

DOS naziva **Magična jednadžba svemira**

prati međupredmetne sadržaje biologije, matematike, fizike, i informatike za učenike 7. razreda. Predviđene se aktivnosti mogu ostvariti u predviđenom slijedu, ali funkcioniraju i zasebno. Ukoliko se aktivnosti odvijaju prema predloženom scenariju za njih je potrebno 13 školskih sati.

Cilj:

Upoznati se s konceptima Fibonaccijevog niza i zlatnog reza.

Učiti o prisutnosti matematike u prirodi.

Spoznati zašto priroda usvaja te obrasce.



Aktivnosti učenika i učitelja

AKTIVNOSTI UČITELJA	AKTIVNOSTI UČENIKA
Uz videomaterijal upoznati koncept Fibonaccijevog niza i zlatnog reza. Učiti o prisutnosti matematike u prirodi. Spoznati zašto priroda usvaja te obrasce.	Prate video i uočavaju Fibonaccijev niz i zlatni rez.
Daje upute za 1. Aktivnost spirale na ananasu	Provode 1. Aktivnost spirale na ananasu
Daje upute za 2. Aktivnost spirale u češeru	Provode 2. Aktivnost spirale u češeru
Daje upute za 3. Aktivnost – Fibonaccijev niz u laticama cvijeta	Provode . Aktivnost – Fibonaccijev niz u laticama cvijeta
Daje upute za 4. Aktivnost – Fibonaccijev niz u rasporedu listova	Provode 4. Aktivnost – Fibonaccijev niz u rasporedu listova
Daje upute za 5. Aktivnost – spirala u suncokretu	Provode 5. Aktivnost – spirala u suncokretu
Daje upute za 6. Aktivnost – zlatni rez u kućici indijske lađice	Provode 6. Aktivnost – zlatni rez u kućici indijske lađice
Daje upute za 7. Aktivnost - Fibonaccijev niz u prstima	Provode 7. Aktivnost - Fibonaccijev niz u prstima
Daje upute za 8. Aktivnost – Zlatni rez u ljudskom tijelu	Provode 8. Aktivnost – Zlatni rez u ljudskom tijelu
Daje upute za 9. Aktivnost - Oblikovanje obrva zlatnim rezom	Provode 8. Aktivnost – Zlatni rez u ljudskom tijelu
Koordinira analizu provedenih aktivnosti	Analiziraju provedene aktivnosti
Daje upute za vršnjačko vrednovanje	Vršnjačko vrednovanje

Uvod

Pogledati video o Fibonacijevom nizu <https://youtu.be/u2vwpDVj5rU>

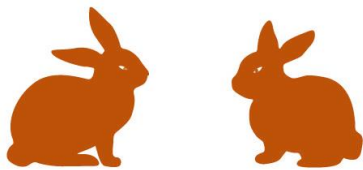


Zamislite da ste dobili par mladih zečeva.

Jednog mužjaka i jednu ženku.

Ženka rađa novi par zečeva točno jednom mjesečno.

Uvijek novi par mužjaka i ženki.



Fibonaccijev niz: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55...

