

# Matematika

za 1. razred opće gimnazije

## Modul 1: Brojevi

Priručnik za nastavnike



Projekt je sufinancirala Europska unija iz Europskog socijalnog fonda.

Više informacija o fondovima EU-a možete pronaći na internetskim stranicama Ministarstva regionalnoga razvoja i fondova Europske unije: [www.strukturfondovi.hr](http://www.strukturfondovi.hr)

Ovaj priručnik izrađen je radi podizanja digitalne kompetencije korisnika u sklopu projekta e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot-projekt), koji sufinancira Europska unija iz europskih strukturnih i investicijskih fondova. Nositelj projekta je Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET. Sadržaj publikacije isključiva je odgovornost Hrvatske akademske i istraživačke mreže – CARNET.

# Impresum

## Ključni stručnjaci:

### Autori:

Sanja Antoliš, Aneta Copić, Eva Špalj

### Urednica:

Štefica Dumančić Poljski

### Stručnjak za dizajn odgojno-obrazovnog procesa ili metodičko oblikovanje nastavnih sadržaja:

Toni Milun

### Stručnjak za dizajn i izradu digitalnih sadržaja te dizajn korisničkog sučelja:

Željka Car

## Neključni stručnjaci:

### Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje:

Jasmina Ivšac Pavliša, Maja Peretić

### Stručnjak za pristupačnost:

Vedran Podobnik

## Recenzenti:

### Recenzent za metodičko oblikovanje sadržaja:

Nikola Koceić Bilan

### Recenzent za inkluzivnu prilagodbu sadržaja:

Katarina Pavičić Dokoza

### Izdanje:

1. izdanje

### Lektori:

Petra Glavor Petrović, Marinka Botić, Ivana

### Ujević Priprema i prijelom:

Algebra d.o.o.

### Podizvoditelj:

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u

### Zagrebu Naručitelj i nakladnik:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža CARNET

### Mjesto izdanja:

Zagreb

### Više informacija:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža –  
CARNET Josipa Marohnića 5, 10000 Zagreb

tel.: +385 1 6661 500

[www.carnet.hr](http://www.carnet.hr)



Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom  
[Creative Commons Imenovanje -Nekomercijalno-Dijeli 3.0 Hrvatska.](http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/hr/)

# Sadržaj

<b>Impresum .....</b>	<b>2</b>
<b>Uvodni dio priručnika .....</b>	<b>5</b>
Kako koristiti priručnik .....	5
Što je DOS? .....	17
Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS .....	23
Didaktička uloga multimedijskih i interaktivnih elemenata DOS-a .....	24
Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima .....	26
Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS .....	28
Suvremene nastavne metode i DOS .....	30
Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama .....	31
<b>Modul 1: Brojevi.....</b>	<b>33</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije.....	33
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a .....	33
Digitalni alati i dodatni sadržaji .....	35
<b>1.1. Skupovi.....</b>	<b>37</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	37
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	38
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	39
<b>1.2. Prirodni, cijeli i racionalni brojevi .....</b>	<b>42</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	42
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	43
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	45
<b>1.3. Realni brojevi i brojevni pravac.....</b>	<b>47</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	47
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	48
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	49
<b>1.4. Računske radnje na skupu realnih brojeva.....</b>	<b>52</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	52

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	53
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe.....	55
<b>1.5. Apsolutna vrijednost realnoga broja .....</b>	<b>57</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	57
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	58
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe.....	59
<b>1.6. Primjena omjeri, razmjeri, postotci, aritmetička sredina.....</b>	<b>62</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	62
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	63
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe.....	65
<b>Aktivnosti za samostalno učenje .....</b>	<b>67</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	67
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	67
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe.....	69
<b>Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda .....</b>	<b>71</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	71
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	71
<b>Pojmovnik .....</b>	<b>72</b>

# Uvodni dio priručnika

## Kako koristiti priručnik

Priručnik za primjenu DOS-a je prateći materijal uz digitalne obrazovne sadržaje (DOS) iz matematike za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred opće gimnazije (Matematika 7, Matematika 8, Matematika 1 i Matematika 2).

Sastoji se od dva bitno različita dijela: općeg dijela i dijela namijenjenog određenom razredu.

**Prvi dio priručnika** (prvih 7 poglavlja) priručnika daje uvod o digitalnim obrazovnim sadržajima i njihovo ulozi u suvremenim metodama poučavanja. Ovaj dio je identičan za sve razrede.

**Drugi dio priručnika** daje preporuke nastavnicima za korištenje konkretnih jedinica DOS-a i multimedijalnih elemenata u odgojno-obrazovnom procesu, navodi dodatne digitalne alate i sadržaje koji će doprinijeti ostvarivanju odgojno-obrazovnih ishoda te daje smjernice i sadržaje za rad s učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (inkluzija).

Priručnik je dostupan u tri formata: PDF, ePub (format za elektroničke knjige, može se preuzeti i čitati na računalima i mobilnim uređajima) i OneNote (Microsoft OneNote 2016, digitalna bilježnica koja omogućuje na jednom mjestu održavanje bilješki i informacija s dodatnim prednostima; mogućnosti naprednog pretraživanja i umetanja multimedije).

U prvom poglavlju, koje je upravo pred Vama, navedene su upute kako koristiti priručnik na primjeru OneNote inačice.

## OneNote inačica priručnika

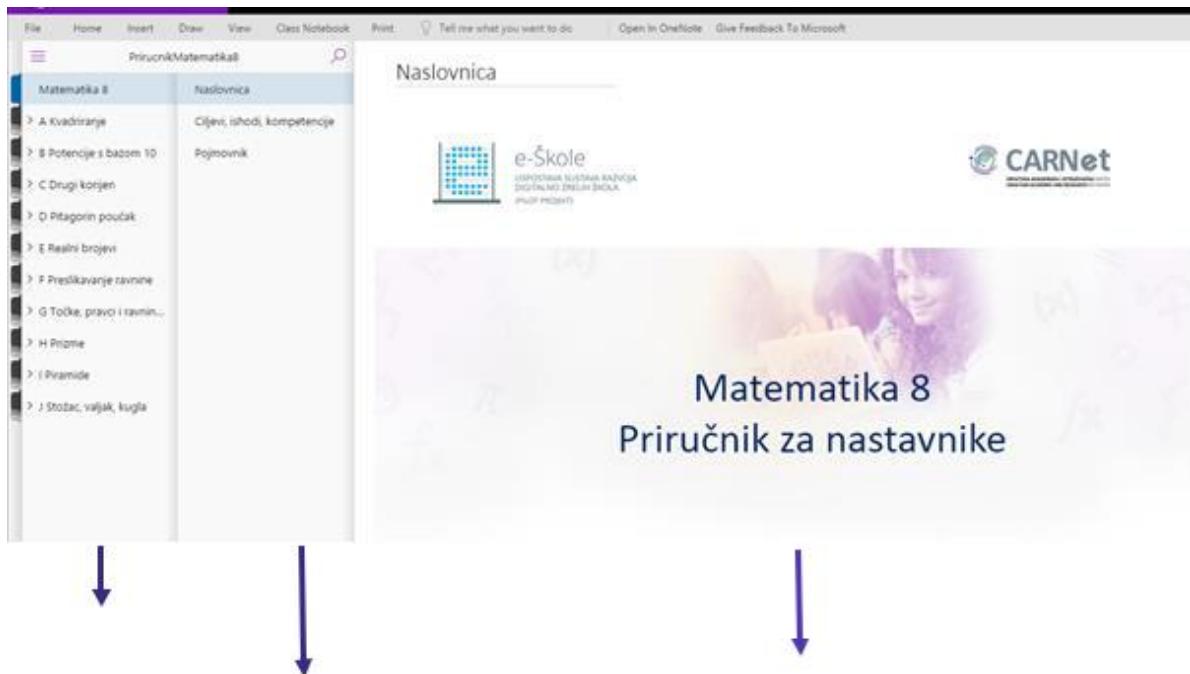
Osnovne značajke OneNote-a su:

- automatsko spremanje
- mogućnost pisanja na proizvolnjom mjestu svake stranice
- mogućnost ubacivanja svih vrsta sadržaja, dokumenata i poveznica
- mogućnost reorganiziranja i ponovnog korištenja stranica i odjeljaka
- pripadni moćni alati za označavanje i pretraživanje
- mogućnost spremanja poveznice na originalne sadržaje prilikom kopiranja
- brzo i pregledno kretanje kroz pojedine dijelove dokumenta.

OneNote inačica priručnika sadrži sve što i pdf inačica te dodatne stranice „Pomoćni interaktivni sadržaji“ na kojima su interaktivni i multimedijalni sadržaji umetnuti u OneNote. Tako pripremljene sadržaje učitelji i nastavnici mogu lako koristiti za nastavu te prema potrebi mijenjati i prilagoditi svojim potrebama.

U OneNote priručniku sadržaji su grupirani u odjeljke, sekcije i stranice unutar sekcija. Početni odjeljci sadrže poglavlja prvog, općeg dijela priručnika. Slijede odjeljci koji se odnose na konkretan DOS. Svaki DOS podijeljen je na module, a moduli na jedinice, što je detaljno opisano u sljedećem poglavlju.

Sadržaji koji se odnose na module konkretnog DOS-a nalaze se na stranicama odjeljka s naslovom modula, a sadržaji na razini jedinice se nalaze na stranicama sekcija s naslovima jedinica. Moduli su označeni slovima A, B, C, ..., a jedinice brojevima 1.1, 1.2 itd.



### Odjeljci i sekcije

#### Stranice

#### Sadržaj stranice

Uvodni odjeljak (na slikama to je prvi odjeljak Matematika 8) ima stranice:

##### Naslovnička

##### Ciljevi, ishodi, kompetencije

- Ovdje su navedeni ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini cijelovitog DOS-a prema kojima je izrađen DOS.

##### Pojmovnik

- U priručniku se nalazi pojmovnik ključnih pojmoveva prenesen iz konkretnog DOS-a.

**Ciljevi, ishodi, kompetencije**

**Matematika 8**

**Ciljevi i zadaće**

- Usvajti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
  - Primenjiva matematičkih jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
  - Rješavanje problematičkih situacija
  - Upotrebljavanje matematičkih načina rastavljanja te kritičkog promišljanja
  - Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
  - Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te poštivnog odnosa prema matematici i radu općenito
  - Osyjećavanje važnosti matematike i prepoznavanje njenе uloge u svakodnevnom životu

**Odgojno-obrazovni ishodi**

- Primjeniti kvadriranje i korjenovanje pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primjenjiviti potenciranje s bazom 10 pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primjenjiviti Pitagorin poučak pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primjenjiviti realne brojeve pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života
  - Primjenjiviti preslikavanja ravnine
  - Prepozнатi prostorne oblike u jednostavnim situacijama izvan matematičkog konteksta
  - Koristiti se mjerim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
  - Koristiti se mjerim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
  - Riješiti problem iz matematike i svakodnevnog konteksta koristeći se mjerivim obilježjima geometrijskih tijela

**Generičke kompetencije**

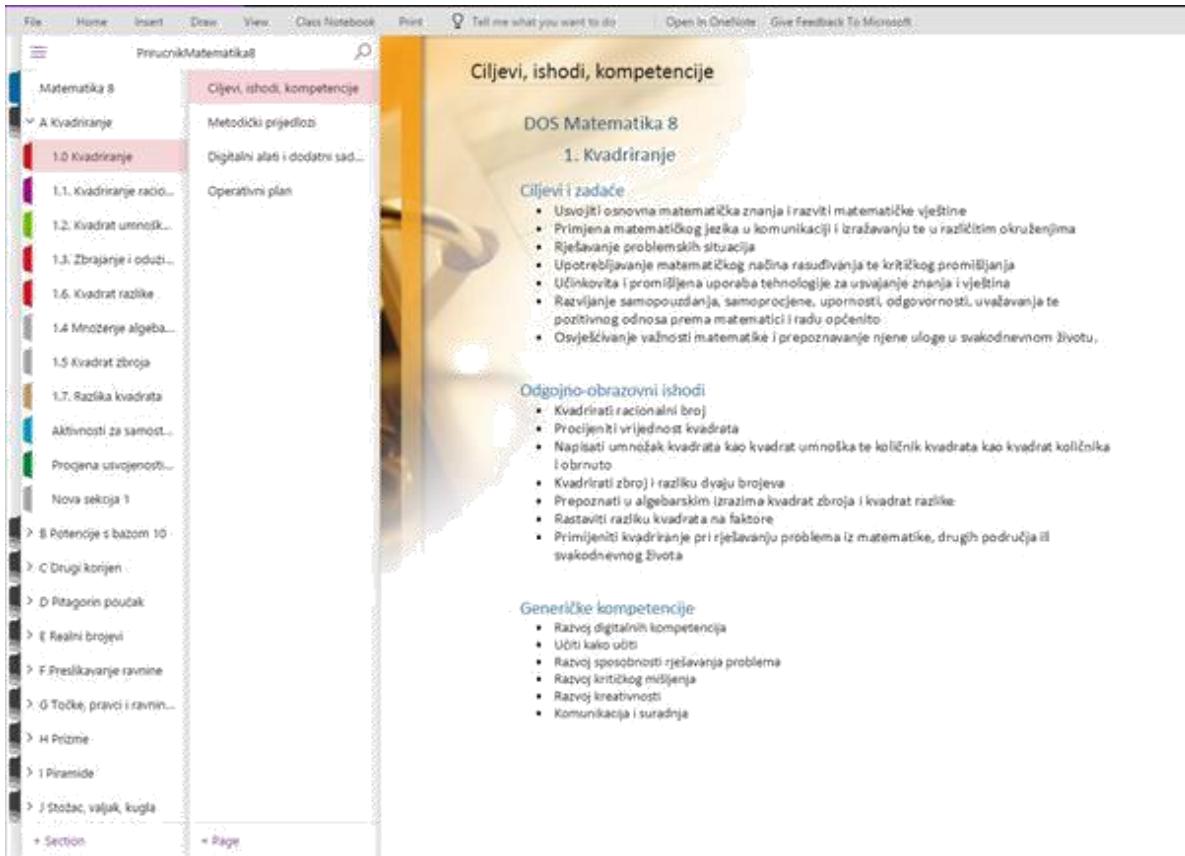
- Rješavanje problema
  - Donalađenje odluka
  - Metakognicija
  - Sustajna
  - Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
  - Aktivno građanstvo

Slijede odjeljci koje obrađuju pojedine module (označeni slovima A, B, C ...). Svaki modul ima uvodnu sekciju (1.0. u modulu A, 2.0. u modulu B ...) i sekcije po jedinicama (1.1., 1.2. ... u modulu A; 2.1., 2.2. .... u modulu B itd.)

Uvodna sekcija svakog modula sadrži sljedeće stranice (na ilustracijama koje slijede to je modul A Kvadriranje):

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini modula.



**Ciljevi, ishodi, kompetencije**

**DOS Matematika 8**

**1. Kvadriranje**

**Ciljevi, ishodi, kompetencije**

- Metodici prijedlozi
- Digitalni alati i dodatni sad...
- Operativni plan

**Ciljevi i zadaće**

- Usovjeti i osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasudljivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu u grupi
- Osvjeđavanje važnosti matematike i prepoznavanje njenih uloga u svakodnevnom životu.

**Odgojno-obrazovni ishodi**

- Kvadrirati racionalni broj
- Procijeniti vrijednost kvadrata
- Napisati umnožak kvadrata kao kvadrat umnoška te količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto
- Kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva
- Prepoznati u algebarskim izrazima kvadrat zbroja i kvadrat razlike
- Rastaviti razliku kvadrata na faktore
- Primijeniti kvadriranje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

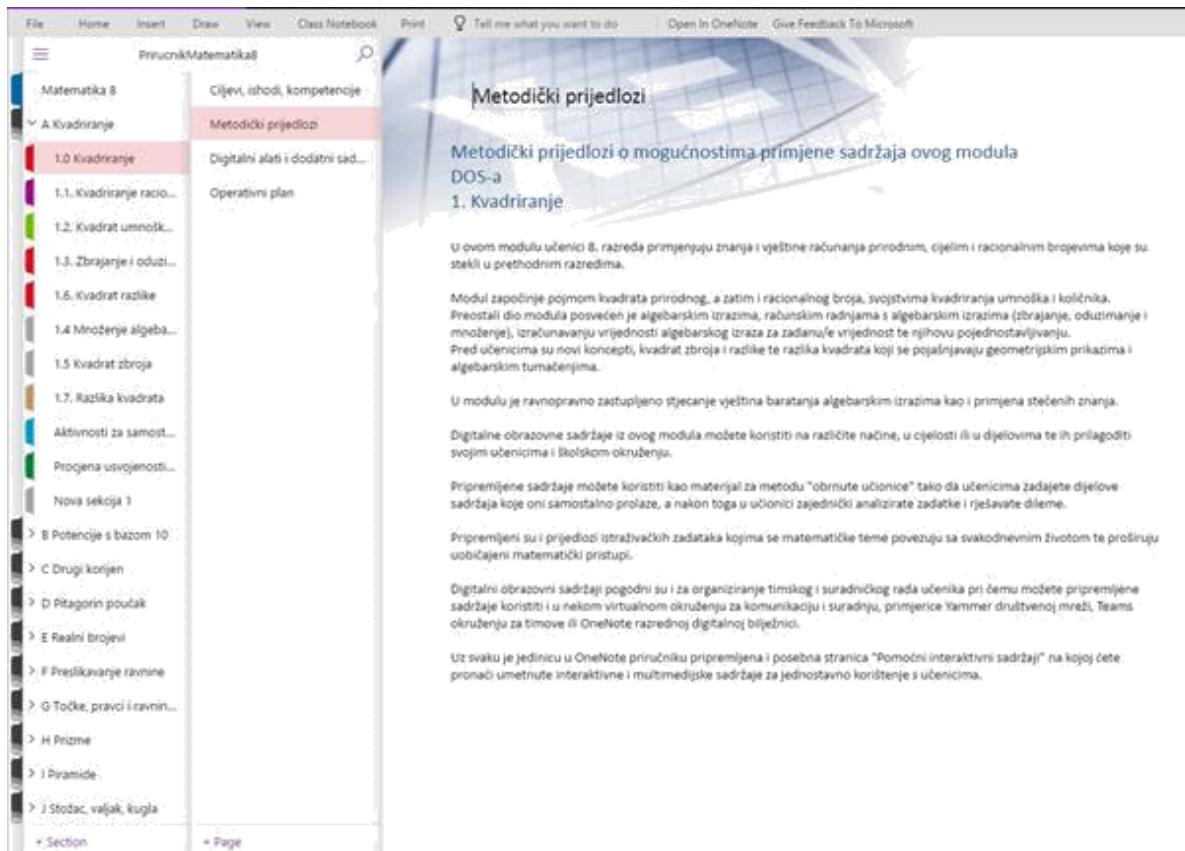
**Generičke kompetencije**

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i surađnja

## Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula. To je sažetak metodičkih prijedloga za korištenje jedinica ovog modula, odnosno preporuke koje su primjenljive na sve jedinice.

