovi (osnovni i pobočni brid, baza, pobočka, pobočje). Na temelju GeoGebrinih aktivnosti proučava se pravilna šesterostrana prizma i njezino razmatanje u ravninski prikaz te obratan postupak, izgradnja tijela od razvijene mreže.

Oplošje pravilne šesterostrane prizme

Prema nacrtanoj mreži izvodi se formula za površinu baze, površinu pobočja i oplošje pravilne trostrane prizme. Formule se primjenjuju na konkretnim primjerima i zadacima.

Volumen pravilne šesterostrane prizme

Opća formula za volumen prizme primjenjuje se u posebnom slučaju za prizmu kojoj je baza pravilni šesterokut. Računa se i površina dijagonalnih presjeka.

Primijenite naučeno

Za vježbu je ponuđen niz interaktivnih zadataka te GeoGebrina aktivnost. Učenici mogu s pomoću točnih rješenja triju postavljenih zadataka povezanih s pravilnom šesterostranom prizmom otključati šifru s pomoću koje mogu doći do neobične mreže pravilne šesterostrane prizme.

Učenici koji žele znati više imaju priliku rješavati nešto složenije zadatke u kojima trebaju povezati svoje znanje o pravilnoj šesterostranoj prizmi s nekim životnim situacijama.

Završetak

Na kraju se učenici vraćaju početnom zadatku i rješavaju ga. Nakon toga mogu provjeriti svoje znanje o pravilnim prizmama (četverostranoj, trostranoj i šesterostranoj).

Dodatni prijedlozi

Učenici mogu izraditi i neobične poliedre kojima su baze pravilni šesterokuti. Mreže su tih poliedara dostupne na [poveznici](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

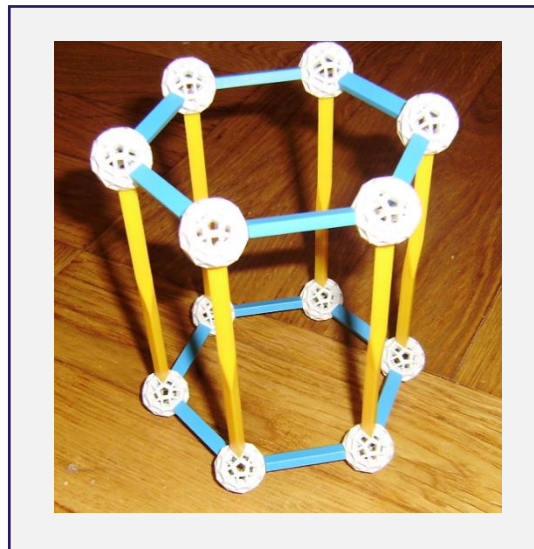
Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici mogu nacrtati što više različitih presjeka pravilne šesterostrane prizme ravninom. Svoja predviđanja mogu provjeriti ili nadopuniti s pomoću aktivnosti na [poveznici](#) (na engleskom jeziku).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima bi mreža pravilne šesterostrane prizme trebala biti uvijek dostupna. Neka je učenicima izrade, presaviju po bridovima te zalijepi jednu od strana u bilježnicu. Učenici na mreži mogu označiti baze i pobočke te pokraj nje napisati njezina svojstva.

Učenici mogu izrađivati pravilne šesterostrane prizme od različitih materijala.



Učenici mogu pravilnu uspravnu šesterostranu prizmu izraditi od glinamola te koncem rezati prizmu kako bi promatrali njezine presjeka.

Za bolju vizualizaciju dostupna GeoGebrina [aktivnost](#) koju je izradila Aleksandra-Maria Vuković.

I u ovom poglavlju vrijedi da treba pojasniti svaki zadatak s novom logikom rješavanja ako prethodno nije naveden primjer. Tako ne ostavljamo učenicima s teškoćama prostor za nesigurnost i frustraciju. Uvijek je bolje prvo objasniti primjer zadatka koji će morati samostalno riješiti.

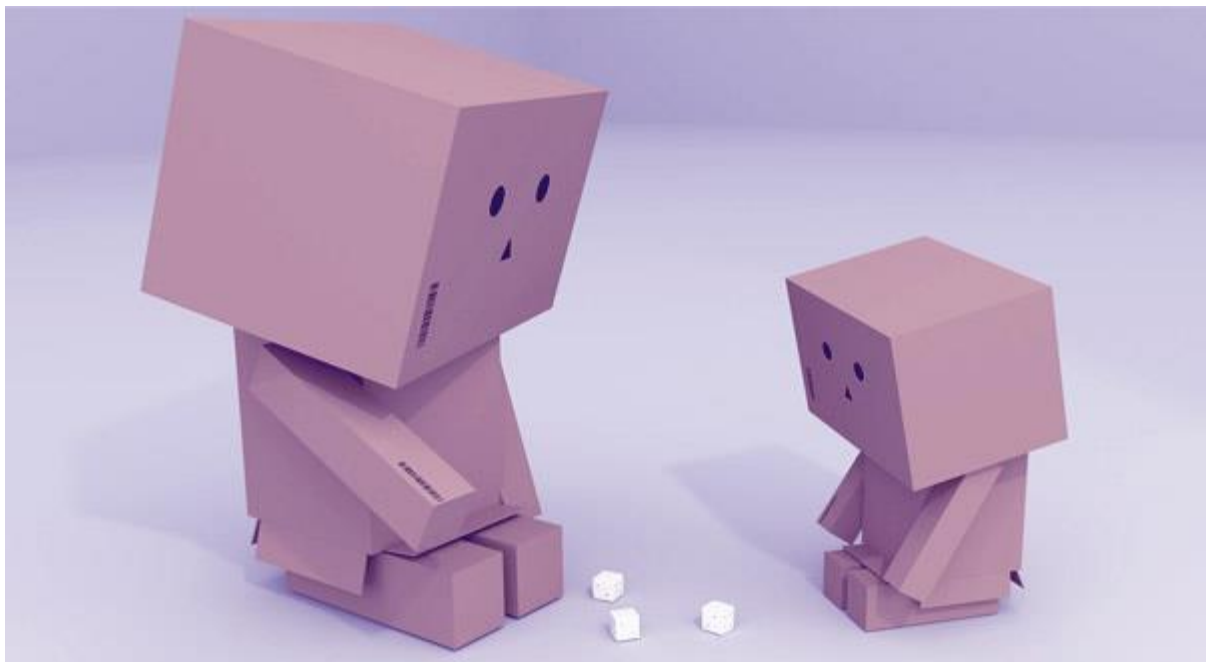
Povezane sadržaje i Kutak za znatiželjne treba preskočiti; učenicima treba ponuditi više osnovnih primjera da ovladaju poentom poglavlja, a tek se onda baviti primjenom u svakodnevnom životu. Kod učenika s poremećajem iz spektra autizma takva se primjena može povezati s nečim što je predmet njihova zanimanja (često su to vlakovi pa im se, primjerice, može zadati zadatak s vagonima za kvadar).

Dodatna literatura za nastavnike

Mreža pravilne šesterostrane prizme, koja je spremna za ispis, dostupna je na [poveznici](#).

Sve o pravilnoj šesterostranoj prizmi možete pronaći na jednom [mjestu](#) ili na [poveznici](#).

8.8. Ostale prizme



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s uspravnim prizmama i njihovim mjerljivim svojstvima
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine povezane s uspravnim prizmama i njihovim mjerljivim svojstvima u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Imenovati prizme
- Primijeniti izraze za oplošje i obujam uspravne prizme
- Riješiti problemski zadatak koristeći se mjerljivim obilježjima uspravne prizme

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica započinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Učenici na početku promatraju kolač iz pravokutna lima koji je narezan na komade (prizme) čije su baze rombovi i jednakokračni trokuti. Zaključuju da tu nije riječ o pravilnim prizmama.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Trostrane prizme (baza pravokutni trokut i jednakokračni trokut)

Učenici prvo proučavaju mreže i crteže različitih trostranih prizmi, a zatim rješavaju primjere i zadatke o prizmama čije su baze pravokutni trokut i jednakokračni trokut.

Četverostrane prizme (baza romb i jednakokračni trapez)

Učenici prvo proučavaju mreže i crteže različitih četverostranih prizmi, a zatim rješavaju primjere i zadatke o prizmama čije su baze romb i jednakokračni trapez.

Završetak

Za kraj učenici utvrđuju svoje znanje računajući volumen uspravne prizme čija je baza pravokutni trapez.

Dodatni prijedlozi

Učenici mogu odigrati igre koje je izradila Sanela Jukić; dostupne su na [poveznici1](#) i [poveznici2](#).

Na ovoj [poveznici](#) učenici mogu izračunati duljinu kraka trokuta baze, obujam i oplošje trostrane prizme za zadane dimenzije te provjeriti rješenja (na engleskom jeziku).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima će možda biti zanimljiv članak Franke Miriam Brueckler [Matematički origami – Mitchellov pravilni oktaedar](#), objavljen u *Matki* (broj 86).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za učenike s teškoćama u razvoju ovaj se sadržaj može izostaviti. Naime, s ovim poglavljem treba biti oprezan i procijeniti individualne sposobnosti i mogućnosti svakoga učenika s teškoćama. Ako učenik nije, uz prilagodbu pristupa, ovladao ni prethodnim poglavljima, bolje je ne upuštati se u ovo poglavlje nego omogućiti učeniku veći broj reprezentativnih zadataka.

Alternativno, učenici mogu sami izraditi nepravilne prizme od njihovih mreža, pri čemu će jednu stranu ostaviti otvorenu. Učenici će takve prizme napuniti do vrha rižom, a zatim rižu preliti u menzuru kako bi očitali obujam prizme. Ako učenici imaju motoričkih poteškoća, mogu im se dati već napravljene prizme od mreža.

Ako su dostupni plastični modeli nepravilnih prizmi s otvorom u koji se može uliti voda, tada se aktivnost može izvesti s vodom.

Dodatna literatura za nastavnike

- Mreže raznih prizmi, koje su spremne za ispis, dostupne su na [poveznici](#).
- Plakat s Arhimedovim tijelima dostupan je na [poveznici](#).