Svaki broj je zbroj dvaju brojeva koji mu prethode

$$1+1=2$$

$$1+2=3$$

$$2+3=5$$

$$3+5=8$$

$$5+8=13$$

$$8+13=21$$

$$13+21=34$$

$$21+34=55$$

$$34+55=89$$

Zlatni rez / zlatni omjer 1.618033

$$1+1=2$$

$$1+2=3$$

$$2+3=5$$

$$3+5=8$$

$$5+8=13$$

$$8+13=21$$

$$13+21=34$$

$$21+34=55$$

$$34+55=89$$

$$5:3=1.66$$

$$8:5=1.6$$

$$13:8=1.625$$

$$21:13=1.61$$

$$34:21=1.61$$

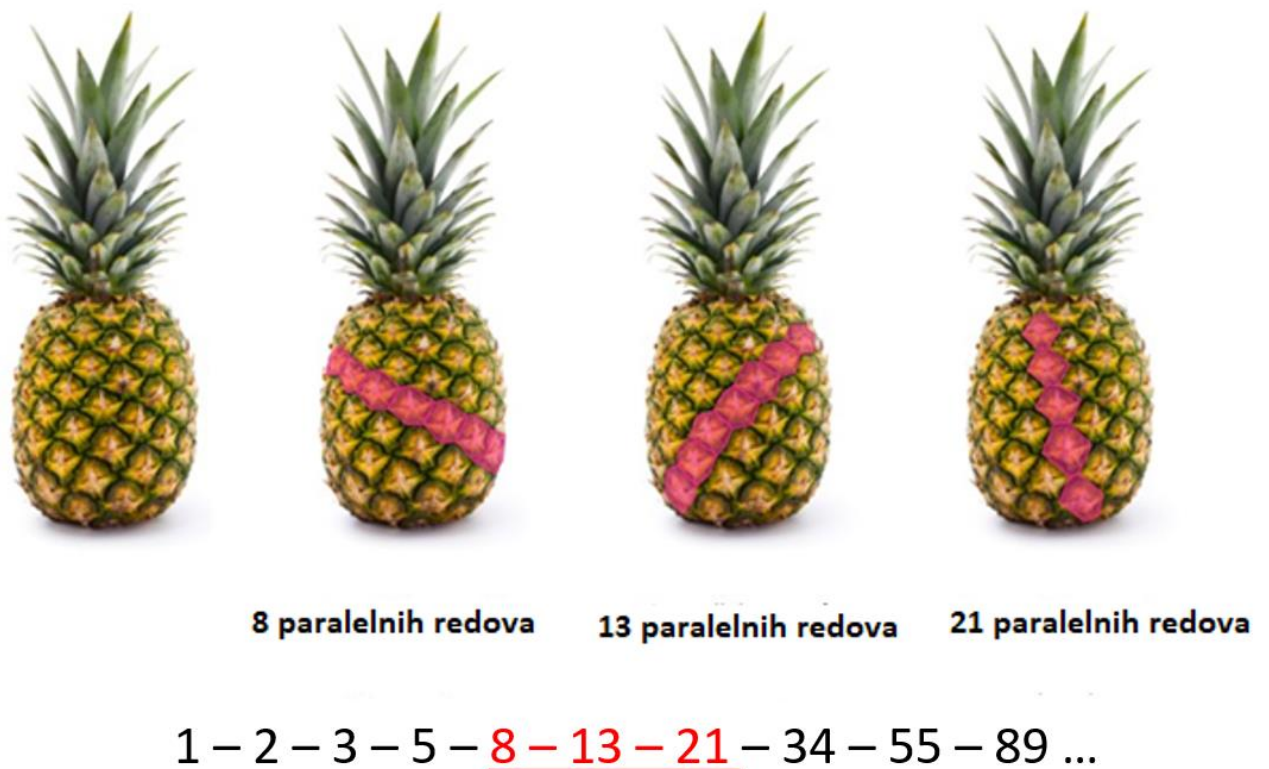
$$55:34=1.61$$

$$89:55=1.61$$

1. Aktivnost spirale na ananasu

Izbrojite spirale na ananasu, u svakom smjeru (u smjeru kazaljke na satu i suprotno od kazaljke na satu) (za lakšu orijentaciju se koristite trakama u boji).

Brojanje spirala na ananasu, u svakom smjeru (u smjeru kazaljke na satu i suprotno od kazaljke na satu) (uz pomoć trake u boji).



Slika 1. Spirale na ananasu



Slika 2. spirale na ananasu

Video upute

<https://www.youtube.com/watch?v=LfX9AVivyzw>



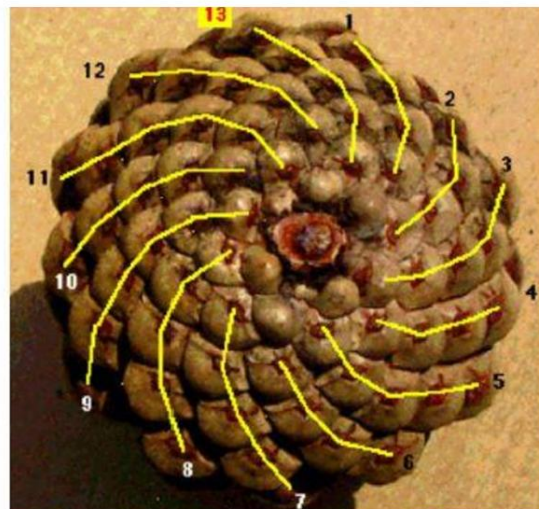
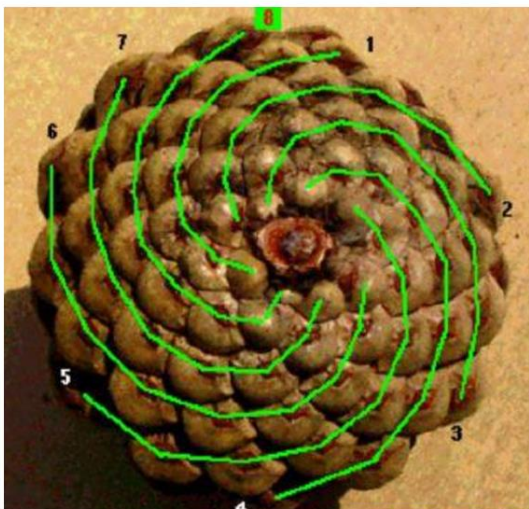
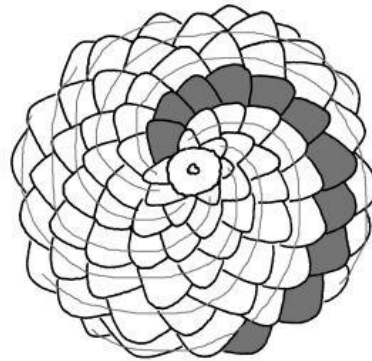
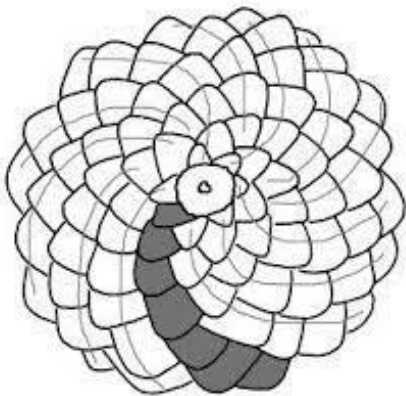
Video upute

https://www.youtube.com/watch?v=4MjbNVM_bZw



2. Aktivnost spirale u češeru

Izbrojite koliko spirala ima prikazani češer. Rezultate upišite ispod slika. Što uočavate?



