Gustoća – ista masa, različiti volumeni

Istraživanje gustoće

Maris Miloš, dipl. ing.
Osnovna škola Mladost, Zagreb, Hrvatska;

Nastavni materijal osmišljen je kao vođena istraživačka aktivnost kojom učenici na modelu koji sami izrađuju istražuju povezanost mase, volumena i gustoće različitih tvari. Izradom modela kocaka učenici vizualno i praktično uspoređuju volumene koje zauzima jednaka masa različitih materijala.

Materijal obuhvaća:
Mreže osam kocaka – predloške za izradu modela koji prikazuju volumen 1 kg odabranih materijala. Dimenzije mreža geometrijskog tijela prilagođene su ispisu na papiru formata A4.
Vođeni istraživački zadatak – radni list namijenjen provedbi aktivnosti na satu. Učenici izrađuju kocku, mjere duljinu njezina brida, računaju volumen i određuju gustoću materijala.
Vizualno prilagođenu inačicu radnog lista – sadržajno prati osnovni istraživački zadatak, ali je oblikovana s više vizualnih potpora, jasnije strukturiranim koracima i jednostavnijim uputama. Namijenjena je učenicima kojima takav način prikaza olakšava praćenje aktivnosti i samostalno izvršavanje zadataka.
Prijedlog samostalnog istraživačkog zadatka – proširuje osnovnu aktivnost na usporedbu četiri različita materijala. Predviđen je za samostalan rad kod kuće ili kao dodatna istraživačka aktivnost.

Ovaj nastavni materijal osmišljen je kao istraživačka aktivnost u kojoj učenici izrađuju modele kocaka od papira i uspoređuju volumene koje zauzima jednaka masa različitih tvari. Polazište je pitanje: zauzimaju li jednake mase različitih tvari jednak volumen?
Materijal sadržava osam mreža geometrijskog tijela s nastavcima za lijepljenje, osam kocaka izrađenih prema gustoćama odabranih materijala: željeza, mjedi, osmija, titana, srebra, zlata, volframa, žive i olova.

Odabrani su materijali različitih gustoća kako bi razlike u volumenima kocaka bile uočljive i učenicima olakšale razumijevanje povezanosti mase, volumena i gustoće. Dimenzije mreža prilagođene su tako da se svaka može ispisati na standardnom papiru formata A4. Time je omogućena jednostavna priprema materijala i njegova primjena u učionici.

Za istraživanje se mogu odabrati i druge tvari. Primjerice, na papiru formata A3 može se ručno nacrtati veći plašt kocke koji predstavlja 1 kg tvari manje gustoće, kao što su voda, drvo ili PLA filament koji se upotrebljava u 3D ispisu. Na taj se način aktivnost može proširiti i povezati s materijalima iz svakodnevnog života i školskog okruženja.

tvar	gustoća		$\rho = m / V$
	kg/m^3	g/cm^3	a, stranica kocke mase 1 kg, cm
zrak	1,225	0,001225	93,5
drvo (suho)	750	0,75	11,0
alkohol	800	0,8	10,8
voda (4° C)	**1000**	**1**	10,0
PLA	1240	1,24	9,3
kreda	2000	2	7,9
grafit	2250	2,25	7,6
beton	2400	2,4	7,5
aluminij	2700	2,7	7,18
mramor	2800	2,8	7,09
titan	4500	4,5	6,06
željezo	7850	7,85	5,03
mjed	8500	8,5	4,90
bakar	8920	8,92	4,82
srebro	10500	10,5	4,57
olovo	11340	11,34	4,45
živa	13546	13,546	4,19
zlato	19300	19,3	3,73
volfram	19300	19,3	3,73
platina	21450	21,45	3,60
osmij	22570	22,57	3,54

Tablica 1 Gustoća tvari i duljina kocke mase 1 kg

Odabrana je jednaka masa od 1 kg kako bi se učenici usredotočili na razlike u gustoći, a ne na razlike u masi. Kada uspoređujemo tijela jednake mase, ona od različitih tvari ne moraju zauzimati jednak volumen. Tvar veće gustoće zauzima manji volumen, dok tvar manje gustoće zauzima veći volumen. Odabirom 1 kg

dobivamo i praktičnu prednost: masa je jednostavna za razumijevanje i računanje, a učenici mogu uspoređivati veličine modela koje su izradili.

Dana tablica gustoća i pripadajuća duljina stranice kocke ako bi njena masa iznosila 1 kg. Izvor podataka gustoća je preuzet s Hrvatske enciklopedije i Tehničkog leksikona. Redci označeni sivo su modeli čija mreža geometrijskog tijela stane na format A4 papira.

Aktivnost se može koristiti u različitim fazama poučavanja gustoće. Kao uvod u novu nastavnu cjelinu, za poticanje predviđanja i istraživačkog pitanja ili tijekom obrade sadržaja, za povezivanje formule gustoće s konkretnim modelima. Za uvježbavanje mjerenja, računanja volumena i primjene matematičkih izraza u prilogu je i radni list, a za ponavljanje i provjeru razumijevanja odnosa mase, volumena i gustoće može se zadati samostalni istraživački rad kod kuće.

Metodička vrijednost aktivnosti jest u tome što učenici pojam gustoće ne upoznaju samo računanjem, nego ga mogu usporediti, izmjeriti i vizualno doživjeti. Izrađeni modeli mogu se sačuvati i koristiti u daljnjoj nastavi kao trajno nastavno pomagalo.

Napomena: zbog zaokruživanja dimenzija plašteva i mogućih odstupanja pri rezanju, savijanju i lijepljenju, izmjereni volumeni neće nužno biti potpuno jednaki teorijskim vrijednostima. To je dobra prilika za razgovor o mjernim pogreškama i preciznosti izrade. Izrađene kocke su modeli volumena, a ne stvarni uzorci materijala. Njihova veličina prikazuje koliki bi volumen zauzimao 1 kg pojedine tvari kada bi bio oblikovan u kocku.

Upute za ispis i izradu modela

Plašteve kocaka ispisati na papiru gramature od 160 g/m² na više, kako bi izrađeni modeli bili čvršći i stabilniji. Prilikom ispisa odabrati postavku 100 % (stvarna veličina) ili bez prilagodbe veličine. Ne koristiti opcije „prilagodi stranici“) ili slično, jer mijenjaju dimenzije plašta, a time i konačne dimenzije kocke. Nakon ispisa provjeriti odgovara li izmjerena duljina brida predlošku.

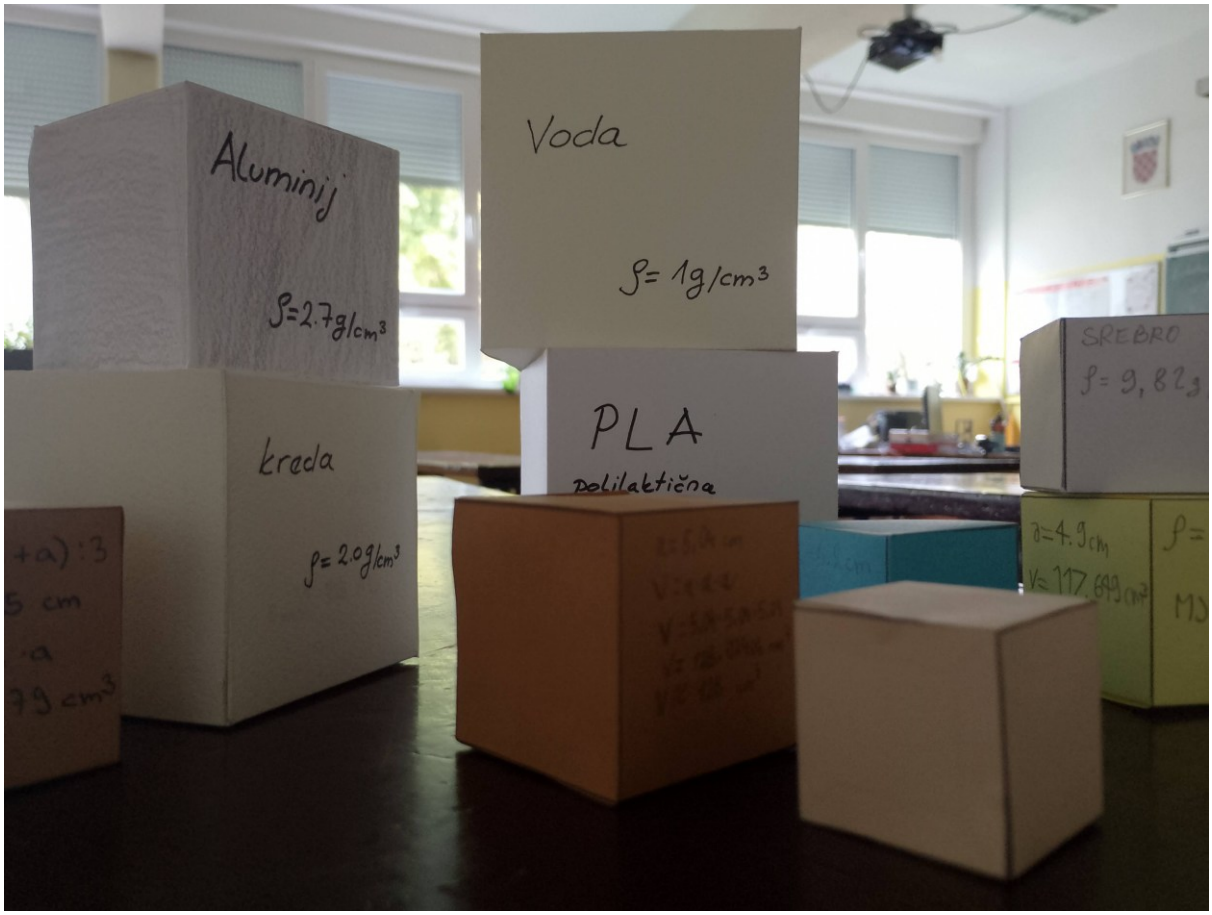
Literatura:

1. Ivušić, V., Franz, M., Španiček, Đ. i Ćurković, L. (2023). Materijali 1. 6. izdanje. Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje.

2. Jakobović, Z. (gl. ur.) (2007). Tehnički leksikon. Zagreb: Leksikografski zavod Miroslav Krleža. Natuknica „Gustoća”. Mrežno izdanje.

3. Hrvatska enciklopedija (mrežno izdanje). Leksikografski zavod Miroslav Krleža. Natuknica „Gustoća”. Dostupno na: enciklopedija.hr.

4. Jensen, E.: Supernastava, Educa, Zagreb, 2003.



Slika 1 Gotove kocke kao trajno nastavno pomagalo

© 2026. Maris Miloš CC BY-NC-SA 4.0 Autorstvo-Nekomercijalno-Dijeli pod istim uvjetima 4.0 Međunarodna

Cilj: Izradi papirnatu kocku iz priložene mreže, precizno izmjeri duljinu stranice, izračunaj volumen i gustoću te identificiraj materijal usporedbom s priloženom tablicom gustoća.

1. Mjerenje stranice kocke

Ravnalom precizno izmjeri duljinu stranice mreže geometrijskog tijela, ***a*** u centimetrima (cm).
Izmjeru zapiši s točnošću najmanje 0,5 mm (npr. 6,55 cm). Provedi tri mjerenja i izračunaj srednju vrijednosti.

mjerenje	*a*
1	
2	
3	

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}$$

2. Izračunavanje volumena kocke

Izračunaj volumen kocke i izrazi ga u cm^3. Za račun koristi srednju vrijednost mjerenja stranice.

$$V = a \times a \times a$$

3. Izračunavanje gustoće

Izračunaj gustoću materijala od kojeg bi bila načinjena kocka ovog volumena, ako bi njena masa bila 1 kg.
Gustoću izrazi u g/cm^3.

$$\rho = m / V$$

4. Određivanje materijala

Usporedi izračunatu gustoću (g/cm^3) s vrijednostima u priloženoj tablici gustoća i napiši kojoj tvari najviše odgovara (navedi i gustoću iz tablice).

5. Označavanje kocke

Na jednu plohu kocke napiši srednju vrijednost duljine stranice kocke i volumen.

Na drugu plohu kocke napiši odgovarajuću tvar i gustoću tvari izraženu u g/cm^3.

6. Izrada kocke

Pažljivo izreži mrežu geometrijskog tijela, pazeći na krilca za lijepljenje. Savij i zalijepi stranice da dobiješ čvrstu kocku. Pazi da su sve stranice pravilno poravnate.

7. Zaključak

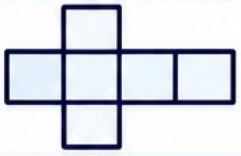
Usporedi svoju kocku s kockama drugih učenika koje predstavljaju volumen tvari mase jednake 1 kg. Što zaključuješ o odnosu volumena, mase i gustoće?

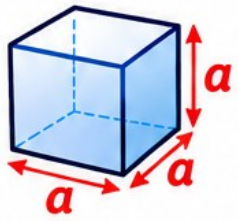
Ime i prezime: Razred: Datum: .

KOCKA – MJERENJE, VOLUMEN, GUSTOĆA

Cilj: Izradi papirnatu kocku iz priložene mreže, precizno izmjeri duljinu stranice, izračunaj volumen i gustoću te odredi materijal.

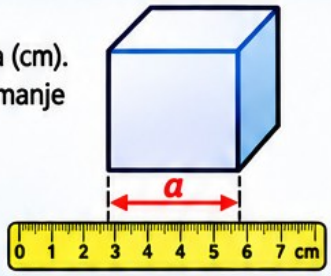
MREŽA KOCKE





1 MJERENJE STRANICE KOCKE

- Ravnalom izmjeri duljinu stranice kocke (a) u centimetrima (cm).
- Izmjereno zapiši s točnošću najmanje 0,5 mm (npr. 6,55 cm).
- Provedi tri mjerenja i izračunaj srednju vrijednost.



mjerenje	a (cm)
1	
2	
3	

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}$$

$\bar{a}$ = _____ cm

2 IZRAČUNAVANJE VOLUMENA KOCKE

$$V = a \times a \times a \quad (= a^3)$$

V – volumen (cm³)

- Izračunaj volumen kocke.

V = _____ cm³

3 IZRAČUNAVANJE GUSTOĆE

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ρ – gustoća (g/cm³)
m – masa (g)
V – volumen (cm³)

Pretvorba mase: 1 kg = 1000 g

- Masa kocke: m = 1 kg = 1000 g.
- Izračunaj gustoću materijala.

ρ = _____ g/cm³

4 ODREĐIVANJE MATERIJALA

- Usporedi izračunatu gustoću s tablicom gustoća i napiši kojem materijalu najviše odgovara.

Materijal: _____

5 OZNAČAVANJE KOCKE

- Na jednu plohu kocke napiši srednju vrijednost duljine stranice i volumen.
- Na drugu plohu napiši odgovarajuću tvar i njezinu gustoću (u g/cm³).

6 IZRADA KOCKE

- Pažljivo izreži mrežu geometrijskog tijela.
- Pazeći na crte za lijepljenje, savij i zalijepi stranice da dobiješ čvrstu kocku.
- Pazi da su sve stranice pravilno poravnate.

ZAKLJUČAK

Usporedi svoju kocku s kockama drugih učenika koje predstavljaju volumen tvari mase jednake 1 kg. Što zaključuješ o odnosu volumena, mase i gustoće?

_____

_____

Ime i prezime: _____ Razred: _____ Datum: _____

Ista masa, različiti volumeni

Zamisli da imaš po 1 kg željeza, zlata, olova ili titana. Bi li svi ti materijali zauzimali jednak prostor? U ovom istraživanju izradit ćeš modele kocaka koje prikazuju volumen koji zauzima 1 kg pojedine tvari (materijala). Modeli – kocke - imaju jednaku masu – 1 kg, ali različitu veličinu.

Tvoj je zadatak istražiti tu povezanost izradom modela, mjerenjem, računanjem i usporedbom rezultata. Istraživanje ćeš prikazati u obliku maloga znanstvenog rada

.1. NASLOV ISTRAŽIVANJA

Osmisli naslov svojega istraživanja.

2. ISTRAŽIVAČKO PITANJE

Napiši istraživačko pitanje svojim riječima.

3. PRETPOSTAVKA (HIPOTEZA)

Prije početka istraživanja razmisli što očekuješ.

- Hoće li 1 kg željeza zauzimati jednak volumen kao 1 kg olova?
- Koji će materijal zauzimati najveći volumen?
- Koji će materijal zauzimati najmanji volumen?
- Kako su povezane gustoća, masa i volumen?