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti temeljna matematička znanja te razviti vještine povezane s prizmama i njihovim mjerivim svojstvima
- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i imenovati prizme u matematičkom kontekstu izvan njega
- Primijeniti svojstva prizmi
- Koristiti se mjernim jedinicama
- Odrediti mjeriva obilježja prizmi
- Primijeniti prizme pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ove jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica započinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Rješavajući interaktivne zadatke na početku jedinice, učenici ponavljaju naučeno o prizmama.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Platonova tijela (pravilni poliedri)

Učenici imaju priliku kroz animaciju upoznati mreže i izgled svih pet Platonovih tijela: tetraedar, kocku (heksaedar), oktaedar, dodekaedar i ikosaedar. Za svako tijelo razmatraju njegov broj strana, bridova i vrhova. Proučavajući te brojeve, učenici dolaze do Eulerove formule koja ih povezuje.

Arhimedova tijela (polupravilni poliedri)

Učenici upoznaju neka od 13 Arhimedovih tijela, od kojih je najpoznatija nogometna lopta.

Završetak

Dodatni prijedlozi

Učenici mogu izraditi plakat sa spomenicima i neobičnim zgradama u kojima se pojavljuju prizme. Primjeri uključuju [zgradu 1](#) i [zgradu 2](#) te [spomenik](#) iz Mezopotamije.

Više o Eulerovoj formuli učenici mogu pročitati na [poveznici](#).

Na [poveznici](#) su dostupni interaktivni materijali i mreže pravilnih poliedara.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici temu mogu dalje istraživati čitajući sljedeće članke:

- *Mreže poliedara*, autora Izidora Hafnera, objavljen u *Matki* (broj 83 i 84)
- *Labirinti na mrežama poliedara*, autora Izidora Hafnera, objavljen u *Matki* (broj 85)
- *Platonova tijela*, autora Željka Medvešeka, objavljen u *Matki* (broj 51)
- *Arhimedova tijela*, autora Marka Živkovića, objavljen u *Matki* (broj 36)
- *Pravilni poliedri*, autora Vladimira Voleneca, objavljen u *Matki* (broj 30)
- *Nogometna lopta*, autorice Kristine Košćević, objavljen u *Matki* (broj 96); članak je dostupan i na [poveznici](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenici u aplikaciji LearningApps mogu napraviti kviz znanja o prizmama i njihovoj podjeli (npr. učenici pronađu sliku prizme, a slici treba pridružiti njezin odgovarajući naziv).

Dodatna literatura za nastavnike

- Mreže raznih tijela spremne za ispis dostupne su na [poveznici](#).
- Lijep prikaz Arhimedovih tijela možete pronaći na [poveznici](#).
- Zanimljivosti o Platonovim tijelima dostupne su na [poveznici](#).
- Mnogobrojne GeoGebra aktivnosti povezane s prizmama dostupne su na [poveznici](#).
- Digitalni scenarij poučavanja *Platonov pravilnik o poliedrima* dostupan je na [poveznici](#).

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti temeljna matematička znanja te razviti vještine povezane s prizmama i njihovim mjerljivim svojstvima
- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati prizme u matematičkom kontekstu i izvan njega
- Imenovati prizme u matematičkom kontekstu i izvan njega
- Primijeniti svojstva prizmi
- Koristiti se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama.
- Odrediti mjeriva obilježja zadanih prizmi
- Primijeniti prizme pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ove jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju 8. modula *Prizme* osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja i vještina radi ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha je ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju pedagoško-motivacijska (formativna), a ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućuje provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukciju, primjenu i rješavanje problema; daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 8. razred osnovne škole

Modul 9: Piramide

Priručnik za nastavnike

Modul 9:Piramide

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okružjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati piramide u matematičkom kontekstu i izvan njega
- Imenovati piramide u matematičkom kontekstu i izvan njega
- Primijeniti svojstva piramida
- Koristiti se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
- Odrediti mjeriva obilježja zadanih piramida
- Primijeniti piramide pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

U ovome modulu učenici 8. razreda primjenjuju znanja i vještine računanja prirodnim, cijelim i racionalnim brojevima koje su stekli u prethodnim razredima.

Deveti modul, pod nazivom Piramide, nastavak je proučavanja mjerljivih obilježja uglatih tijela.

Kao i s prizmama, s piramidama su se susreli u prvome razredu osnovne škole gdje su njihova svojstva samo promatrali, uočavali i opisivali. U modulu su obrađene piramide općenito, zatim oplošje i obujam piramida i, nakon toga, pravilna četverostrana, šesterostrana i trostrana piramida. Naglasak je na određivanju mjerljivih svojstava piramida, ali i na primjeni njihovih svojstava. Poželjno je učenje o piramidama staviti u kontekst umjetnosti, arhitekture, prirode, kemije, geografije, fizike i drugih prirodnih znanosti gdje su piramidalni oblici vrlo česti.

Pri proučavanju piramida i njezinih svojstava kod učenika treba prvenstveno razvijati prirodni zor i može se reći da je to najosnovniji ishod ovoga modula koji bi trebalo tražiti kod svakog učenika. Nije moguće smisleno i trajno učenika poučiti sagledavanju i računanju mjerljivih obilježja prizme ako prije svladana prva stepenica - prostorni zor. Tek nakon toga možemo govoriti o algebarskom umijeću, vještini analize i sinteze, primjeni i kreaciji.

U modulu je ravnopravno zastupljeno stjecanje vještina baratanja geometrijskim pojmovima, prostornim zorom i algebarskim kompetencijama, kao i primjena stečenih znanja.

Digitalnim obrazovnim sadržajima iz ovoga modula možete se koristiti na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima te ih prilagoditi učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete upotrijebiti kao materijal za metodu obrnute učionice tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dvojbe.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskoga i suradničkog rada učenika pri čemu pripremljene sadržaje upotrijebiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice u Yammer društvenoj mreži, Teams okruženju za timove ili OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici.

Uz svaku je jedinicu u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica Pomoćni interaktivni sadržaji, na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i višemedijske sadržaje za jednostavnu uporabu s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za uporabu digitalnih alata

GeoGebra

Računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorena koda, dostupan na hrvatskome jeziku na www.geogebra.org.

Više o GeoGebri pročitajte na: <https://e-laboratorij.carnet.hr/>.

LearningApps

Jednostavno sučelje za izradu različitih interaktivnih sadržaja, kao što su kvizovi i igrice uparivanja. Dostupno je na poveznici <https://learningapps.org/createApp.php>.

Polynomials Calculator

Internetski kalkulator koji se, uz ostalo, može iskoristiti za računanje s algebarskim izrazima. Dostupan je na poveznici [Polynomials Calculator](#).

Kahoot

Ovo je aplikacija koja omogućava kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnoga sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnome satu, a na kraju nastavnoga sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tome satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah nakon završetka kviza. Kahoot je besplatan za uporabu. Sadržava veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i njima se koristiti, preraditi ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.

Više o Kahootu pročitajte na linku [e-laboratorij](#).

Sway

[Sway](#) je *online* alat za izradu, organizaciju i dijeljenje sadržaja u obliku interaktivne mrežne stranice; svojevrsan hibrid između prezentacije i klasične mrežne stranice. S pomoću Swaya možete napraviti prezentacije, interaktivne sadržaje, izvještaje, fotoalbume, radne materijale za nastavu i slično. Izrada i organizacija sadržaja pojednostavnjena je uporabom gotovih predložaka rasporeda i dizajna.

Više o Swayu pročitajte u [CARNETOV-u e-laboratoriju](#) ili na stranici [Početak rada s aplikacijom Sway](#).

Office Mix

[Office Mix](#) je besplatan dodatak za Microsoft PowerPoint koji omogućava dodavanje interaktivnih sadržaja u prezentacije. S pomoću Office Mixa, u prezentaciju možete umetnuti ankete, kvizove, interaktivne simulacije kao što su GeoGebra i Phet, snimanje zvuka, videa te označavanje na kliznicama (slajdovima). Tako napravljene prezentacije ostaju interaktivne i nakon objave u [Office Mix galeriji](#) pa se mogu koristiti i za formativno praćenje.

Više o Office Mixu možete pročitati na stranicama o njegovoj primjeni u obrazovanju [Office Mix for teachers](#)

Operativni plan

	Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
9.	Piramide		12+ 1
		9.1. Piramide	1
		9.2. Oplošje i obujam piramide	2
		9.3. Pravilna četverostrana piramida	3
		9.4. Pravilna šesterostrana piramida	3
		9.5. Pravilna trostrana piramida	3
		Aktivnosti za samostalno učenje	1
		Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

9.1. Piramide



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja o piramidama, prepoznati ih i opisati u matematičkom kontekstu i u okruženju.
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze među svojstvima piramide
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane za prizme i njihova svojstva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati piramide u matematičkom kontekstu i izvan njega
- Imenovati piramide u matematičkom kontekstu i izvan njega
- Opisati osnovne dijelove piramide te njihove odnose i svojstva
- Povezati uspravne piramide s njihovim ravninskim prikazima
- Nacrtati uspravne piramide i njihove mreže

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti

- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Uvodni dio i motivacija počinju fotografijom vrlo poznatih egipatskih piramida, nešto manje poznatim južnoameričkim piramidama i novovjekovnom piramidom u Parizu.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Mjerljiva obilježja piramida

Razrada započinje uočavanjem mjerljivih obilježja i svojstava piramida općenito te završava definiranjem piramide.

Općeniti se dio o piramidama ne ograničava samo na pravilne piramide, već obuhvaća pojam piramide općenito. Povezivanje broja osnovnih bridova ili vrhova baze s brojem pobočki vodi k pravilnom imenovanju piramida.

Eulerova formula za poliedre

Vrhovi, bridovi i strane piramide povezani su poznatom Eulerovom formulom koja se ovdje ne spominje kao takva, već se učeniku prepušta da sam otkrije zakonitost. Koliko je naučio o toj vezi, učenik može provjeriti u za to osmišljenu kvizu.

Pravilna piramida

Pravilna je piramida uvedena usporedbom pravilne i nepravilne piramide. Nakon definiranja pravilne piramide istaknuto je pravilno imenovanje pravilnih piramida.