1 – 2 – 3 – 5 – 8 – 13 – 21 – 34 – 55 – 89 ...

Slika 3. spirale na češeru

Video upute

https://www.youtube.com/watch?v=ahXIMUkSXX0&feature=emb_logo



Sjemenke u češeru raspoređene su u obliku spirale. Svaki se stožac sastoji od para spirala, od kojih se svaka spiralno okreće prema gore u suprotnim smjerovima. Broj koraka će gotovo uvijek odgovarati paru uzastopnih Fibonaccijevih brojeva. Na primjer, stožac 3-5 je stožac koji se sastaje sa stražnje strane nakon tri koraka duž lijeve spirale i pet koraka duž desne.

3. Aktivnost – Fibonaccijev niz u laticama cvijeta

Izbrojite koliko latica imaju prikazani cvjetovi. Rezultate upišite ispod slika. Što uočavate?





Broj latica u cvijetu slijedi Fibonaccijev niz.

Poznati primjeri uključuju ljiljan, koji ima tri laticice, ljutić, koji ima pet (na slici lijevo), cikoriju 21, tratinčicu 34, i tako dalje.

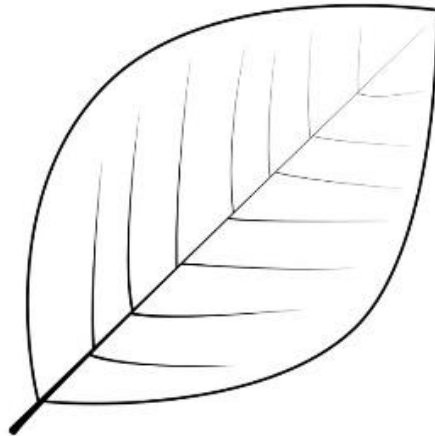
Phi se pojavljuje u laticama zbog idealnog rasporeda. Svaka latica postavljena je na 0,618034 po okretaju (iz kruga od 360°) što omogućuje najbolju moguću izloženost sunčevoj svjetlosti.

Video upute

<https://www.youtube.com/watch?v=SvEjMntIYNc>

4. Aktivnost – Fibonnacijev niz u rasporedu listova

Izrezati od hamera listove te posložiti tako da svaki list dobije najviše svjetlosti.



www.fibonacci.com
Copyright © Dutch Renaissance Press, LLC

Slika 4. list

Video upute

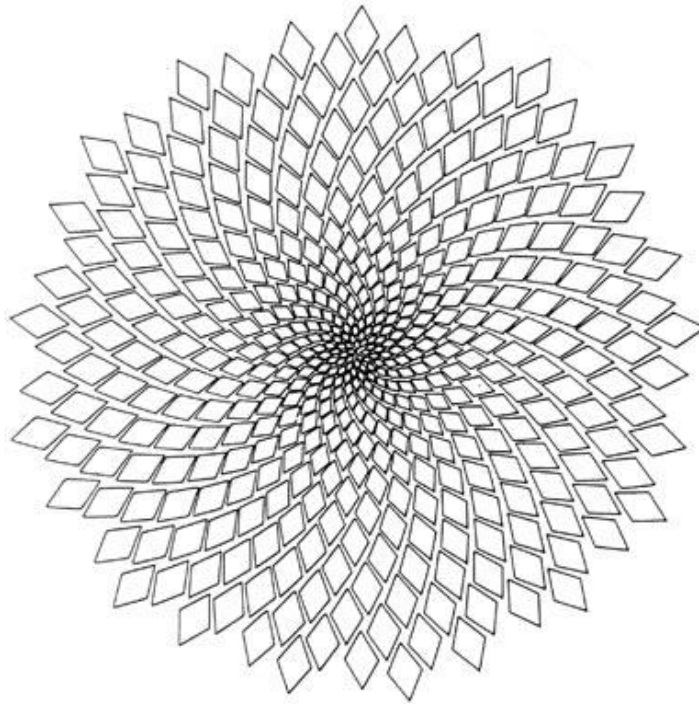
<https://www.youtube.com/watch?v=wTlw7fNcO-0>



