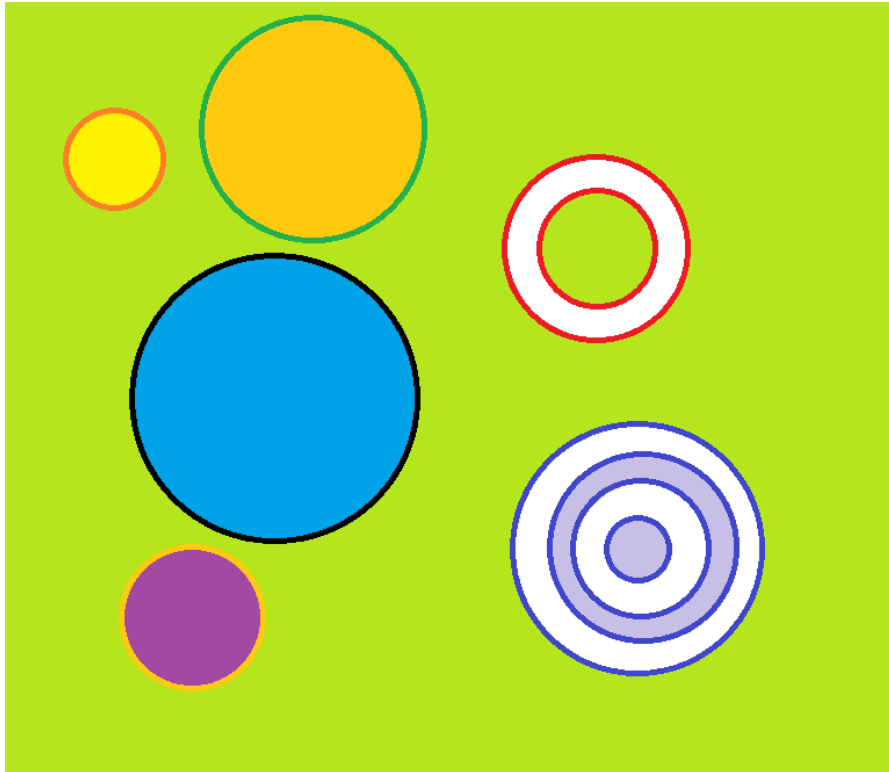


Uvodno ponavljanje

Ponavljanje do sad
naučenog igrom.



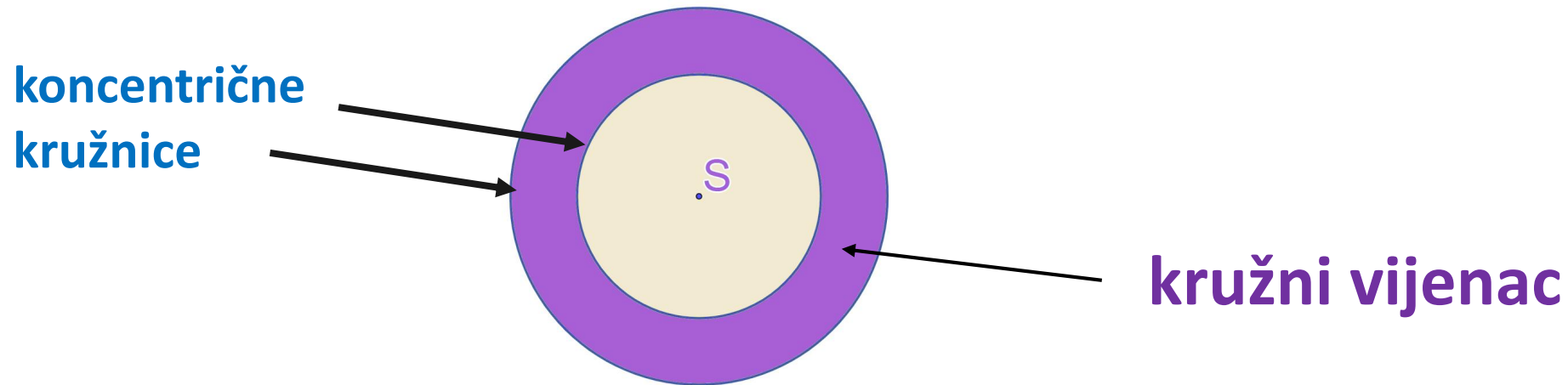
Opseg i površina kružnog vijenca



K. Marković, prof. matematike

Koncentrične kružnice su kružnice koje imaju zajedničko središte.