Neki metodički prijedlozi i preporuke identični su u više modula, no ta ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se isti u još nekom drugom modulu.



**Metodički prijedlozi**

**Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula**

**DOS-a**

**1. Kvadriranje**

U ovom modulu učenici 8. razreda primjenjuju znanja i vještine računanja prirodnim, cijelim i racionalnim brojevima koje su stekli u prethodnim razredima.

Modul započinje pojamom kvadrata prirodnog, a zatim i racionalnog broja, svojstvima kvadriranja umnoška i količnika. Preostali dio modula posvećen je algebarskim izrazima, računskim radnjama s algebarskim izrazima (zbrajanje, oduzimanje i množenje), izračunavanju vrijednosti algebarskog izraza za zadano/e vrijednost te njihovu pojednostavljivanju. Pred učenicima su novi koncepti, kvadrat zbroja i razlike kvadrata koji se pojašnjavaju geometrijskim prikazima i algebarskim tumačenjima.

U modulu je ravnopravno zastupljeno stjecanje vještina baranja algebarskim izrazima kao i primjena stičenih znanja.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete koristiti na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete koristiti kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dileme.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskog i suradničkog rada učenika pri čemu možete pripremljene sadržaje koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice Yammer društvenoj mreži, Teams okruženju za timove ili OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici.

Uz svaku je jedinicu u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica "Pomoći interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetнуте interaktivne i multimedije sadržaje za jednostavno korištenje s učenicima.

## Digitalni alati i dodatni sadržaji

Informacije na ovoj stranici podijeljene su u tri grupe.

### Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

Navedeni su digitalni alati koji su preporučeni u priručniku za korištenje u ovom modulu, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute.

Većina preporučenih digitalnih alata spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

### Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

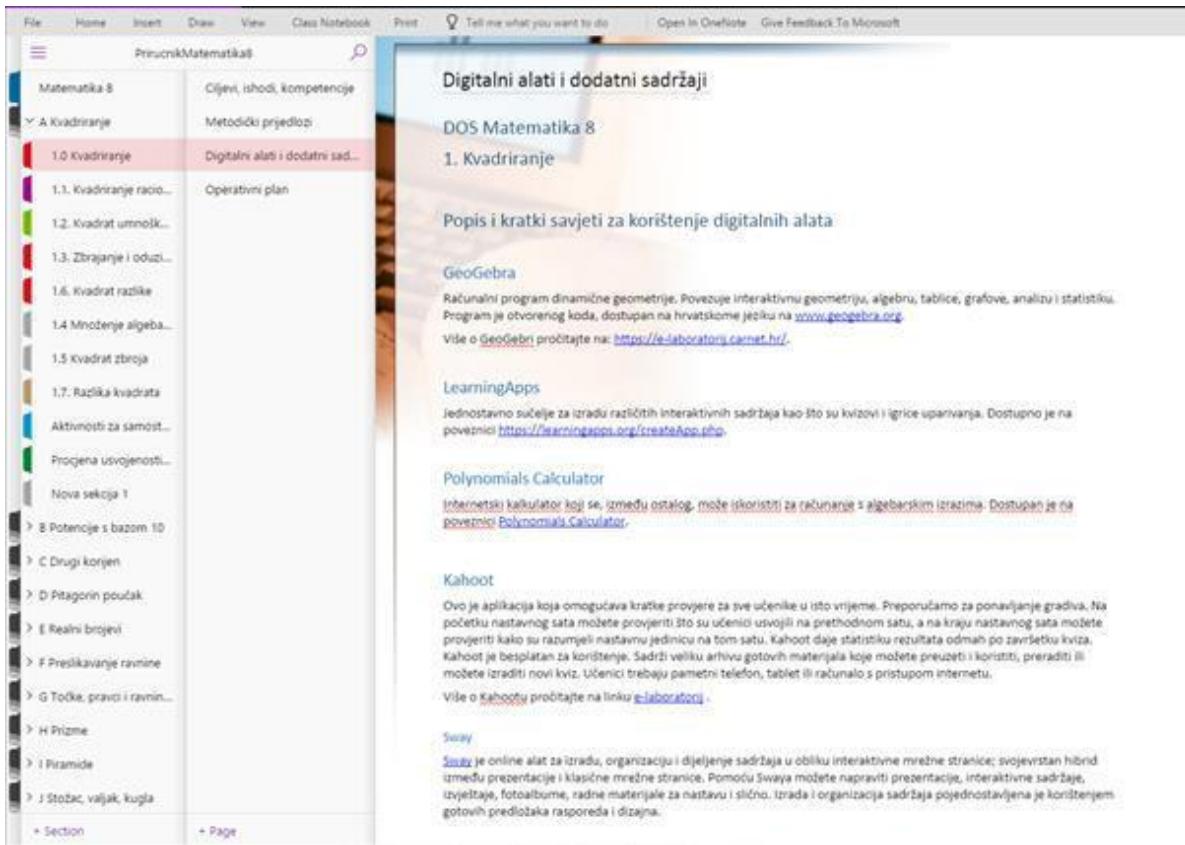
Navedene su poveznice na sve sadržaje predložene u jedinicama modula kao pomoć u izvođenju nastave. Tako ih nastavnici mogu naći na jednom mjestu.

### Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnike

Ovdje su predloženi izvori na kojima nastavnici sami mogu pronaći i odabrati sadržaje koji im mogu pomoći u izvođenju nastave. To su interaktivni sadržaji (animacije, simulacije...), video materijali, izvori na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te također stručni članci vezani uz područje matematike koje obrađuje modul.

Veliki broj navedenih izvora spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul

sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.



**Digitalni alati i dodatni sadržaji**

**DOS Matematika 8**

**1. Kvadriranje**

**Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata**

**GeoGebra**  
Računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorenog koda, dostupan na hrvatskome jeziku na [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).  
Više o **GeoGebri** pročitajte na: <https://elaboratori.carnet.hr/>.

**LearningApps**  
Jednostavno sručje za izradu različitih interaktivnih sadržaja kao što su kvizovi i igre uparanja. Dostupno je na [poveznici](https://learningapps.org/createApp.php) <https://learningapps.org/createApp.php>.

**Polynomials Calculator**  
Internetski kalkulator koji se, između ostalog, može iskoristiti za računanje s algebraškim izrazima. Dostupan je na [poveznici](https://polynomialcalculator.com/) [PolynomialCalculator.com](https://polynomialcalculator.com/).

**Kahoot**  
Ovo je aplikacija koja omogućava kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučamo za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah po završetku kviza. Kahoot je besplatan za korištenje. Sadrži veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i koristiti, prerađiti ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.  
Više o **Kahootu** pročitajte na linku [elaboratori.carnet.hr/](https://elaboratori.carnet.hr/).

**Sway**  
Sway je online alat za izradu, organizaciju i dijeljenje sadržaja u obliku interaktivne mrežne stranice; svojevrstan hibrid između prezentacije i klasične mrežne stranice. Pomoći Swayu možete napraviti prezentacije, interaktivne sadržaje, izvještaje, fotoalbume, radne materijale za nastavu i slično. Izrada i organizacija sadržaja pojednostavljena je korištenjem gotovih predlošaka rasporeda i dizajna.

## Operativni plan

To je popis jedinica unutar modula s predviđenim brojem sati za njihovu obradu.

Modul	Jedinica DOS-a	Broj sati
1. Kvadriranje	1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva	3
	1.2. Kvadriranje umnoška i kočnicika	2
	1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	2
	1.4. Množenje algebarskih izraza	2
	1.5. Kvadrat zbroja	2
	1.6. Kvadrat razlike	2
	1.7. Razlika kvadrata	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

Sekcije uz svaku jedinicu modula (na ilustracijama to je jedinica *1.1 Kvadriranje racionalnih brojeva*) sadrže sljedeće stranice:

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije za konkretnu jedinicu. Prema njima je izrađen sadržaj jedinice.

**Ciljevi, ishodi, kompetencije**

**DOS Matematika 8**

**1. Kvadriranje**

**1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva**

**Ciljevi i zadaci**

- Učinkovito primjenjiti matematički jezik u osmenom i pisanim izrađavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kvadriranjem racionalnih brojeva
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primjenjivati steklo znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problematičkih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

**Odgajno-obrazovni ishodi**

- Kvadrirati racionalni broj misao, metodom pisanoog računa te koristeći se djelepnim računalom
- Prijenositi vrijednosti kvadrata
- Izračunati vrijednost brojevnog izraza s kvadratima
- Prijenositi kvadriranje racionalnog broja pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života

**Generičke kompetencije**

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

## Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja konkretnе jedinice. Oni nisu pripreme za nastavni sat već prijedlozi nastavniku koje dijelove sadržaja može i na koji način koristiti u nastavi.

## Pomoćni interaktivni sadržaji

Ovdje su interaktivni, multimedijijski sadržaji umetnuti u OneNote.

Sekcija "Metodički prijedlozi" podijeljena je na dva dijela:

### (a) Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Započinje s općim uputama vezanim uz različite svrhe primjene jedinice (npr. obrada, ponavljanje ...), odnos prema ostalim jedinicama modula i eventualnu vezu s drugim modulima. Navedena je i preporuka koji se oblici učenja i poučavanja mogu primijeniti pri korištenju sadržaja jedinice.

Slijede prijedlozi primjene sadržaja jedinice:

Uvod i motivacija

Razrada sadržaja učenja i poučavanja Završetak.

Ova podjela prati strukturu korištenu u DOS-u i tim redoslijedom izdvojeni su dijelovi sadržaja koje je pogodno koristiti u nastavi. Redoslijed nije sugestija organizacije nastavnog sata. Cjelovito osmišljavanje i priprema izvođenja nastave prepušteni su nastavniku, kao i izbor mesta na kojima će uklopiti sadržaje jedinice DOS-a.

#### Dodatni prijedlozi

Ovdje su navedeni dodatni prijedlozi koji mogu pomoći nastavniku u ostvarenju odgojno-obrazovnih ishoda predviđenih u jedinici. To su poveznice na digitalne sadržaje, ukazivanje na neka alternativna metodička rješenja i sl.

#### **(b) Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe**

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Svaka jedinica sadrži dijelove koji po složenosti ili sadržaju izlaze izvan okvira programa. Oni su na ovom mjestu u priručniku istaknuti, kao i prijedlozi nastavniku kako organizirati njihovo izvođenje i prezentaciju rezultata. Ponekad su u priručniku navedeni i prijedlozi zadataka/aktivnosti koji se ne nalaze u jedinici.

Aktivnosti za učenike koji žele znati više i za darovite učenike birane su kao projektni zadaci ili dodatne teme za samostalno istraživanje. Mogu se provoditi samostalno ili u manjim skupinama.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje razradili su prijedloge i smjernice nastavnicima za svaku jedinicu.

File Home Insert Draw View Class Notebook Print
Tell me what you want to do
Open In OneNote
Give Feedback To Microsoft

### Priručnik Matematika 8

- A. Kvadriranje**
  - 1.0 Kvadriranje**
    - 1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva**
    - 1.2. Kvadrat umnoška
    - 1.3. Zbrajanje i oduzimanje kvadrata
    - 1.6. Kvadrat radikala
    - 1.4 Množenje algebarskih izraza
    - 1.5 Kvadrat zbroja
    - 1.7. Radikla kvadrata
- Aktivnosti za samostudente
- Procjena utvorenosti
- Nova sekcija 1
- B Potencije s bazom 10
- C Drugi korijen
- D Pitagorin poučak
- E Realni brojevi
- F Presekavanje ravnine
- G Točke, pravci i ravnine
- H Prizme
- I Piramide
- J Stotić, valjak, kugla

File Home Insert Draw View Class Notebook Print
Tell me what you want to do
Open In OneNote
Give Feedback To Microsoft

### Metodički prijedlozi

**Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a**

**1. Kvadriranje**

**1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva**

Planirani broj nastavnih sati: 3 sata

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrađa sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrta na naučeno.

**Uvod i motivacija**

Za motivaciju je izabran koncept površine kvadrata s duljinama stranica koje su prirodni brojevi.

**Razrađa sadržaja učenja i poučavanja**

**Kvadrat prirodnog broja**

Motivacijski je primjer poslužio za uvođenje pojma kvadrata prirodnog broja.  
Nakon toga je definiran kvadrat nula; kvadrat nule može se objasniti kao kvadrat kojem je stranica duljine nula pa je i površina takva kvadrata jednaka nuli.

U nekoliko uvodnih primjera istaknute su važne činjenice o kvadratu prirodnog broja:

- Kvadrat je prirodnog broja prirodnih broj.
- Od dva prirodnih broja veći kvadrat ima onaj koji je veći.
- Postupak je kvadriranje broja različit od postupka množenja broja s dva.

**Kvadrat racionalnog broja**

Interaktivnim predloškom učenik istražuje postojanje kvadrata racionalnih brojeva.  
To čini postupac: prirodnih brojeva s nulom, negativni cijeli brojevi, racionalni brojevi decimalnog zapisa, racionalni brojevi zapisa u obliku pravog razlomka.

Važni su naglasci u ovome dijelu na sljedećem:

- zapis kvadrata racionalnog broja - upotreba zagrade za kvadriranje negativnih brojeva i razlomaka
- definicija kvadrata racionalnog broja
- kvadrat racionalnog broja veći ili jednak nuli
- jednakost kvadrata suprotnih racionalnih brojeva.

**Važnost zagrade i upotreba zagrade**

Istaknuta je i važnost **upotrebe zagrade** te njihov utjecaj na rezultat. Učenik to može provjeriti zadatcima u kojima su zadani razni položaji zagrade u odnosu na kvadriranje. Očekuje se da će učenik prvo rješiti zadatak, a tek potom odgovoriti. Ova su tipa zadataka: točno/netočno i uparanje.

**Dječje računalo**

Kako bi se učenici znali služiti **dječjim računalom** pri izračunavanju ili prezentaciji, ponuđena je 2D animacija koja im to pokazuje. Kvadrati mogu na dva načina, množenjem broja sa samim sobom ili korištenjem tipke  $\times^2$ .

**Procjena izmoga kvadrata racionalnog broja**

Istraživanjem niza zadanih kvadrata pozitivnih racionalnih brojeva učeno je ponašanje kvadrata brojeva većih od jednog cijelog i onih između nula i jedan.

Za pozitivne racionalne brojeve veće od jednog cijelog, zadan je problem iz svakodnevice = *Repih za dječju sobu*.

Jedan je od važnih koraka privlačenja koncepta kvadrata racionalnog broja sposobnost smislenje **procjene kvadrata racionalnog broja**. Procjena je uvedena primjerom Pitagore. Ispitivanjem primjera pokazuje postupak provođenja misaone ili načinske procjene. Procjena, pomoću najbolje ponuđene, učenik može vježbati nizom zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom.

**Kvadrat mješovitog broja**

Poseban je primjer zadan za određivanje kvadrata mješovitog broja uz određivanje približne vrijednosti.

**Istraživanje kvadrata prirodnih brojeva**

Kako bi se otkrio je li neki prirodnji broj kvadrat, treba koristiti postupak rastavljanja na proste faktore. Dano su dva tipa zadataka: višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i točno/netočno. Očekuje se da će učenik prvo rješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti.

Važno je, takođe, snalažljivo ili misaono određivanje kvadrata nekih racionalnih brojeva pomicanjem decimalnog zareza. Za uvođenje misaonog računanja nekih racionalnih brojeva, ponuđena su četiri zadatka.

**Praeračunavanje mješovitih jedinica sa površinama**

Od ključne je važnosti **povezati** kvadriranje racionalnih brojeva sa misaonim/snalažljivim računanjem s praeračunavanjem kvadratnih mješovitih jedinica. Trina je primjerima uz slikovnu podršku predstavljeno kako praeračunavati kvadratne mješovite jedinice:

- iz veće kvadratne mješovite jedinice u manju
- iz manje kvadratne mješovite jedinice u veću.

U nizu zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom učenici mogu vježbati praeračunavanje.

**Redoslijed računske operacija**

Kako je kvadriranje računska radnja trećeg stupnja, potrebno je opisati **redoslijed računske operacija** u zadatcima u kojima se pojavljuje kvadriranje, množenje/djeljenje i zbrajanje/oduzimanje racionalnih brojeva.

Za uvođenje i primjenu učenici su pozvani na aktivnost **Kvadrat broja**. Kad učenik točno rješava zadatke, otvara se sličica. Očekuje se da će učenik prvo rješiti zadatci, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti.

Osim te aplikacije, zadana su još dva zadatka uparanja za izračunavanje računskih izraza s kvadratima.

**Primjena**

Dva primjera, od kojih jedan koristi 2D animaciju za objašnjenje postupka rješavanja, uvođe učenika u niz zadataka primjene naučenog za rješavanje problemskih situacija iz matematike ili svakodnevice.

Ponuđeni su i posebno označeni zadatci **korelacije**, koji u sebi sadrže i ishod primjene postotnog računa.

**Zanimljivost**

Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost** vezana za sahovska polja i promjer postolja sahovske figure pjesaka. Ta je zanimljivost iskoristena i za zadatci. Zadatak može biti osmislen i kao **projektni i nagradni zadatak** za učenike.

Matematika 1 / Uvodni dio priručnika  
Priručnik za nastavnike

14

File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open In OneNote Give Feedback To Microsoft

Priručnik Matematika

Matematika 8

A. Kvadriranje

- 1.0 Kvadriranje
- 1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva
- 1.2. Kvadrat umnoška
- 1.3. Zbrajanje i oduzimanje kvadrata
- 1.6. Kvadrat razlike
- 1.4. Množenje algebarskih izraza
- 1.5. Kvadrat zbroja
- 1.7. Razlika kvadrata
- Aktivnosti za samostudente
- Procjena usvojenosti
- Nova sekcija 1
- > B Potencije s bazom 10
- > C Drugi korijen
- > D Pitagorin poučak
- > E Realni brojevi
- > F Prelikavanje ravnine
- > G Tocke, pravci i ravnine
- > H Prizme
- > I Pramide
- > J Strošac, valjak, kugla

+ Section + Page

Zanimljivost  
Prije kraja, predstavljena je zanimljivost vezana za řahovska polja i promjer postolja řahovske figure pjeslaka. Ta je zanimljivost iskoristena i za zadatak. Zadatak može biti osmislen i kao projektni i nagradni zadatak za učenike.

Završetak  
U završnom je dijelu dan ovaj na najvažnije ishode koje je učenik trebao odgovoriti u ovoj jedinici.