5. Aktivnost – spirala u suncokretu

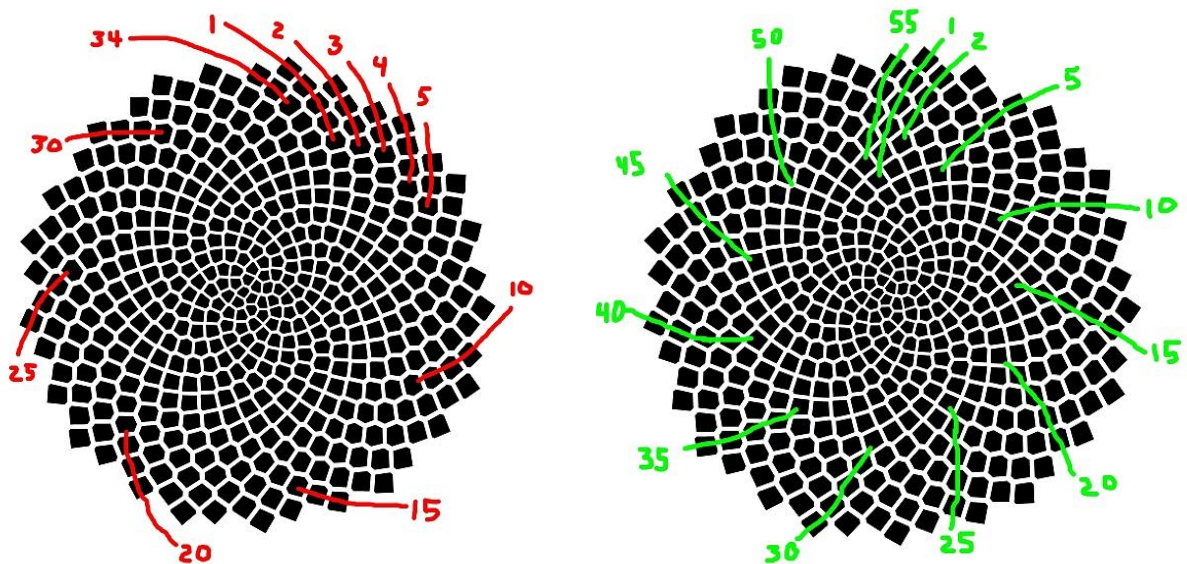
Izbrojite koliko spirala ima prikazani cvijet suncokreta. Rezultate upišite ispod slike.

Što uočavate?





Slika 5. Spirale u cvijetu suncokreta



Slika 6. Spirale u cvijetu suncokreta

Glava cvijeta također je podložna Fibonaccijevim procesima.

Sjemenke se stvaraju u središtu, te popunjavaju glavicu prema van kako bi ispunile sav prostor. Suncokreti su izvrstan primjer ovih spiralnih uzoraka.

U nekim slučajevima, glavice sjemena su tako zbijene da ukupni broj može biti prilično visok - čak 144 ili više. A kada se broje te spirale, ukupan zbroj teži podudaranju s Fibonaccijevim brojem. Zanimljivo je da je za optimizaciju popunjavanja potreban vrlo iracionalan broj (odnosno onaj koji neće biti dobro predstavljen razlomkom). Phi se prilično dobro uklapa u računicu.

Svaki novi cvijet se razvija pod kutem od 137.5° u odnosu na prethodni

Kut od 137.5° je zlatni kut, dobije se kada bilo koji broj iz fibonaccijevog niza podijelimo s njegovim prethodnikom

$$55/34 = 1.6$$

$$5/3 = 1.6$$

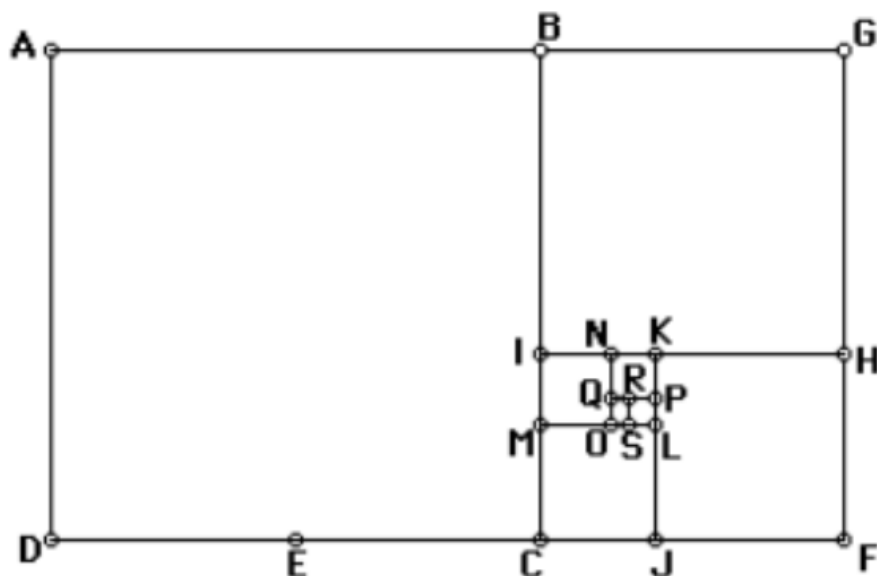
$$8/5 = 1.6$$

<https://mathigon.org/course/sequences/fibonacci?fbclid=IwAR0ZJkSLCRI-Ba8RAtEXD6sIOwG4mCFY0A5LJo2DkqWm8gNS-YdF5dJQXjg#sunflower-spiral>

