

PLAN POUČAVANJA RJEŠAVANJEM PROBLEMA**Nastavni predmet: MATEMATIKA****Razred: četvrti razred, opća gimnazija****Odgojno obrazovni ishod:** a) MAT SŠ B.4.1. Primjenjuje aritmetički (i geometrijski niz)

b) primjenjuje aritmetički niz u zadacima iz svakodnevnog života

Očekivanja međupredmetnih tema: a) **MPT Poduzetništvo**

- pod A.5.1. Primjenjuje inovativna i kreativna rješenja
- pod B.5.1. Razvija poduzetničku ideju od koncepta do realizacije

b) **MPT Učiti kako učiti**

uku A.4/5.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema. Učenik se koristi različitim strategijama učenja i samostalno ih primjenjuje pri ostvarivanju ciljeva učenja i rješavanju problema u svim područjima učenja.

uku A.4/5.3. Kreativno mišljenje. Učenik kreativno djeluje u različitim područjima učenja.

c) **MPT Zdravlje** B.4.1.B Razvija tolerantan odnos prema drugima u radu u grupi**PROBLEMSKI ZADATAK:****NASTAVNI LISTIĆ:** *Primjena aritmetičkog niza u svakodnevnici***BOŽIĆNO DRVCE – MOGU LI POSTATI SAM SVOJ MAJSTOR?****Pitanje za učenike** - (rad u grupama po 5 učenika):

Na jednoj televizijskoj emisiji koja se bavi temama kućnih majstorija napravili su svojevrsno „posebno božićno drvce“ kao blagdansku dekoraciju.

Vaš je zadatak isplanirati potreban materijal za božićno drvce u obliku letvica, iskrojiti ga u dijelove i napraviti proračun za troškove. Pogledajte sliku.



Na raspolaganju imate postolje i glavno deblo u obliku valjkastog štapa duljine 1.5 metra i promjera 3 cm.

Na glavno deblo morate IZGRADITI GRANE koje ćete kupiti u trgovini od letvica širine 4 cm i visine 3 cm.

Letvice ćete morati izrezivati jer se u trgovini ova vrsta letvica prodaje u **duljinama od 4 metra.**

Na svakoj razini glavnog debela moraju se pod kutem od 120° nalaziti po tri letvice **ISTE DULJINE** jednako raspoređene kako bi se dobio spiralni oblik zbog estetike.

Kad isplanirate i odredite duljine majstor će ih izrezati pilom i izbušiti na jednom kraju kružne rupe kako bi ih mogao naslagati jednu na drugu do vrha bora na početno glavno deblo.

Razmislite....skicirajte na papir sve pojedinosti. Izračun mora biti točan jer kad majstor ispili dijelove, drvo ne smijemo baciti zbog troška i štednje.

Osmislite svoje božićno drvce ručne izrade i postanite sam svoj majstor.

Svijeće bismo stavljali kao na slici na krajevima letvica. Sretno.

-----> kraj nastavnog listića na Office365

Više informacija za razumijevanje zadatka: (zadatak se mijenja stjecanjem novih informacija) - tijekom sata nastavnica daje upute, prema potrebi skupine usmjerava k ideji kako realizirati zamisao božićnog drvca, a da se učenici prisjete aritmetičkog niza.

Pomoć: (Nastavnik treba razmisliti mora li ova **Pomoć** biti sastavni dio nastavnog listića, dakle, otiskan ili ga usmeno interpretirati pri šetnji razredom u trenutku kad učenici o ovim problemima razmišljaju).

1. Glede kreativnog izgleda koja vrsta trokuta bi u plošnom pogledu na drvce bila najbolja? (jednakostranični, zadana je visina od 1.5 metra, dakle, duljina stranice predstavlja.....što????)

2. Budući da božićno drvce ima specifičan estetski oblik tako da su grane na dnu bora najdulje, a prema vrhu sve kraće i kraće, glavno je isplanirati njihove duljine tj. svaki sljedeći komad letvice je jednako kraći od prethodnog.