Zapiši svoju pretpostavku. Obrazloži zašto tako misliš.

4. PLANIRANJE I PROVEDBA ISTRAŽIVANJA

Odaberi jednu od mogućnosti:

- **Dvije kocke:** odaberi dva ponuđena plašta i izradi dvije kocke.
- **Četiri kocke:** odaberi četiri ponuđena plašta i izradi četiri kocke.
- **Vlastita kocka:** odaberi jedan materijal, pronađi podatak o njegovoj gustoći i samostalno nacrtaj plašt kocke koja predstavlja volumen 1 kg tog materijala. Možeš upotrijebiti papir A4 ili A3.

Svaka kocka predstavlja volumen koji zauzima 1 kg odabranog materijala.

Opiši:

- Koje si tvari / materijale odabrao/odabrala?
- Zašto si odabrao/odabrala upravo njih?
- Koji si pribor i materijale upotrijebio?
- Kako si izradio kocke?

5. PRIKUPLJANJE I OBRADA PODATAKA

Izmjeri duljinu brida svake izrađene kocke i zapiši rezultate. Izračunaj volumen kocke. Masa svake kocke predstavlja 1 kg, odnosno 1000 g. Izračunaj gustoću.

Prikaži rezultate u tablici s podatcima:

- naziv tvari / materijala
- duljina brida kocke
- izračunani volumen
- masa
- izračunana gustoća

Navedi i izvor iz kojeg si preuzeo podatke o gustoći materijala.

6. ANALIZA REZULTATA

Usporedi dobivene rezultate i odgovori na pitanja:

- Koja je kocka najveća, a koja najmanja?
- Koja tvar / materijal ima najveću, a koji najmanju gustoću?
- Što primjećuješ uspoređujući volumen i gustoću?
- Jesu li rezultati u skladu s podacima o gustoći iz literature?
- Postoje li moguća odstupanja između izračunanih i tabličnih vrijednosti? Što ih je moglo uzrokovati?

7. ZAKLJUČAK

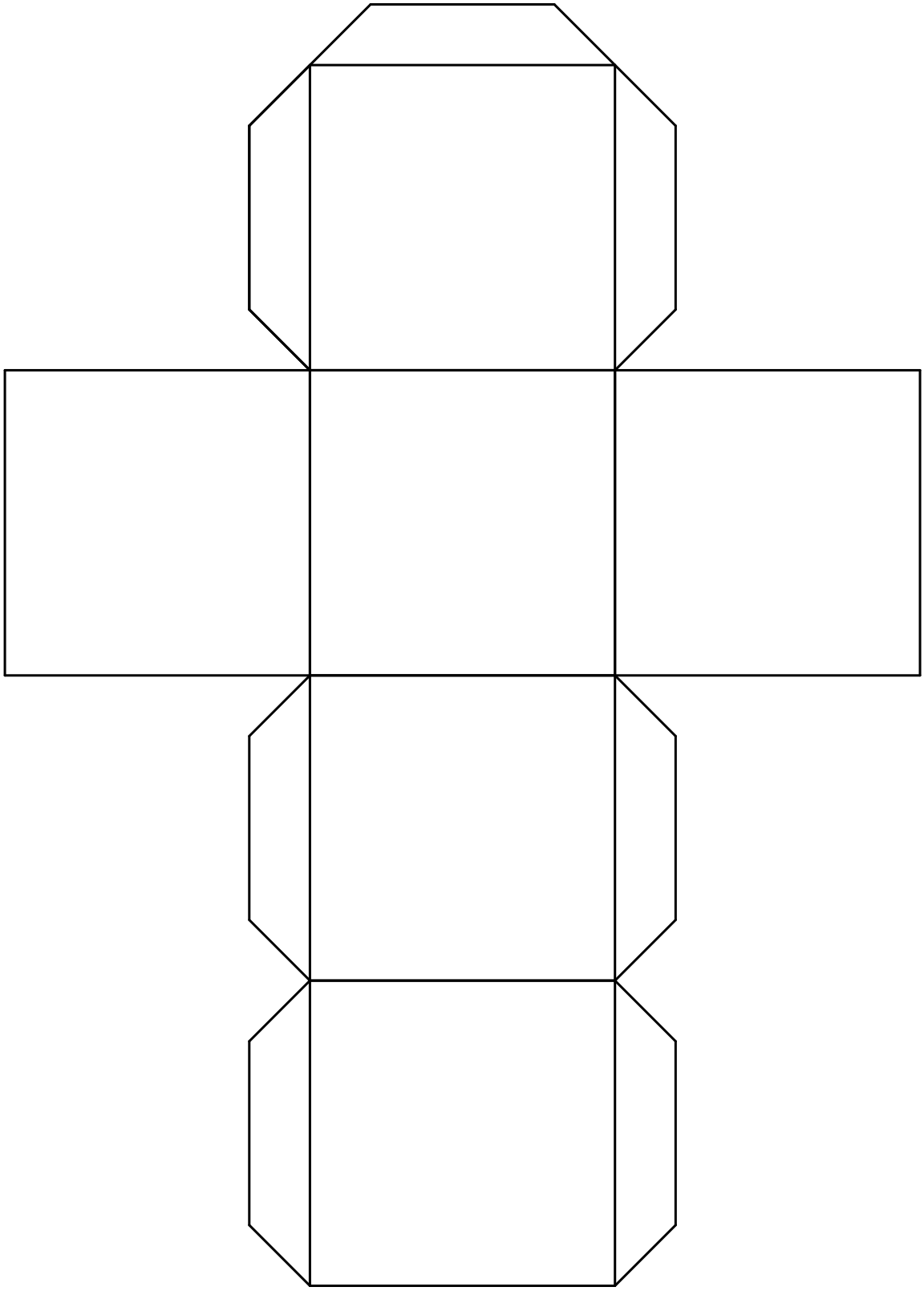
Vrati se na početnu pretpostavku i odgovori:

- Jesi li potvrdio/potvrdila svoju pretpostavku?
- Što si istraživanjem dokazao/dokazala?
- Kako su povezani masa, volumen i gustoća?
- Što si novo naučio/naučila ovim istraživanjem?