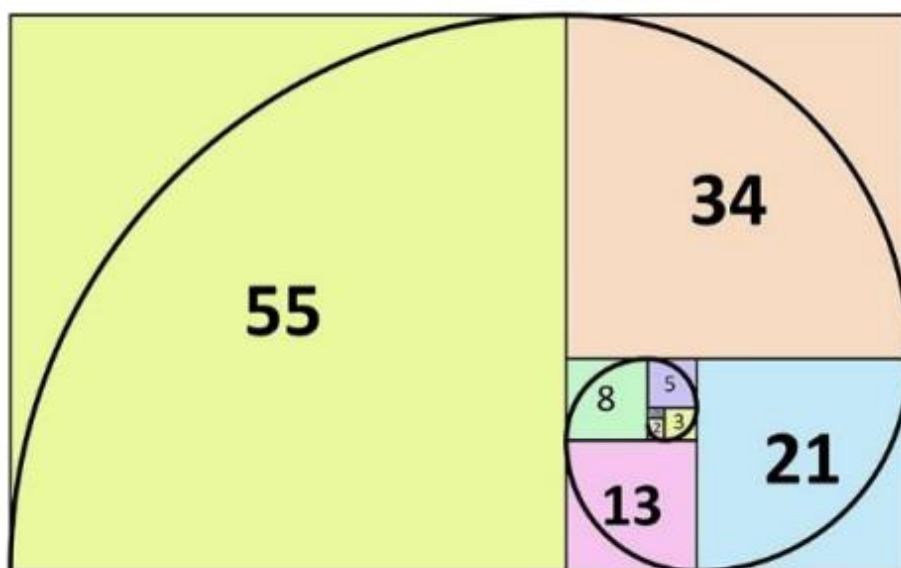


6. Aktivnost – zlatni rez u kućici indijske lađice

Nastavite dijeliti zlatni pravokutnik na manje i manje zlatne pravokutnike koristeći SAMO šestar i kutomjer. Unutar ovog jednog velikog zlatnog pravokutnika, postoji šest drugih zlatnih pravokutnika. Nacrtajte zlatnu spiralu spajajući suprotni kut jednog pravokutnika sa sljedećim lukom



Slika 7. Zlatni pravokutnik – indijska lađica



Slika 8. Zlatni rez – indijska lađica



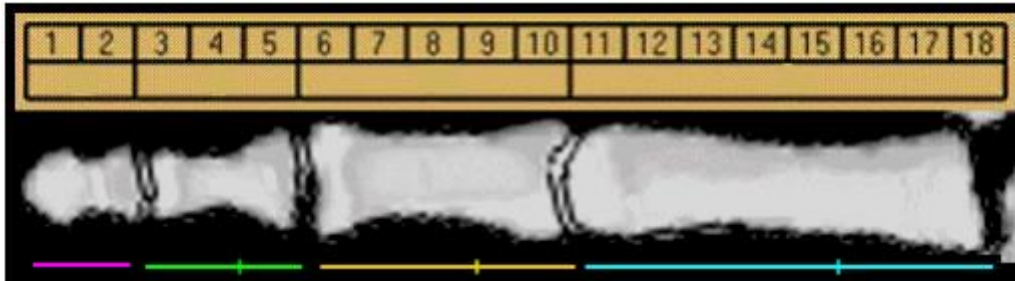
Slika 9. Spirale u kućici indijske lađice

Jedinstvena svojstva Zlatnog pravokutnika pružaju još jedan primjer. Ovaj oblik, pravokutnik u kojem je omjer stranica a/b jednak zlatnoj sredini (ϕ), može rezultirati procesom ugniježdivanja koji se može ponavljati u beskonačnost - i koji poprima oblik spirale. Zove se logaritamska spirala i ima je u izobilju u prirodi. Kućice puževa i Ljušture indijske lađice prate logaritamsku spiralu, kao i pužnica unutarnjeg uha. Također se može vidjeti u rogovima nekih koza, te obliku pojedinih paukovih mreža.