Visina piramide

Visina je piramide uvedena interakcijom, GeoGebrinim appletom u kojoj učenik, koji bi već trebao imati iskustva s pojmom i svojstvima visine likova i prizmi, otkriva gdje visina piramide ima nožište. Također, učenik u novome appletu ispituje kako nožište visine piramide dijeli visinu baze.

Mreža piramide

Mreža geometrijskog tijela sad je već poznati pojam te se mreža piramide uvodi malim da/ne kvizom. Bilo bi dobro iskoristiti applet u kojem se proučavaju mreže raznolikih piramida na [poveznici](#). Nakon kviza prepoznavanja mreža piramide promatra se mreža pravilne piramide u GeoGebrinu appletu. Promatraju se i razni oblici prikaza mreže piramide koji mogu biti vrlo neobični. Platonova su tijela i tu našla svoje mjesto jer u sebi imaju jednu pravu pravilnu piramidu, tetraedar, i oktaedar koji je nastao spajanjem baza dviju pravilnih četverostranih piramida.

Zanimljivost

Zanimljivost je vezana uz povezanost Platonovih i Arhimedovih tijela rezanjem piramidalnih dijelova tetraedra i oktaedra (Platonova tijela) kada tako nastaje kbooktaedar (Arhimedovo tijelo). Zanimljivost će biti obogaćena animacijom.

- https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/s4-prof/mreze_geom_tijela/web/index2.html

Završetak

Na kraju su dane ilustracije triju primjera kako se koristi piramidalni oblik za shematske prikaze važnosti ili hijerarhije.

Dodatni prijedlozi

- Projektni zadatak; potaknuti učenike da nacrtaju što više različitih prikaza mreže neke pravilne ili nepravilne piramide. Napraviti plakat.
- Projektni zadatak; potaknuti učenike da nacrtaju što više prikaza mreža piramide sa što većim brojem pobočki. Napraviti plakat.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

O mrežama tijela na interaktivan način na [poveznici](#).

Povezanost mreže piramide i piramide na [poveznici](#).

O piramidama i visini piramide na [poveznici](#).

Scenarij poučavanja - [Piramide nekad i danas](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da oni predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Na početku jedinice učenike s teškoćama detaljnije podsjetite na to čemu su služile piramide, kada su se gradile i gdje ih još možemo vidjeti.

Tijekom jedinice pojavljuju se i različiti pojmovi (npr. pobočke, pobočje, bridovi, uglato tijelo) za koje valja provjeriti razumiju li ih učenici s teškoćama. Te je pojmove učenicima potrebno objasniti usmenim putem i/ili ih podsjetiti na njihovo značenje.

Učenicima s oštećenjem vida potrebno je usmeno popratiti prvi videozapis.

Prilikom objašnjavanja naziva glavnih dijelova piramide, učenicima s teškoćama pripremite model piramide kako bi sami mogli na njoj pokazati dijelove (primjerice bazu, bridove i sl.), a po mogućnosti i da na tom modelu sami ucrtaju dijelove. Također, pripremite im grafičke prikaze piramida iz tablice u kojoj se prikazuju piramide prema broju vrhova baze n .

Učenicima s teškoćama jezičnoga razumijevanja detaljnije objasnite uputu u 2. zadatku. Učenicima s diskalkulijom trebat će pomoć pri upisivanju rezultata u tablicu.

Učenicima s teškoćama vizualno istaknite zaključke o pravilnosti o broju vrhova, bridova, strana te njihovu zbroju.

U 2., 3. i 7. primjeru učenicima s teškoćama pripremite ispisane slike piramida kako bi mogli lakše pratiti gradivo.

Učenicima s motoričkim teškoćama trebat će pomoć pri rješavanju zadataka u kojima trebaju upisivati, povlačiti i umetati rješenja.

Ako su učenici s poremećajem iz autističnog spektra posebno zainteresirani za temu piramida iz povijesti, možete im zadati da oni naprave povijesni uvod o piramidama i da na piramidama iz Egipta objasne njihove osnovne dijelove.

9.2. Oplošje i obujam piramide



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja o piramidama, prepoznati ih i opisati u matematičkom kontekstu i u okruženju.
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze među svojstvima piramide
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane za prizme i njihova svojstva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Primijeniti općenite izraze za oplošje i obujam uspravne piramide
- Riješiti problemski zadatak koristeći se mjerivim obilježjima piramide

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Jedinica počinje uvodnim zadatkom o Cestijevoj piramidi u Rimu (o pravilnoj četverostranoj piramidi). U predlošku koji slijedi učenici istražuju različite pravilne piramide i likove koji ih omeđuju.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Od mreže do piramide

Učenici prvo ponavljaju odnos broja bridova, vrhova i strana za pojedine vrste piramida, a zatim proučavaju različite mreže pravilne četverostrane te ostalih pravilnih piramida.

Oplošje piramide

Učenici (analogijom s prizmama) dolaze do pojma oplošja piramide i do opće formule za računanje oplošja uspravnih (ne nužno pravilnih) piramida. Otkrivenu formulu (vezu) učenici primjenjuju u nekoliko primjera i zadataka te interaktivno (u tzv. beskonačnoj zbirci).

Obujam (volumen) piramide

Učenici (na temelju videoisječka s prelijevanjem vode između prizme i piramide s istom površinom baze i jednakim visinama) dolaze do pojma obujma (volumena) piramide i do opće formule za računanje volumena uspravnih (ne nužno pravilnih) piramida. Otkrivenu formulu (vezu) učenici primjenjuju u nekoliko primjera i zadataka te interaktivno (u tzv. beskonačnoj zbirci).

Piramide oko nas

U ovome su dijelu prikazane neke od građevina u obliku piramida u raznim zemljama svijeta.

Završetak

Na kraju, učenike se upućuje na mnogobrojne dodatne izvore koji imaju veze s piramidama.

Dodatni prijedlozi

Izraditi neke od piramida koristeći predloške mreža dostupne na [poveznici](#).

Napraviti plakate i/ili prezentacije na temu piramida (u Gizi, Parizu, Kini, Latinskoj Americi). Neke od korisnih adresa navedene su u nastavku teksta.

- [Keopsova, Kefrenova, Mikerinova](#)
- [Na Antarktiku](#)
- [Latinska Amerika](#)
- [Kina i Kina 2](#)
- [Ostale piramide u Europi](#)
- [Video](#) - obujam piramide (na engleskome jeziku).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici se mogu poigrati s mrežama piramida i dodatno ih [istražiti](#). Učenici mogu, koristeći neki od softvera dinamičke geometrije, izraditi mreže piramida ili različite prikaze piramida i njihove izgradnje iz mreža. Također, mogu istražiti volumen piramide koristeći sljedeći [applet](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Tijekom jedinice pojavljuju se i različiti pojmovi (npr. ravninski prikaz, oplošje, obujam, prizma) za koje valja provjeriti razumiju li ih učenici s teškoćama. Te je pojmove učenicima potrebno objasniti usmenim putem i/ili ih podsjetiti na njihovo značenje.

Učenici trebaju raditi s konkretnim materijalima. Neka izrađuju piramide iz glinamola ili plastelina. Pri proučavanju piramida neka ispred sebe imaju modele piramida (npr. 1. zadatak).

Mrežu piramide objasnite im tako da stvarno razrežete škarama jednu piramidu. Objasnite im na primjeru kako se iz jedne piramide može napraviti više prikaza mreže piramide.

U bilježnicu neka zalijepi mrežu piramide (lijepi se samo baza) te koriste mreže za zapisivanje svojstava i formula.

Kako bi učenici shvatili pojam obujma, neka ulijevaju vodu u plastičnu piramidu ili pune plastičnu/papirnatu piramidu rižom, a zatim sadržaj preliju u menzuru i očitaju obujam.

Kako bi shvatili pojam oplošja, učenici trebaju crtati ili izrezivati mreže piramida.

Pri rješavanju zadataka s izračunima dopustite učenicima da se koriste džepnim računalom (npr. 4. i 5. primjer, 1. zadatak).

Pri učenju može pomoći i sadržaj dostupan na [Eduviziji](#).

Dodatna literatura za nastavnike

- Matka 40 i 99 (kutak za kreativni trenutak)
- Brückler, Franka Miriam, Matka 85 - origami - Mitchellov pravilni tetraedar, dostupno na poveznici <https://hrcak.srce.hr/125721>
- Brückler, Franka Miriam, Matka 92 - origami - Bridni model pravilnog tetraedra, dostupno na poveznici <http://hrcak.srce.hr/150361>

9.3. Pravilna četverostrana piramida



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja o piramidama, prepoznati ih i opisati u matematičkom kontekstu i u okruženju.
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze među svojstvima piramide
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane za prizme i njihova svojstva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati pravilnu četverostranu piramidu
- Nacrtati pravilnu četverostranu piramidu i njezinu mrežu
- Primijeniti izraze za oplošje i obujam pravilne četverostrane uspravne piramide
- Riješiti problemski zadatak koristeći se mjerivim obilježjima pravilne uspravne četverostrane piramide

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti

- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Jedinica počinje razmatranjem tijela (pravilnih četverostranih prizmi i piramida) koja je moguće sastaviti s pomoću zadanih geometrijskih likova.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

U mreži pravilne četverostrane piramide

Nakon zaključka o likovima od kojih se sastoji mreža pravilne četverostrane piramide, razmatra se njihov položaj u ravnini koji omogućava "sklapanje" željenog tijela.

Oplošje pravilne četverostrane piramide

Opća formula za oplošje piramide konkretizira se za pravilnu uspravnu piramidu čija je baza pravilni četverokut - kvadrat, a pobočke četiri međusobno sukladna jednakokračna trokuta. Uočena formula primjenjuje se u jednom primjeru i u nekoliko zadataka (različite složenosti).

Obujam (volumen) pravilne četverostrane piramide

Opća formula za volumen piramide konkretizira se za pravilnu uspravnu piramidu čija je baza pravilni četverokut - kvadrat, a pobočke četiri međusobno sukladna jednakokračna trokuta. Uočena formula primjenjuje se u jednom primjeru i u nekoliko zadataka (različite složenosti).