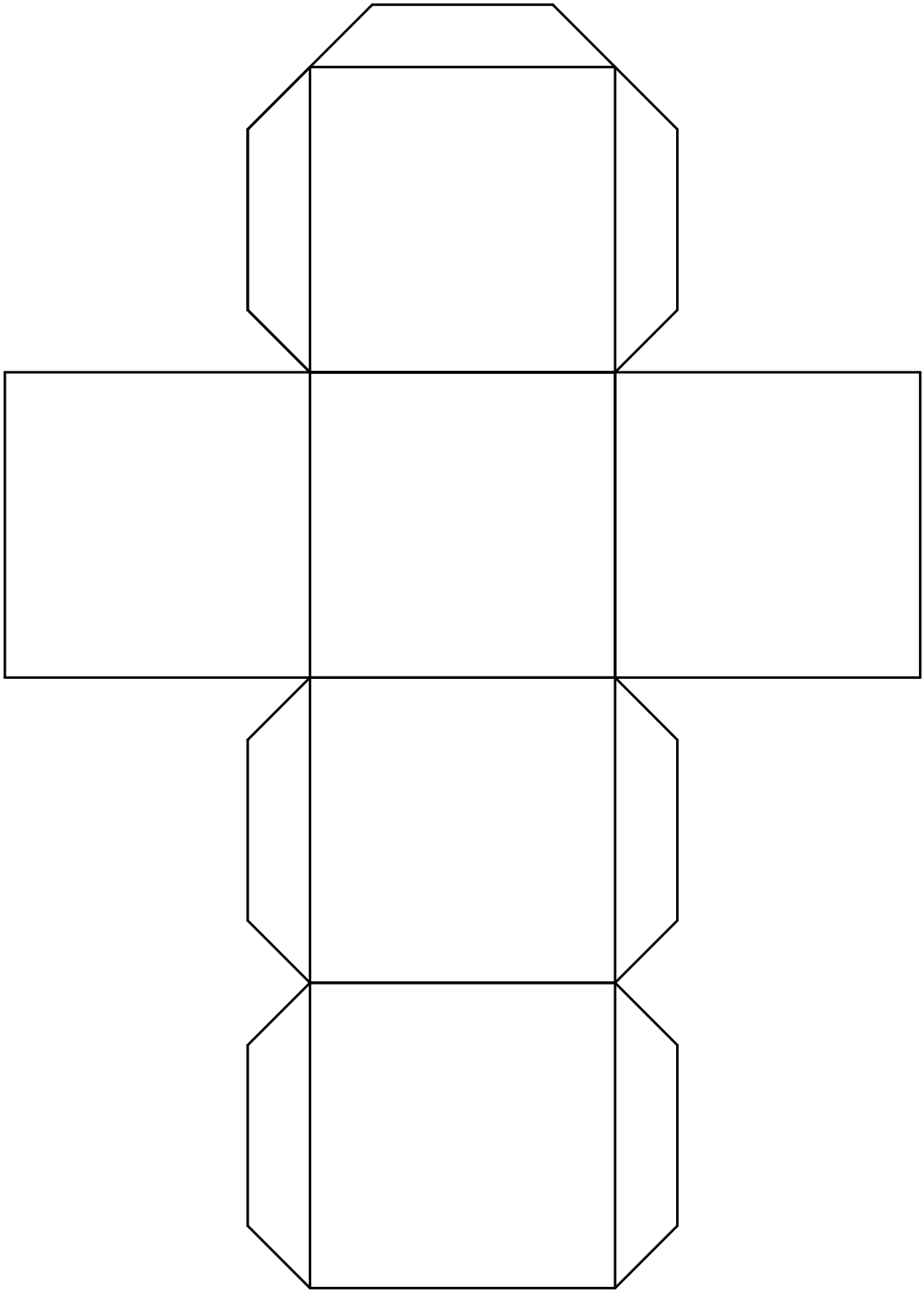
PRIKAZ REZULTATA

Priloži fotografiju izrađenih kocaka. Uz fotografiju napiši nazive materijala koje modeli predstavljaju.

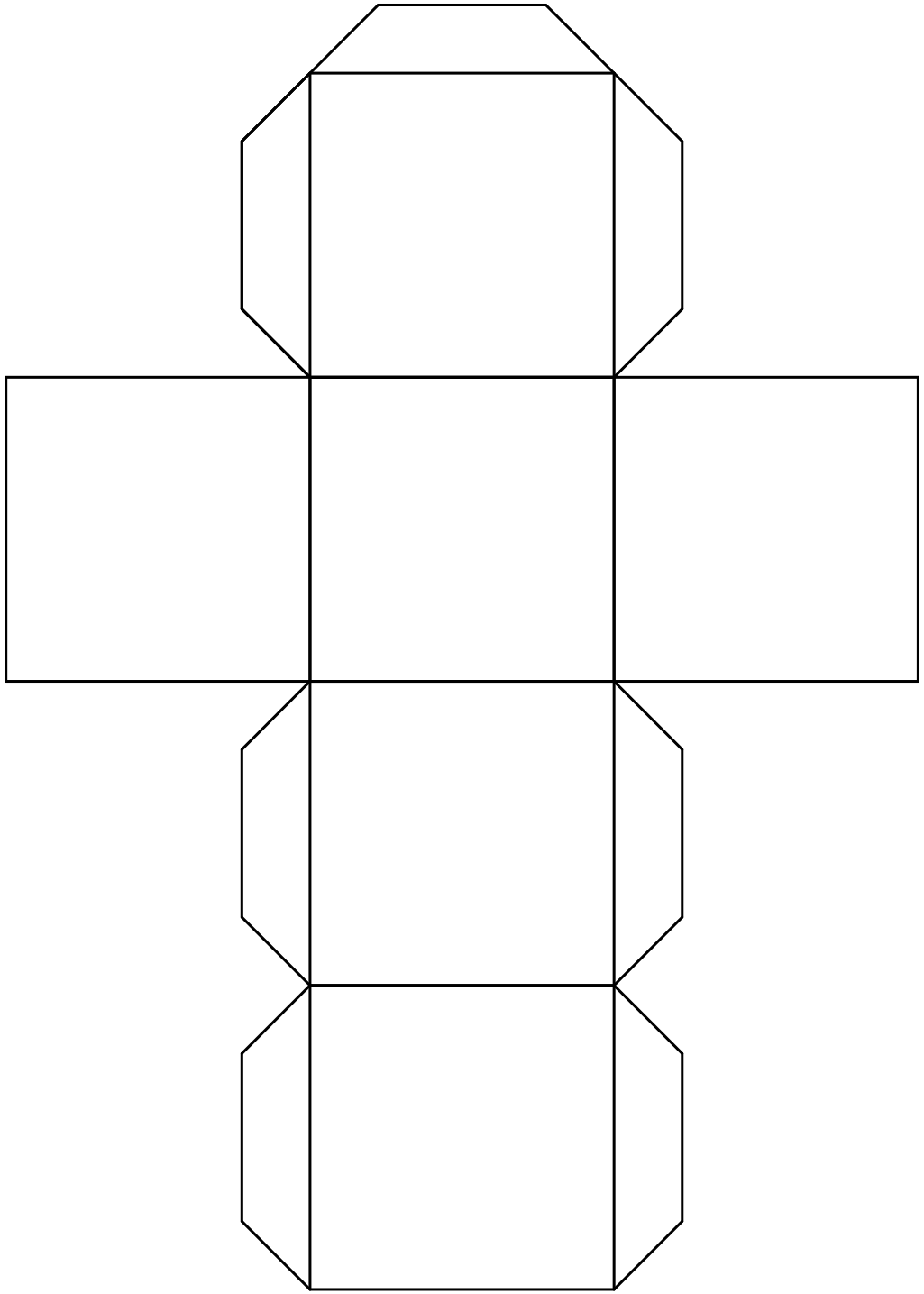
Na kraju rada navedi literaturu i mrežne izvore kojima si se koristio/koristila.