Zlatni rez u ljudskom tijelu

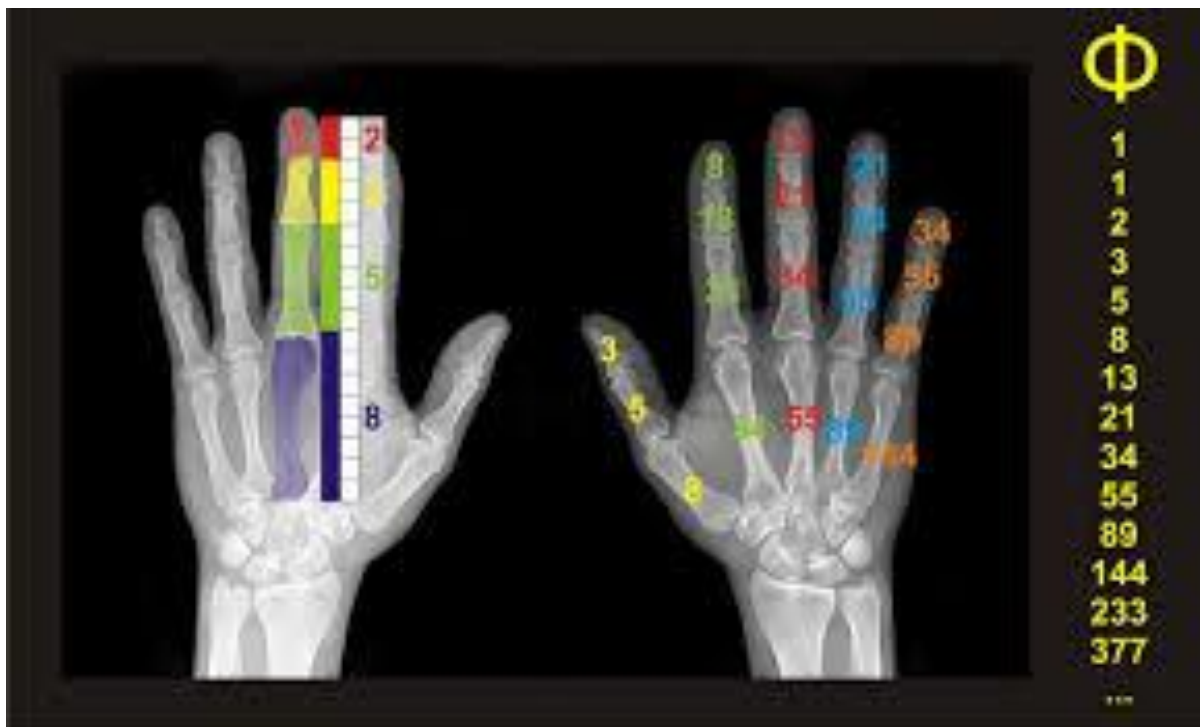
7. Aktivnost - Fibonaccijev niz u prstima

Izmjerite duljinu svih kostiju u kažiprstu. Rezultate upišite u tablicu. Što uočavate?

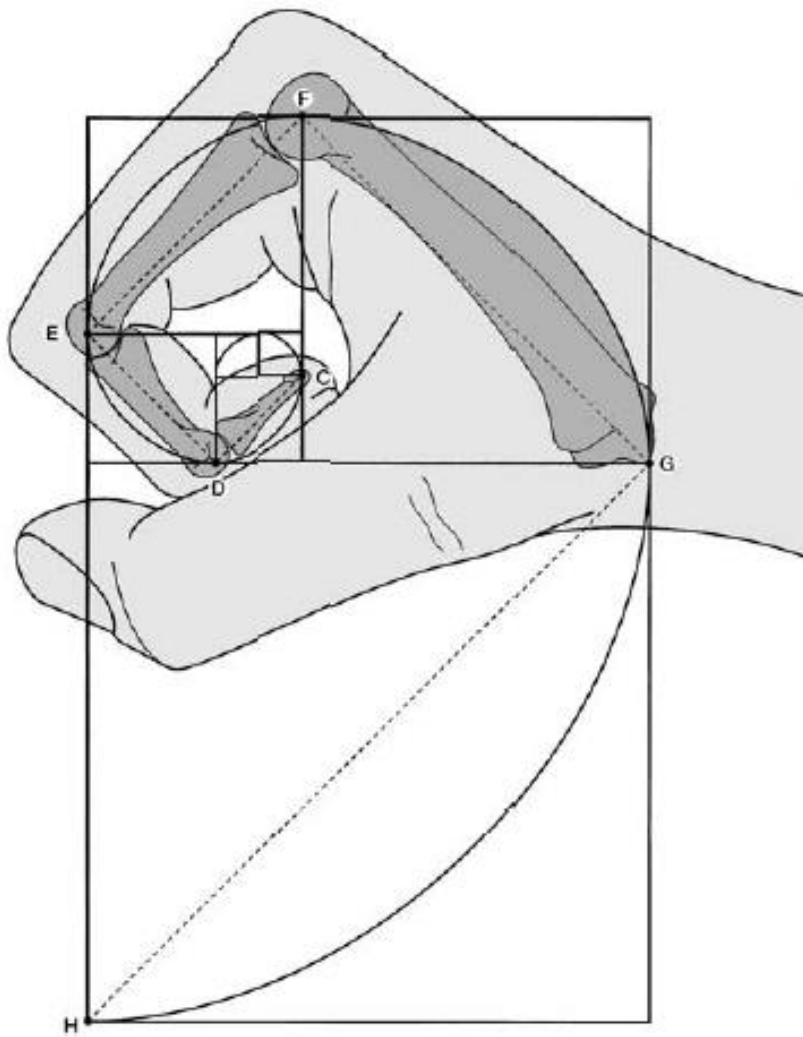


Slika 10. Fibonaccijev niz u kažiprstu

Podijelite duljinu kosti sa duljinom sljedeće manje. Koliko iznosi dobiveni rezultat?