Presjeci pravilne četverostrane piramide

U nastavku se razmatraju dva osnovna presjeka pravilne četverostrane piramide ravninama koje su određene vrhom piramide i

- polovištima nasuprotnih bridova baze

- dvama nasuprotnim vrhovima baze.

Zatim učenici rješavaju karakteristične zadatke vezane za te presjeke, oplošje i volumen pravilne četverostrane piramide.

Primijenite naučeno!

U nekoliko zadataka učenicima su postavljeni problemi iz realnog svijeta u kojima je potrebno računati oplošje i/ili volumen predmeta/objekata u obliku pravilne četverostrane piramide.

Završetak

Na kraju učenici rješavaju još jedan primijenjeni zadatak, a rješavanjem ponuđenog kviza mogu procijeniti svoje znanje.

Dodatni prijedlozi

Napraviti maketu, npr. Keopsove piramide u zadanome mjerilu.

Pročitati članak [o piramidi ispred muzeja Louvre](#) iz Matke broj 65 (Timna Tomiša, Staklena piramida ispred Louvrea).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Na [poveznici](#) pronaći mrežu četverostrane piramide, izraditi tri primjerka takve piramide i od njih složiti kocku. Izračunati oplošje takve piramide.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Prije početka rada na ovoj jedinici ponovite s učenicima s teškoćama što su bridovi, vrhovi, pobočka te kakav je to sukladan jednakokračan trokut.

U zadatku *Na početku* učenicima s teškoćama pripremite izrezane dijelove iz slikovnog prikaza te im dajte da sami pokušaju složiti neka tijela koja se mogu izraditi od danih dijelova.

Učenicima s diskalkulijom i onima koji se školuju prema prilagođenom programu uz 1. zadatak dajte izrezane dijelove tijela koje ima Marija pa neka sami sastave.

Prvi videozapis potrebno je usmeno popratiti radi lakšeg razumijevanja.

Izrezati i u bilježnicu zalijepiti mrežu pravilne četverostrane piramide. Zalijepi se samo baza, a na pobočkama se ispisuju formule i svojstva. Mreže piramida dostupne su na [linku](#).

Raditi s modelima piramide.

Učenicima s teškoćama na vidljivo mjesto u razredu postaviti formule za površinu, oplošje i volumen te im omogućiti računanje džepnim računalom.

Učenici s teškoćama jezičnog razumijevanja nejasni bi mogli biti zadatci 8. a) i b). Sugerirajte im da a) zadatak zapišu u obliku formule (pomognite im u tome), a u b) zadatku da skiciraju prizmu i piramidu i označe zadano.

Ako su učenici s poremećajem iz autističnog spektra zainteresirani za povijest piramida, možete im predložiti da izrade plakat s primjerima pravilne četverostrane piramide u literaturi i svijetu koji nas okružuje.

Dodatna literatura za nastavnike

Kalkulator za izračunavanje obujma i oplošja piramida dostupan je na [linku](#).

9.4. Pravilna šesterostrana piramida



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja o piramidama, prepoznati ih i opisati u matematičkom kontekstu i u okruženju.
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze među svojstvima piramide
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane za prizme i njihova svojstva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati pravilnu šesterostranu piramidu
- Nacrtati pravilnu šesterostranu piramidu i njezinu mrežu
- Primijeniti izraze za oplošje i obujam pravilne šesterostrane uspravne piramide
- Riješiti problemski zadatak koristeći se mjerivim obilježjima pravilne uspravne šesterostrane piramide

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti

- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Jedinica počinje razmatranjem krova kule - pobočja pravilne šesterostrane piramide.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

U mreži pravilne šesterostrane piramide

Nakon zaključka o likovima od kojih se sastoji mreža pravilne šesterostrane piramide, razmatra se njihov položaj u ravnini koji omogućava "sklapanje" željenog tijela.

Oplošje pravilne šesterostrane piramide

Opća formula za oplošje piramide konkretizira se za pravilnu uspravnu piramidu čija je baza pravilni šesterokut, a pobočke su šest međusobno sukladnih jednakokračnih trokuta. Uočena formula primjenjuje se u jednom primjeru i zadatku.

Obujam (volumen) pravilne šesterostrane piramide

Opća formula za volumen piramide konkretizira se za pravilnu uspravnu piramidu čija je baza pravilni šesterokut, a pobočke su šest međusobno sukladnih jednakokračnih trokuta. Uočena formula primjenjuje se u jednom primjeru i nekoliko zadataka (različite složenosti).

Presjeci pravilne šesterostrane piramide

U nastavku se razmatraju dva osnovna presjeka pravilne šesterostrane piramide ravninama koje su određene vrhom piramide i:

- polovištima nasuprotnih bridova baze
- dvama nasuprotnim vrhovima baze.

Zatim učenici rješavaju karakteristične zadatke vezane za te presjeke, oplošje i volumen pravilne šesterostrane piramide.

Primijenite naučeno!

U dva zadatka učenicima su postavljeni problemi iz realnog svijeta u kojima je potrebno izračunati oplošje i/ili volumen predmeta/objekata oblika pravilne šesterostrane piramide.

Završetak

Na kraju učenici primjenjuju naučeno o pravilnoj šesterostranoj piramidi računajući površinu krova iz uvodnog zadatka.

Dodatni prijedlozi

Preuzeti ili napraviti mrežu i napraviti [sjenilo za LED svjetiljku](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Potražiti više podataka i napraviti maketu neobične zgrade poznate kao "[The Wheatley Pyramid, Oxfordshire](#)".

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s teškoćama potrebno je izraditi model pravilne šesterostrane piramide (npr. od kartona, plastelina i štapića za ražnjiće).

Izrezati i u bilježnicu zalijepiti mrežu pravilne šesterostrane piramide. Zalijepi se samo baza, a na pobočkama se ispisuju formule i svojstva. Mreže piramida dostupne su na [linku](#).

Prvi je videozapis potrebno usmeno popratiti te zaustaviti snimku tijekom prikaza svake mreže piramide i dodatno objasniti učenicima što je prikazano.

Raditi s modelima pravilne šesterostrane piramide.

Sve formule istaknuti u razredu na vidljivo mjesto i dopustiti učenicima da za izračune koriste džepno računalo. Učenicima koji se školuju po prilagođenom programu zadati zadatke s cijelim

prirodnim brojevima u kojima samo trebaju upisati brojke u formulu te, ako mogu, napraviti izračun. Također, može im se zadati zadatke u kojima trebaju imenovati dijelove piramide, prepoznati mrežu i sl.

Zadaci 4. a), b) i c), 5. i 6. bit će jezično teški učenicima s teškoćama jezičnog razumijevanja pa im predložite da zadane oblike nacrtaju kako bi si vizualno predočili zadatak.

Dodatna literatura za nastavnike

Scenarij poučavanja o piramidi nekad i danas dostupan je na [poveznici](#).

9.5. Pravilna trostrana piramida



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja o piramidama, prepoznati ih i opisati u matematičkom kontekstu i u okruženju.
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze među svojstvima piramide
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane za prizme i njihova svojstva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati pravilnu trostranu piramidu
- Nacrtati pravilnu trostranu piramidu i njezinu mrežu
- Primijeniti izraze za oplošje i obujam pravilne trostrane uspravne piramide
- Riješiti problemski zadatak koristeći se mjerivima obilježjima pravilne uspravne trostrane piramide

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti

- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Uvod i motivacija počinju prikazom tetraedra najpravilnije trostrane piramide, ujedno Platonova tijela. Također je dan opis tetraedra i njegova mjerljiva svojstva.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada počinje videozapisom u kojem se na modelu pravilne trostrane piramide opisuju baza, pobočke, pobočje, bridovi i vrhovi.

Mreža pravilne trostrane piramide

Mreža tijela najbolji je način upoznavanja tijela, a i preduvjet za određivanje izraza za oplošje. Osim što je dan opis mreže i testiranje prepoznavanja mreže pravilne trostrane piramide, dan je i primjer kojim se relativizira egzistencija pravilne trostrane piramide unatoč dobrom obliku mreže. Tim je primjerom istaknut uvjet postojanja pravilne trostrane piramide s obzirom na odnos duljine brida baze i bočnog brida.

Oplošje pravilne trostrane piramide

Oplošje je izvedeno direktno iz mreže. Prije samog izvođenja ponovljeno je kako se računaju površina trokuta, površina jednostraničnog trokuta te visina jednostraničnog trokuta. Nakon tablično zadanih zadataka izračuna oplošja pravilne trostrane piramide zadane duljinom osnovnog brida i duljinom visine pobočke posebna je pozornost posvećena oplošju tetraedra.

Također je dan primjer u kojem treba izračunati oplošje pravilne trostrane piramide ako je zadana duljina osnovnog brida i duljinom bočnog brida gdje treba izračunati duljinu visine pobočke primjenom Pitagorina poučka. Taj dio završava zbirkom zadataka za računanje oplošja

pravilne trostrane piramide ako je zadana duljina osnovnog brida i duljinom bočnog brida i visine bočnog brida u parovima.

Visina pravilne trostrane piramide

Posebno je poglavlje dano visini pravilne trostrane piramide jer je potrebna za računanje obujma. Također, radi isticanja činjenice kako u pravilnoj trostranoj piramidi imamo tri visine. Samim time isto toliko pravokutnih trokuta na kojima možemo primjenjivati Pitagorin poučak.

Obujam piramide

Nakon izvođenja formule za obujam pravilne trostrane piramide i primjera njegova računanja dana je zbirka izračuna obujma na dvije decimale. Dani su primjeri računanja oplošja i obujma pravilne trostrane piramide gdje su potpuni podatci izračunati iz triju glavnih pravokutnih trokuta.

Poseban je primjer dan za obujam tetraedra te zadatci u kojima računamo njegov obujam te primjenu.

Na kraju je ovoga dijela dan kviz u kojem se može provjeriti naučeno.

Projekt

Mali projekt pokazuje zanimljivu primjenu tetraedarskog oblika i služi za pobuđivanje interesa učenika za građu koju uče.

Interakcija s pločicama omogućuje dodatno uvježbavanje sadržaja.