3. Kreirati duljinu početne grane tako da ima vizualnu estetiku obzirom na visinu debla od 1.5 metara. (da ne bude ni predebelo ni pretanko drvce). Također razmislite i za duljinu letvice na vrhu.

Dakle, Koja će biti veličina smanjivanja iznosa duljine u svakoj sljedećoj razini izgrađivanja debla???

4. Na kojoj visini od dna početi graditi grane od letvica? (Možda ne bi bilo lijepo odmah od dna).

5. Odgovorite na pitanja glede troškovnika:

1. Koliko drvenog materijala će vam biti potrebno? Koliko komada letvica ćete morati kupiti ?
2. Provjerite i koliko ćete morati platiti ako u trgovini **1m³** jelove daske od **4cm X 3 cm** **stoji 1100 kuna.**
3. **Napomena:** Pripazite za postupak piljenja da iskoristite i dijelove letvica koji su otpad. Može li se to?
4. Pokušajte za skicu koristiti Geogebra.



Daske Jelove - Prosuhe 4 metra dužine



Prodaje se 7 metara kubnih prosuhe, smrekove/jelove daske, dužine 4 metra, 1 kubni metar pokriva...

Objavljen: 22.12.2019.

1.100 kn

Kratki opis aktivnosti: Podjela učenika u skupine po pet učenika. Imamo računala i možemo koristiti npr. Geogebra.

Na MS Teams grupi razreda u Office365 u razrednoj bilježnici nalazi se nastavni listić - Problemski zadatak-Božićno drvce. Svaka grupa prijavljuje se na Office365 i preuzima zadatak, te na osobit način rješava zadatak uporabom praznih papira, ravnala, trokuta, Geogebre i olovke. Skiciraju zadatak, zamišljeni izgled božićnog drvca i planiraju (aritmetički niz???) po

tri letvice iste duljine sve dok ne ispune duljinu od 1.5 metra visine koliko iznosi duljina valjkastog štapa glavnog debla božićnog drvca. Planiraju troškovnik.

Poduzetnički i građanski se odgajaju. Planiraju uštedu materijala, diskutiraju u vrijeme izvješća koja će skupina imati manje troškove. Tko je štedio, a najbolje kreirao bor? Zadatak potiče interes i raspravu te motivira učenike na postavljena pitanja, dodatno ih opterećuje razmišljanjem i logičkim zaključivanjem. Zadatak zahtijeva suradnju, timski rad, učenici se i kreativno i praktično mogu izraziti, prateći posljedično naučeno u matematici. Zanimljivo je da svaka skupina dobiva drugačija rješenja ovisno o tome s kojim podatkom kreće aritmetički niz, koju razdiobu uzima i kako završava kreacija na vrhu bora... je li širina na vrhu veća ili manja.

Jedno moguće promišljanje zadatka:

Npr. Sa 15 članova niza i razlikom 3 cm, dosegemo visinu od 45cm, a budući da po tri letvice udaljene međusobno 120° idu u jednu ravinu zbog spirale to će ukupna visina biti 135 cm. Dakle s udaljenošću od 15 cm od dna drvca možemo učvrstiti prvu granu.

Jedno od mogućih rješenja: $1.5m - 0,15m = 1,35m$ što predstavlja **visinu** drveta.

Stranica za jednakostranični trokut tada iznosi: $a = 1,55884m$, a treba nam $a/2 = 0,779m$ ili zaokruženo **$a = \text{START} = 0,77m$**

(mora se uzeti manje – zašto??)

Korak – diferencija niza $0,051333m$, dakle, 5cm jer ne smijemo uzeti više. Zašto?

Zaključak: Niz glasi: $a_1 = 77cm$, $d = -5cm$, $a_{15} = 7cm$

Ukupan materijal: $S_{15} = 630cm$. U jednoj kružnoj spirali od 120° su tri letvice, dakle $3 * S_{15} = 1890cm$.

Zanimljiva je diskusija kako učenici promatraju ovo rješenje glede kupovine daščica duljine po četiri metra. Trebamo $18,90m/4 = 4.725$ komada. Ne možemo kupiti 0.725 m već mora biti plus jedna, dakle, 5 komada.