Dodatni prijedlozi

- Motivacijski primer može biti idea za školsko projekt Matematika u školskom vrtu. Prilikom kvadrirati ne moraju biti jedan izvan drugog već jedan unutar drugog. Svaki razred može u svom dijelu zasadići cvijeće, ljekovito bilje, itd.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

Pet načina za izračun kvadrata dvoznamenjačkog broja:  
<http://mathsequestration.com/methods-to-square-two-digit-numbers-in-seconds/>

Kako izračunati kvadrate velikih brojeva:  
<http://wildaboutmath.com/2007/11/04/how-to-square-large-numbers-quickly-part-1/>

Metode starih Veda za mentalno računanje kvadrata brojeva:  
<https://brilliant.org/discussions/thread/vedic-math-trick-to-find-squares-of-numbers-2/>

File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open In OneNote Give Feedback To Microsoft

Priručnik Matematika

Matematika 8

A. Kvadriranje

Metodički prijedlozi

Pomoći interaktivni sadržaji...

1.0 Kvadriranje

1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

1.2. Kvadrat umnoška

1.3. Zbrajanje i oduzimanje kvadrata

1.6. Kvadrat razlike

1.4. Množenje algebarskih izraza

1.5. Kvadrat zbroja

1.7. Razlika kvadrata

Aktivnosti za samostudente

Procjena usvojenosti

Nova sekcija 1

> B Potencije s bazom 10

> C Drugi korijen

> D Pitagorin poučak

> E Realni brojevi

> F Prelikavanje ravnine

> G Tocke, pravci i ravnine

> H Prizme

> I Pramide

> J Strošac, valjak, kugla

+ Section + Page

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako time sadržaje ove jedinice prilagoditi učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da učenici koriste konkretnie didaktičke materijale, direktno računalno i sljede. Neka kvadriraju samo prirodne brojeve i taj kvadrat i prikazuju staganjem konekta u obliku kvadrata.

Razumljiva grafika:  
<https://sites.google.com/site/jensukovicmatematika/9-racized-0-kvadriranje-igra>  
<https://www.mathematicsgamecenter.org/web-access/games/>  
<https://www.mathsfun.com/games/cubes/cube.html>

Za učenike s oltećenjem vrati preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjene mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klipcu s nogibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koju učenicima olakšavaju rad učinju valja koristiti (tablica, bilje, čitač ekranu, itd.). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koji je dobiti unaprijed napravi ili poprati usmeno s kraticom usputno na što učenici valja vremeniči potrebiti tijekom gledanja videozapisa.

Za učenike s oltećenjem vrati preporuča se unaprijed pripremiti posao materijal koji će prati ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videozapisa u okviru kojeg se također sajavaju prijedlozi predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostati učenici slušati. Potrebno je uvesti u obor da će učenici s oltećenjem vrati imati težakost s razumijevanjem definicija i upute zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama učenja.

Za učenike s poremetljivo-plesovito-jezikovo-govorno komunikacije nije potrebno prilagodavati nastavne materijale ni pojednostavljivati zadatke. Važnije je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj uloci tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (micanje) ne valja izlagati prezentiraju sadržaj pred cijelim razredom.

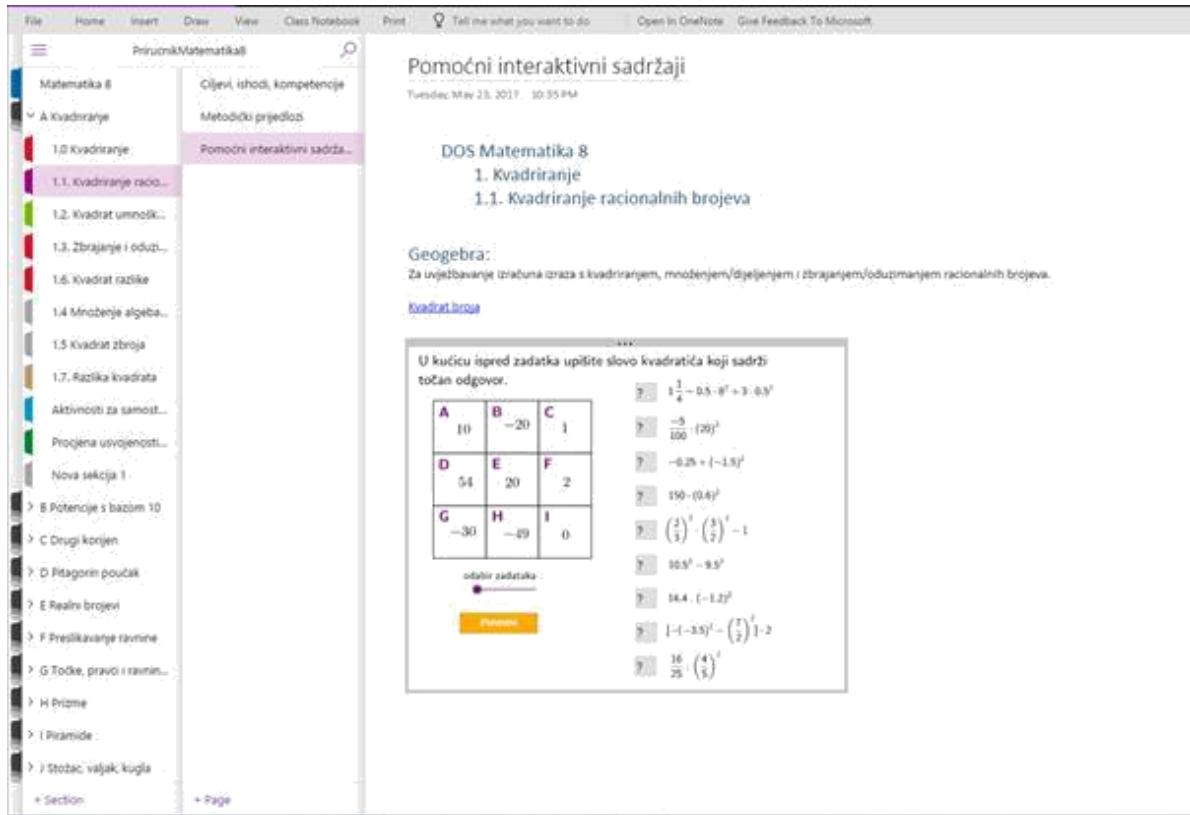
Za učenike s motoričkim teškoćama preporuča se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojemu se učenici školju. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može rješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prva tri zadatka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usmjereni izvođenje odgovarajućih ishoda. U radu s učenikom valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatak valja razvijati na manje korake i usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se da učenici ponavljaju gledanje videozapisa. Učenici s intelektualnim teškoćama mogu biti došti prvi istod učenja ove jedinice uz koristenje djelepog računala, te četvrti ihod – primjene kvadriranje racionalnih brojeva pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Kad god je to moguće, zadatci valja poprati vizualnim podrškom, primjerice, dodati slike/grafike simbola koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simboli je moguće preuzeti iz nekomegajne galerije simbola: <http://www.assoc.org/>.

Za učenike s poremetljivo-plesovito-jezikovo-govorno komunikacije u kojih je utvrđeno micanje ili dijela govorna aportacija valja koristiti individualizirani pristup, primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj uloci tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (micanje) ne valja izlagati prezentiraju sadržaj pred cijelim razredom i razno odgovaraju usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalculijom i jeziknim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te u potpunosti jedan od ponudjenih fontova (primjerice Doxytext). U primjene se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst ponoviti na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podobojanjem tilka. Valja voditi računa da im se pojednostavnite sve upute (posebno učenicima s jeziknim teškoćama). U istaknutoj definiciji kvadriranja potrebno je malinski efekt odrza. Dopustiti im konstenje djelepog računala pri rješavanju zadataka.

Za učenike s poremetljivo-plesovito-jezikovo-govorno komunikacije je suglasiti aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice valja ponavljati učenika za tva primjerenja ponavljanja, ali ga ne treba kritizirati i usporediti s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponavljanja.

Interaktivni sadržaji koji su umetnuti u OneNote navedeni su kao poveznice u popisu "Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS".



Pomoćni interaktivni sadržaji

Tuesday May 23, 2017 10:55 PM

DOS Matematika 8

1. Kvadriranje

1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Geogebra:

Za uvođenje izračuna izraza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva.

Kvadrat broja

U kućicu ispred zadatka upišite slovo kvadratična koji sadrži točan odgovor.

A	B	C
10	-20	1
D	E	F
54	20	2
G	H	I
-30	-49	0

odabir zadatka:  Prikazi

1.  $1 \frac{3}{4} - 0.5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 0.5^2$

2.  $\frac{-5}{100} \cdot (29)^2$

3.  $-0.25 + (-1.8)^2$

4.  $150 \cdot (0.4)^2$

5.  $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 1$

6.  $10 \cdot 5^2 - 5^2$

7.  $14 \cdot (-1.2)^2$

8.  $|-(-3.5)| - \left(\frac{7}{2}\right)^2 \cdot 2$

9.  $\frac{16}{25} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^4$

Opisani sadržaji identični su onima koji se nalaze u pdf inačici priručnika, razlika je djelomično u njihovom rasporedu.

Ukoliko vam treba pomoći u snalaženju s OneNoteom možete pročitati i ove kratke upute.



Hrvatski-ONENOTE  
2016 WIN QUICK STA

---

## Što je DOS?

---

### Što je DOS?

Pojam "digitalni obrazovni sadržaj" (DOS) je naziv za sadržaj namijenjen korištenju u obrazovanju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni u sklopu pilot projekta e-Škole namijenjeni su učenicima za samostalno učenje i samoprocijenu kod kuće i na nastavnom satu. Nastavnik će koristiti DOS zajedno s priručnikom kako bi obogatio svoj način poučavanja i primjenom novih strategija i metoda učeniku omogućio aktivno učenje.

Cilj DOS-a je poticati kod učenika aktivno učenje na inovativan, učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Nastavniku pak DOS omogućava ostvarivanje definiranih odgojno-obrazovnih ishoda uz primjenu raznolikih strategija, pristupa i metoda poučavanja.

U DOS-u su korištene sve prednosti digitalnih tehnologija poput interaktivnosti, nelinearnosti, multimedijalnosti, modularnosti i prilagodljivosti.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

### Struktura DOS-a

Digitalni obrazovni sadržaji iz matematike pokrivaju cijelokupni opseg trenutačno važećeg kurikuluma/nastavnog programa određenog razreda i obuhvaća ukupni godišnji fond školskih sati predviđenih za matematiku.

Svaki DOS je podijeljen na jedinstvene samostalne cjeline – module (po deset u svakom razredu). Moduli koji čine cjeloviti DOS realizirani su kao zasebni paketi sadržaja koje je, osim kao dio cjelovitog DOS-a, moguće koristiti neovisno o drugim modulima istog DOS-a.

Svaki modul se sastoji od nekoliko jedinica, a svaka jedinica obuhvaća sadržaj učenja i poučavanja za čije provođenje je predviđeno jedan do tri školska sata. Jedinice su međusobno povezane i nadovezuju se jedna na drugu. Odabrani redoslijed jedinica je prijedlog autora, no ponekad su moguća i drugačija rješenja.

### Jedinice kao dio modula

Svaka jedinica ima sljedeće dijelove:

- uvod i motivaciju: Na početku...
- razradu sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak: ...i na kraju.

Na početku su navedeni odgojno-obrazovni ishodi za tu jedinicu DOS-a.

**ŠTO ĆU NAUČITI?**

Matematika 1 > Brojevi > 1.1. Skupovi

## 1.1. Skupovi

Europska unija  
Zajedno do fondova EU

**ŠTO ĆU NAUČITI?**

- ✓ Definirati osnovne računske radnje sa skupovima
- ✓ Provesti osnovne računske radnje sa skupovima
- ✓ Rabiti matematički jezik vezan za skupove
- ✓ Riješiti jednostavnije problemske zadatke sa skupovima

### Uvod i motivacija



Jedinice započinju motivacijskim primjerom.

**Na početku...**

Obujam jedne Kuće-kocke u Rotterdamu je  $422 \text{ m}^3$ . Kolika je duljina plošne dijagonale?

Kubuswoningen, Rotterdam

Označimo duljinu stranice kocke s  $a$ . Obujam kocke je  $V = a^3$ .  
Plošna dijagonala je  $d = a\sqrt{2} = \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{2}$ .  
Možemo li ovaj izraz srediti, svesti na jedan korijen?

Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada sadržaja učenja i poučavanja načinjena je sukladno načelima konstruktivističke nastave matematike u kojem se od učenika očekuje da uočavaju, istražuju, proučavaju, opažaju, povezuju i zaključuju kako bi izgradili vlastito matematičko znanje.

Pri tome se koriste multimedijijski elementi:

- ilustracije/fotografije
- 2D i 3D animacije
- video zapisi
- interakcije (elementi koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem).

## Primjer 1.

Primjeri sadrže pitanja ili računske zadatke koji su detaljno pojašnjeni i riješeni.



## Zadatak 1.

### Rješenje

Zadaci su dani u obliku interakcija u kojima učenik dobiva povratnu informaciju o točnosti rješenja ili se rezultat i dijelovi postupka dobivaju pomoću tipke Rješenje.



## Praktična vježba

U jedinicama se nalaze opisi praktičnog rada učenika. Često su popraćeni crtežima, animacijama ili video zapisom.



## Povezani sadržaji

Korelacije s drugim predmetima posebno su istaknute kao bi učenicima skrenuli pažnju na njih i potaknuli ih da povezuju znanja usvojena u pojedinim predmetima. Možete ih koristiti kao ideju za međupredmetne teme pogodne za učeničke projekte.



## Projekt

Projekti i projektni zadaci su ponuđeni kao drugačiji pristup učenju. Kroz njih učenik kroz različite oblike rada uči i primjenjuje naučeno kako bi realizirao i ostvario ciljeve projekta. U radu na projektu i projektnim zadacima moguće je osmisliti zadatke za različite razine učeničkog znanja tako da u njima mogu sudjelovati svi učenici.

U priručniku su navedeni prijedlozi i preporuke kako organizirati rad na projektu i koje upute dati učenicima.



## Kutak za znatiželjne

U "Kutku za znatiželjne" nalaze se obogaćeni sadržaji koji su izvan okvira obaveznog programa/kurikuluma. Prvenstveno su namijenjeni darovitim učenicima. Sadržaji se obogaćuju tako da se ishodi iz obaveznog kurikuluma proširuju sadržajima koji se inače rijetko dotiču pa se uči šire ili se postojeći ishodi dopunjavaju složenijima pa se uči dublje. Neki od sadržaja predstavljaju akceleraciju jer se nalaze u obaveznom kurikulumu viših razreda.



## Zanimljivost

Ruski se matematičar Nikolai Grigorjevič Čeboťarjov (1894. – 1947.) bavio algebrrom polinoma. Hobi mu je bio faktorizacija izraza  $x^n - 1$  za razne vrijednosti cijelog broja  $n$ . Svoja je razmišljanja i rezultate bilježio na papir jer u vrijeme kada je živio, nije bilo računala koja nam danas olakšavaju račun.

Jedinice sadrže niz zanimljivosti. Možete ih koristiti kao motivaciju u bilo kojem dijelu nastavnog sata.

## Završetak

### ...i na kraju

Na kraju svake jedinice nalazi se podsjetnik na najvažnije dijelove jedinice, zadatci za ponavljanje, prijedlozi za daljnje istraživanje, ideje za suradničko učenje, igre ili prijedlozi za projekte.

Matematika 1 > Koordinatni sustav u ravnini > 5.5. Primjena koordinatnog sustava

### ...i na kraju

Riješite ovaj geometrijski zadatak s pomoću analitičke geometrije.

Stranice romba produžite kao na skici za duljinu stranice romba. Specijalno obvezite vrhove. Koliko je puta površina dobivenog četverokuta veća od površine romba?

Za početak ćemo zadati vrhove romba  $A(2, 1), B(7, 3), C(9, 8)$  i  $D(4, 6)$ .

Pokušajte pogoditi zaključak.

Rješenje

PROCIJENITE SVOJE ZNANJE



Rubrika *Procijenite svoje znanje* nalazi se na kraju odabranih jedinica. Sastoji se od niza konceptualnih pitanja i zadataka za učenje, vježbanje i samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Zadaci su oblikovani na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno;
- višestruki odabir s jednim točnim odgovorom;
- višestruki odabir s više točnih odgovora;
- unos točnog odgovora;
- uparivanje odgovora;
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, markera, slike, dijelova ili cijelih formula i simbola);
- grupiranje elemenata;
- uređivanje poretku elemenata;
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora;
- umetanje riječi koje nedostaju upisom;
- unos rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Rubrika *Procijenite svoje znanje* namijenjena je učeniku za samostalni rad te mu služi kao alat za samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na razini jedne odnosno nekoliko jedinica. Učenik dobiva povratnu informaciju o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

### Aktivnosti za samostalno učenje

Matematika 1 > Brojevi

1. Aktivnosti za samostalno učenje

## 1. Aktivnosti za samostalno učenje

U posebnoj jedinici *Aktivnosti za samostalno učenje* nalaze se aktivnosti namijenjene učenicima za samostalan rad koje pomažu u učenju i usvajanju odgojno-obrazovnih ishoda modula te aktivnosti koje učenicima nude da dodatno istraže teme vezane uz modul. Sadržavaju nekoliko vrsta zadataka, često s primjerima iz svakodnevnog života, u kojima su stopljena znanja i vještine usvojene u pojedinim jedinicama modula. Zadaci su različite razine složenosti te su neki namijenjeni svim učenicima, a neki učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima.

Jednicom *Aktivnosti za samostalno učenje* možete se koristiti u cijelosti na nastavnom satu na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog ovim modulom ili u dijelovima koji dopunjavaju pojedine jedinice.

### Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Matematika 1 > Linearna funkcija

> Procjena znanja

## Procjena znanja

Posebna jedinica *Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda* sadržava zadatke za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula i učenike uputite na nju na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog modulom.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula. Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

### Pojmovnik

U svim jedinicama DOS-a pojmovi koje se željelo istaknuti pisani su podebljanim slovima.

Najvažniji pojmovi navedeni su i u Pojmovniku. Klik na pojам vodi na početak jedinice u kojoj je definiran.

---

## Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS

---

Nastava je organizirana, cilju usmjerenja odgojno-obrazovna djelatnost. Odnos triju čimbenika nastave: učenika, nastavnika i nastavnih sadržaja opisuje didaktički trokut. Pritom su učenik i nastavnik subjekti nastavnog procesa, a nastavni sadržaji (sadržaji učenja) su predmet nastave. Naglašavanje važnosti pojedinog čimbenika nastave označavaju sintagme kao nastava orijentirana na učenika, nastavnika ili nastavne sadržaje.