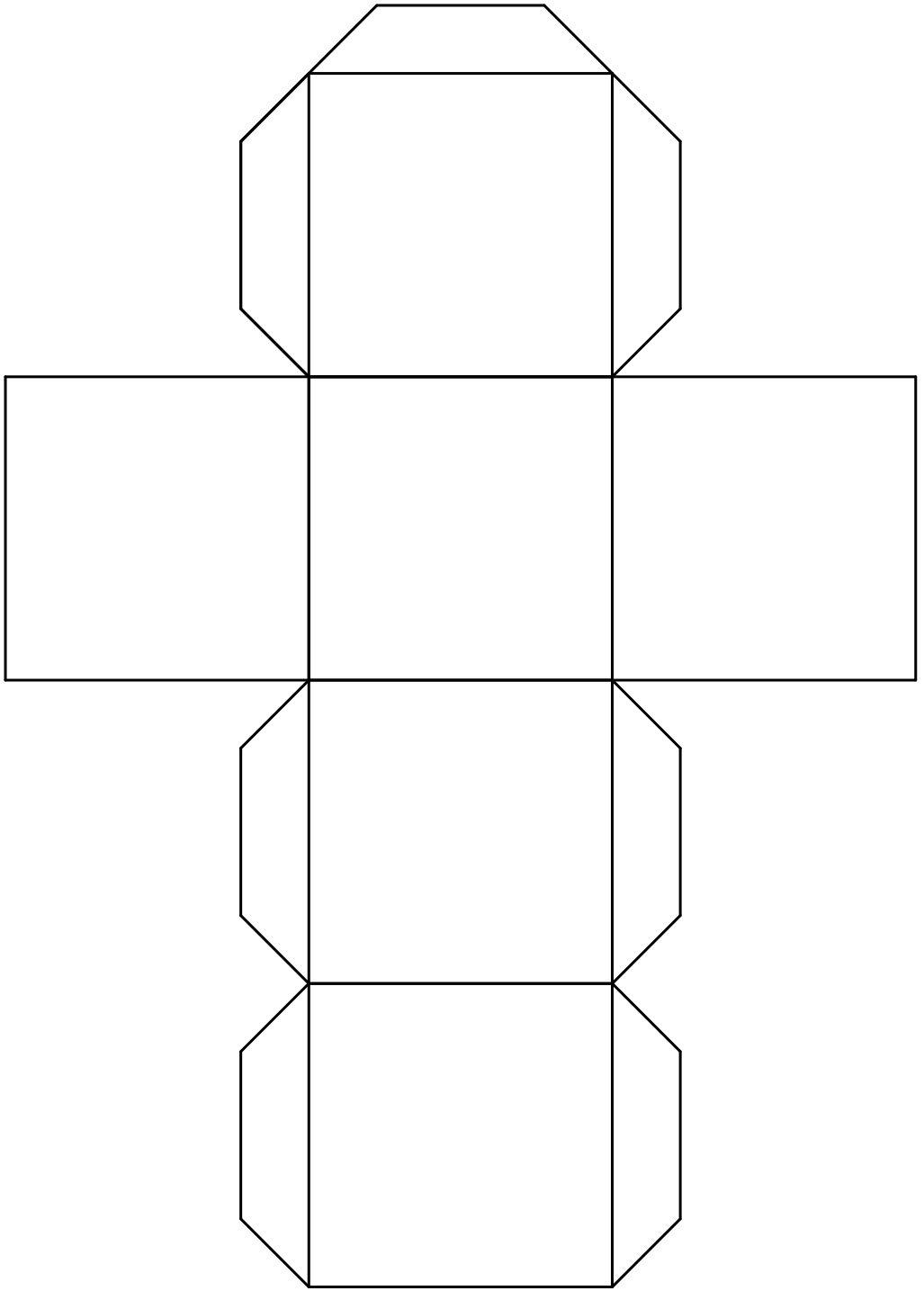


Željezo, a = 50,3 mm

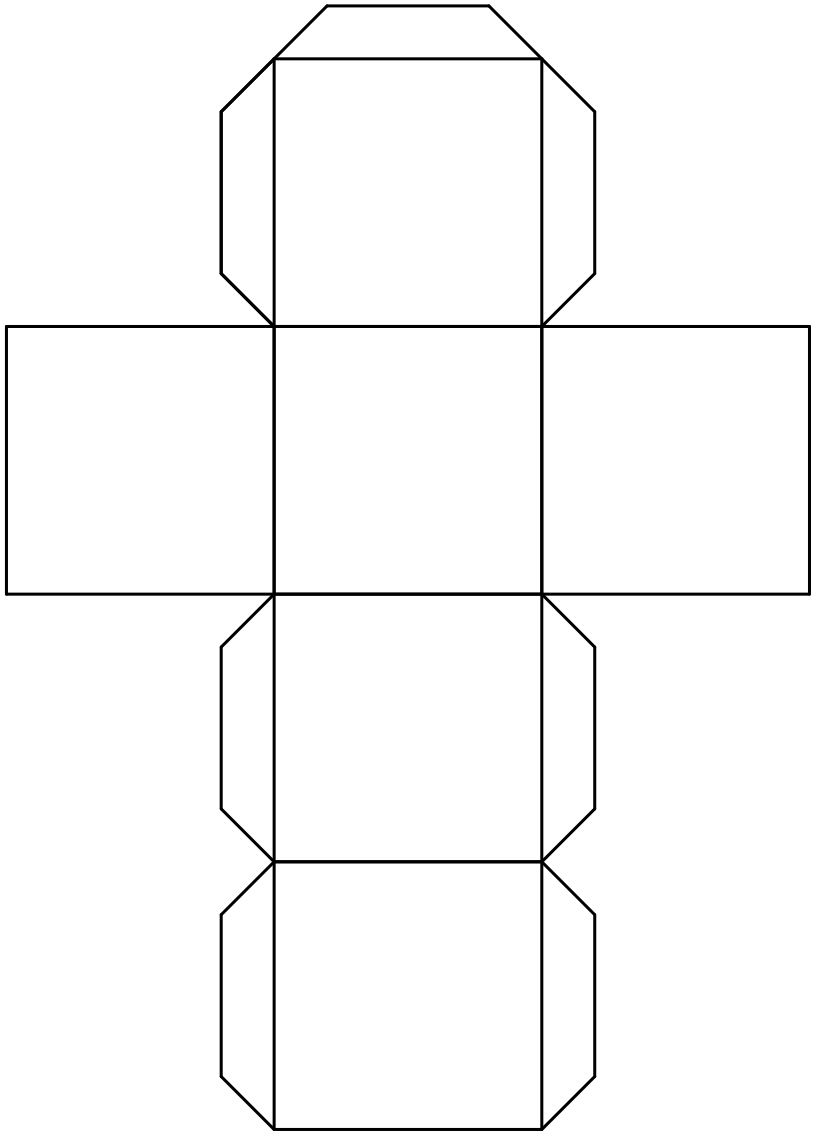


Mjed, a = 49,0 mm

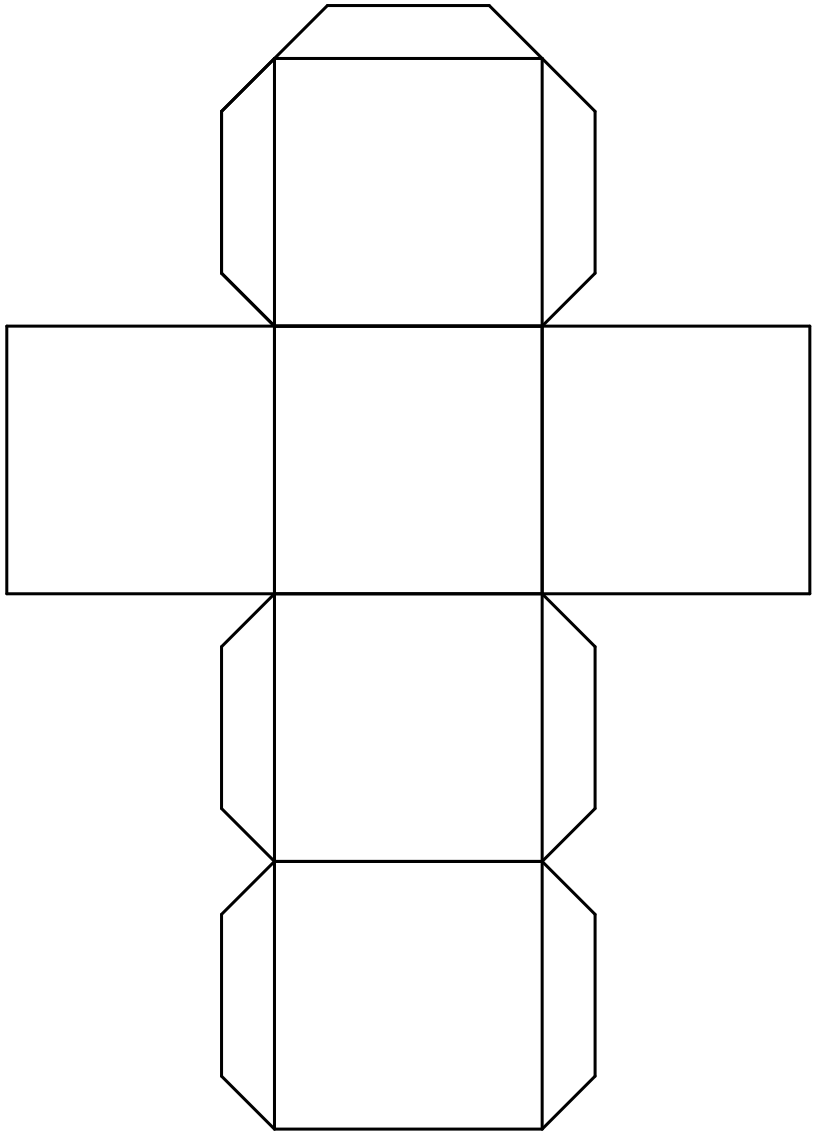