Zanimljivost

Učenike se ukratko upoznae s trokutnim brojevima kako bi lakše pratili nastajanje tetraedarskih brojeva koji su prikazani na fotografiji.

Završetak

U završnome dijelu dane su najvažnije informacije o sadržaju poučavanja, oplošju i volumenu te svojstvima pravilne trostrane prizme.

Dodatni prijedlozi

- Projektni zadatak: od plastelina napraviti što više tetraedarskih brojeva, računati sljedeći tetraedarski broj, uočiti rekurziju.
- Projektni zadatak: izraditi ukrasnu kutijicu oblika tetraedra.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

- Scenarij poučavanja - [piramide](#)
- [Tetraedarski brojevi](#)
- [Sierpinskijev tetraedar](#)
- O [tetraedru](#)
- O [obujmu tetraedra](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Pri rješavanju 1. primjera učenicima treba dati grafički prikaz piramide te tražiti da i oni upišu duljine osnovnoga i bočnog brida kako bi lakše upamtili i bolje razumjeli te pojmove. Potrebno je dati i grafički prikaz 3. primjera.

Grafički prikaz 2. primjera potrebno je ispisati kako bi učenici s teškoćama jednostavnije riješili zadatak.

Učenicima s diskalkulijom, oštećenjem vida te učenicima koji se školuju prema prilagođenom programu teški će biti zadatci koje moraju riješiti promatrajući mrežu piramide pa te zadatke možete organizirati kao rad u paru s učenikom bez teškoća.

Učenici s teškoćama neka 4. primjer riješe u bilježnici te neka im nastavnik objasni svaki redak izračuna (kraćenje razlomka, izračun) kako bi se prisjetili računanja s razlomcima.

Učenicima s teškoćama istaknuti u razredu sve formule na vidljivo mjesto i dopustiti učenicima da se pri izračunu koriste džepnim računalom. Učenicima koji se školuju prema prilagođenom programu zadajte zadatke u kojima trebaju samo upisivati vrijednosti u formule i izračunati.

Pri izračunu zadatka 5.3. učenicima je potrebno dati ispisani grafički prikaz.

Videozapis uz 7. primjer potrebno je usmeno popratiti i, ako je potrebno, zaustaviti u ključnim trenucima ili prikazati nekoliko puta.

Interakciju uz 8. primjer i 8. zadatak organizirati kao rad u paru s učenicima bez teškoća. Ovaj će zadatak biti posebno težak učenicima s diskalkulijom te učenicima koji se školuju prema prilagođenom programu. Sama uputa zadatka uz 8. primjer bit će teška učenicima s teškoćama jezičnog razumijevanja pa ga je potrebno dodatno objasniti.

Osim u interakciji u 9. primjeru, učenicima s teškoćama prikažite i zadane trokute na konkretnom 3D modelu.

Učenicima s teškoćama omogućite uporabu džepnog računala pri izračunima. Učenicima koji se školuju prema prilagođenom programu zadajte zadatke s cijelim prirodnim brojevima u kojima samo trebaju upisati brojke u formulu te, ako mogu, napraviti izračun. Također, možete im zadati zadatke u kojima trebaju imenovati dijelove piramide, prepoznati mrežu i sl.

Kod zadatka s karticama (Pamtilica) učenicima s teškoćama dodatno objasnite što trebaju napraviti i na koji način dobivamo parove.

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti temeljna matematička znanja te razviti vještine povezane s piramidama i njihovim mjerivim svojstvima
- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i imenovati piramide u matematičkom kontekstu izvan njega
- Primijeniti svojstva piramida
- Koristiti se mjernim jedinicama
- Odrediti mjeriva obilježja piramida
- Primijeniti piramide pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ove jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Na početku jedinice učenici mogu još jednom istražiti međusobnu vezu prizmi i piramida, koristeći pri tome u GeoGebri pripremljen predložak. Nakon toga mogu ponoviti te primijeniti naučeno rješavajući nekoliko zadataka o prizmama i piramidama.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Keopsova piramida

Keopsova je piramida kod većine ljudi (bez obzira na njihovu dob) sinonim za piramide. U nastavku je ponuđeno nekoliko zadataka koji se odnose na Keopsovu piramidu, ali i ostale piramide iz Gize.

Krnje piramide

U nastavku jedinice opisan je i prikazan nastanak krnje (četverostrane i trostrane) piramide te su prikazane fotografije nekih građevina i uporabnih predmeta oblika krnjih piramida. Nakon toga ponuđena su na rješavanje dva jednostavnija zadatka o krnjoj četverostranoj piramidi.

Završetak

Kao ponavljanje naučenog o piramidama, ali i ostalim uglatim tijelima, pripremljen je zanimljiv interaktivni zadatak „potrage za ubojicom“.

Dodatni prijedlozi

Napraviti tri različite mreže „čaša za kokice“ oblika krnje piramide kojima je dno kvadrat površine 36 kvadratnih centimetara, a „gornja baza“ kvadrat površine 64 kvadratna centimetra. Istražiti kako oplošje te čaše ovisi o duljini bočnog brida.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici mogu izrađivati krnje piramide iz njihovih mreža te istraživati volumene i oplošja bipiramida (mreže dostupne na [poveznici](#)).

Moguće je učenicima zadati zadatak koji je osmislio Robert Gortan dostupan na [poveznici](#).

Učenici mogu riješiti zadatak s krnjim piramidama dostupan na [poveznici](#).

Učenici mogu izgraditi građevinu ili oblik iz različitih geometrijskih tijela te izračunati oplošja i obujme svih tijela koja su upotrijebili.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učitelj ispiše te izreže domino pločice, a učenik treba posložiti vlakić od domina tako da spoji odgovarajuće članove.

Učenici mogu izraditi mobil s različitim piramidama ili tijelo izgrađeno od različitih geometrijskih tijela. Zatim mogu izračunati oplošja i obujme nekih od tih tijela.

Dotatna literatura za nastavnike

- Mreže krnjih piramida dostupne su na [poveznici](#).
- Scenarij poučavanja Dizajn piramide nudi ideje za nadogradnju. Dostupan je na [poveznici](#).
- Članak o različitim manje poznatim piramidama dostupan je na [poveznici](#).

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti temeljna matematička znanja te razviti vještine povezane s piramidama i njihovim mjerivim svojstvima
- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati piramide u matematičkom kontekstu i izvan njega
- Imenovati piramide u matematičkom kontekstu i izvan njega
- Primijeniti svojstva piramida
- Koristiti se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama.
- Odrediti mjeriva obilježja zadanih piramida
- Primijeniti piramide pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ove jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula 9. Piramide osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja i vještina radi ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha je ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukciju, primjenu i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 8. razred osnovne škole

Modul 10: Valjak, stožac, kugla

Priručnik za nastavnike

Modul 10: Valjak, stožac, kugla

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okružjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, poštovanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njezine uloge u svakodnevnom životu

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati valjak, stožac i kuglu u matematičkom kontekstu i izvan njega
- Primijeniti svojstva valjka, stošca i kugle
- Koristiti se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
- Odrediti mjerljiva obilježja zadanog valjka, stošca i kugle
- Primijeniti valjak, stožac i kuglu pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

U ovom modulu učenici 8. razreda primjenjuju znanja i vještine računanja prirodnim, cijelim i racionalnim brojevima koje su stekli u prethodnim razredima.

Zadnji je modul posvećen oblim tijelima – valjku, stošcu i kugli. Učenici se često susreću s oblim tijelima u svojem okružju. Lako ih prepoznaju, no ne poznaju mnoga njihova svojstva. U ovom

će se modulu upoznati s njihovim mrežama od kojih su one stošca i kugle učenicima posebne i sasvim nove. Od mjerljivih su obilježja svakako najprimjenjivije obujam i oplošje.

U jedinicama su obla tijela predstavljena na zanimljiv način u čisto matematičkim situacijama i u situacijama primjene iz svakidašnjice. Modul je bogat interakcijama, animacijama i videozapisima kako bi učenici naučili što više na što zanimljiviji način. Osim geometrijskim sadržajima i onima kojima se jača učenikov prostorni zor, jedinica je bogata i algebarskim konceptima koji zahtijevaju zrelost za uporabu njima.

Digitalnim se obrazovnim sadržajima iz ovog modula možete koristiti na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima te ih prilagoditi učenicima i školskom okruženju.

Pripremljenim se sadržajima možete koristiti kao materijalima za metodu *obrnute učionice* tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dvojbe.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskoga i suradničkog rada učenika, pri čemu se možete pripremljenim sadržajima koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice na društvenoj mreži Yammer, Teams okruženju za timove ili OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici.

Uz svaku je jedinicu u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica *Pomoćni interaktivni sadržaji*, na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i višemedijske sadržaje za jednostavnu primjenu s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za primjenu digitalnih alata

GeoGebra

Računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorena koda, dostupan na hrvatskome jeziku na www.geogebra.org.

Više o GeoGebri pročitajte na: <https://e-laboratorij.carnet.hr/>.

LearningApps

Jednostavno sučelje za izradu različitih interaktivnih sadržaja kao što su kvizovi i igrice uparivanja. Dostupno je na poveznici <https://learningapps.org/createApp.php>.

Polynomials Calculator

Internetski kalkulator koji se, uz ostalo, može iskoristiti za računanje s algebarskim izrazima. Dostupan je na poveznici [Polynomials Calculator](#).

Kahoot

Ovo je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo je za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah nakon završetka kviza. Kahoot je besplatan za uporabu. Sadržava veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i primjenjivati, preraditi ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s internetskim pristupom.

Više o Kahootu pročitajte na poveznici [e-laboratorij](#).

Sway

[Sway](#) je *online* alat za izradu, organizaciju i dijeljenje sadržaja u obliku interaktivne mrežne stranice; svojevrsan je hibrid između prezentacije i klasične mrežne stranice. S pomoću Swaya možete napraviti prezentacije, interaktivne sadržaje, izvještaje, fotoalbume, radne materijale za nastavu i slično. Izrada i organizacija sadržaja pojednostavnjene su uporabom gotovih predložaka rasporeda i dizajna.