DOS kao nastavni sadržaj namijenjen je prvenstveno učeniku s ciljem poticanja aktivnog učenja na učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Stoga je u didaktičkom trokutu učenik - nastavnik - DOS naglašena važnost učenika i međudjelovanje učenika i nastavnog sadržaja (u našem slučaju DOS-a). Uloga nastavnika kao nužnog subjekta nastavnog procesa u ovom trokutu i njegovo međudjelovanje s učenikom i DOS-om još pojačavaju orijentiranost nastave na učenika.

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima, prikidan je za korištenje na nizu različitih platformi od mobilnih uređaja do stolnih računala, uključuje primjenu multimedijskih elemenata, omogućava različite pristupe učenju i poučavanju. Mogućnost samoprocjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda i praćenje vlastitog napretka daje učeniku smjernice za daljnje učenje odnosno vraća ga na jedinice DOS-a čiji ishodi nisu u potpunosti usvojeni.

DOS slijedi suvremena nastavna načela:

- poticanje cjelovitog razvoja i dobrobiti učenika;
- povezanost sa životnim iskustvima, očekivanjima i usvojenim znanjima učenika;
- aktivna uloga učenika u učenju;
- izbornost i individualizacija;
- usmjerenost prema suradnji;
- osiguravanje poticajnog i sigurnog okruženja;
- relevantnost za sadašnji život;
- zanimljivost kao osnova pozitivne motivacije;
- poticanje inkluzije i uvažavanje različitosti;
- vertikalna povezanost sa sadržajima koji prethode i koji se nastavljaju te horizontalna povezanost s ostalim predmetima, međupredmetnim temama i modulima;
- odgovarajući omjer širine i dubine znanja i vještina.

Time DOS proširuje okvire didaktičkog trokuta i njegovom implementacijom nastavni proces postaje didaktički mnogokut.

Učenici uče u okruženju koje omogućuje konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te aktivnom i iskustvenom učenju usmjerenom prema pitanjima i istraživanju.

---

## Didaktička uloga multimedijskih i interaktivnih elemenata DOS-a

---

Današnji učenici, bitno više od prijašnjih generacija, odrastaju okruženi multimedijama, izloženi brzom protoku i dostupnosti informacija. Nove tehnologije sastavni su dio svakodnevnog života i nužno imaju utjecaj i na nastavni proces, kao što je već navedeno u prethodnom poglavlju.

Multimedijskim elementima omogućuje se prezentacija obrazovnih sadržaja kombinacijom slike, zvuka i teksta te uključivanje interaktivnih elemenata koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem. Sve to doprinosi privlačenju pozornosti učenika, zainteresiranosti i motivaciji te razumijevanju sadržaja i primjeni stečenih znanja u novim situacijama.

### Multimedijski i interaktivni elementi DOS-a

Multimedijski elementi DOS-a uključuju:

- zvučni zapis
- fotografije/ilustracije
- video zapis
- 2D i 3D animacije.

Ovo su elementi niske razine interaktivnosti, pri čemu interaktivnost uključuje pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa.

Interaktivni elementi srednje razine interaktivnosti uključuju:

- pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom aktivnošću
- obrazac za ispunjavanje
- označavanje odgovora
- unos teksta, formula ili audio zapisa
- povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja (engl. zoom in) i sl.

Nalaze se u standardnim zadacima za učenje, ponavljanje i samoprovjeru odgojno-obrazovnih ishoda kao što su npr. da/ne pitalice, višestruki odgovori, povlačenje na sliku, uparivanje, grupiranje elemenata itd.

- Elementi visoke razine interaktivnosti uključuju:
- didaktične igre
- simulacije s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima
- mogućnost dobivanja povratnih informacija
- 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom, i sl.

Značajna uloga multimedijskih elemenata u DOS-u je upravo interaktivnost. Interaktivni elementi omogućuju aktivno sudjelovanje učenika u nastavnom procesu. Kroz manipulaciju određenih elemenata učenici mogu uočavati pravilnosti, postavljati i provjeravati hipoteze te metodom nepotpune indukcije donositi opće zaključke. Interaktivni elementi visoke razine omogućuju uvođenje eksperimenta u nastavu matematike.

Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

---

## Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima

---

Znanje je oduvijek bilo jedan od osnovnih instrumenata razvoja društvenih zajednica i uspješnih nacionalnih gospodarstava. U suvremenim uvjetima, osobito globalizacijskim, novostvorena znanja kao rezultat istraživanja i inovacije, postaju ne samo temelj već i ključni čimbenik razvoja nekog društva. Za uspješnu tranziciju prema društvu utemeljenom na znanju uz tradicionalan pristup, nužni su novi pristupi obrazovanju i poučavanju.

Sve se više raspravlja o tzv. cjeloživotnom učenju, odnosno o aktivnosti učenja tijekom života, s ciljem unapređivanja znanja, vještina i sposobnosti unutar osobne, građanske, društvene i poslovne perspektive.

Osim formalnog obrazovanja u obrazovnim institucijama poput škola, veleučilišta i fakulteta, sve se veća pozornost pridaje neformalnom obrazovanju putem dodatne edukacije na tečajevima i seminarima te informalnom obrazovanju koje pojedinac stječe vlastitim radom, komunikacijom, čitanjem, razvijanjem vještina, iskustava i znanja.

Uz koncept cjeloživotnog učenja najčešće se vezuju ciljevi ekonomskе prirode, primjerice postizanje veće konkurentnosti na tržištu rada. Međutim, cjeloživotno učenje usmjereno je prema osobi i njenim individualnim sposobnostima, poboljšanju njenog ponašanja, raspolažanju informacija, povećanju znanja, razumijevanju, novim stavovima. Koncept cjeloživotnog učenja, razvijen u šezdesetim godinama prošlog stoljeća, odgovor je na problem neusklađenosti između obrazovanja mladih i odraslih osoba.

Da bi mogli ostvariti koncept cjeloživotnog učenja, do kraja obaveznog obrazovanja treba razviti određene kompetencije koje predstavljaju temelj za daljnje učenje.

Tradicionalni pristupi učenju i poučavanju dugo su bili obilježeni razredno-satnim i predmetno-satnim sustavom te frontalnom nastavom što ne može zadovoljiti zahtjeve koncepta cjeloživotnog učenja.

Nastavni proces treba omogućiti:

- uvodenje novih oblika učenja
- istraživačko i eksperimentalno poučavanje
- ispitivanje i procjenu različito postavljenih ishoda učenja
- doprinos općem sustavu obrazovanja
- doprinos razvoju svakog učenika prema njegovim sposobnostima.

DOS je razvijen na tragu ovih zahtjeva. Suvremena nastavna tehnologija ne negira tradicionalne pristupe nastavi već se na njima temelji i proširuje broj i značaj didaktičkih elemenata nastave sagledavajući ih u novim odnosima (didaktički mnogokut).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja u jedinicama DOS-a prati tradicionalnu metodiku poučavanja matematike.

U uvodu se opaža/uvodi problem pri čemu se u najvećoj mogućoj mjeri koriste primjeri iz svakodnevnog života. Nakon toga se, ovisno o problemu, upotrebljavaju različite znanstvene metode: analiziranje, sintetiziranje, apstrahiranje, induciranje, deduciranje, generaliziranje, specijaliziranje ili upotreba analogija. Da bi se u potpunosti usvojio sadržaj dan je niz primjera i zadataka s rješenjima. Sistematisacija i povezivanje sadržaja te procjena znanja, također su sastavni dio DOS-a. Samoprocjena daje učeniku samostalnost pri učenju, ali zahtjeva i odgovornost te smjernice za daljnje učenje.

Multimedijijski elementi doprinose motivaciji, boljem razumijevanju sadržaja i aktivnom sudjelovanju učenika u nastavi.

U DOS-u se nastavnici susreću s digitalnim alatima i raznim digitalnim sadržajima. Radi lakše implementacije digitalnih tehnologija u nastavu matematike u ovaj priručnik je uključen popis digitalnih alata, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute. Navedeni su dodatni materijali i poveznice na sadržaje koji mogu pomoći u izvođenju nastave uz DOS te poveznice na izvore gdje nastavnici sami mogu pronaći i odabrati odgovarajuće sadržaje (animacije, simulacije, video materijale, izvore na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te stručne članke vezane uz područje matematike koje obrađuje modul).

To je pomoći nastavniku u uvođenju novih oblika učenja.

Implementacija digitalnih tehnologija u nastavu matematike dodatno motivira učenike i nastavu čini maštovitom i atraktivnom. Digitalni alati i sadržaji imaju značajnu ulogu u provođenju mjerenja i obradi rezultata, a simulacije zorno predočuju procese koje iz različitih razloga inače nismo u mogućnosti tako jasno vidjeti.

## Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS

Motivacija je unutarnja snaga koja pokreće čovjeka na aktivnost i usmjerava ga k ostvarenju određenog cilja.

Motiviranje učenika za nastavu obuhvaća sve što potiče na učenje, usmjerava ga, i potiče osobni interes za određeni predmet ili područje te povećava osobnu razinu postignuća.

Motivacija u nastavi sastavni je dio uvodnog dijela nastavnog sata pri uvođenju i predstavljanju problema, no može biti prisutna u svim stadijima nastavnog sata: pri obradi, vježbanju ili ponavljanju nastavnih sadržaja.

Većina jedinica DOS-a započinje motivacijskim primjerom. Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

U razradi sadržaja naći ćete zanimljivosti koje možete koristiti kao motivacijske elemente u bilo kojem dijelu sata.

Interaktivnost i elementi igre također motiviraju učenike.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svakom modulu DOS-a osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda pojedinog modula. Samoprocjenom i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cijelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska.

Na kraju nekih jedinica je nekoliko konceptualnih pitanja i zadataka kojima se ostvaruje svrha ovakvih procjena. Dodatno, u posebnoj jedinici (Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda) možete pronaći više interaktivnih zadataka za provjeru usvojenosti svih odgojno-obrazovnih ishoda cijelog modula.

Zadaci koji su sastavni dio procjene oblikovani su na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno
- višestruki odabir s više točnih odgovora
  - odabir jednog točnog odgovora (uključujući i matematičke simbole i jednostavne formule)
- uparivanje odgovora
  - uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola)
- grupiranje (razvrstavanje) elemenata
- uređivanje poretku elemenata
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora

umetanje riječi koje nedostaju upisom

numeričko umetanje (mogućnost zadavanja intervala brojeva u kojem se nalazi rješenje)

povlačenje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora

povlačenje rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Prilikom rješavanja zadataka kod kojih se očekuje od učenika upisivanje riječi koja nedostaje, obrazovni sadržaj neće, kao točno, priхватiti rješenje koje je matematički točno, ako je riječ pogrešno napisana (pravopisna pogreška). Ova opaska nije unesena u obrazovne sadržaje kako se pažnja učenika ne bi skrenula s matematike na pravopis, no u takvim situacijama bit će potrebna pomoć nastavnika.

---

## Suvremene nastavne metode i DOS

---

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima i različite pristupe učenju i poučavanju.

U školskom okruženju DOS je moguće koristiti za rad u učionici opće namjene. Poželjno je da učionice budu opremljene prijenosnim ili stolnim računalima, interaktivnom pločom ili pametnim ekranom i sl.

Osobitost DOS-a je mogućnost njegova korištenja na raznim uređajima (mobilni telefoni, tableti, prijenosna i stolna računala) te je pogodan i za rad izvan školskog okruženja.

Kroz aktivnosti za učenje, način prezentacije sadržaja i elemente za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda DOS stavlja težište na promicanje suvremenih nastavnih metoda, na strategije i pristupe kao što su rješavanje problema, istraživačka i projektna nastava i suradničko učenje te razvoj kritičkog mišljenja, sposobnosti rješavanje problema i donošenja odluka, metakogniciju, digitalnu pismenost i aktivno građanstvo.

U skladu s prirodom nastave matematike i matematike kao znanstvenog područja, DOS osobito snažan naglasak stavlja na aktivnosti koje potiču iskustveno učenje, projektno učenje i učenje kroz istraživanje. DOS sadrži interaktivne elemente u kojima učenici imaju mogućnost mijenjanja vrijednosti različitih parametara te na temelju rezultata uočavaju pravilnosti, postavljaju i provjeravaju hipoteze, a metodom nepotpune indukcije donose opće zaključke.

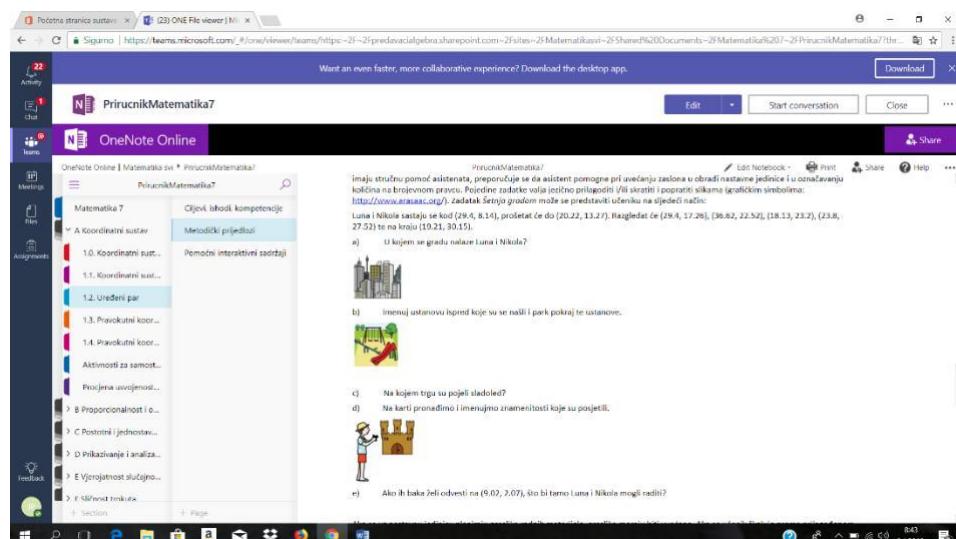
Multimedijijski i interaktivni elementi omogućuju aktivno i iskustveno učenje usmjereni prema pitanjima, problemima i istraživanjima, konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te razvijanje učenikovih kompetencija za snalaženje u novim situacijama.

## Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama

Kao što je na početku priručnika navedeno, metodičko-didaktički prijedlozi za učenike s posebnim obrazovnim potrebama koji uključuju darovite učenike kao i učenike s različitim teškoćama slijede svaku nastavnu jedinicu kao i aktivnosti za samostalno učenje. Inkluzivni pristup u procesu obrazovanja podrazumijeva učenje o različitosti od strane drugih kao i jedan podržavajući i ravnopravni odnos. U nas se već niz godina njeguje inkluzivni pristup u smislu uključenosti učenika s teškoćama u sustav obrazovanja na način da su uvažene njihove individualne potrebe putem uvođenja različitih prilagodbi i osiguravanja podrške.

Učenici s teškoćama su heterogena skupina pa tako zadatak koji je težak jednom učeniku s disleksijom neće biti težak drugome učeniku s istom teškoćom. Kako bi im se osigurala primjerena podrška prilikom obrazovanja, važno je prepoznavati te razumjeti njihova obilježja i poznavati osnovne vrste prilagodbi. Tamski rad u okviru kojega surađuju predmetni nastavnici, stručni tim škole, pomoćnici i roditelji bi trebao iznjedriti različite mogućnosti prilagodbe za što učinkovitije usvajanje sadržaja iz matematike i fizike za svakog učenika ponaosob. Metodičko-didaktički prijedlozi koji se odnose na učenike s teškoćama su u početnim modulima i jedinicama napisani na način da obuhvate temeljne smjernice za svu djecu s teškoća te su kroz daljnje jedinice razrađeni specifično u odnosu na sadržaj same jedinice kao i na obilježja određene teškoće.

Primjerice, u matematici za osmi razred, u nastavnoj jedinici 1.2. koja se odnosi na uređene parove nastavnicima je sugerirano da obrate pažnju na jezično složenije zadatke koje valja pojednostaviti i popratiti vizualnim primjerima kako za učenike koji se školju po prilagođenom programu tako i za učenike s disleksijom i/ili diskalkulijom:



U prijedlozima se nastavnike podsjeća na uporabu funkcionalnosti koje su ugrađene u DOS-ove, a mogu olakšati praćenje nastave učenicima sa specifičnim teškoćama učenja kao i onima koji imaju teškoće vizualne obrade (promjena fonta, boje pozadine, uvećanje zaslona). Nadalje, ostvarene su poveznice između samoga gradiva i obilježja teškoća koje mogu probuditi učenikov interes za nastavne sadržaje, na primjeru iz fizike (sedmi razred, jedinice 1.5 i 1.7):

„Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se povezati masu tijela i mjerne jedinice s interesima učenika koji su često iznimno izraženi ili atipični u svim zadatcima u kojima je to moguće. Primjerice, ako učenik voli kuhanje, može ostalim učenicima demonstrirati svoj omiljeni recept kao i mase pojedinih sastojaka.“

„Uvijek je važno uzeti u obzir moguću senzoričku preosjetljivost učenika s poremećajem iz spektra autizma na određene podražaje te u skladu s tim prilagoditi nastavnu jedinicu (miris svijeće s aromom vanilije).“

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće nisu zamišljeni na način da osiguravaju prilagođeni materijal za poučavanje niti svojevrsni „recept“, već nastavnike podsjećaju na prilagodbu načina poučavanja i one segmente nastavne jedinice koje bi trebalo dodatno pojasniti, ponoviti, pojednostaviti, predstaviti na drugačiji način ili na razinu složenosti zadataka od kojih valja odabrati one jednostavnije. U prijedlozima je naglašena važnost uporabe pomagala koja olakšavaju učenje te svih aspekata digitalne tehnologije.

Inkluzivni pristup podrazumijeva uvažavanje različitosti koje je izrazito važno razviti kao vrijednost kod učenika tipičnoga razvoja zbog čega se, uz ostale prijedloge, preporuča provoditi što više vršnjačke suradnje (primjerice u aktivnostima za slobodno učenje).

## Modul 1: Brojevi

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće MODULA

Definirati skupove prirodnih, cijelih, racionalnih, iracionalnih i realnih brojeva i ovladati računskim radnjama u skupu  $\mathbb{R}$   
Usvojiti i razlikovati svojstva prirodnih, cijelih, racionalnih, iracionalnih i realnih brojeva

#### Odgajno-obrazovni ishodi

- Odrediti uniju, presjek, komplement i razliku zadanih skupova
- Razlikovati skupove prirodnih, cijelih, racionalnih, iracionalnih i realnih brojeva i njihova svojstva
- Primijeniti osnovne računske radnje u skupu realnih brojeva
- Prikazati realne brojeve na brojevnom pravcu
- Rabiti absolutnu vrijednost realnoga broja
- Prihvati matematiku kao područje ljudske djelatnosti kroz povijest

#### Generičke kompetencije

- Spremnost korištenja numeričkog izračunavanja za rješavanje problema iz svakodnevnog života
- Sklonost korištenju tehnologijom u svrhu samostalnog rada
- Sposobnost posvećivanja vremena učenju, samostalnosti, disciplini, upornosti i upravljanju informacijama u procesu učenja

### Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Na početku prvog razreda srednje škole potrebno je omogućiti učenicima koji su slabijeg predznanja da taj nedostatak nadoknade kako bi u nastavku mogli ostvariti predviđene ishode učenja. Istovremeno, treba pripremiti nove sadržaje učenicima koji su koncepte vezane uz brojeve i računanje usvojili u osnovnoj školi.