Dio ravnine između dviju koncentričnih kružnica je **kružni vijenac**.



Kružni vijenac u Geogebri

Uvodni primjer A

Što ćemo danas naučiti?

Gospodin Zrinko želi posijati travu na površinu oblika kružnog vijenca. Na kružnom vijencu duljina promjera manjeg kruga iznosi 2 m, a većeg 8 m.

Ako na svaki m^2 treba posijati 6 grama sjemena trave, koliko sjemena treba pripremiti gospodin Zrinko za sijanje?



Zadatak ćemo riješiti na kraju sata.

Uvodni primjer - Cvjetnjak

Gospođa Đurđa želi obrubiti cvjetnjak u svom vrtu. Cvjetnjak ima oblik kružnog vijenca čija duljina polumjera manjeg kruga iznosi 5 dm, a većeg 11 dm. Kolika je duljina ruba cvjetnjaka?



Da bi se saznala duljina ruba potrebno izračunati opseg manjeg i većeg kruga te ih zbrojiti.

$$o_m = 2 \cdot 5 \cdot \pi$$

$$o_m = 10 \cdot 3.14$$

$$o_m = 31.4 \text{ dm}$$

$$o_V = 2 \cdot 11 \cdot \pi$$

$$o_V = 22 \cdot 3.14$$

$$o_V = 69.08 \text{ dm}$$

$$o = o_V + o_m$$

$$o = 69.08 + 31.4$$

$$o = 100.48 \text{ dm}$$

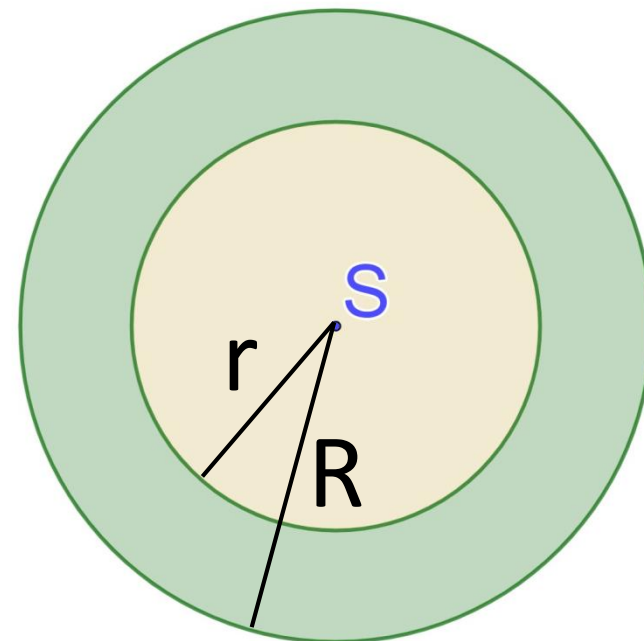
Duljina ruba cvjetnjaka iznosi 100.48 dm.

Opseg kružnog vijenca

R i r - duljine polumjera koncentričnih kružnica

$$o = 2R\pi + 2r\pi$$

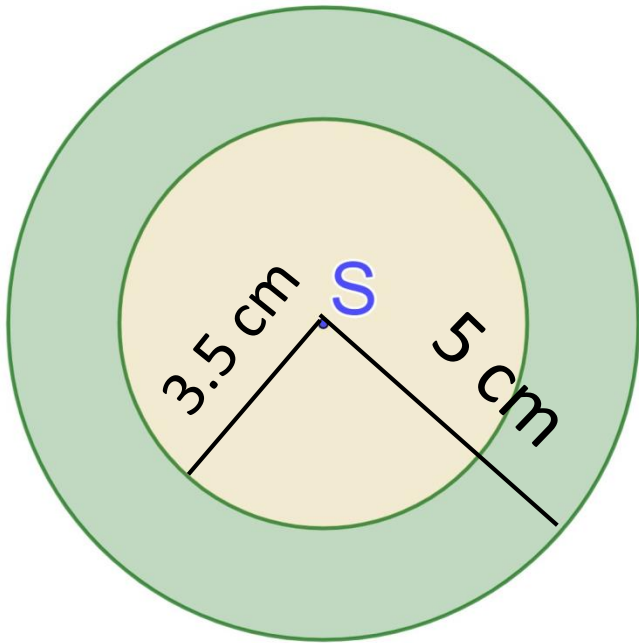
$$o = 2\pi(R + r)$$



Opseg kružnoga vijenca je zbroj opsega većeg i manjeg kruga.