Više o Swayu pročitajte u [CARNETOVU e-laboratoriju](#) ili na stranici [Početak rada s aplikacijom Sway](#).

Office Mix

[Office Mix](#) besplatan je dodatak za Microsoft PowerPoint koji omogućuje dodavanje interaktivnih sadržaja u prezentacije. S pomoću Office Mixa u prezentaciju možete umetnuti ankete, kvizove, interaktivne simulacije kao što su GeoGebra i Phet, snimati zvuk, videozapise te označavati što na slajdovima. Tako napravljene prezentacije ostaju interaktivne i nakon objave u [Office Mix galeriji](#) pa se mogu upotrebljavati i za formativno praćenje.

Više o Office Mixu možete pročitati na stranicama o njegovoj primjeni u obrazovanju [Office Mix for teachers](#).

Operativni plan

	Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
10.	Valjak, stožac, kugla		9+ 1
		10.1. Valjak	3
		10.2. Stožac	3
		10.3. Kugla	3
		Aktivnosti za samostalno učenje	1
		Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

10.1.Valjak



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja o valjku, prepoznati ga i opisati u matematičkom kontekstu i u okruženju
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze među svojstvima valjka
- Primijeniti stečena znanja i vještine povezane s prizmama i njihovim svojstvima u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati osnovne elemente i dijelove valjka te njihove odnose i svojstva
- Nacrtati valjak i njegovu mrežu
- Primijeniti izraze za oplošje i obujam pravilnoga uspravnog valjka
- Riješiti problemski zadatak koristeći se mjerljivim obilježjima pravilnoga uspravnog valjka

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema

- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima, za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalan, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Jedinica počinje razmatranjem valjkastih oblika u svakodnevnom stvarnom okruženju (hokejaški pak, valjak radnog stroja, bubnjevi, kule...).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Mreža valjka

U nastavku učenici prvo razmatraju što je plašt, a zatim i mreža valjka. U razmatranju se koriste i pripremljenom aktivnošću, nakon čega se uvode osnovni pojmovi povezani s kružnim valjkom.

Oplošje valjka

Nakon što su otkrili kako izgleda mreža valjka, učenici računaju površine tih dijelova i njihovim zbrajanjem dolaze do oplošja valjka. Izvedenu formulu primjenjuju u rješavanju nekoliko primjera i zadataka.

Volumen (obujam) valjka

Koristeći se pripremljenom aktivnošću i primjenjujući analogiju s prizmama, učenici dolaze do formule za računanje volumena valjka.

Otkrivenu formulu učenici primjenjuju rješavajući nekoliko primjera i zadataka.

Presjeci valjka

U ovom dijelu učenici razmatraju presjeke valjka nekim ravninama koje su u posebnom položaju u odnosu na os, odnosno na baze valjka. Radi se o presjeku ravninom koja je usporedna s bazama i ravninom kojoj pripada os valjka i okomita je na baze (tzv. osni presjek). Učenici računaju površine tako dobivenih presjeka.

Završetak

Za kraj učenici mogu riješiti niz ponuđenih interaktivnih zadataka te tako procijeniti svoje znanje.

Dodatni prijedlozi

Učenici mogu pogledati i riješiti materijale na stranicama [Eduvizije](#).

Mogu riješiti zadatke zadane u scenariju poučavanja *Limenke, cijevi i slična bića* iz aktivnosti A ([dostupnom na poveznici](#)) ili iz aktivnosti B.

- https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/s4-prof/mreze_geom_tijela/web/index2.html

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici mogu istražiti zadatke na sljedećoj [poveznici](#).

Učenicima se može zadati zadatak u kojem je iz valjka (npr. velikog koluta sira) izrezan dio te se treba izračunati oplošje i obujam izrezanog dijela. Također, učenicima se može postaviti pitanje koliki treba biti središnji kut izrezanog komada sira da bi se dobio određeni obujam sira.



Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek treba imati na umu da oni predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi treba temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Preporučuje se raditi s konkretnim materijalima (modelima ili limenkama oblika valjka u 1. zadatku – s konzerve oblika valjka treba ukloniti etiketu i *razmotati* je kako bi učenici vizualizirali da se plašt valjka *razvija* u pravokutnik).

U 3. zadatku ispišite im grafički prikaz kako bi lakše mogli riješiti zadatak.

Kako bi lakše zapamtili nove pojmove poput izvodnice valjka, zadajte učenicima da ih na grafičkim prikazima ili modelima valjka sami označe.

Od mreže valjka treba izraditi valjak te zalijepiti plašt u bilježnicu (krugovi se mogu odizati). Na krugu treba istaknuti polumjer te napisati formulu za površinu kruga. Duljine stranica pravokutnika treba označiti s h i $2\pi r$ te napisati formulu za površinu plašta.

Učenici mogu mjeriti promjer i visinu te računati volumen, a zatim valjak napuniti vodom do vrha i izmjeriti obujam vode koji stane u taj valjak s pomoću menzure. Na kraju se usporede izračunani i izmjereni volumen.

Učenicima s motoričkim teškoćama trebat će pomoć pri rješavanju zadataka u kojima moraju upisivati ili odabirati rješenje te u interakcijama.

Učenicima s teškoćama omogućite upotrebu džepnog računala pri izračunima i osigurajte im popis formula na vidljivom mjestu u razredu.

Učenicima koji se školuju prema prilagođenom programu zadajte zadatke u kojima brojke trebaju uvrstiti u formulu i izračunati ih.

Dodatna literatura za nastavnike

- Animirano objašnjenje formule za oplošje valjka dostupno je na [poveznici](#).
- Rubrika mozgalice – *Valjak s tri rupe* objavljeni su u *Matki* (broj 38).
- Scenarij poučavanja *Limenke, cijevi i slična bića* dostupan je na [poveznici](#).
- Kalkulator za računanje oplošja i volumena valjka dostupan je na [poveznici](#).
- Materijali o oplošju i volumenu valjka (na engleskom jeziku) dostupni su na [poveznici](#) (prikazan je i prikladan način pamćenja formule za volumen valjka – ako je polumjer označen slovom z , a visina slovom a ; volumen = $\pi z z a$).

10.2. Stožac



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja o stošcu, prepoznati ga i opisati u matematičkom kontekstu i u okruženju
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze među svojstvima stošca
- Primijeniti stečena znanja i vještine povezane s prizmama i njihovim svojstvima u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati osnovne elemente i dijelove stošca te njihove odnose i svojstva
- Nacrtati stožac i njegovu mrežu
- Primijeniti izraze za oplošje i obujam pravilnoga uspravnog stošca
- Riješiti problemski zadatak koristeći se mjerljivim obilježjima pravilnoga uspravnog stošca

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema

- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalan, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Na početku učenici rješavaju problem izrade šeširića oblika stošca, tj. pokušavaju zaključiti što bi bio plašt takvih šeširića.

Nakon toga se opisuje stožac.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Stošci oko nas

Prikazane su fotografije različitih oblika (češer, školjka, čaša, krov kule...) na kojima je moguće uočiti oblike stošca.

Osnovni pojmovi

U nastavku se istražuje veza duljine polumjera, duljine izvodnice i duljine visine stošca te učenici dolaze do zaključka da ta tri podatka nisu međusobno neovisna. Zaključuju da je izvodnica stošca hipotenuza pravokutnog trokuta kojemu su katete polumjer baze i visina stošca. Uočena se veza primjenjuje za izračunavanje nepoznatog od tih triju podataka.

Dalje se razmatra osni presjek stošca te se računa njegova površina.

Mreža stošca

Učenici na temelju interaktivnog prikaza zaključuju da se mreža stošca sastoji od kruga i kružnog isječka te kakve su veze duljine kružnog luka i opsega baze.

Oplošje stošca

Nakon otkrivanja oblika mreže stošca pred učenicima se nalazi novi problem – kako izračunati oplošje stošca. Zapravo, problematičan je dio računanja površine plašta. U *Kutku za znatiželjne* prikazan je cjeloviti izvod formule za površinu stošca, a zatim se ta formula primjenjuje u primjerima i zadacima.

Volumen stošca

Nadalje, koristeći se pripremljenom aktivnošću, učenici zaključuju da volumen valjka i stošca (iste baze i jednakih visina) povezuje ista pravilnost kao i volumen prizme i piramide (sukladnih baza i jednakih visina). U to se uvjeravaju i gledajući videozapis s prelijevanjem vode. Zaključak se primjenjuje na računanje volumena u nekoliko primjera i zadataka.

Završetak

Za kraj učenici rješavaju problem stožastih šeširića iz uvodnog zadatka, a dostupni su im i zadaci za procjenu naučenog o stošcu.

Dodatni prijedlozi

Učenici mogu pogledati videozapis dostupan na [poveznici](#), a zatim sami napraviti nekoliko različitih stožaca s jednakom duljinom izvodnice i različitim pripadnim središnjim kutom.

Koristeći se [aktivnošću](#), učenici mogu proučiti ovisnost volumena stošca o njegovoj visini i o polumjeru baze.

Za dodatnu vježbu mogu pogledati i riješiti zadatke dostupne na [Eduviziji](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici mogu istražiti odnose između volumena i oplošja stošca, valjka i kugle na sljedećoj [poveznici](#).

Također, učenici mogu programirati *micro:bit* tako da izračunava volumen stošca za zadanu duljinu polumjera i duljinu visine stošca i/ili oplošje za zadanu duljinu polumjera i duljinu izvodnice.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s teškoćama pripremite grafičke prikaze stošca u kojima će moći samo označivati sve njegove dijelove (npr. izvodnica, visina) kako bi mogli lakše upamtiti nazive.

Prvi videozapis treba usmeno popratiti.

Učenicima s oštećenjem vida trebat će ispisati grafičke prikaze u 3. zadatku. Također treba ispisati grafički prikaz stošca u 7. zadatku.

Učenici mogu pogledati i primijeniti savjet s [videozapisa](#) o izradi stošca.