Stoga je ovaj modul uglavnom ponavljanje i proširivanje osnovnih pojmoveva i računskih radnji vezanih uz brojeve, njihove zapise i prikaz na brojevnom pravcu. U svim se jedinicama pojavljuju interaktivni zadaci koji omogućavaju rješavanje zadatka tog tipa onoliko puta koliko je učeniku potrebno da dođe do stupnja automatizacije, odnosno do željene uvježbanosti. Dakle, učenik samostalno određuje količinu istovrsnih zadataka koje će riješiti, što je dosta važno s obzirom na različito predznanje učenika.

**Prva jedinica** su *Skupovi* koji su, iako novi, intuitivno jasan i učenicima blizak pojam, a neophodan za sve sadržaje koji će se u jedinicama koje slijede obraditi. Upravo je iz tog razloga naglasak na usvajanju matematičkog jezika koji se vezuje uz skupove i njihovu primjenu.

**U drugoj jedinici** *Prirodni, cijeli i racionalni brojevi* nastroje se ponoviti osnovni pojmovi vezani uz prirodne, cijele i racionalne brojeve kroz niz interaktivnih zadataka, ali s naglaskom na njihovo pravilno zapisivanje i prikazivanje. Isto se tako nastroje naglasiti zajednička svojstva i karakteristična svojstva po kojima se ti skupovi brojeva razlikuju.

**U trećoj jedinici** *Realni brojevi i brojevni pravac* naglasak je na uvođenju iracionalnih brojeva kao brojeva s beskonačnim neperiodičnim decimalnim zapisom te na otklanjanju poteškoća koje učenici imaju pri razlikovanju različitih decimalnih zapisa. U toj se jedinici učenici prvi put susreću s formalnim matematičkim dokazom. Učenici će taj dokaz pogledati na videozapisu, što im omogućuje ponavljanje ili zadržavanje na dijelovima dokaza do potpunog razumijevanja.

Konstrukcije nekih korijena i smještanje realnih brojeva na brojevni pravac obrađeno je uz pomoć animacija i interaktivnih zadataka. Time se izbjegava nepreciznost koja je neizbjegljiva pri klasičnim konstrukcijama na papiru, a i znatno se uštedi na vremenu koje se može iskoristiti za uvježbavanje.

S obzirom na to da je u osnovnoj školi naglasak bio na uvježbanosti računanja u skupovima brojeva, **u četvrtoj jedinici** *Računske radnje na skupu realnih brojeva* naglasak je na procjeni, zaokruživanju na decimale i značajne znamenke te učinkovitom korištenju džepnim računalom pri računanju. To je nužno ne samo zbog matematičkih sadržaja već i zbog primjene u drugim znanostima: fizici, kemiji i slično.

Zbog toga se i **peta jedinica** *Apsolutna vrijednost realnog broja* našla u ovom modulu, iako se uređaj i jednadžbe i nejednadžbe s absolutnom vrijednošću obrađuju kasnije u četvrtom modulu. Jedan od važnijih matematičkih sadržaja koji je u uskoj korelaciji s Fizikom je račun pogreške koji se obrađuje u ovoj jedinici.

**Šesta jedinica** *Primjena, omjeri, razmjeri, postotci, aritmetička sredina* također je temeljena na ponavljanju i proširivanju spomenutih pojmoveva iz osnovne škole. Naglasak je na primjeni i interaktivnim zadatcima kojima ćemo približiti razna područja u kojima se omjeri i postotci koriste, a s obzirom na mogućnost ponavljanja zadataka iste vrste, učenici će moći vlastitim tempom rješavati zadatke.

**Na kraju modula** su *Aktivnosti za samostalno učenje* s pomoću kojih će učenici moći samostalno usvojiti neke dodatne sadržaje, procijeniti usvojenost sadržaja iz prethodnih jedinica kroz blok zadataka, napraviti projekt ili eksperiment, povezati sadržaje ili raditi interdisciplinarno s nekim drugim predmetom (iz fizike, glazbe, umjetnosti).

*Procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda* učenici će naći na kraju modula. Pripremljeni su interaktivni zadatci za formativno vrednovanje. Nakon povratne se informacije učenici mogu vratiti na ono područje koje nisu dovoljno usvojili.

Sve jedinice nude i neke izborne i dodatne teme za učenike koji imaju bolje predznanje pa se ne moraju dugo zadržavati na zadatcima unutar jedinice, za učenike koje zanimaju izborne teme pa žele proširiti svoje znanje te za darovite učenike koji žele malo izazovnije teme.

---

## Digitalni alati i dodatni sadržaji

---

### Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

#### GeoGebra

*GeoGebra* je program dinamične matematike koji ujedinjuje geometriju, algebru i analizu.

Program je otvorena koda i dostupan je na hrvatskom jeziku na [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).

Više o *GeoGebri* možete pročitati na <https://e-laboratorij.carnet.hr/geogebra-interaktivna-matematika/>.

#### Kahoot

*Kahoot* je interaktivni digitalni alat za izradu kvizova. Više o *Kahootu* možete pročitati na <https://e-laboratorij.carnet.hr/kahoot-game-based-sustav-za-odgovaranje-i-kvizove/>.

#### Crossword Labs

Križaljke možete izraditi s pomoću alata *Crossword Labs*. Više o alatu *Crossword Labs* možete pročitati na <https://e-laboratorij.carnet.hr/crossword-labs-svatko-moze-napraviti-krizaljku/>.

#### Coggle

Za izradu umnih mapa možete upotrebljavati alat *Coggle*. Više o alatu *Coggle* možete pročitati na <https://e-laboratorij.carnet.hr/coggle-mentalne-mape/>.

### Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

Pri realizaciji modula *Brojevi* mogu vam pomoći i ovi sadržaji e-Škole scenarija poučavanja:

[Formati papira](#) i [Zajedno smo skup\(A\)](#).

Dodatni se materijali mogu naći i na [Nacionalnom portalu za učenje na daljinu Nikola Tesla](#) (Matematika, Matematika srednje učenici). Uz modul *Brojevi* vezane su lekcije iz Teme 1: *Skupovi, Cijeli brojevi, Iracionalni brojevi, Djeljivost, Faktorizacija, Razlomci, Operacije s razlomcima, Decimalni brojevi, Decimalni brojevi i razlomci*.

Matematička lektira: Jedna od priča iz knjige Malbe Tahana (2003) *Čovjek koji je brojio*, Izvori, Zagreb.

Prikaz knjige i priča *Osam hljebova* može se naći u članku Šime Šuljića (2004) [Čovjek koji je brojio](#), MIŠ 23.

## Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

Možda bi vas mogle zanimati i ove teme:

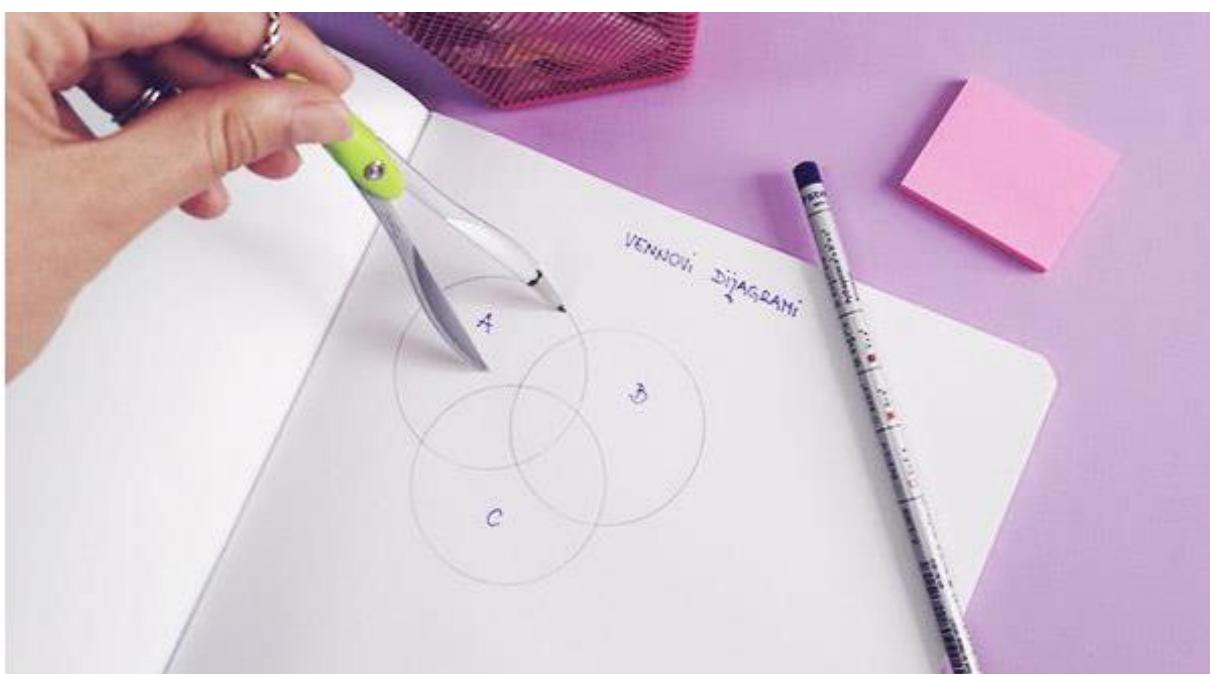
Vosoglou, Michael; Kosyvas, Georgios D. Analyzing students' difficulties in understanding real numbers. *Journal of Research in Mathematics Education*, [S.l.], v. 1, n. 3, p. 301–336, listopad 2012. ISSN 2014–3621. Dostupno na <http://www.hipatiapress.info/hpjournals/index.php/redimat/article/view/229> (pristupljeno 27. svibnja 2017.) doi :<http://dx.doi.org/10.4471/redimat.2012.16>.

Kardum-Bošnjak, S. 2012. Suradničko učenje. *Metodički ogledi: časopis za filozofiju odgoja*. 19(1). 181–199. Preuzeto s <http://hrcak.srce.hr/94728>

## Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
1.	<b>Brojevi</b>	<b>12+1</b>
	1.1. Skupovi	2
	1.2. Prirodni, cijeli i racionalni brojevi	2
	1.3. Realni brojevi i brojevni pravac	1
	1.4. Računske radnje na skupu realnih brojeva	2
	1.5. Apsolutna vrijednost realnog broja	2
	1.6. Primjena (omjeri, razmjeri, postotci, aritmetička sredina)	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

## 1.1. Skupovi



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

Usvojiti pojam skupa i računskih radnji s njima  
Usvojiti oznake za skupove i računske radnje s njima  
Modelirati skupovima

#### Odgajno-obrazovni ishodi

Definirati osnovne računske radnje sa skupovima  
Provesti osnovne računske radnje sa skupovima  
Rabiti matematički jezik vezan uz skupove  
Riješiti jednostavnije problemske zadatke sa skupovima

#### Generičke kompetencije

Vještine upravljanja informacijama  
Sposobnost prilagodbe novim  
situacijama Sposobnost timskog rada

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni rad, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Pojam je skupa za učenike jedan od intuitivnijih pojmova u matematici. Zato naglasak nije na motivaciji i nema se potrebe dugo zadržavati na samom uvodu. Dovoljno je odabrati neki učenicima blizak primjer grupiranja određenih pojmova, predmeta i slično, kao što je dano na početku ove jedinice.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Već uvodni primjer u ovoj jedinici daje naslutiti prikaz skupova s pomoću *Vennova* dijagrama, što je uz samu terminologiju vezanu uz skupove i radnje sa skupovima važan dio sadržaja koji slijedi. Nakon nekoliko oglednih primjera slijedi niz različitih interaktivnih zadataka koji će pomoći pri razumijevanju i usvajanju spomenutih sadržaja. Pritom je važno napomenuti kako interaktivnost omogućuje individualizaciju u količini ponavljanja i uvježbavanju određenog sadržaja. Učeniku je generiranjem zadataka istog tipa omogućeno zadržavanje na tom zadatku do željene uvježbanosti. U samoj je razradi stavljen naglasak na korištenje različitih prikaza skupova i njegovih elemenata, a isto tako i na primjenu skupova pri rješavanju zadataka u kojima se ne ispisuju elementi skupova, već njihovi kardinalni brojevi. U problemskim je zadatcima dosta važno vizualizirati problem, odnosno uočiti važnost prikaza problema *Vennovim* dijagramom, što znatno olakšava rješavanje.

Učenici će s pomoću interaktivnog *apleta* u *Geogebri* otkriti formulu koja povezuje broj elemenata unije i presjeka s brojem elemenata zadanih skupova. Ova se formula prirodno koristi u rješavanju problemskih zadataka promatrajući *Vennov* dijagram, a ne mora biti poznata učenicima kao takva. Međutim, na ovaj se način kod učenika jednostavnim primjerom nastoje razviti istraživačke kompetencije.

Kao dodatna je tema predviđena primjena iste metode na izvod formule za slučaj triju skupova.

### Završetak

Na kraju jedinice predviđen je zadatak za samostalan rad u skupinama u kojem će primijeniti matematički jezik vezan uz skupove, različito prikazati skupove i njihovu uniju, presjek, razliku i komplement. Isto će tako modelirati skupovima u primjerima iz stvarnoga života.

Svoje će znanje vrednovati rješavajući niz od osam zadataka za samoprocjenu.

## Dodatni prijedlozi

Za uvod u ovu jedinicu može se primijeniti i neki drugi oblik rada. Primjerice, po skupinama učenici mogu dobiti različite teme iz života i unutar te teme s ili bez pomoći računala istražiti koji su važni pojmovi, podjele i slično. Kao ideja može poslužiti i neki nastavni predmet koji su učenici imali taj dan, a gradivo sadrži mnoštvo podjela i novih pojmoveva. Nakon toga će učenici te pojmove napisati na papiriće i razmijeniti papiriće s drugom skupinom. Svaka će skupina razvrstati dobivene pojmove u zadani broj grupa, odnosno skupova. Time su učenici radili interdisciplinarno i koristili Matematiku za utvrđivanje gradiva nekoga drugog predmeta. U DOS-u je naveden primjer korelacije s Geografijom. Na osnovi istog primjera mogu se u nastavku (obradi) uvesti osnovni simboli za "je element", "je podskup", ali i operacije sa skupovima, zajedno s pripadajućim oznakama.

Na kraju nastavne jedinice prije rješavanja zadataka za samoprocjenu može se napraviti neki kviz, primjerice *Kahoot* kviz, kako bi se unijelo malo dinamike i natjecateljskog duha, a ujedno i ponovile osnovne činjenice o skupovima. Više o *Kahoot* kvizovima možete pročitati na [e-laboratoriju](#).

Za provjeru usvojenosti pojmoveva možete koristiti križaljke. Primjer križaljke izrađene u alatu *Crossword Labs*:

[https://crosswordlabs.com/view/skupovi3#.WSSXw\\_z5WP0.gmail](https://crosswordlabs.com/view/skupovi3#.WSSXw_z5WP0.gmail)

Više o alatu *Crossword Labs* možete pročitati na [e-laboratoriju](#).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

1. Istražiti povijest vezanu uz pojam skupa i Vennove dijagrame.
2. Potražiti u udžbenicima drugih predmeta, novinskim člancima i slično primjere Vennovih dijagrama i napraviti plakat.
3. Darovitim učenicima dati zadatak da popišu formulu za kardinalni broj unije, odnosno takozvanu formulu uključivanja – isključivanja.
4. O paradoksima u teoriji skupova daroviti učenici mogu pročitati više u članku [Russellov paradoks](#)

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da isti predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Za učenike s oštećenjem vida preporučuje se voditi računa o prilagodbi učioničkoga prostora (primjerice mjesto sjedenja), kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto je tako važno imati na umu da se pomagalima koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablicom, šilom, čitačima ekrana...). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što valja usmjeriti pozornost prilikom gledanja videozapisa (npr. u drugom je videozapisu potrebno usmeno popratiti videozapis).

Za učenike s oštećenjem sluha preporučuje se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremanju učenika na gledanje videozapisa u okviru čega se također savjetuje pripremiti predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati (posebno u drugom videozapisu). Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama u učenju.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporučuje se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, primjerice, posebno za uporabu digitalnih obrazovnih materijala, kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, valja se koristiti njome s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori služeći se uređajem). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u vidu asistenata, preporučuje se pomoći asistenta pri uvećanju zaslona kod prolazeњa kroz nastavnu jedinicu i označavanju količina na brojevnom pravcu. Ako se uz nastavnu jedinicu planiraju preslike radnih materijala, one moraju biti uvećane.

Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije nije potrebno prilagođavati nastavne materijale ni pojednostavljivati zadatke. Više je važno voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji govore netečno (mucanje) ne valja izlagati da izlažu pred cijelim razredom.

Za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (npr. *Verdana* ili *Dyslexia*), povećati razmak između redova, a tekst treba biti poravnан na lijevu stranu. Važne informacije iz zadatka, ključne riječi ili oznake (npr. Ø, card) istaknite podebljanjem tiska.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izradom plakata ili *powerpoint* prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Nakon završetka nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za

sva primjerena ponašanja, ali i ne kritizirati ga i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerena ponašanja.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se koristiti se vizualnom podrškom na način da se sadržaj jedinice unaprijed najavi slikom ili natuknicom, kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporučuje se povezati temu ove jedinice s interesima učenika u svim zadatcima u kojima je to moguće.