Primjer 1.

Nacrtaj dvije koncentrične kružnice s polumjerima duljina 3.5 cm i 5 cm. Izračunaj opseg kružnog vijenca kojeg čine navedene dvije kružnice.



$$\begin{array}{l} R = 5 \text{ cm} \\ \underline{r = 3.5 \text{ cm}} \\ o = ? \end{array}$$

$$o = 2R\pi + 2r\pi$$

$$o = 2\pi(R + r)$$

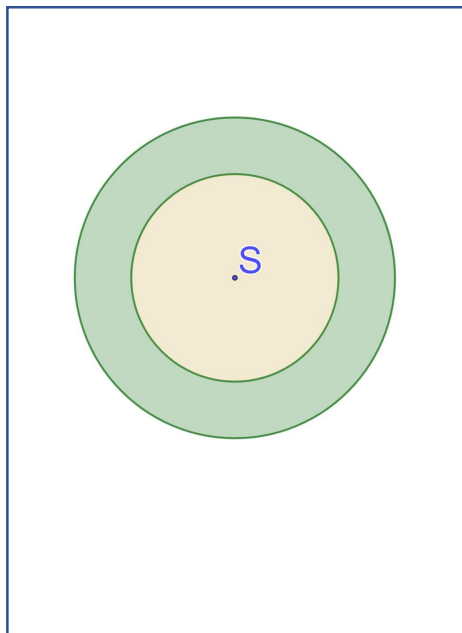
$$o = 2\pi(5 + 3.5)$$

$$o = 2 \cdot 3.14 \cdot 8.5$$

$$o = 53.38 \text{ cm}$$

Mirka je iz kolaž papira izrezala krug promjera 20 cm.
Zatim je iz tog kruga izrezala koncentričan krug promjera 8 cm.

Koliki je opseg
kružnog vijenca
koji je Mirka
izrezala?



Kolika je površina
kružnog vijenca
koji je Mirka
izrezala?

Mirka je iz kolaž papira izrezala krug promjera 20 cm. Zatim je iz tog kruga izrezala koncentričan krug promjera 8 cm. Koliki je opseg, a kolika površina kružnog vijenca koji je Mirka izrezala?

$$\begin{array}{lcl} D = 20 \text{ cm} & \longrightarrow & R = 10 \text{ cm} \\ d = 8 \text{ cm} & \longrightarrow & r = 4 \text{ cm} \\ o = ? & & \\ P = ? & & \end{array}$$

$$o = 2R\pi + 2r\pi$$

$$o = D\pi + d\pi$$

$$o = \pi(20 + 8)$$

$$o = \pi \cdot 28$$

$$o = 87.92 \text{ cm}$$

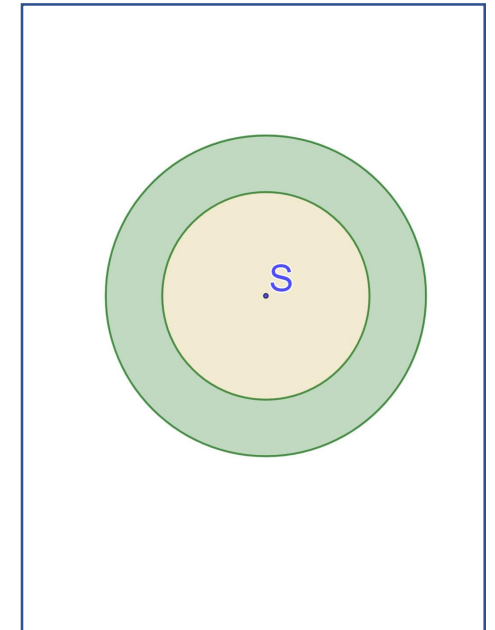
$$P = R^2 \cdot \pi - r^2 \cdot \pi$$

$$P = 10^2 \cdot \pi - 4^2 \cdot \pi$$

$$P = 100 \cdot 3.14 - 16 \cdot 3.14$$

$$P = 314 - 50.24$$

$$P = 263.76 \text{ cm}^2$$



Opseg kružnog vijenca kojeg je Mirka izrezala iznosi 87.92 cm, a površina 263.76 cm^2 .