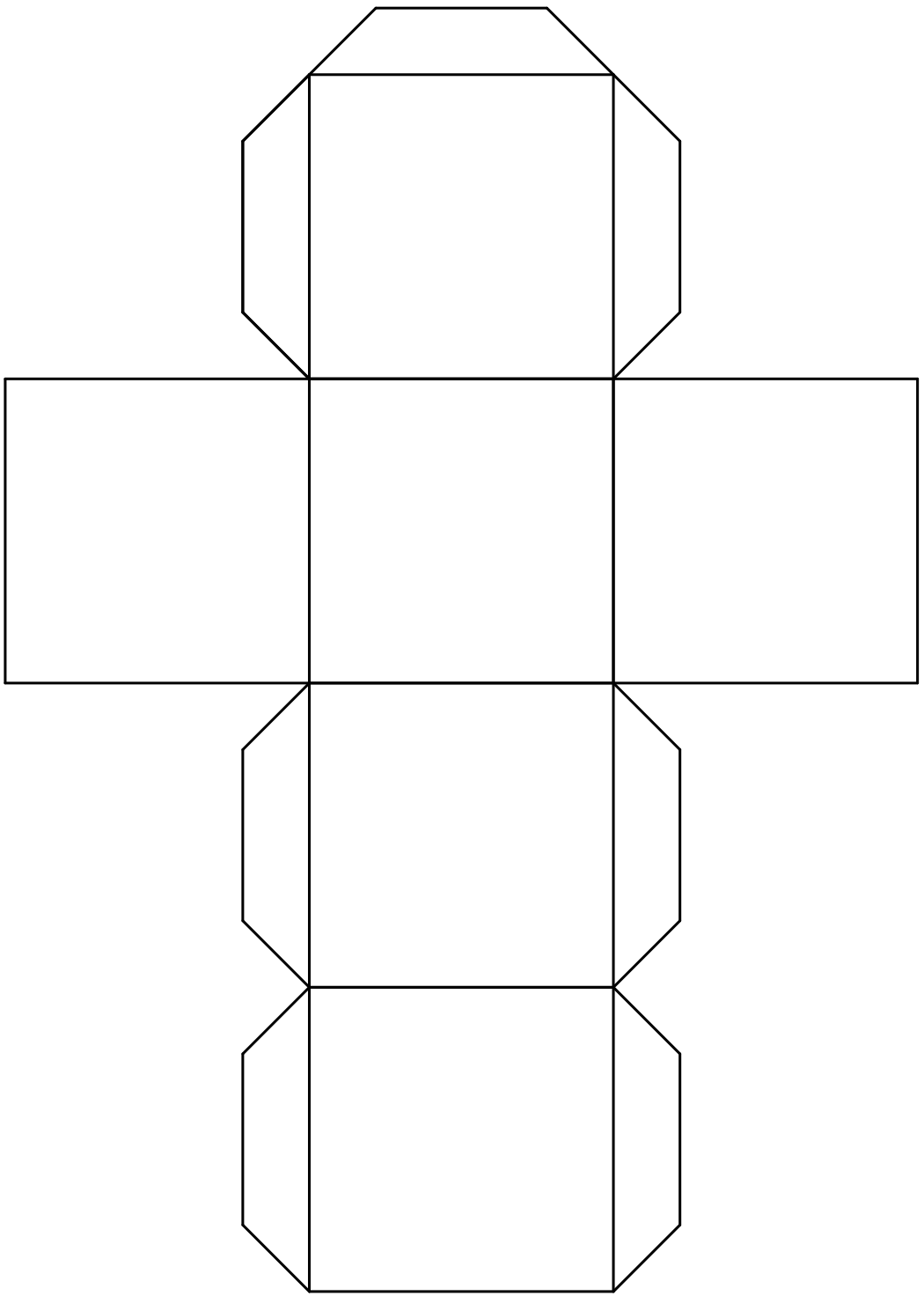
Olovo, a = 44,6 mm

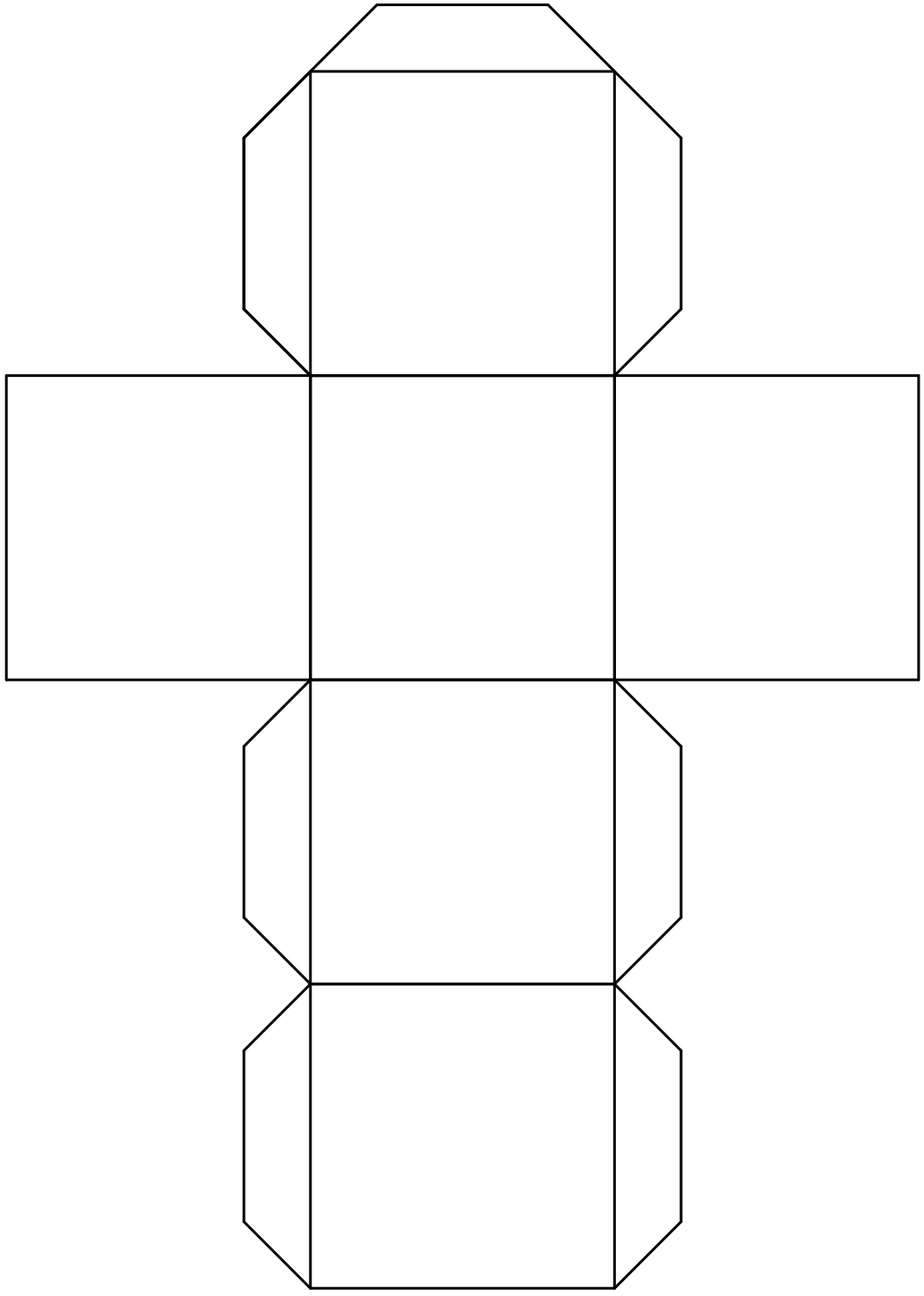


Osmij, a = 35,4 mm

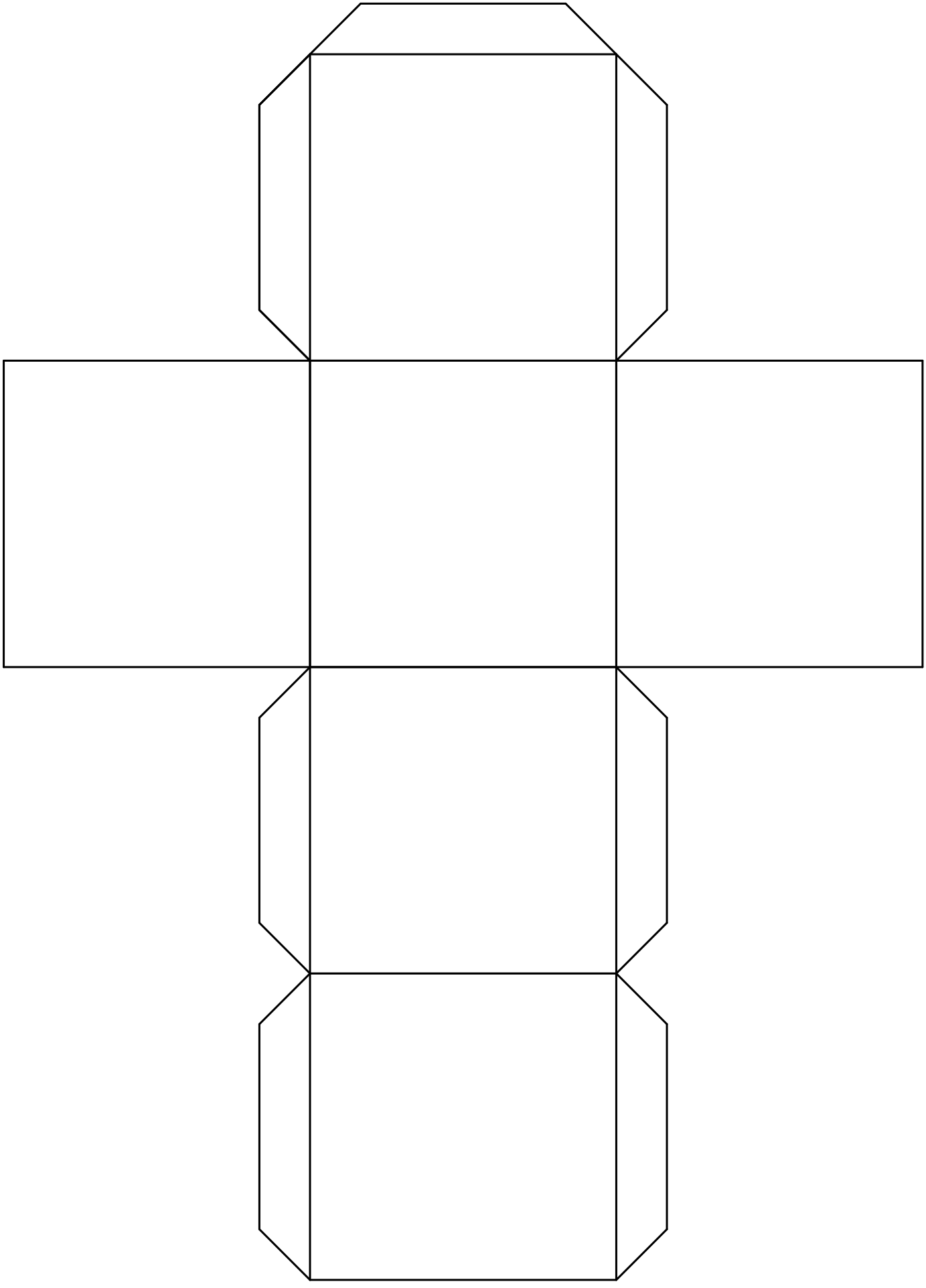