## 1.2. Prirodni, cijeli i racionalni brojevi



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

Definirati i razlikovati skupove **N**, **Z** i **Q** s obzirom na svojstva skupova i svojstva računskih radnji zbrajanja, oduzimanja, množenja i dijeljenja

Uvježbati provođenje računskih radnji u skupu **Q**

Uvidjeti mogućnosti primjene brojeva i njihovih svojstava u problemima svakodnevnog života

#### Odgajno-obrazovni ishodi

Razlikovati skupove brojeva

Računati s racionalnim brojevima

Primijeniti svojstva računskih radnji u skupu racionalnih brojeva

#### Generičke kompetencije

Sposobnost primjene znanja o brojevima u svakodnevnim situacijama  
Sposobnost vizualizacije

Sposobnost korištenja tehnologije u učenju

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni rad, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

U uvodu učenici mogu pročitati povjesne zanimljivosti vezane uz brojeve i brojenje. Opisan je najstariji izvor koji govori o brojenju – kost iz Išanga stara oko 20 000 godina. Prikazani su i simboli za brojeve kod starih Egipćana.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Prirodni brojevi

Nakon definicije skupa **N** učenici mogu kroz nekoliko interaktivnih zadataka ponoviti pojmove sljedbenik, prethodnik i prisjetiti se zatvorenosti skupa **N** s obzirom na računske radnje. Pojmove djeljivost, djelitelj, prost broj, složeni broj učenici su trebali usvojiti već u osnovnoj školi. Stoga se samo definiraju pojmovi, a nakon toga slijede interaktivni zadaci u kojima učenici mogu provjeriti jesu li ih dobro razumjeli i mogu li ih primijeniti. Slično su obrađeni i rastav prirodnog broja na proste faktore, najveći zajednički djelitelj, najmanji zajednički višekratnik i relativno prosti brojevi. Određivanje najmanjega zajedničkog višekratnika učenici trebaju dobro savladati kako bi kasnije mogli na sličan način određivati najmanji zajednički višekratnik algebarskih izraza. Učenici kojima je potrebno više vježbe kako bi ostvarili predviđene ishode učenja mogu rješavati zadatak mjere i višekratnici koji se nalazi na kraju jedinice.

U nastavku je opisana primjena faktorizacije u kriptografiji. Ova se tema može dalje istražiti. Učenici mogu u grupama proučiti različite načine kriptiranja, pripremiti zadatke u obliku kriptiranih tekstova za učenike drugih grupa. Može se organizirati natjecanje u kriptiranju.

Na kraju poglavlja o prirodnim brojevima u interaktivnom zadatuks nizom sličnih zadataka učenici će generalizacijom doći do formulacije teorema o dijeljenju s ostatkom.

### Cijeli brojevi

U nizu interaktivnih zadataka učenici će ponoviti svojstva skupa **Z**.

#### Racionalni brojevi

Nakon definicije skupa **Q** učenici će u nizu interaktivnih zadataka ponoviti svojstva skupa **Q** i računskih radnji u skupu **Q**. Aktivnost u kojoj učenici po redu slažu kartice sa zadatcima računanja u skupu **Q** može se provesti na različite načine. Učenici mogu zadatke rješavati individualno. Može se raditi i u paru ili u grupi suparnički na način da se dva ili više učenika

natječu tko će prije složiti kartice. Možete se koristiti poveznicom za [štopericu](#). Učenici kojima treba više vježbe mogu rješavati zadatak računske radnje s racionalnim brojevima u razlomačkom zapisu na kraju jedinice.

Zatim se povezuju razlomački i decimalni zapis racionalnoga broja. Učenici će, prateći videozapis, ponoviti kako se prelazi iz jednog zapisa u drugi, a rješavajući interaktivni zadatak sami provesti opisani postupak.

## Izborna tema

Izborna je tema u ovoj jedinici Euklidov algoritam za određivanje najveće zajedničke mjere. Učenici će otkriti algoritam rješavajući konkretan zadatak i uz pomoć animacije koja vizualizira korake algoritma.

## Završetak

Na kraju ćete jedinice naći nekoliko zadataka kojima učenici mogu provjeriti usvojenost ishoda učenja. Za učenike slabijeg predznanja u ovoj je jedinici predviđeno nekoliko interaktivnih ponavljajućih zadataka izrađenih u *GeoGebri*. To su zadaci određivanja najveće zajedničke mjere, najmanjega zajedničkog višekratnika te zadaci zbrajanja, oduzimanja, množenja i dijeljenja racionalnih brojeva u razlomačkom zapisu. Učenici mogu po volji ponavljati zadatke istog tipa sve dok ne automatiziraju potrebne procedure.

## Dodatni prijedlozi

Učenici će u tekstu o brojevima pronaći nekoliko crtica iz povijesti. Ova se tema može dublje istražiti. Naprimjer, učenici mogu radeći u grupama na internetu pronaći više podataka o matematičarima koji se spominju u tekstu. Mogu pripremiti kratke predstave ili snimiti film kojim će ostalim učenicima predstaviti nekog od matematičara.

Jedna od tema može, naprimjer, biti o egipatskim razlomcima: Jankov, D. 2011. [Egipatski razlomci](#). *Osječki matematički list*. 11, 11–18.

O različitim metodama kriptiranja nastavnik može pročitati u članku skupine autora: Barun, M.; Dujella, A.; Franušić, Z.: [Kriptografija u školi](#).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

1. Izborna tema Euklidov algoritam. Učenici će na konkretnom primjeru i uz pomoć animacije s pravokutnicima otkriti Euklidov algoritam. Zatim mogu primijeniti algoritam pri određivanju najveće zajedničke mjere.
2. U jedinici *Aktivnosti za samostalno učenje* daroviti učenici mogu proučiti dodatnu temu o verižnim razlomcima. Mogu povezati određivanje verižnog razlomka racionalnih brojeva i Euklidov algoritam.
3. Više o Euklidovu algoritmu, verižnim razlomcima, ali i rješavanju linearnih diofanskih jednadžbi daroviti učenici mogu pročitati u članku: Đumić, M.; Bokun, M. J. 2013.  
[Primjene Euklidovog algoritma](#). *Osječki matematički list* 13, 121–137.
4. Daroviti učenici mogu pročitati sljedeće djelo: Matić, I. 2014. [Uvod u teoriju brojeva](#). Osijek.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da isti predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Za učenike s oštećenjem vida preporučuje se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja), kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto je tako važno imati na umu da se pomagalima koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablicom, šilom, čitačima ekrana, itd.). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što valja usmjeriti pozornost prilikom gledanja videozapisa. Primjerice, treći je videozapis potrebno dodatno usmeno objasniti. Treba uzeti u obzir da će učeniku, radi lakšeg praćenja, možda trebati na papir ispisati brojke iz prvog i drugog videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporučuje se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremanju učenika na

gledanje videozapisa u okviru čega se također savjetuje pripremiti predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa zadatka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama u učenju.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporučuje se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, primjerice, posebno za uporabu digitalnih obrazovnih materijala kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik assistivne tehnologije, valja se koristiti njome u cilju aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori služeći se uređajem). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u vidu asistenata, preporučuje se pomoći asistenta pri uvećanju zaslona kod prolazeњa kroz nastavnu jedinicu i označavanju količina na brojevnom pravcu. Ako se uz nastavnu jedinicu planiraju preslike radnih materijala, one moraju biti uvećane. Kada je god to moguće, zadatak valja popratiti vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arasaac.org/>.

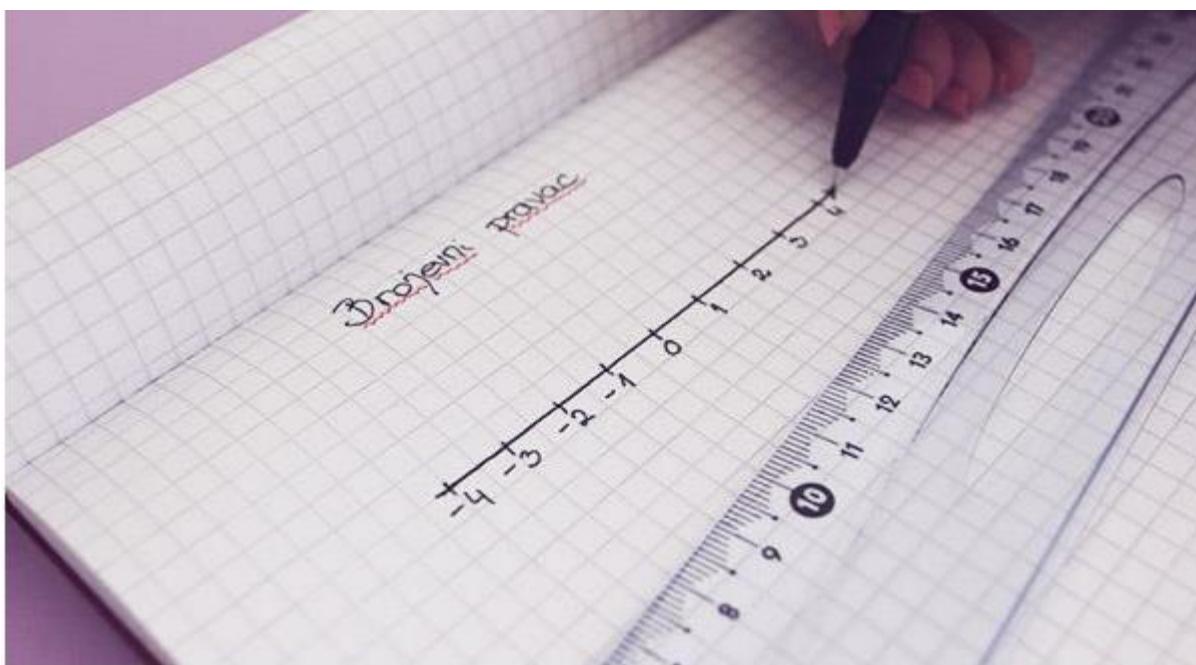
Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije kod kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Nije potrebno prilagođavati nastavne materijale niti pojednostavljivati zadatke. Više je važno voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovojo ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji govore netečno (mucanje) ne valja izlagati da izlažu pred cijelim razredom.

Za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice *Verdana* ili *Dyslexia*), povećati razmak između redova, a tekst treba biti poravnat na lijevu stranu. Važne informacije iz zadatka, ključne riječi (npr. prirodni brojevi, prost ili složen broj) ili oznake istaknite podebljanim tiskom. Potrebno je prije nastavne jedinice ponoviti značenje izraza višekratnik, najveći zajednički djelitelj te najmanji zajednički višekratnik.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izradom plakata ili *powerpoint* prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Nakon završetka nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjerena ponašanja, ali i ne kritizirati ga i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerena ponašanja.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se koristiti se vizualnom podrškom na način da se sadržaj jedinice unaprijed najavi slikom ili natuknicom, kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporučuje se povezati temu ove jedinice s interesima učenika u svim zadatcima u kojima je to moguće.

## 1.3. Realni brojevi i brojevni pravac



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

Definirati iracionalne brojeve kao brojeve s beskonačnim neperiodičkim decimalnim zapisom i skup realnih brojeva kao uniju skupa racionalnih i skupa iracionalnih brojeva  
Dokazati iracionalnost nekih korijena  
Grupirati brojeve s obzirom na skup brojeva kojem pripadaju

#### Odgojno-obrazovni ishodi

Razlikovati racionalne i iracionalne brojeve  
Prikazati realne brojeve na brojevnom pravcu

#### Generičke kompetencije

#### Sposobnost logičkog mišljenja i zaključivanja

Sposobnost samostalnog rada

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni rad, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

U ovoj je jedinici ključno uvesti iracionalne brojeve. Postoji nekoliko pristupa kojim se to može učiniti. Odabran je pristup u kojem se iracionalni broj definira kao broj s beskonačnim neperiodičnim decimalnim zapisom. U uvodu je animacija u kojoj se zamišlja ispisivanje takva broja.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Iracionalni i realni brojevi

Na početku se definira iracionalni broj kao broj s beskonačnim neperiodičnim decimalnim zapisom. Na taj se način postižu dvije metodičke prednosti:

Pojam se definira s pomoću svojstva koje za iracionalne brojeve vrijedi umjesto svojstvom koje ne vrijedi. Tako će učenik lakše zamišljati iracionalni broj.

Izbjegava se poistovjećivanje iracionalnoga broja i korijena.

U odabiru primjera decimalnih zapisa iracionalnih brojeva u ovom se modulu vodilo računa o tome da učenici ne poistovjeti te zapise sa zapisima u kojima postoji određena pravilnost, kao što je naprimjer u zapisu broja  $2.10100100010000\dots$ . Naglašava se kako ne postoji period koji se ponavlja, a da znamenke iza decimalne točke mogu, ali i ne moraju pokazivati neku pravilnost.

Također, vodilo se računa i o tome da učenici ne zaključe kako su racionalni brojevi oni koji pokazuju određenu pravilnost u nizanju decimala, a iracionalni oni koji ne pokazuju pravilnost.

O problemu usvajanja koncepta iracionalnoga broja nastavnik može pročitati u članku: Vosoglou, M. G.; Kosyvas, G. D. 2012. [Analyzing students difficulties in understanding real numbers](#). *Jurnal of Research in Mathematics Education* 1 (3). 301–336.

U nastavku se jedinice definira realni broj, a učenici u interaktivnom zadatku definiraju skup realnih brojeva. Kasnije se dokazuje da iracionalni broj ne možemo zapisati u obliku razlomka. Važan je zaključak da iracionalne brojeve zapisujemo posebnim simbolima, matematičkim računskim radnjama (što uključuje i korijene) ili približnim vrijednostima. Dokaz iracionalnosti drugog korijena iz 2 učenici će pogledati na videozapisu. Slijedi dokaz iracionalnosti još nekih korijena. Svakako treba napraviti i primjer drugog korijena iz nekog kvadrata te uočiti korak u

dokazu koji ne možemo provesti. Zatim će učenici u interaktivnom zadatku otkriti kojem skupu brojeva pripadaju zbroj i umnožak dvaju iracionalnih brojeva ili jednoga racionalnog i jednoga iracionalnog. Učenike se može potaknuti da pokušaju smisliti dokaz, a ako ne uspiju, mogu pogledati videozapis s dokazima.

### Realni brojevi i brojevni pravac

U interaktivnim zadatcima učenici će smještati na brojevni pravac racionalne brojeve, približno će smještati iracionalne, a zatim neke korijene i konstruktivno. U tome će im pomoći animacije.

### Izborna tema

Učenici će izraditi spiralu drugog korijena.

### Dodatna tema

U dodatnoj temi ponuđen je još jedan dokaz iracionalnosti drugog korijena iz 2. Taj je dokaz geometrijski i prepostavlja znanja o sličnim trokutima.

### Završetak

Na kraju jedinice naći ćete nekoliko zadataka kojima učenici mogu provjeriti usvojenost ishoda učenja.

### Dodatni prijedlozi

Aktivnost dokazivanja iracionalnosti nekih korijena može se provesti i kao suradnička strategija slagalica. Učenici najprije rade u eksperternim skupinama. Svaka skupina napravi dokaz za svoj korijen, a zatim u novim skupinama koje se sastoje od eksperata iz svih eksperternih skupina rasprave o sličnostima i razlikama u dokazu.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

1. Izborna tema *Spirala drugog korijena*.

2. Dodatna tema o drugom dokazu iracionalnosti drugog korijena iz dva. Daroviti učenici mogu istražiti postoje li još neki dokazi.
3. Velik se broj dokaza može naći na [http://www.cut-the-knot.org/proofs/sq\\_root.shtml#Conway](http://www.cut-the-knot.org/proofs/sq_root.shtml#Conway)
4. Daroviti učenici mogu pogledati videozapis [The Infinite Hotel Paradox - Jeff Dekofsky](#) (engleski jezik)
5. Nakon toga mogu čitati o prebrojivim i neprebrojivim skupovima na poveznici: <https://nrich.maths.org/2756> (engleski jezik).

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da isti predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Za učenike s oštećenjem vida preporučuje se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja), kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto je tako važno imati na umu da se pomagalima koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablicama, šilom, čitačima ekrana. Itd.). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što valja usmjeriti pozornost prilikom gledanja videozapisa. Možda će biti potrebno na papiru pripremiti uvećani materijal s brojevima iz videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporučuje se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremanju učenika na gledanje videozapisa u okviru čega se također savjetuje pripremiti predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama u učenju.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporučuje se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, primjerice, posebno za uporabu digitalnih obrazovnih materijala, kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, valja se koristiti njome s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori služeći se uređajem). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u vidu asistenata, preporučuje se pomoći asistenta pri uvećanju zaslona kod prolaženja kroz nastavnu jedinicu i označavanju količina na brojevnom pravcu. U ovoj će nastavnoj jedinici učenik vjerojatno trebati pomoći na zadatcima s brojevnim pravcem. Učenik može usmeno odgovoriti gdje bi trebalo postaviti točku A, a asistent bi je nakon toga mogao pomaknuti.

Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije kod kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Više je važno voditi

računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji govore netečno (mucanje) ne valja izlagati da izlažu pred cijelom razredom.

Za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti font *sans serif*, povećati razmak između redova, a tekst treba biti poravnat na lijevu stranu. Važne informacije iz zadatka, ključne riječi (npr. iracionalan broj, realan broj, približna vrijednost) ili oznake istaknite podebljanim tiskom. Možda će biti potrebno učenicima dodatno usmeno pojasniti značenje izraza približna vrijednost iracionalnoga broja te sam postupak.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izradom plakata ili *powerpoint* prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Nakon završetka nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjerena ponašanja, ali i ne kritizirati ga i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerena ponašanja.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se koristiti se vizualnom podrškom na način da se sadržaj jedinice unaprijed najavi slikom ili natuknicom, kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporučuje se povezati temu ove jedinice s interesima učenika u svim zadatcima u kojima je to moguće.

## 1.4. Računske radnje na skupu realnih brojeva



---

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

---

#### Ciljevi i zadaće

Vješto računati s realnim brojevima napamet, pisano i uz pomoć tehnologije  
Zaokruživati realne brojeve na zadani broj decimala ili značajnih znamenaka  
Razumjeti smisao aproksimacije realnoga broja i procjene rezultata

#### Odgожно-образовни исходи

Procijeniti rezultat računanja brojevnog izraza  
Zaokružiti rezultat računanja brojevnog izraza na određeni broj decimalnih mesta ili  
značajnih znamenki  
Koristiti se tehnologijom pri računanju učinkovito i kritički

#### Генеричке компетенције

Sposobnost primjene osnovnih elemenata matematičke pismenosti  
Sposobnost primjene znanja u praksi  
Sposobnost korištenja tehnologije

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni rad, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

U uvodu ćemo učenike potaknuti da vježbaju mentalno računanje jer postoje studije koje pokazuju da se mentalnom aritmetikom vježbaju pažnja i koncentracija te kreativno i logičko razmišljanje.

Za brzo i efikasno računanje s decimalnim brojevima treba ponoviti jednostavna pravila računanja.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Zaokruživanje decimalnih brojeva

Učenici će se prvo prisjetiti zaokruživanja brojeva na deseticu, stoticu i tisućicu koje se radi u 5. razredu osnovne škole. Ta se tema neopravdano zanemaruje, iako ima veliku primjenu u ostalim obrazovnim područjima, a može se povezati sa zaokruživanjem brojeva na značajne znamenke.

#### Zaokruživanje na decimale

Kroz interaktivne zadatke učenici će ponoviti i uvježbati zaokruživanje na zadani broj decimala. Budući da se u zadatku stalno generiraju novi primjeri, učenici mogu samostalno odlučiti o broju ponavljanja.