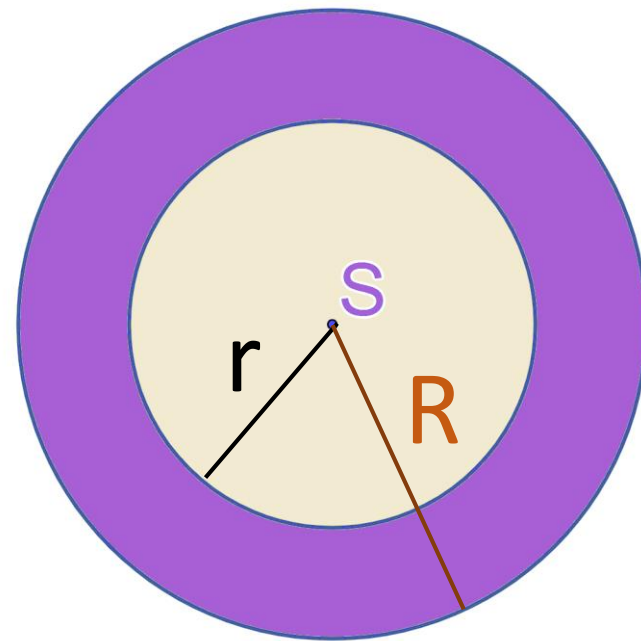
Površina P kružnoga vijenca

r - duljina polumjera manjeg kruga

R - duljina polumjera većeg kruga

$$P = R^2\pi - r^2\pi$$

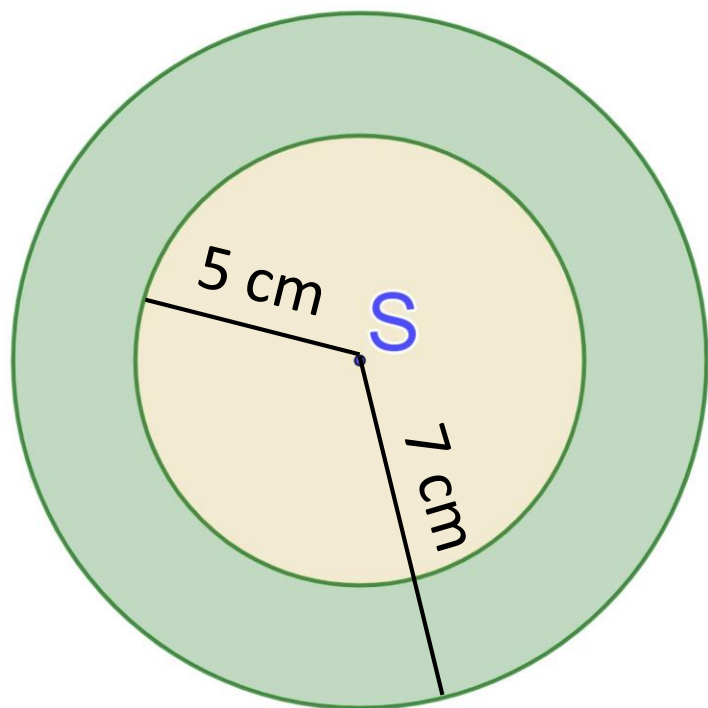
$$P = (R^2 - r^2) \cdot \pi$$



Površina kružnoga vijenca je razlika površine kruga većeg polumjera i površine kruga manjeg polumjera.

Primjer 2.

Kolika je površina kružnoga vijenca kojeg određuju koncentrične kružnice s polumjerima duljine 5 cm i 7 cm?



$$\begin{array}{l} R = 7 \text{ cm} \\ r = 5 \text{ cm} \\ P = ? \end{array}$$

$$P = (R^2 - r^2) \cdot \pi$$

$$P = (7^2 - 5^2) \cdot \pi$$

$$P = (49 - 25) \cdot 3.14$$

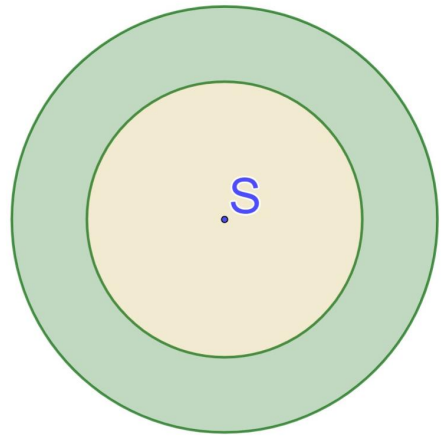
$$P = 24 \cdot 3.14$$

$$P = 75.36 \text{ cm}^2$$

Primjer 3.