Osmij, a = 35,4 mm

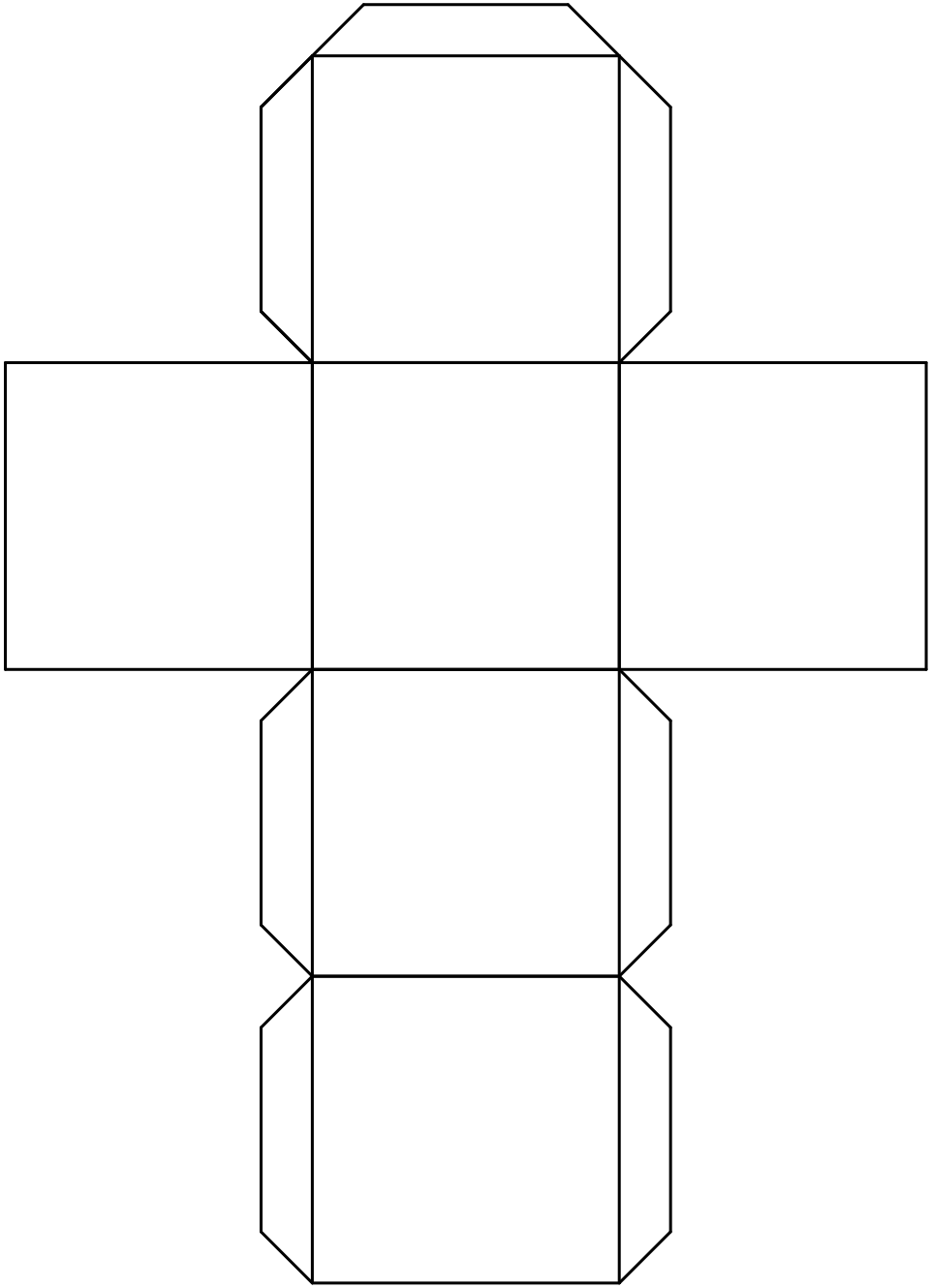


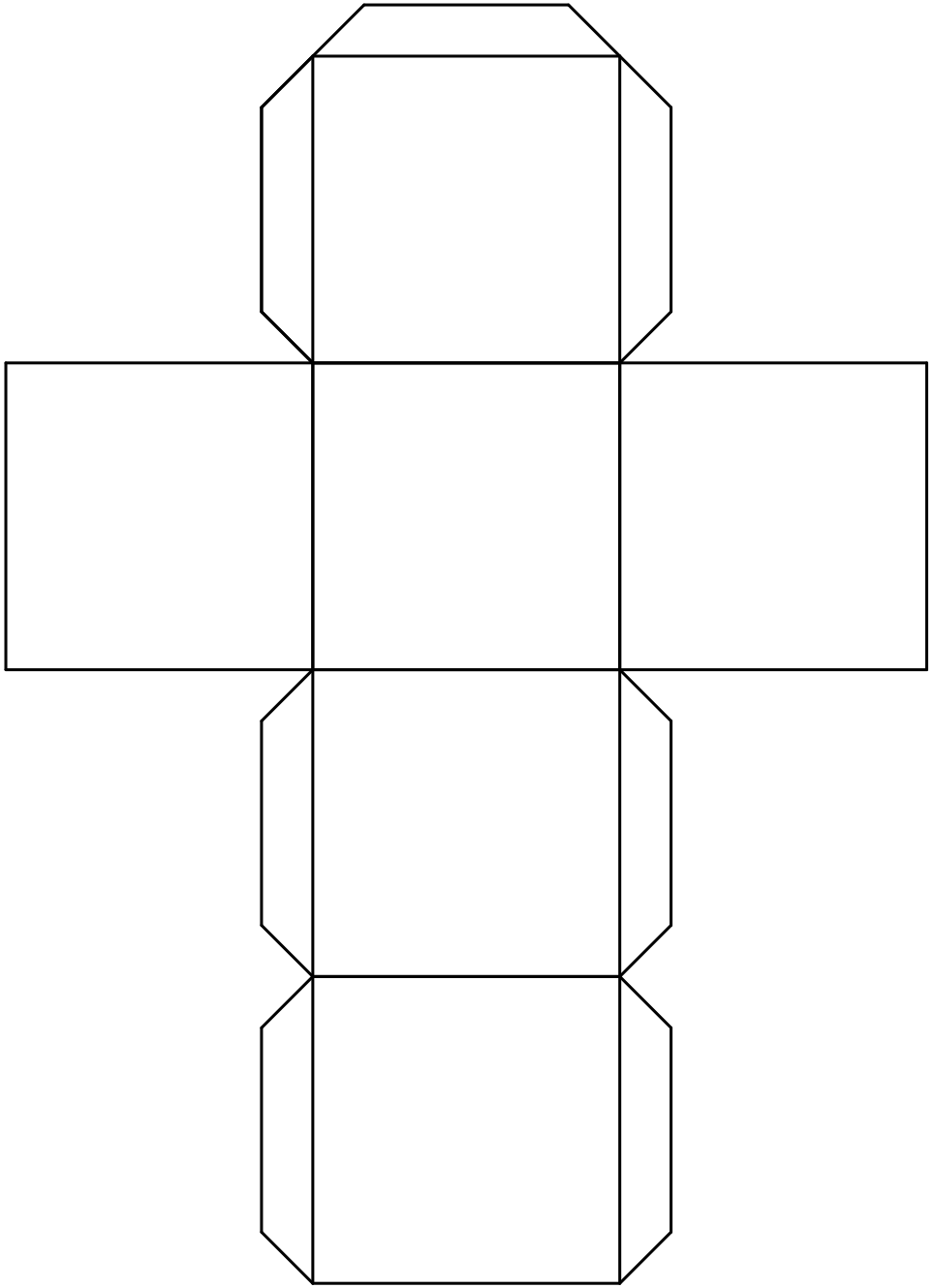


Srebro, a = 45,7 mm