Otpad iznosi $5 - 4.725 = 0.275m$.

Kolika je cijena? $1m^3$ iznosi 1100kuna. Treba kubikirati našu duljinu od 1890 cm X visina 3 cm X širina 4 cm.

Ili 5 komada iznosi $2000cm * 3cm * 4cm = 24000cm^3$ ili $0.024m^3$ ili u kunama $0.024 * 1100 = 26.40kn$.

Rješenje 1 : Točno se dobije se $0,02268m^3 * 1100kn = 24,948kn$ ili **24,95kn**. Razlika u kunama je u otpadu.

Je li ovo božićno drveće skupo? Što mislite zašto? Hoće li grane biti rijetke ili guste? Koliki je otpad? Koliko smo platili, a bacili i nismo upotrijebili?

Je li bismo mogli izračunati koja je cijena jedne daske od 4 metra? Zašto u trgovini cijenu baziraju po metru kubičnom tj. prostornoj veličini? = 5,28 kn

Drugo rješenje: Ako se uzme diferencija reda od - 3 cm, što dobijemo???? Itd...

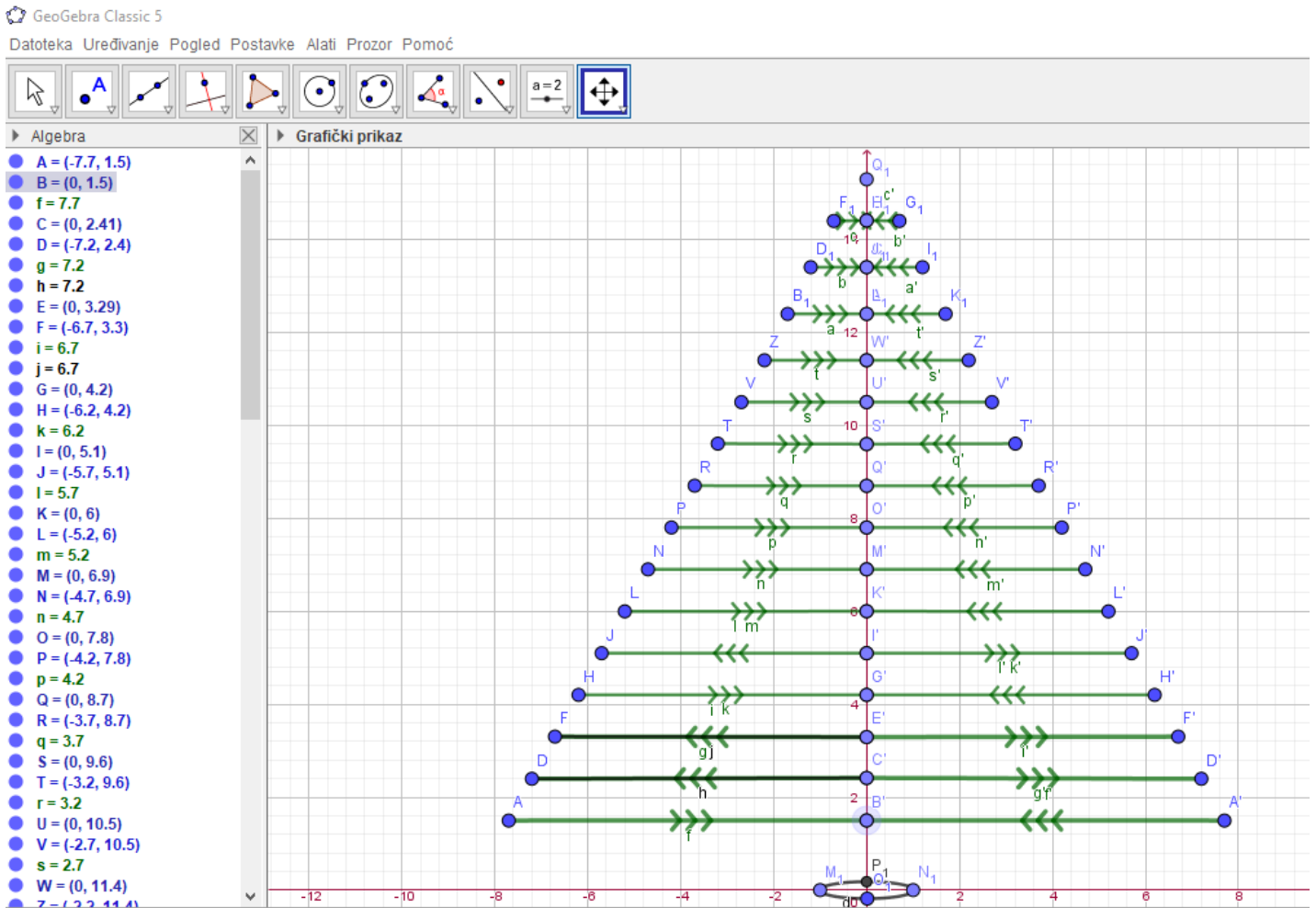
Učenici u različitim skupinama dobivaju različite odgovore. Otvara se diskusija čije je drveće bogatije i estetski, vizualno ljepše. Učenici ponavljaju i povezuju gradivo aritmetičkog niza, prisjećaju se formule za visinu jednakostraničnog trokuta, zaokruživanje realnih brojeva i određivanje pogodnog broja decimala za ovaj specifični problem, povezuju prostorne i linearne jedinice itd. Također se bave kreacijom, estetikom, optimalnošću, štednjom (koliki je otpad????) itd.