Duljine dviju koncentričnih kružnica iznose 12.56 dm i 28.26 dm. Kolika je površina kružnog vijenca između ta dvije kružnice?

Sjeti se: Duljina kružnice je opseg kruga istog polumjera.



$$o_m = 12.56 \text{ dm}$$

$$o_v = 28.26 \text{ dm}$$

$$P = ?$$

$$o_m = 2r\pi$$

$$12.56 = 2r\pi$$

$$\frac{12.56}{2 \cdot 3.14} = r$$

$$r = 2 \text{ dm}$$

$$o_v = 2R\pi$$

$$28.26 = 2R\pi$$

$$\frac{28.26}{2 \cdot 3.14} = R$$

$$R = 4.5 \text{ dm}$$

$$P = (R^2 - r^2) \cdot \pi$$

$$P = (4.5^2 - 2^2) \cdot \pi$$

$$P = (20.25 - 4) \cdot 3.14$$

$$P = 51.025 \text{ cm}$$

$$P \approx 51.03 \text{ cm}$$

Zadatak 1. (Uvodni primjer A)

Vratimo se na uvodni primjer A

Gospodin Zrinko želi posijati travu na površinu oblika kružnog vijenca. Na tom kružnom vijencu duljina promjera manjeg kruga iznosi 2 m, a većeg 8 m. Ako na svaki m^2 treba posijati 6 grama sjemena trave, koliko sjemena treba pripremiti gospodin Zrinko za sijanje?

$$D = 8 \text{ m} \longrightarrow R = 4 \text{ m}$$

$$\underline{d = 2 \text{ m}} \longrightarrow \underline{r = 1 \text{ m}}$$

$$P = ?$$

$$S = ?$$

S – potrebna količina sjemena

$$P = (R^2 - r^2) \cdot \pi$$

$$P = (4^2 - 1^2) \cdot \pi$$

$$P = (16 - 1) \cdot \pi$$

$$P = 15 \cdot \pi$$

$$P = 15 \cdot 3.14$$

$$P = 47.1 \text{ cm}^2$$

$$S = P \cdot 6 \text{ g/m}^2$$

$$S = 47.1 \cdot 6$$

$$S = 282.6 \text{ g}$$

$$S \approx 283 \text{ g}$$

Gospodin Zrinko treba 283 g sjemena trave.

Zadatak 2.

Koliki je opseg, a kolika površina crvenog dijela kružnog toka na slici?
Promjer velike kružnice iznosi 6 m, a manje 4 m.

$$D = 6 \text{ m} \longrightarrow R = 3 \text{ m}$$

$$\underline{d = 4 \text{ m}} \longrightarrow r = 2 \text{ m}$$

$$o = ?$$

$$P = ?$$

$$o = 2R\pi + 2r\pi$$

$$o = D\pi + d\pi$$

$$o = \pi(6 + 4)$$

$$o = \pi \cdot 10$$

$$o = 3.14 \cdot 10$$

$$o = 31.4 \text{ m}$$

$$P = (R^2 - r^2) \cdot \pi$$

$$P = (3^2 - 2^2) \cdot \pi$$

$$P = (9 - 4) \cdot \pi$$

$$P = 5 \cdot 3.14$$

$$P = 15.7 \text{ m}^2$$



Zadatak 3.

Kolika je površina rezne ploče kutne brusilice potrošena ako je promjer prije upotrebe iznosio 18 cm, a nakon upotrebe 15.4 cm?