Učenici će dobiti uputu kako zaokruživati brojeve prilikom računanja vrijednosti brojevnog izraza i rješavanja problemskih zadataka da ne bi došlo do velikih odstupanja od egzaktnog rezultata.

#### Zaokruživanje na značajne znamenke

Nakon definicije pojma značajnih znamenki učenici će kroz interaktivni zadatak otkriti kako se decimalni broj zaokružuje na zadani broj značajnih znamenaka te opisati postupak. Svoje će zaključke moći provjeriti i na 2D animaciji u kojoj je postupak opisan. Na nekoliko će zadataka provjeriti usvojenost postupka.

#### Procjena

Ponekad je korisno i važno neki podatak znati otprilike, zaokružen na desetice ili možda stotinke pa će kroz nekoliko interaktivnih zadataka učenici provjeriti svoje sposobnosti procjene i aproksimacije nekih veličina. Isto je tako prilikom rješavanja zadataka i pri radu na džepnom

računalu važno imati osjećaj za red veličine podatka koji se traži pa će to isprobati na nekoliko zadataka.

### Rad na džepnom računalu

Jedna od kompetencija koje želimo razviti kod učenika je učinkovita uporaba tehnologije; ovdje je konkretno riječ o džepnom računalu. Želimo da se učenici efikasno koriste džepnim računalima pa je važno da upoznaju njihove mogućnosti, ali i nedostatke. Kroz primjer će vidjeti kako unositi podatke kako bi izbjegli greške prilikom prepisivanja i zaokruživanja. Svoje če vještine provjeriti kroz interaktivni zadatak, s brojem ponavljanja prilagođenom pojedincu.

### Izborna tema

Učenici mogu dodatno istražiti kako džepno računalo računa s velikim brojevima, koliko znamenaka pamti i kritički se odnositi prema radu na džepnom računalu.

### Završetak

Na kraju ćete jedinice naći nekoliko zadataka s pomoću kojih učenici mogu provjeriti usvojenost ishoda učenja.

### Dodatni prijedlozi

Za učenike slabijeg predznanja u ovoj je jedinici predviđeno nekoliko interaktivnih ponavljajućih zadataka izrađenih u *GeoGebri*. To su zadaci zaokruživanja na decimale i rad na džepnom računalu.

Predlažemo pogledati zanimljiv videozapis o primjeni zaokruživanja na značajne znamenke (engleski jezik) na poveznici: <https://www.twig-world.com/film/rounding-snails-vs-rockets-1682/>.

Za računanje se u ovoj jedinici možete koristiti nekim od mrežnih znanstvenih računala, primjerice <https://calculatorpi.com/>.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

1. Učenici mogu proučiti kako radi džepno računalo. Uočit će da računalo pamti 10 značajnih znamenaka i da moraju biti pažljivi pri računanju. Mogu istraživati i neke druge karakteristike džepnog računala te otkrivati prednosti i nedostatke korištenja tehnologije.
2. Više o povijesti računanja s pomoću tehnologije i radu na džepnom računalu može se pronaći i na mrežnoj stranici <http://electronics.howstuffworks.com/gadgets/other-gadgets/calculator.htm>.
3. Za darovite učenike predlažemo da džepno računalo iskoriste za istraživanje pravilnosti i računanje konačnih zbrojeva, uobičajenih zadataka na dodatnoj nastavi.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da isti predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Za učenike s oštećenjem vida preporučuje se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja), kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto je tako važno imati na umu da se pomagalima koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablicom, šilom, čitačima ekrana, itd.). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što valja usmjeriti pozornost prilikom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporučuje se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremanju učenika na gledanje videozapisa u okviru čega se također savjetuje pripremiti predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama učenja.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporučuje se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, primjerice, posebno za uporabu digitalnih obrazovnih materijala, kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, valja se koristiti njome s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori koristeći se uređajem). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u vidu asistenata, preporučuje se pomoći asistenta pri uvećanju zaslona kod prolazanja kroz nastavnu jedinicu i označavanju količina na brojevnom pravcu. Ako se uz nastavnu jedinicu planiraju preslike radnih materijala, one moraju biti uvećane. Ako se učenik školuje po prilagođenom planu i programu, ne valja ustrajati u tome da učenik prođe kroz sve zadatke koji su planirani nastavnom jedinicom, već valja napraviti odabir onih ključnih.

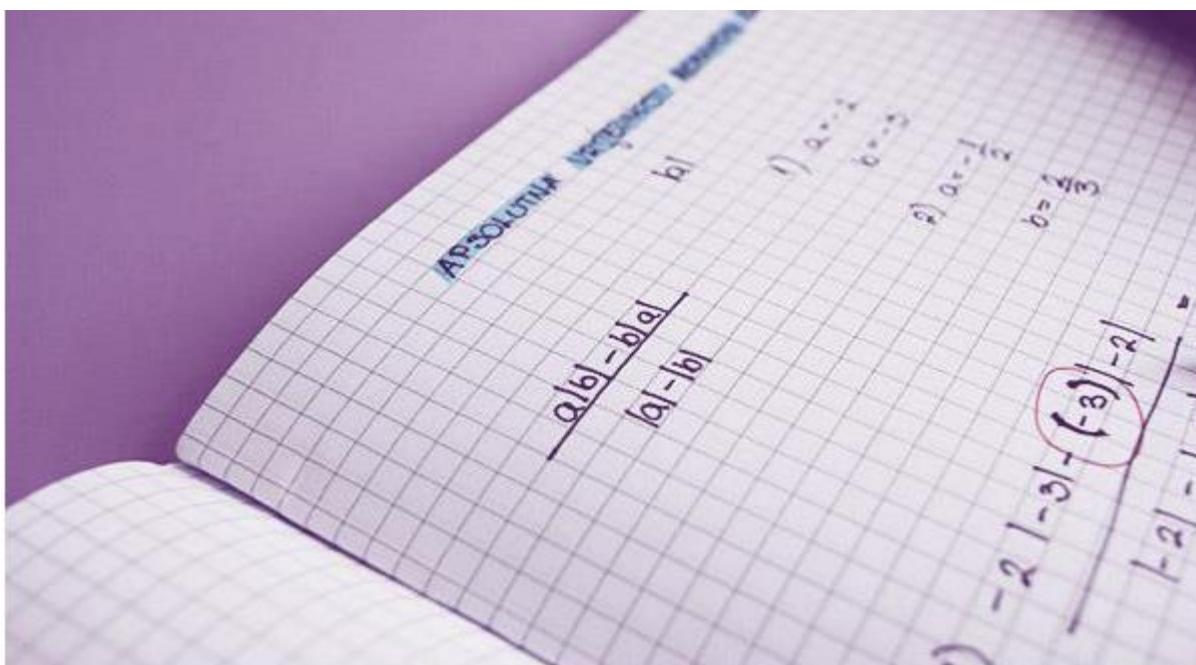
Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije nije potrebno prilagođavati nastavne materijale ni pojednostavljivati zadatke. Više je važno voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji govore netečno (mucanje) ne valja izlagati da izlažu pred cijelim razredom.

Za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (promjerice *Verdana* ili *Dyslexia*), povećati razmak između redova, a tekst treba biti poravnat na lijevu stranu. Važne informacije iz zadatka, ključne riječi ili oznake istaknite podebljanjem tiska.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izradom plakata ili *powerpoint* prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Nakon završetka nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjerena ponašanja, ali i ne kritizirati ga i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerena ponašanja.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se koristiti se vizualnom podrškom na način da se sadržaj jedinice unaprijed najavi slikom ili natuknicom, kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporučuje se povezati temu ove jedinice s interesima učenika u svim zadatcima u kojima je to moguće.

## 1.5. Apsolutna vrijednost realnoga broja



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Razumjeti pojam i svojstva apsolutne vrijednosti
- Uvježbati računanje s apsolutnom vrijednošću
- Razlikovati i procijeniti pogreške

#### Odgajno-obrazovni ishodi

- Računati apsolutnu vrijednost realnoga broja
- Povezati apsolutnu vrijednost s udaljenosti na brojevnom pravcu
- Koristiti apsolutnu vrijednost pri računu pogreške

#### Generičke kompetencije

- Usmena i pisana komunikacija
- Sposobnost kritike i samokritike
- Sposobnost generalizacije

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni rad, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Pojam se apsolutne vrijednosti uvodi kao prirodan način poimanja različitih životnih situacija u kojima dolazi do odstupanja od neke vrijednosti. Cilj je uvodne ilustracije i primjera osvijestiti prirodnu potrebu za uvođenjem neke pozitivne veličine kojom ćemo iskazati dobiveno odstupanje bez obzira na to kakva je ono predznaka. Sljedeći je prirodni korak povezati pojам apsolutne vrijednosti s udaljenošću na brojevnom pravcu.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Nakon poimanja apsolutne vrijednosti kao pozitivne veličine kojom mjerimo udaljenost ili odstupanje pripremamo učenika za formalnu, algebarsku definiciju apsolutne vrijednosti. Zadatkom povezivanja koristimo se kako bi učenik uočio da je apsolutna vrijednost pozitivnoga realnoga broja jednaka samom broju, a apsolutna vrijednost negativnoga realnog broja jednaka njegovu suprotnom broju, kako bi učenik shvatio znak "minus" u samoj definiciji, ono zbog čega je ta definicija teško razumljiva većini učenika.

Poseban je naglasak na geometrijskoj predodžbi definicije apsolutne vrijednosti i njezinu povezivanju s udaljenošću na brojevnom pravcu. Tako se kroz niz interaktivnih zadataka i primjera, osim klasičnog računanja apsolutne vrijednosti realnoga broja, od učenika traži da povezuje algebarski zapis apsolutne vrijednosti broja ili razlike brojeva s udaljenošću na brojevnom pravcu. Time se doprinosi razvoju njihove usmene i pismene komunikacije. Na taj se način učenike priprema za primjenu apsolutne vrijednosti te rješavanje jednadžbi i nejednadžbi u četvrtom modulu.

Slijedi istraživački dio u kojem učenik interaktivno računa apsolutne vrijednosti za generirane realne brojeve, promatra, uspoređuje i logički zaključuje što se dešava s izračunatim vrijednostima. Na temelju nekoliko interaktivnih apleta učenik otkriva svojstva apsolutne vrijednosti.

### Završetak

Na kraju se jedinice primjenjuje apsolutna vrijednost u računu pogreške. Uvode se pojmovi apsolutna pogreška i relativna pogreška koji se koriste prilikom mjerjenja. Poznavanje je tih pojmove neophodno u fizici, kemiji i sličnim znanostima gdje se često provode eksperimenti. Učenici su naučili procijeniti i zaokruživati u jedinici 1.4., a u ovoj jedinici izračunati apsolutnu

vrijednost, što im omogućuje računanje i procjenjivanje točnosti rezultata mjerenja, odnosno pojavu pogreške.

Kako bi se provjerilo razumijevanje novih pojmoveva, na kraju se od učenika traži da prodiskutiraju u paru nekoliko navedenih izjava i na osnovi njih donesu neke zaključke o absolutnoj i relativnoj pogrešci – kada se koriste, koje su razlike i slično.

Za dodatne se primjere ili zanimljivosti može koristiti mrežnom stranicom <https://www.mathsisfun.com/measure/error-measurement.html>

### Dodatni prijedlozi

Ova je jedinica pogodna za praktičan rad učenika i pokuse. Kao uvod, ali i kasnije u primjeni, mogu se provoditi razna mjerena – od grafitne olovke ravnalom, veličine vlastita stopala, dlana i slično te na temelju dobivenih rezultata i izračunate pogreške procijeniti stvarnu vrijednost mjerene veličine. Isto se tako mogu koristiti različitim geografskim podatcima (npr. broj stanovnika, duljine rijeka), a zatim ih zaokružiti na primjereni broj značajnih znamenki, izračunati absolutnu i relativnu pogrešku te objasniti ulogu svake od njih. Za vrijeme izvođenja pokusa i analiziranja podataka nakon njega kod učenika se razvijaju komunikacijske vještine.

S obzirom na to da je u primjeni absolutne vrijednosti stavljena naglasak na račun pogreške i mjerena, idealna je prilika da se provede interdisciplinarna suradnja s nastavnikom Fizike. Organizacija zajedničkog sata u fizikalnom praktikumu ili laboratoriju omogućila bi učenicima bolje razumijevanje pojmoveva absolutne vrijednosti, zaokruživanja, procjene, mjernih jedinica s jedne strane i razvoj vještina (neophodnih i u fizici i matematici) kao što su preciznost, organiziranost i sistematičnost.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

1. Učenici koji žele više mogu otići na mrežnu stranicu predloženu u samoj jedinici:  
[https://web.math.pmf.unizg.hr/~singer/num\\_mat/num\\_mat1.pdf](https://web.math.pmf.unizg.hr/~singer/num_mat/num_mat1.pdf)
2. Na ovoj će stranici pronaći nekoliko zanimljivih povjesnih primjera gdje je mala pogreška vrlo utjecala na život ljudi. Učenike treba uputiti samo na poglavje Greške i primjeri na strani 18. Ostali sadržaji nisu primjereni njihovu uzrastu.

3. Zainteresirani učenici mogu napraviti malu prezentaciju pročitanog i pokušati pronaći još neki sličan primjer iz stvarnog života.
4. Daroviti učenici mogu dokazati svojstva apsolutne vrijednosti.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da isti predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Za učenike s oštećenjem vida preporučuje se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja), kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto je tako važno imati na umu da se pomagalima koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablicom, šilom, čitačima ekrana, itd.). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što valja usmjeriti pozornost prilikom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporučuje se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremanju učenika na gledanje videozapisa u okviru čega se također savjetuje pripremiti predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama u učenju.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporučuje se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, primjerice, posebno za uporabu digitalnih obrazovnih materijala, kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik assistivne tehnologije, valja se koristiti njome s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori služeći se uređajem). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u vidu asistenata, preporučuje se pomoći asistenta pri uvećanju zaslona kod prolazeњa kroz nastavnu jedinicu i označavanju količina na brojevnom pravcu te zadatka uparivanja izraza s njegovim geometrijskim značenjem.

Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije nije potrebno prilagođavati nastavne materijale ni pojednostavljivati zadatke. Više je važno voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji govore netečno (mucanje) ne valja izlagati da izlažu pred cijelim razredom.

Za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti neki od ponuđenih fontova (primjerice *Verdana* ili *Dyslexia*), povećati razmak između redova, a tekst treba biti poravnat na lijevu stranu. Važne informacije iz zadatka, ključne riječi ili oznake (npr.  $|x|$ , $,$ ) istaknite podebljanjem tiska.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izradom plakata ili *powerpoint* prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Nakon završetka nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjerena ponašanja, ali i ne kritizirati ga i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerena ponašanja.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se koristiti se vizualnom podrškom na način da se sadržaj jedinice unaprijed najavi slikom ili natuknicom kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporučuje se povezati temu ove jedinice s interesima učenika u svim zadatcima u kojima je to moguće.

## 1.6. Primjena omjeri, razmjeri, postotci, aritmetička sredina



---

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

---

#### Ciljevi i zadaće

Definirati omjer, razmjer, postotak i aritmetičku sredinu

Primijeniti svojstva računskih radnji pri računanju omjera, razmjera, postotka i aritmetičke sredine

Rješavati problemske situacije primjerenom metodom

#### Odgovorno-obrazovni ishodi

Računati omjer, razmjer, postotak i aritmetičku sredinu

Primijeniti omjer, razmjer, postotak i aritmetičku sredinu pri rješavanju problemskih situacija iz matematike, ostalih obrazovnih područja ili svakodnevnog života

#### Generičke kompetencije

Sposobnost intuitivnog razmišljanja i zaključivanja

Sposobnost sistematičnosti i postupnosti

Sposobnost razumijevanja i primjene

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni rad, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Za razumijevanje pojma omjera i proporcionalnosti važno je razumijevanje multiplikativnih veza i razlikovanje od aditivnih veza. Učenici trebaju razviti sposobnost razmišljanja o omjeru kao o vezi dviju veličina, a ne kao o dvjema veličinama koje uspoređujemo.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Omjeri

Učenici će se prisjetiti pojma omjera koji su radili u osnovnoj školi i riješiti nekoliko zadataka. Ponovit će pojam omjera istovrsnih veličina, kao i omjere raznovrsnih veličina. Podsjetit ćemo ih na razna područja u kojima se omjeri koriste.

Sljedeći je pojam produženi omjer koji će također ponoviti kroz razne primjere.

#### Razmjeri

Kroz nekoliko će interaktivnih zadataka ponoviti pojam razmjera, odnosno jednakosti omjera.

#### Postotci

Kroz interaktivni će zadatak učenici sami, po potrebi, ponoviti i uvježbati kako se računa postotni iznos, početni iznos ili postotak. Vizualizirat će pojam postotka kao razlomka s nazivnikom 100 uz pomoć modela kvadratne mreže  $10 \times 10$ . Interaktivnim zadatkom uređivanje poretku uvježbat će grafički prikaz postotka na pravilnim mnogokutima. Slijede raznovrsni tipični zadatci s postotcima. Zadatak s postotnim povećanjem i smanjivanjem objašnjen je i riješen u videozapisu.

#### Aritmetička sredina

Učenici će se podsjetiti definicije aritmetičke sredine ili prosjeka i riješiti nekoliko jednostavnih zadataka. U složenijim zadatcima treba paziti na razumijevanje pojma aritmetičke sredine. Naprimjer, kod zadatka s biciklistom i zadanim prosječnim brzinama na dvjema različitim dionicama učenici ukupnu prosječnu brzinu računaju kao njihov prosjek, ne pazeći na udaljenosti koje biciklist prolazi.

## Izborna tema

Učenici mogu istraživati proporcije ljudskog lika. Naprimjer, mogu računati omjer svoje visine i udaljenosti pupka od poda. Isto tako, omjer duljine prsta i srednjeg članka prsta do vrha prsta. Očekujemo da će uočiti zlatni omjer.

Nadalje mogu promatrati omjere u likovnoj umjetnosti, primjerice u djelima Pieta Mondriana.

Nastavno na temu postotci, učenici mogu proučiti pojam promila i njegovu primjenu u finoći kovine, količini alkohola u krvi ili salinitetu vode.

## Završetak

Na kraju će jedinice učenici na primjerima ponoviti osnovne pojmove.

Za učenike slabijeg predznanja u ovoj je jedinici predviđeno nekoliko interaktivnih ponavljačih zadataka izrađenih u *GeoGebri*. To su zadatci računanja postotnog iznosa, početnog iznosa i postotka. Učenici ih mogu ponavljati dok ne uvježbaju račun i ne steknu sigurnost.

## Dodatni prijedlozi

Korelacija s Likovnom umjetnošću: <http://likovna-kultura.ufzg.unizg.hr/proporcije.htm>

U poglavlju o omjerima spominje se Pitagora i njegova škola. Učenici mogu istražiti povijest matematike i pitagorejce.