Ime: _____

Ovo je otvoreni zadatak dovoljno

složen, suradnju i promišljanje o dosta čimbenika. Potiče interes i raspravu te motivira učenike na postavljanje pitanja jer dobivaju finalni proizvod. Također razvijaju tolerantan odnos jedni prema drugima jer rade u grupi i surađuju.

Primjer rada u Geogebri: PLOŠNA SKICA PROBLEMA, screenshot iz Geogebre



VREDNOVANJE KAO UČENJE – SAMOVREDNOVANJE

Poseban listić koji sam u ovaj .pdf kopirala, podijeli se zadnjih 10 minuta nastave : (na novoj stranici)

Ime: _____

Dopunite rečenice:

1. Aritmetički niz je niz realnih brojeva kod kojeg je svaki član osim prvog jednak _____ svog prethodnika i sljedbenika.
 2. Aritmetički niz je zadan sa koliko podataka? To su _____.
 3. Razliku vrijednosti dva člana niza nazivamo _____.
 4. Broj 40 u nazivu **a_{40}** označava _____.
 5. Oznaka **S_{40}** označava _____.
 6. Ako je peti član ar. niza jednak 55, a razlika iznosi -2.5 odredi niz i zapiši prvih pet članova. Pazi na simbole!
-

PORUKA U BOCI

Zamislite da nastavniku možete poslati poruku u boci o današnjem satu i radu u grupi.

Napišite svoju poruku.



Tablica samovrednovanja:

TVRDNJA:	NE	Samo uz pomoć	Uglavnom	DA
Znam definirati što je općenito niz.				
Svjestan(na) sam da općim članom niza možemo zadavati različite nizove i vješt sam u raspisivanju vrijednosti tih članova				
Strogo razlikujem n-član niza od njegove pridružene vrijednosti				
Razumijem rekurzivne formule				
Znam izreći što je aritmetički niz				
Vješto rješavam linearne sustave dvije jednačbe s dvije nepoznanice				
Jako mi je jasno da je aritmetički niz specifičan i poseban, osobit. Zapamtit ću ga!				
Izrekao(la) bih njegova svojstva bez problema.				
Mogu prepoznati aritmetički niz u zadacima riječima.				
Jasna mi je razlika između a_n i S_n				
Radosno sam rješavao današnji zadatak jer mi je bio zanimljiv.				
U grupi smo uvažavali jedni druge i surađivali				
Želio(la) bih opet raditi na problemskim zadacima				