Prema procjeni učitelja učenici mogu izračunavati isključivo volumen stošca za zadanu duljinu polumjera i duljinu visine stošca te oplošje za zadanu duljinu polumjera i duljinu izvodnice. Također, moguće je da svoja rješenja provjere s pomoću programa koji je prebačen na *micro:bit*, a koji su učenici ili sami izradili ili su ga za njih izradili učenici koji su vješti u programiranju.

Literatura za nastavnike

Animacija u kojoj se objašnjava odnos volumena stošca i volumena valjka dostupna je na [poveznici](#).

Kalkulator za izračunavanje oplošja i volumena stošca dostupan je na [poveznici](#).

10.3. Kugla



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja o kugli, prepoznati ju i opisati u matematičkom kontekstu i u okruženju
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze među svojstvima kugle
- Primijeniti stečena znanja i vještine povezane prizmama i njihovim svojstvima u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati osnovne elemente i dijelove kugle te njihove odnose i svojstva
- Nacrtati skicu kugle
- Primijeniti izraze za oplošje i obujam kugle
- Riješiti problemski zadatak koristeći se mjerljivim obilježjima kugle

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema

- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalan, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Jedinica počinje videoputovanjem u kojem se pokazuje sveprisutnost kružnih oblika. Ponuđena je i poveznica na zanimljivost povezanu s kuglom iz Kostarike. Preporučuje se da učenici i u svojem okruženju potraže okrugle oblike.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kugla i sfera

Razrada počinje razlikovanjem pojmova kugle i sfere te njihovim definiranjem. Preporučuje se povezivanje analogijom između kugle i kruga te sfere i kružnice. Što se tiče oznake za radijus (veliko R), učenicima treba napomenuti da je takva iz praktičnih razloga te da se u literaturi može pronaći i malo r .

Presjek sfere i kugle s ravninom

U interakciji se pruža mogućnost proučavanja kružnica i kruga nastalih presjekom sfere, odnosno kugle s ravninom. Ako je moguće, taj se presjek može zorno prikazati modelima ili rezanjem naranče. Nadalje se, s pomoću primjera i zadataka, proučavaju kružnice i krugovi nastali presjekom. Uspostavljena je veza s meridijanima i paralelama.

Površina sfere i oplošje kugle

Uvod je napravljen na najjednostavniji način, rezanjem kore naranče po meridijanima kako bi se pokazalo što je površina sfere i kako izgleda mreža sfere, odnosno kugle.

Oplošje kugle uvedeno je videozapisom koji prikazuje ideju oplošja kugle, površine sfere. Taj se pokus može ponoviti i u razredu.

Učenici mogu nizom zadataka, u kvizu i zbirci, uvježbati računanje oplošja i drugih povezanih mjerljivih obilježja.

Obujam ili volumen kugle

Uvod čini videozapis koji zorno prikazuje čemu je jednak obujam kugle. Računanje obujma mogu uvježbati u GeoGebrinoj aktivnosti. Nakon toga slijedi niz zadataka primjene lakših i težih ishoda.

Zanimljivost – Arhimed 1 : 2 : 3

Predstavljena je i zanimljivost povezana s Arhimedom i Demokritom te omjer valjka, kugle i stošca. U jednom od zadataka primjene nudi se rješenje baš Arhimedovim zaključkom.

Prije samog kraja zadan je projektni zadatak određivanja omjera obujama.

Završetak

U završetku se daje osvrt na pojavnost oblika kugle oko nas i dvije najvažnije formule, za oplošje i za obujam kugle.

Dodatni prijedlozi

Projektni zadatci:

- U dogovoru s učiteljem Likovne kulture nacrtati kompozicije sastavljene od kugli ili motiva kugli u okružju.
- Napraviti projekt o površini sfere – svaki učenik odabere vočku, izmjeri promjer pomičnim mjerilom, oguli je i složi krug, mjeri promjer tog kruga i računa mu površinu. Analiziraju se i uspoređuju podatci svih učenika te se donosi zaključak.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

- [Sections of Spheres](#)
- [Volume Of Sphere](#)
- [Volume Of Sphere](#)
- [cutting a sphere](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s teškoćama trebat će opširnije objasniti razliku između kugle i sfere na konkretnim primjerima. Konkretnim se primjerima koristite i pri objašnjavanju glavne kružnice i kruga.

Omogućite učenicima uporabu džepnog računala pri izračunima. Formule neka budu izložene na vidljivom mjestu u razredu.

Uz prvi videozapis objasnite učenicima s teškoćama jezičnog razumijevanja što znači izraz da *kuglu režemo po meridijanima*.

Drugi videozapis učenicima s teškoćama dodatno objasnite. Pogledajte ga više puta.

Učenicima s motoričkim teškoćama trebat će pomoć pri rješavanju zadataka u kojima moraju upisivati ili označivati odgovore te u interakcijama.

- [Surface Area of a Sphere, deriving the formula](#)
- [Visualizing the Volume of a Sphere Formula | Deriving the Algebraic Formula With Animations](#)

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti temeljna matematička znanja te razviti vještine povezane s piramidama i njihovim mjerljivim svojstvima
- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i imenovati valjak, stožac i kuglu
- Primijeniti svojstva i odnose valjka, stošca i kugle
- Koristiti se mjernim jedinicama

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ove jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalan, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te, na kraju, osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Na početku jedinice ponavlja se gradivo cijelog modula. Ponavljanje je predviđeno kroz višemedijsku formu u kojoj treba riješiti problem s gusarima. Forma predviđa rješavanje ukupno 12 zadataka koji se odnose na valjak, stožac i kuglu.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Rotacijska tijela

U ovom se odjeljku raspravlja i pokazuje zašto se valjak, stožac i kugla nazivaju rotacijskim tijelima te se za rješavanje nude neki tipični zadatci. Tema je predviđena za mogući samostalan rad učenika.

Krnji stožac

Krnji je stožac zanimljivo tijelo koje relativno dosta često susrećemo u svakidašnjemu životu. Tema je namijenjena učenicima koji žele naučiti više jer svojom složenosti nadmašuje redovito gradivo.

Završetak

Učenicima je za rješavanje ponuđeno još nekoliko zadataka u kojima se javljaju kombinacije obliha, to jest obliha i uglatih geometrijskih tijela. Samim time, riječ je o donekle složenijim zadacima.

Dodatni prijedlozi

Učenici mogu na mrežnim stranicama pronaći različite fotografije obliha tijela iz svakodnevnoga života i napisati zadatke povezane s oplošjem, obujmom i osnim presjecima tih tijela. Ti se zadatci zajedno s besplatnim fotografijama mogu objediniti u razrednu zbirku zadataka.

Učenici mogu odigrati igru Otmice (*Escape room*) dostupnu na [poveznici](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Rješavati zadatke u kojima se računaju oplošja i obujmi tijela koja su nastala kombinacijom dvaju ili više tijela.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenici mogu izraditi plakat, prezentaciju, zbirku fotografija s primjerima obliha geometrijskih tijela iz svakodnevnoga života.

Učenici mogu od mreža izgraditi neku figuru koja se sastoji od npr. najmanje jednoga obloga tijela, dviju piramida i triju prizmi te izračunati oplošja i obujme tih tijela.

Učenici mogu snimiti svoj videozapis u kojem prelijevanjem vode objašnjavaju odnos volumena, npr. stošca i valjka.

Učenici mogu izraditi matematičku slikovnicu u kojoj se pojavljuju različita geometrijska tijela s njihovim odgovarajućim nazivima.

Učenicima s teškoćama čitanja treba pročitati tekst *Na početku* te onaj o krnjem stošcu.

Učenicima koji se školuju po prilagođenom programu zadajte jednostavne zadatke, one u koje upisuju brojke u formulu i računaju ih. Preskočite dio s krnjim stošcem.

Učenicima s teškoćama dopustite uporabu džepnog računala te formula.

Dodatna literatura za nastavnike

Scenarij poučavanja *Ćoškasto, oblo... svakodnevno* dostupan je na [poveznici](#).

Rješenja GeoGebrine aktivnosti OTMICA

Nakon rješavanja prvog zadatka (rješenje $8.1 \cdot 10^9$), treba odabrati uputu *Prvi korak obavljen, idući trag*.

Pojavljuje se novi zadatak. Upisivanjem rješenja tog zadatka (rješenje je 38), pojavit će se naredba *Uđi*.

Treba zaključiti da se mora otvoriti ručica na desnim vratima kako bi se otkrio sljedeći zadatak.

Nakon što se uđe u dnevnu sobu, treba na stoliću uočiti ručnu svjetiljku koju treba uključiti te njome obasjati staklo iznad sofe. Nakon što se otkrije zadatak, treba ispod televizora aktivirati sivu kutiju koja otvara polje za upisivanje rješenja.

Nakon unošenja točnog rješenja ($5 \cdot 10^8$) treba kliknuti na *Vrata prema kuhinji su se otvorila!*

Otvora se novi prozor u kojem se prikazuje kuhinja. Lonac treba postaviti iza posude s kivijima i rajčicama kako bi se na pločicama prikazao novi zadatak (rješenje 100).

Time se otvara novi zadatak (rješenje 900) nakon čega treba kliknuti na *Pomakni hladnjak*.

Nakon što se prikaže kupaonica treba odabrati *Riješi problem*, a zatim otvoriti slavinu. Time će se pokazati dio zadatka. Sada treba kutiju s rupčićima postaviti na sivi peterokut kako bi se prikazalo pitanje i polje za odgovor (rješenje 10).

Upisivanjem točnog rješenja pokazat će se uputa *Otvori kutiju*, a njezinim će se odabirom kraj umivaonika pojaviti ključ.

Klikom na ključ otvorit će prozor sa spavaćom sobom. Treba odabrati uputu *Riješi problem*.

Lončanica u kojoj se nalazi najviša biljka skriva sljedeći zadatak. Odabirom na uputu zadatka pokazuje se tekst i polje za odgovor (rješenje $75\sqrt{2}$).

Upisivanjem točnog rješenja pojavljuje se uputa *Otvori kutiju i deaktiviraj bombu!*

Klikom na kutiju prikazuje se bomba. Treba otvoriti zadatak odabirom te upute (rješenje $a = 9$, $b = 4$).