Slika 11. Fibonaccijev niz u prstima



Slika 12. Ljudska ruka – zlatni rez

Ljudska ruka pokazuje Phi i Fibonaccijev niz.

Svaki dio vašeg kažiprsta, od vrha do baze zgloba, veći je od prethodnog za oko 1,618 što je isti broj kao zlatni rez, koji također odgovara Fibonaccijevim brojevima 2, 3, 5 i 8. Prema ovoj ljestvici, vaš je nokat duljine 1 jedinice.

Uzmite svoj nokat i provjerite odgovara li Fibonaccijevom nizu kao što je prikazano na slici ispod.

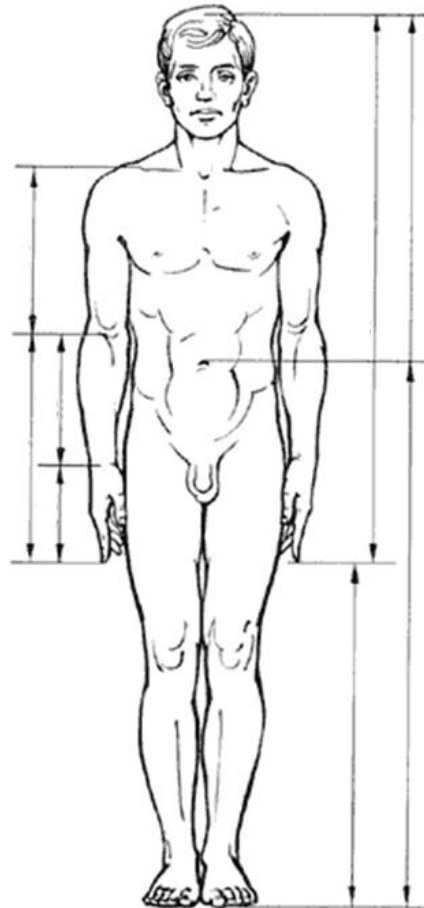
8. Aktivnost – Zlatni rez u ljudskom tijelu

Pronađite zadane mjere na svom tijelu. Zatim usporedite mjere da vidite predstavlja li vaše tijelo zlatni rez.

Izmjerite svaki dio tijela naveden u listiću, zapisati sljedeće razlomke i pretvoriti ih u decimalne brojeve zaokružujući tisućinku.

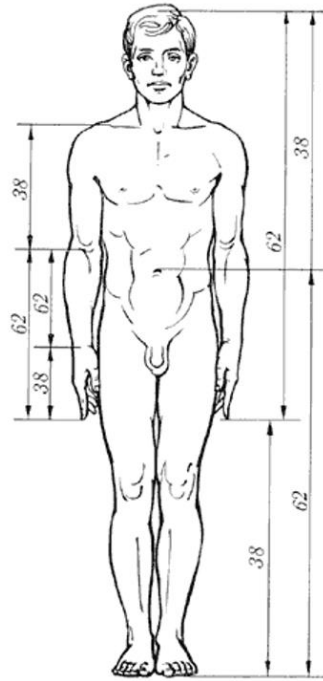
Video upute

<https://www.youtube.com/watch?v=085KSyQVb-U&t=2s>



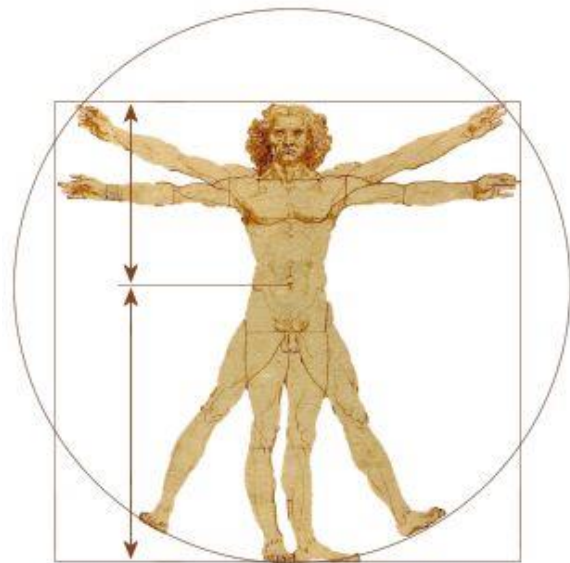
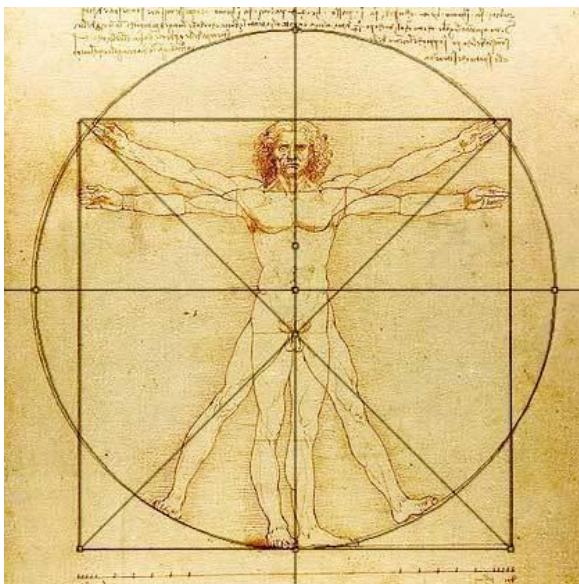
Slika 13. Zlatni rez u ljudskom tijelu