Posjetite <http://likovna-kultura.ufzg.unizg.hr/Pitagorejci.htm>.

Razne povjesne crtice mogu se pronaći i u knjizi F. M. Brückler *Matematički dvoboji*, <http://e.math.hr/dvoboji/index.html>.

[Nacionalni portal za učenje na daljinu Nikola Tesla](#)

Teme: *Omjeri, Razmjeri, Razmjernost, Obrnuta razmjernost*

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

1. U izbornoj temi o zlatnom rezu učenici mogu promatrati i mjeriti razne omjere u prirodi. Mogu mjeriti i vlastito tijelo te uočavati omjere.
2. Za rad s darovitim učenicima predlažemo konstrukciju zlatnoga reza i njezin dokaz. Ako znaju rješavati kvadratne jednadžbe, mogu doći i do prave vrijednosti zlatnoga broja.
3. Daroviti mogu dokazivati nejednakosti među sredinama s dvjema varijablama:  
<http://e.math.hr/agnejednakost/index.html>.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da isti predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Za učenike s oštećenjem vida preporučuje se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja), kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto je tako važno imati na umu da se pomagalima koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablicom, šilom, čitačima ekrana, itd.). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što valja usmjeriti pozornost prilikom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporučuje se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremanju učenika na gledanje videozapisa u okviru čega se također savjetuje pripremiti predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama u učenju.

Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije nije potrebno prilagođavati nastavne materijale ni pojednostavljivati zadatke. Više je važno voditi računa o načinu

odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji govore netečno (mucanje) ne valja izlagati da izlažu pred cijelim razredom.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporučuje se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, primjerice, posebno za uporabu digitalnih obrazovnih materijala, kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik assistivne tehnologije, valja se koristiti njome s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori služeći se uređajem). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u vidu asistenata, preporučuje se pomoći asistenta pri uvećanju zaslona kod prolazanja kroz nastavnu jedinicu i odabira odgovora iz padajućih izbornika.

Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije (primjerice kod učenika kod kojih je utvrđena dječja govorna apraksija ili mucanje) nije potrebno prilagođavati nastavne materijale ni pojednostavljivati zadatke. Više je važno voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji govore netečno (mucanje) ne valja izlagati da izlažu pred cijelim razredom.

Za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti neki od predloženih fontova (primjerice *Verdana* ili *Dyslexia*), povećati razmak između redova, a tekst treba biti poravnat na lijevu stranu. Važne informacije iz zadatka, ključne riječi, oznake ili formule istaknite podebljanjem tiska.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izradom plakata ili *powerpoint* prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Nakon završetka nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjerena ponašanja, ali i ne kritizirati ga i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerena ponašanja.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se koristiti se vizualnom podrškom na način da se sadržaj jedinice unaprijed najavi slikom ili natuknicom, kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporučuje se povezati temu ove jedinice s interesima učenika u svim zadatcima u kojima je to moguće.

# Aktivnosti za samostalno učenje

## Ciljevi, ishodi, kompetencije

### Ciljevi i zadaće

Istražiti i proširiti stečena znanja o skupovima i brojevima

Uvježbati računanje u skupu realnih brojeva

Primijeniti stečena znanja o realnim brojevima i absolutnoj vrijednosti u Matematici i drugim obrazovnim područjima

### Odgajno-obrazovni ishodi

Odrediti uniju, presjek, komplement i razliku zadanih skupova

Razlikovati skupove prirodnih, cijelih, racionalnih i realnih brojeva i njihova svojstva

Primijeniti osnovne računske radnje u skupu realnih brojeva

Prikazati realne brojeve na brojevnom pravcu

Rabiti absolutnu vrijednost realnoga broja

### Generičke kompetencije

Sposobnost primjene znanja u praksi

Istraživačke vještine

Učenje iz vlastitih grešaka

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni rad, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Uvod u jedinicu započinjemo matematičkim zadatkom dopunjavanja magičnog kvadrata. Magični su kvadrati pogodna dodatna tema za samostalni rad učenika jer pokrivaju široko područje različitih interesa – od same matematike do umjetnosti i povijesti. Navodi se primjer poznatoga Dürerova magičnog kvadrata koji u sebi skriva mnoga zanimljiva matematička svojstva vezana uz brojeve te je pogodan za istraživački rad učenika. U samoj se jedinici učenicima sugerira ideja za ovaj projekt i smjernice za njegovu izradu.

Nastavnici mogu pročitati predavanje autorice F. M. Brueckler [Magični kvadrati i srođna im bića](#), no ono se može preporučiti i učenicima.

## Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Slijede interaktivni zadatci u kojima će učenici provjeriti, istražiti i proširiti svoje znanje o skupovima (De Morganovi zakoni) i brojevima. Jedan je od takvih zadataka i zbrajanje niza prirodnih brojeva korištenjem svojstava računskih radnji. Učenicima se sugerira korištenje takozvane Gaussove dosjetke. Gaussova je dosjetka zanimljiva priča iz djetinjstva velikog matematičara pa se često kao takva ispriča učenicima u ranijoj dobi. Mnogi učenici po tome pamte način zbrajanja niza od  $n$  uzastopnih prirodnih brojeva. Kako je ovo predviđeno za samostalni rad učenika, navedena je poveznica na kojoj učenici mogu saznati više o samom [Gaussu](#) i njegovoj dosjetci ako već otprije ne znaju.

### Mjerenje

Ova je tema proširenje računa pogreške iz jedinice 1.5., a važna je zbog primjene pojma absolutne vrijednosti, zaokruživanja brojeva i korelacije s Fizikom. Učenicima se predlaže izvođenje pokusa gdje će kod obrade dobivenih rezultata primjeniti račun pogreške. Pritom se učenici mogu koristiti poveznicom na [štopericu](#).

Ako učenici nisu u mogućnosti izvesti pokus po skupinama, mogu koristiti interaktivni [GeoGebra aplet](#) koji generira osam rezultata mjerenja u jednom eksperimentu.

Slijedi blok zadataka za samovrednovanje, korelacija s predmetom Glazbena umjetnost i dodatna tema o verižnim razlomcima kroz koje će učenici procijeniti usvojenost ishoda učenja i steći navedene generičke kompetencije.

## Prijedlog 1

Različite su mogućnosti kroz koje učenici mogu samostalno stjecati nova znanja vezana uz skupove i brojeve. Jedan je od načina da učenici izrade umnu mapu na kraju jedinice koristeći neki od mrežnih alata, primjerice [Coggle](#). Poglavlje o brojevima omogućuje širok pojam tema za samostalno istraživanje. Takve su neke specijalne vrste brojeva: savršeni brojevi, parovi prijateljskih brojeva, prosti brojevi i slično.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici koji se žele natjecati u znanju ili rješavati složenije zadatke velik izbor zadataka mogu pronaći na: <http://www.skoljka.org/>.

Daroviti učenici mogu proučiti dodatnu temu o verižnim razlomcima. Za provjeru rezultata mogu se koristiti [kalkulatorom verižnih razlomaka](#). Ova se tema može proširiti i na verižne razlomke iracionalnih brojeva.

Kao uvod i motivacija može poslužiti sljedeći videozapis: [Infinite fractions and the most irrational number](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju.

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da isti predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Za učenike s oštećenjem vida preporučuje se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja), kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto je tako važno imati na umu da se pomagalima koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablicom, šilom, čitačima ekrana itd.). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što valja usmjeriti pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporučuje se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremanju učenika na gledanje videozapisa u okviru čega se također savjetuje pripremiti predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Treba uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama učenja.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporučuje se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, primjerice, posebno za uporabu digitalnih obrazovnih materijala kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, valja se

koristiti njome u cilju aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori služeći se uređajem). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku pomoćnika u nastavi, preporučuje se njegova pomoć pri uvećanju zaslona kod prolazeњa kroz nastavnu jedinicu i označavanju količina na brojevnom pravcu.

Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije kod kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji govore netečno (mucanje) ne valja izlagati da izlažu pred cijelim razredom.

Za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti neki od ponuđenih fontova (primjerice *Verdana* ili *Dyslexia*), povećati razmak između redova, a tekst treba biti poravnan na lijevu stranu. Važne informacije iz zadatka, ključne riječi, oznake ili formule istaknite podebljanjem tiska.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izradom plakata ili *powerpoint* prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Nakon završetka nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjerena ponašanja, ali i ne kritizirati ga i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerena ponašanja.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se koristiti se vizualnom podrškom na način da se sadržaj jedinice unaprijed najavi slikom ili natuknicom, kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporučuje se povezati temu ove jedinice s interesima učenika u svim zadatcima u kojima je to moguće.

# Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

## Ciljevi, ishodi, kompetencije

### Ciljevi i zadaće

Procijeniti ostvarenost ishoda učenja

Primijeniti znanja o brojevima i skupovima Vrednovati svoj rad

### Odgojno-obrazovni ishodi

Odrediti uniju, presjek, komplement i razliku zadanih skupova

Razlikovati skupove prirodnih, cijelih, racionalnih, iracionalnih i realnih brojeva i njihova svojstva

Primijeniti osnovne računske radnje u skupu realnih brojeva

Prikazati realne brojeve na brojevnom pravcu

Rabiti apsolutnu vrijednost realnoga broja

### Generičke kompetencije

Sposobnost samoprocjene

Sposobnost upravljanja vremenom

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 1 sat

Procjena je usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula *Brojevi* formativna. Osmisljena je u obliku interaktivnih zadataka s povratnim informacijama koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina te u svrhu praćenja vlastita napretka. Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućuje procjenu različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukcija, primjena i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.

# Pojmovnik

Izvor: CARNET-ova Dokumentacija za nadmetanje: NABAVA USLUGA IZRADE OTVORENIH DIGITALNIH OBRAZOVNIH SADRŽAJA

## *Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj (cjeloviti DOS)*

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj je obrazovni sadržaj u digitalnom obliku koji pokriva cjelokupni kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred. Jedan cjeloviti DOS obuhvaća cjelokupni godišnji fond školskih sati za kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred, prema postojećem nastavnom planu te dodatne sate za samostalno učenje i vrednovanje kod kuće.

## *Darovita djeca*

Darovita djeca su ona djeca koja posjeduju sklop osobina, visoko natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visokoga stupnja kreativnosti i motivacije koji im omogućava razvijanje izvanrednih kompetencija i dosljedno postizanje izrazito natprosječnoga postignuća i/ili uratka u jednome ili u više područja. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika*, 2016.)

## *Digitalni obrazovni materijal*

Digitalni obrazovni materijal je bilo kakav obrazovni materijal u digitalnom formatu neovisno o obliku (e-udžbenik, dio e-udžbenika, e-knjiga, cjeloviti multimedijalni materijali, obrazovna igra, digitalizirana verzija tiskanih obrazovnih materijala, on-line tečaj i dr.) i kontekstu za koji je izrađen (za primjenu u formalnom, neformalnom ili informalnom obrazovnom kontekstu).

Jedan digitalni obrazovni materijal je materijal koji sadržajno pokriva najmanje 5 nastavnih sati u potpunosti i podrazumijeva metodičko oblikovanje.

Jedan digitalni obrazovni materijal NIJE samo jedan izolirani grafički ili multimedijalni prikaz, niti prezentacija u digitalnom formatu. Nadalje, jedan digitalni obrazovni materijal NIJE tekstualni dokument (npr. word dokument) ili pdf verzija tekstualnog dokumenta koji ne podrazumijeva metodičko oblikovanje te sadržajno ne pokriva najmanje 5 nastavnih sati.

## *Digitalni obrazovni sadržaj (DOS)*

Digitalni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, električkom mediju ili je objavljen na Internetu. DOS je namijenjen prvenstveno učenicima za učenje, provjeru znanja i korištenje na nastavnom satu. Sekundarno, DOS je namijenjen i učenicima za samostalno učenje i rad kod kuće te, zajedno s pripadajućim priručnikom, nastavnicima za poučavanje.

## Interakcija

Interakcija je multimedijalni element ugrađen u sadržaj čija interaktivnost podrazumijeva pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa, akcije kao što su pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom komandom, obrazac za ispunjavanje, označavanje odgovora, unos teksta, formula ili audio zapisa, povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja, didaktična igra, simulacija s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima, mogućnost dobivanja povratnih informacija, interaktivna infografika, interaktivni video, žiroskopski prikaz, 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom i sl.

## E-pristupačnost

E-pristupačnost je nadilaženje prepreka i poteškoća na koje osobe nailaze kada pokušavaju pristupiti proizvodima i uslugama koji se zasnivaju na informacijskim i komunikacijskim tehnologijama (Europska komisija, 2005.)

## Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija) je uvažavanje različitosti i specifičnosti svakog pojedinca kroz odgoj i obrazovanje koji odgovara na različite odgojno-obrazovne potrebe sve djece i svih učenika, a temelji se na uključivanju i ravnopravnom sudjelovanju svih u odgojno-obrazovnom procesu. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje i prilagodbu iskustava učenja te vrednovanje postignuća djece i učenika s teškoćama*, 2016.)

## Jedinica DOS-a

Jedinica DOS-a obuhvaća dio, cijelu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta metodički obrađenih tako da obuhvaćaju sadržaj učenja i poučavanja predviđen za provođenje od jednog do tri školska sata. Jedinicu DOS-a čine sljedeći obavezni dijelovi: Uvod i motivacija, Razrada sadržaja učenja i poučavanja i Završetak.

## Kognitivne razine postignuća

Kognitivne razine postignuća obuhvaćaju razinu reprodukcije znanja, primjene znanja i rješavanje problema. Reprodukcija znanja kao najniža kognitivna razina postignuća obuhvaća razumijevanje gradiva (imenovanje, definiranje, ponavljanje, izvješćivanje, razmatranje, prepoznavanje, izražavanje, opisivanje). Viša kognitivna razina postignuća je primjena znanja koja podrazumijeva konceptualno razumijevanje gradiva (raspravljanje, primjena, tumačenje, prikazivanje, izvođenje, razlikovanje). Rješavanje problema je najviša kognitivna razina postignuća koja podrazumijeva sposobnost analize, sinteze i vrednovanja gradiva (uspoređivanje, razlučivanje, predlaganje, uređivanje, organiziranje, kreiranje, klasificiranje, povezivanje, prosuđivanje, izabiranje, rangiranje, procjenjivanje, vrednovanje, kombiniranje, predviđanje).

## Modul DOS-a

Jedan modul DOS-a obuhvaća smisleno povezan sadržaj učenja i poučavanja koji obuhvaća određeni broj jedinica DOS-a, koje obuhvaćaju jednu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta.

### Multimedijalni element

Multimedijalni element je zvučni zapis, fotografije, ilustracije, video zapis ili 2D i 3D animacije.

### Nastavni sadržaj

Nastavni sadržaj je konkretna građa i zadatci (aktivnosti) za usvajanje i razvijanje odgojnih i obrazovnih znanja, vještina i navika kojima se ostvaruje određeni odgojno-obrazovni ishod ili skup odgojno-obrazovnih ishoda.

### Objavljeni obrazovni sadržaj

Objavljeni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju u obrazovne svrhe objavljen u tiskanom ili digitalnom formatu uz pozitivnu stručnu recenziju ili pozitivnu evaluaciju od strane korisnika sadržaja.

### Obrazovni sadržaj

Obrazovni sadržaj je sadržaj, tiskanog ili digitalnog tipa, razvijen s primarnom namjenom korištenja u obrazovne svrhe, bilo u nastavi ili izvan nje, za formalno, neformalno ili informalno obrazovanje.

### Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja)

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja) je jasni iskaz očekivanja od učenika (što učenici znaju, mogu učiniti i koje stavove/vrijednosti imaju razvijene) na kraju nekog dijela učenja i poučavanja. Ovisno o razini na kojoj je izražen, neki odgojno-obrazovni ishod može se odnositi na razdoblje od jednog nastavnog sata, tematske cjeline, cijele godine ili ciklusa učenja i poučavanja nekog nastavnog predmeta ili međupredmetne teme. Ishodi mogu biti određeni kao znanja, vještine i/ili stavovi/vrijednosti.

### Osoba s invaliditetom

Osoba s invaliditetom je osobe koja ima dugotrajna tjelesna, mentalna, intelektualna ili osjetilna oštećenja, koja u međudjelovanju s različitim preprekama mogu sprečavati njihovo puno i učinkovito sudjelovanje u društvu na ravноправnoj osnovi s drugima (Konvencija o pravima osoba s invaliditetom, 2006). Prema istoj konvenciji, invaliditet nije samo oštećenje koje osoba ima, nego je rezultat interakcije oštećenja osobe (koje nije samo tjelesno oštećenje kao najvidljivije) i okoline iz čega proizlazi da društvo neprilagođenošću stvara invaliditet, ali ga kroz tehničke prilagodbe prostora, osiguranje pomagala i drugih oblika podrške može i ukloniti. U kontekstu digitalnih obrazovnih sadržaja prilagodbe se odnose na primjenu principa univerzalnog dizajna i poštivanje standarda e-pristupačnosti pri izradi materijala.

## Otvoreni obrazovni sadržaj

Otvoreni obrazovni sadržaj je sadržaj slobodno dostupan za korištenje, doradu i izmjenu od trećih strana bez dodatne naknade.

## Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja / Repozitorij digitalnih nastavnih materijala

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja/Repozitorij digitalnih nastavnih materijala je repozitorij digitalnih nastavnih materijala izrađen u sklopu pilot projekta e-Škole.

## Suvremena pedagoška metoda

Suvremena pedagoška metoda je metoda koja potiče aktivan rad učenika kroz projektni i timski rad, rješavanje problema, učenje putem otkrivanja, stvaralačko učenje te poticanje kritičkog razmišljanja.

## Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama je daroviti učenik/dijete ili učenik/dijete s teškoćama u razvoju.

## Učenici/djeca s teškoćama

Učenik/dijete s teškoćama je dijete/učenik kojemu je u odgojno-obrazovnom sustavu potrebna dodatna podrška u učenju i/ili odrastanju. Prema Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi, NN 94/13. (pročišćeni tekst) učenici s teškoćama (Članak 65.) su: – učenici s teškoćama u razvoju, – učenici s teškoćama u učenju, problemima u ponašanju i emocionalnim problemima, – učenici s teškoćama uvjetovanim odgojnim, socijalnim, ekonomskim, kulturnim i jezičnim čimbenicima. U Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju (NN 24/15) navode se skupine vrsta teškoća: 1. Oštećenja vida, 2. Oštećenja sluha, 3. Oštećenja jezično-govorne-glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju, 4. Oštećenja organa i organskih sustava, 5. Intelektualne teškoće, 6. Poremećaji u ponašanju i oštećenja mentalnog zdravlja, 7. Postojanje više vrsta teškoća u psihofizičkom razvoju.