Kada se riješi zadatak, treba odabrati uputu *Riješi zadatak* te zatim redom kliknuti na odgovarajuće boje žica (zeleno pa smeđe jer je na zidu broj 9 zapisan zelenom, a broj 4 smeđom bojom), a zatim odabrati naredbu *Reži odabrano*.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti temeljna matematička znanja te razviti vještine povezane s oblim tijelima i njihovim mjerljivim svojstvima
- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati valjak, stožac i kuglu u matematičkom kontekstu i izvan njega
- Primijeniti svojstva valjka, stošca i kugle
- Koristiti se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
- Odrediti mjerljiva obilježja zadanog valjka, stošca i kugle
- Primijeniti valjak, stožac i kuglu pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ove jedinice

Procjena je usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju desetog modula – *Valjak, stožac, kugla* osmišljena u obliku interaktivnih provjera znanja i vještina u cilju ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina radi praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha je takvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućuje provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukciju, primjenu i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.

Pojmovnik

Izvor: CARNET-ova Dokumentacija za nadmetanje: NABAVA USLUGA IZRADE OTVORENIH DIGITALNIH OBRAZOVNIH SADRŽAJA

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj (cjeloviti DOS)

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj je obrazovni sadržaj u digitalnom obliku koji pokriva cjelokupni kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred. Jedan cjeloviti DOS obuhvaća cjelokupni godišnji fond školskih sati za kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred, prema postojećem nastavnom planu te dodatne sate za samostalno učenje i vrednovanje kod kuće.

Darovita djeca

Darovita djeca su ona djeca koja posjeduju sklop osobina, visoko natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visokoga stupnja kreativnosti i motivacije koji im omogućava razvijanje izvanrednih kompetencija i dosljedno postizanje izrazito natprosječnoga postignuća i/ili uratka u jednome ili u više područja. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika*, 2016.)

Digitalni obrazovni materijal

Digitalni obrazovni materijal je bilo kakav obrazovni materijal u digitalnom formatu neovisno o obliku (e-udžbenik, dio e-udžbenika, e-knjiga, cjeloviti multimedijalni materijali, obrazovna igra, digitalizirana verzija tiskanih obrazovnih materijala, on-line tečaj i dr.) i kontekstu za koji je izrađen (za primjenu u formalnom, neformalnom ili informalnom obrazovnom kontekstu).

Jedan digitalni obrazovni materijal je materijal koji sadržajno pokriva najmanje 5 nastavnih sati u potpunosti i podrazumijeva metodičko oblikovanje.

Jedan digitalni obrazovni materijal NIJE samo jedan izolirani grafički ili multimedijalni prikaz, niti prezentacija u digitalnom formatu. Nadalje, jedan digitalni obrazovni materijal NIJE tekstualni dokument (npr. word dokument) ili pdf verzija tekstualnog dokumenta koji ne podrazumijeva metodičko oblikovanje te sadržajno ne pokriva najmanje 5 nastavnih sati.

Digitalni obrazovni sadržaj (DOS)

Digitalni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu. DOS je namijenjen prvenstveno učenicima za učenje, provjeru znanja i korištenje na nastavnom satu. Sekundarno, DOS je namijenjen i učenicima za samostalno učenje i rad kod kuće te, zajedno s pripadajućim priručnikom, nastavnicima za poučavanje.

Interakcija

Interakcija je multimedijalni element ugrađen u sadržaj čija interaktivnost podrazumijeva pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa, akcije kao što su pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom komandom, obrazac za ispunjavanje, označavanje odgovora, unos teksta, formula ili audio zapisa, povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja, didaktična igra, simulacija s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima, mogućnost dobivanja povratnih informacija, interaktivna infografika, interaktivni video, žiroskopski prikaz, 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom i sl.

E-pristupačnost

E-pristupačnost je nadilaženje prepreka i poteškoća na koje osobe nailaze kada pokušavaju pristupiti proizvodima i uslugama koji se zasnivaju na informacijskim i komunikacijskim tehnologijama (Europska komisija, 2005.)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija) je uvažavanje različitosti i specifičnosti svakog pojedinca kroz odgoj i obrazovanje koji odgovara na različite odgojno-obrazovne potrebe sve djece i svih učenika, a temelji se na uključivanju i ravnopravnom sudjelovanju svih u odgojno-obrazovnom procesu. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje i prilagodbu iskustava učenja te vrednovanje postignuća djece i učenika s teškoćama*, 2016.)

Jedinica DOS-a

Jedinica DOS-a obuhvaća dio, cijelu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta metodički obrađenih tako da obuhvaćaju sadržaj učenja i poučavanja predviđen za provođenje od jednog do tri školska sata. Jedinicu DOS-a čine sljedeći obavezni dijelovi: Uvod i motivacija, Razrada sadržaja učenja i poučavanja i Završetak.

Kognitivne razine postignuća

Kognitivne razine postignuća obuhvaćaju razinu reprodukcije znanja, primjene znanja i rješavanje problema. Reprodukcijska razina znanja kao najniža kognitivna razina postignuća obuhvaća razumijevanje gradiva (imenovanje, definiranje, ponavljanje, izvješćivanje, razmatranje, prepoznavanje, izražavanje, opisivanje). Viša kognitivna razina postignuća je primjena znanja koja podrazumijeva konceptualno razumijevanje gradiva (raspravljavanje, primjena, tumačenje, prikazivanje, izvođenje, razlikovanje). Rješavanje problema je najviša kognitivna razina postignuća koja podrazumijeva sposobnost analize, sinteze i vrednovanja gradiva (uspoređivanje, razlučivanje, predlaganje, uređivanje, organiziranje, kreiranje, klasificiranje, povezivanje, prosuđivanje, izabiranje, rangiranje, procjenjivanje, vrednovanje, kombiniranje, predviđanje).

Modul DOS-a

Jedan modul DOS-a obuhvaća smisleno povezan sadržaj učenja i poučavanja koji obuhvaća određeni broj jedinica DOS-a, koje obuhvaćaju jednu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta.

Multimedijalni element

Multimedijalni element je zvučni zapis, fotografije, ilustracije, video zapis ili 2D i 3D animacije.

Nastavni sadržaj

Nastavni sadržaj je konkretna građa i zadatci (aktivnosti) za usvajanje i razvijanje odgojnih i obrazovnih znanja, vještina i navika kojima se ostvaruje određeni odgojno-obrazovni ishod ili skup odgojno-obrazovnih ishoda.

Objavljeni obrazovni sadržaj

Objavljeni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju u obrazovne svrhe objavljen u tiskanom ili digitalnom formatu uz pozitivnu stručnu recenziju ili pozitivnu evaluaciju od strane korisnika sadržaja.

Obrazovni sadržaj

Obrazovni sadržaj je sadržaj, tiskanog ili digitalnog tipa, razvijen s primarnom namjenom korištenja u obrazovne svrhe, bilo u nastavi ili izvan nje, za formalno, neformalno ili informalno obrazovanje.

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja)

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja) je jasni iskaz očekivanja od učenika (što učenici znaju, mogu učiniti i koje stavove/vrijednosti imaju razvijene) na kraju nekog dijela učenja i poučavanja. Ovisno o razini na kojoj je izražen, neki odgojno-obrazovni ishod može se odnositi na razdoblje od jednog nastavnog sata, tematske cjeline, cijele godine ili ciklusa učenja i poučavanja nekog nastavnog predmeta ili međupredmetne teme. Ishodi mogu biti određeni kao znanja, vještine i/ili stavovi/vrijednosti.

Osoba s invaliditetom

Osoba s invaliditetom je osoba koja ima dugotrajna tjelesna, mentalna, intelektualna ili osjetilna oštećenja, koja u međudjelovanju s različitim preprekama mogu sprečavati njihovo puno i učinkovito sudjelovanje u društvu na ravnopravnoj osnovi s drugima (Konvencija o pravima osoba s invaliditetom, 2006). Prema istoj konvenciji, invaliditet nije samo oštećenje koje osoba ima, nego je rezultat interakcije oštećenja osobe (koje nije samo tjelesno oštećenje kao najvidljivije) i okoline iz čega proizlazi da društvo neprilagođenošću stvara invaliditet, ali ga kroz tehničke prilagodbe prostora, osiguranje pomagala i drugih oblika podrške može i ukloniti. U kontekstu digitalnih obrazovnih sadržaja prilagodbe se odnose na primjenu principa univerzalnog dizajna i poštivanje standarda e-pristupačnosti pri izradi materijala.

Otvoreni obrazovni sadržaj

Otvoreni obrazovni sadržaj je sadržaj slobodno dostupan za korištenje, doradu i izmjenu od trećih strana bez dodatne naknade.

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja / Repozirotij digitalnih nastavnih materijala

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja/Repozitorij digitalnih nastavnih materijala je repozitorij digitalnih nastavnih materijala izrađen u sklopu pilot projekta e-Škole.

Suvremena pedagoška metoda

Suvremena pedagoška metoda je metoda koja potiče aktivan rad učenika kroz projektni i timski rad, rješavanje problema, učenje putem otkrivanja, stvaralačko učenje te poticanje kritičkog razmišljanja.

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnih potrebama

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama je daroviti učenik/dijete ili učenik/dijete s teškoćama u razvoju.

Učenici/djeca s teškoćama

Učenik/dijete s teškoćama je dijete/učenik kojemu je u odgojno-obrazovnom sustavu potrebna dodatna podrška u učenju i/ili odrastanju. Prema Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi, NN 94/13. (pročišćeni tekst) učenici s teškoćama (Članak 65.) su: – učenici s teškoćama u razvoju, – učenici s teškoćama u učenju, problemima u ponašanju i emocionalnim problemima, – učenici s teškoćama uvjetovanim odgojnim, socijalnim, ekonomskim, kulturalnim i jezičnim čimbenicima. U Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju (NN 24/15) navode se skupine vrsta teškoća: 1. Oštećenja vida, 2. Oštećenja sluha, 3. Oštećenja jezično-govorne-glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju, 4. Oštećenja organa i organskih sustava, 5. Intelektualne teškoće, 6. Poremećaji u ponašanju i oštećenja mentalnog zdravlja, 7. Postojanje više vrsta teškoća u psihofizičkom razvoju.