1.	Visina čovjeka - od glave do pete A	visina čovjeka – udaljenost od vrha glave do vrhova prstiju (ruka spuštена uz bokove) B		
2.	visina čovjeka – udaljenost od vrha glave do vrhova prstiju (ruka spuštена uz bokove)	Vrh glave do lakta s rukama sa strane		
3.	Vrh glave do lakta s rukama sa strane	Od vrha glave do vrha prsa (pazuha)		
4.	Od vrha glave do vrha prsnog koša (jama za ruku)	Vrh glave do baze lubanje		
5.	Od vrha glave do brade	Širina glave		
6.	Vrh glave prema zjenici	Zjenica do usne		
7.	Vrh nosa do brade	Usne do brade		
8.	Vrh nosa do brade	Zjenica do vrha nosa		



$$62 : 38 = 1.63$$

Slika 14. Zlatni rez u ljudskom tijelu

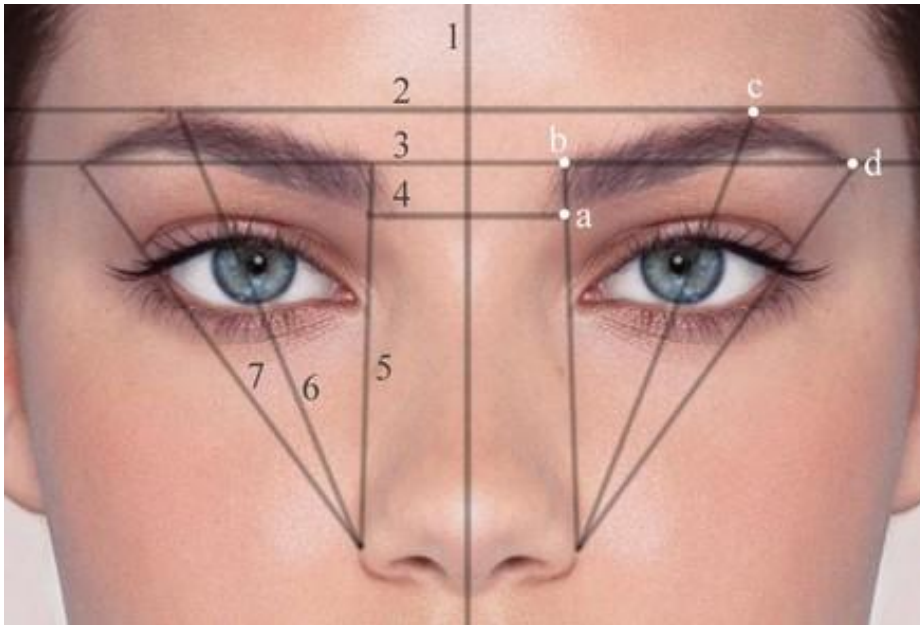


Slika 15. Da Vincijeva skica čovjeka s "četiri ruke i noge" unutar kruga i kvadrata
Leonardo da Vinci - L'Uomo Vitruviano ili Vitruvijski čovjek. Leonardo da Vinci tom skicom među prvima u povijesti primijenio zlatni rez na ljudsko tijelo.

9. Aktivnost - Oblikovanje obrva zlatnim rezom

Praktičan rad – Oblikujte obrve koristeći se načelom zlatnog reza.

Potrebno: šestar, konac, pinceta, papirnati model obrva



Slika 16. Oblikovanje obrva zlatnim rezom



Slika 17. Oblikovanje obrva zlatnim rezom

Video upute za oblikovanje obrva zlatnim rezom, šestarom

<https://www.youtube.com/watch?v=uiQiqQx0KJw>



https://www.youtube.com/watch?v=PBuqDw_K2GU



<https://www.youtube.com/watch?v=xKJBgP0FmYY>



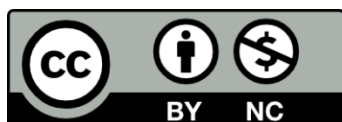
Video upute za oblikovanje obrva zlatnim rezom, koncem

<https://www.youtube.com/watch?v=i4Jf-W8j8fw>



Kalkulator zlatnog reza

<https://www.omnicalculator.com/math/golden-ratio#what-is-golden-ratio>



Ovo djelo je ustupljeno pod Creative Commons licencom Imenovanje 4.0 međunarodna. Da biste vidjeli primjerak te licence, posjetite <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/> ili pošaljite pismo na Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, SAD.