$$\begin{array}{ll} D = 18 \text{ cm} & \longrightarrow R = 9 \text{ cm} \\ \underline{d = 15.4 \text{ cm}} & \longrightarrow r = 7.7 \text{ cm} \\ P = ? & \end{array}$$

$$P = (R^2 - r^2) \cdot \pi$$

$$P = (9^2 - 7.7^2) \cdot \pi$$

$$P = (81 - 59.29) \cdot \pi$$

$$P = 21.71 \cdot 3.14$$

$$P = 68.1694 \approx 68.17 \text{ cm}^2$$



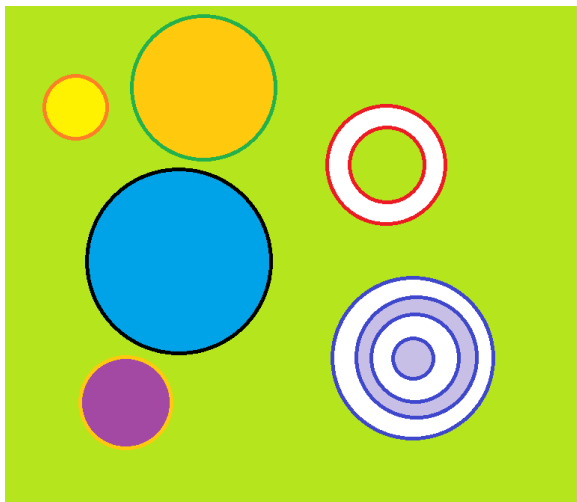
Površina rezne ploče kutne brusilice koja je potrošena iznosi 68.17 cm^2 .

Odigraj [Escape room](#) i
ponovi današnje gradivo.



2. sat

Opseg i površina kružnog vijenca - vježba



K. Marković, prof. matematike

LISTIĆ SA ZADACIMA

Opseg i površina kružnog vijenca

Listić

1. Izračunaj opseg i površinu kružnog vijenca omeđenog kružnicama duljina polumjera:

a) 3 dm i 8 dm b) 3.2 cm i 2.5 cm c) 3 cm i 1 dm

2. Duljine dviju koncentričnih kružnica iznose 18.84 dm i 21.98 dm. Koliki je opseg, a kolika površina kružnog vijenca između ta dvije kružnice?

3. Izračunaj površinu gramofonske ploče čiji je promjer 30 cm, a promjer rupe je 13 cm.



4. Marija dizajnira kružni vijenac za školski projekt.

Ako je vanjski opseg vijenca 62.8 cm, a unutarnji opseg 37.68 cm, kolika je površina kružnog vijenca?

5. Vrt ima cvjetnjak u obliku kružnog vijenca s unutarnjim polumjerom od 6 metara i vanjskim polumjerom od 10 metara. Kolika je površina vrta prekrivena cvjetnjakom?



6. Mia na svom zidu slika kružni vijenac. Unutarnji opseg vijenca iznosi 18.84 cm, a vanjski opseg 47.1 cm. Kolika je površina kružnog vijenca koji Mia slika?

K. Marković, prof. matematike

KVIZ

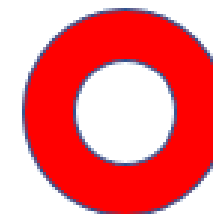
U kvizu ponovite
opseg i površinu
kružnog vijenca.



LISTIĆ ZA DOMAĆU ZADAĆU

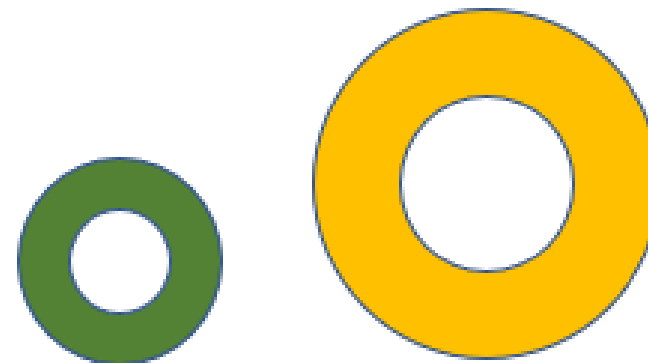
Opseg i površina kružnog vijenca

DOMAĆA ZADAĆA



1. Izračunaj opseg i površinu kružnog vijenca omeđenog kružnicama duljina polumjera:

- a) 5 m i 9 m
- b) 2.8 cm i 1.3 cm
- c) 15 dm i 2 m



2. Duljine dviju koncentričnih kružnica iznose 21.98 cm i 37.68 cm. Koliki je opseg, a kolika površina kružnog vijenca između ta dvije kružnice?

3. Mirko je iz kartona izrezao krug promjera 17 cm. Zatim je iz tog kruga izrezao njemu koncentričan krug promjera 8 cm. Kolika je površina kružnog vijenca kojeg je Mirko izrezao?