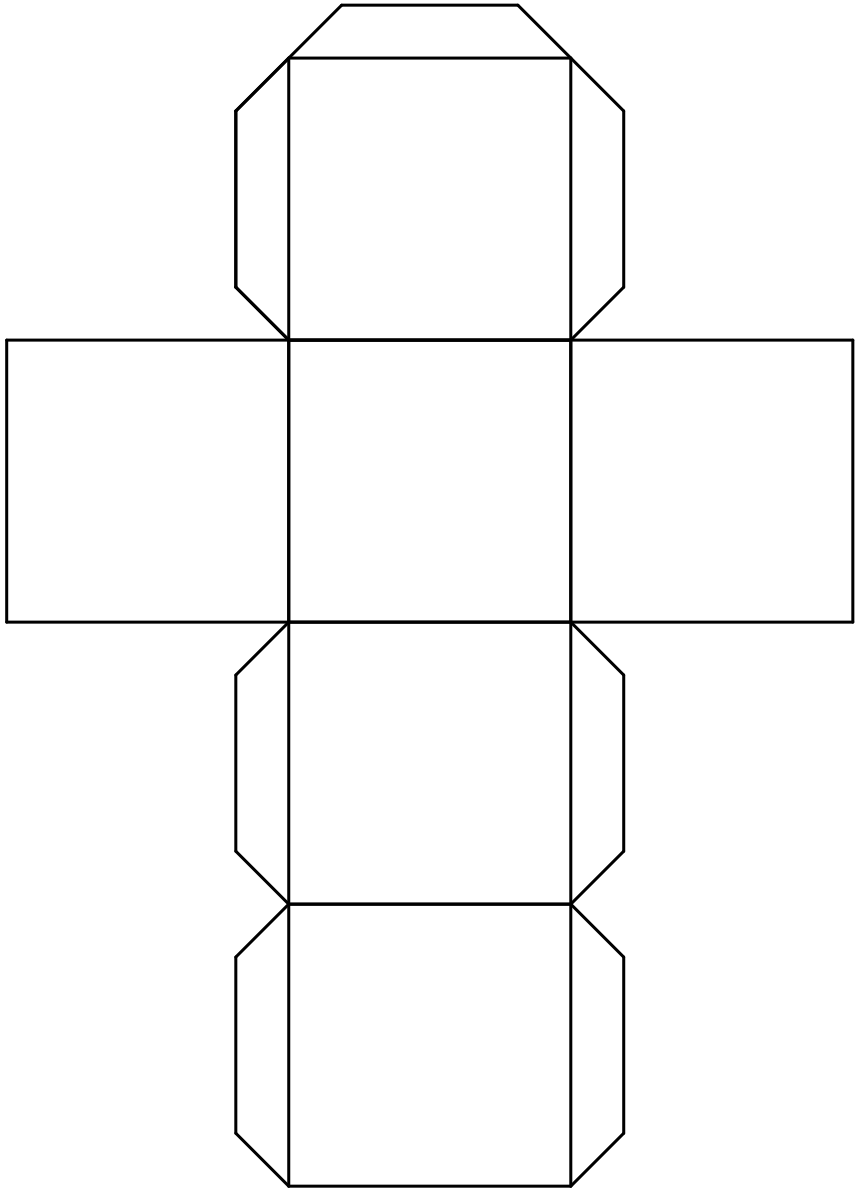


Titan, a = 60,5 mm

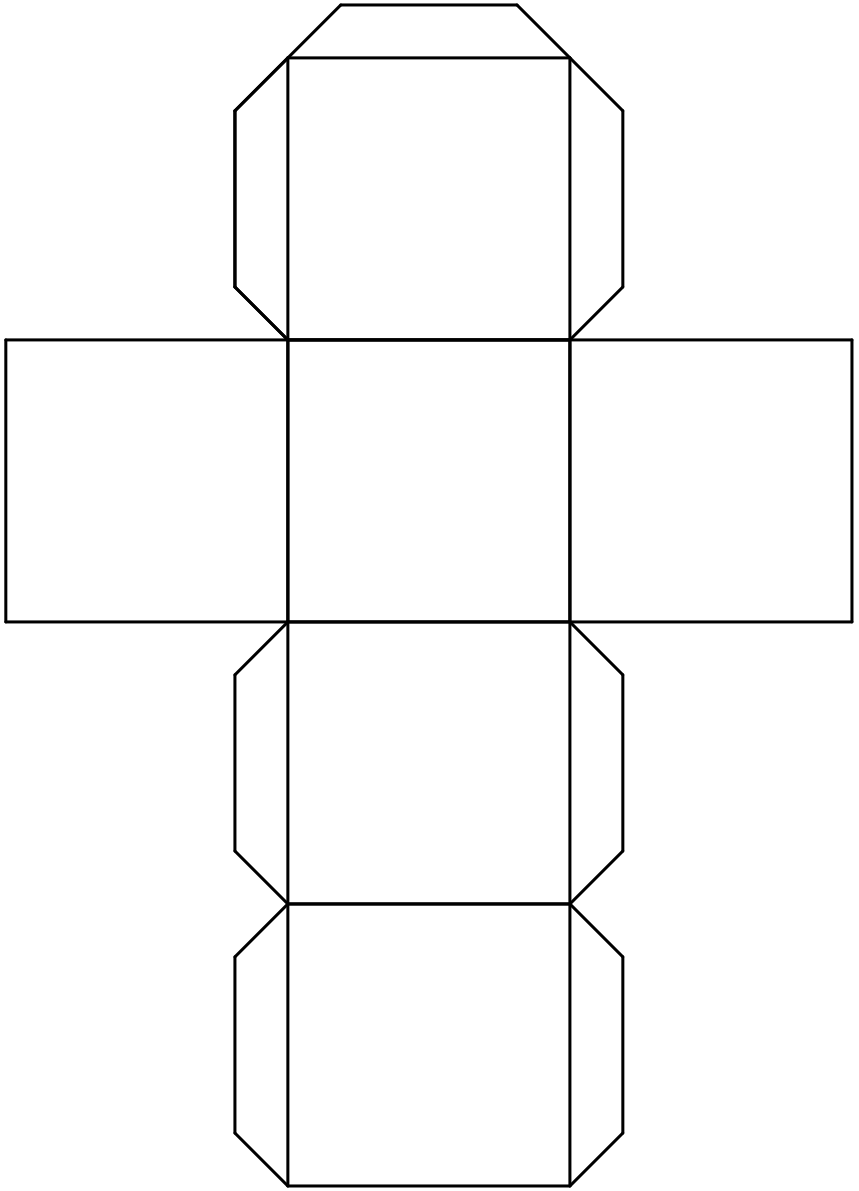




Živa, a = 41,9 mm



Zlato, a = 37,3 mm



Wolfram, a = 37,3 mm