Projekt *Zajedno kroz prirodoslovlje*

Biološki sustavi i matematika

Priručnik za učenike

Izdavač

Gimnazija Petra Preradovića
Virovitica

Naslov Priručnik za nastavnike fakultativnog predmeta *Biološki sustavi i matematika*

Radni naziv kurikuluma *Biološki sustavi u ekologiji i matematici*

Izdavač Gimnazija Petra Preradovića, Virovitica

Za izdavača Jasminka Viljevac

Urednica Jasminka Viljevac

Autori Azra Razlog, Borna Louvar, Dragana Medved, Dinka Prenković, Ines Tovarović

Supervizori Ružica Vuk, Vlado Halusek, Danijel Jukopila, Aneta Copić, Renata Matoničkin Kepčija

Supervizorica za jezik i gramatiku Izabela Babić

Oblikovale naslovnicu i grafički uredile Mateja Uzelac, Nikolina Hečimović

Dizajn logotipa projekta Grafoprojekt, Virovitica

Podatak o izdanju 1. izdanje

Mjesto i godina izdavanja Virovitica, 2016.

Naziv tiskare i sjedište Grafoprojekt, Virovitica

CIP zapis je dostupan u računalnom katalogu Gradske i sveučilišne knjižnice Osijek pod brojem 140602050.

ISBN 978-953-8147-12-8

Ova publikacija rezultat je projekta *Zajedno kroz prirodoslovlje* koji su provele nositelj projekta Gimnazija Petra Preradovića iz Virovitice s partnerima Srednjom školom Marka Marulića Slatina i Srednjom školom „Stjepan Ivšić" Orahovica od 23. listopada 2015. do 23. listopada 2016. godine. Projekt je u cijelosti financirala Europska unija iz Europskog socijalnog fonda, a financijska sredstva u iznosu od 2 260 369,46 kn osigurana su temeljem natječaja *Promocija kvalitete i unaprjeđenja sustava odgoja i obrazovanja na srednjoškolskoj razini*.

Sadržaj ove publikacije isključiva je odgovornost Gimnazije Petra Preradovića, Virovitica.

Kurikulumi i svi radni materijali jesu razvojni, mogu se dopunjavati, popravljati i mijenjati.

Ova publikacija dostupna je na hrvatskom jeziku u elektroničkom obliku na mrežnoj stranici http://www.gimnazija-ppreradovica-vt.skole.hr/.

Riječi i pojmovni sklopovi koji imaju rodno značenje, bez obzira na to jesu li u tekstu korišteni u muškom ili ženskom rodu, odnose se na jednak način na muški i ženski rod.

Europska unija
Projekt je sufinancirala Europska unija iz Europskog socijalnog fonda
Ulaganje u budućnost

STRUKTURNI I INVESTICIJSKI FONDOVI

Gimnazija Petra Preradovića Virovitica

Srednja škola Marka Marulića, Slatina

Srednja škola "Stjepan Ivšić" Orahovica

Projekt *Zajedno kroz prirodoslovlje*

Biološki sustavi i matematika

PRIRUČNIK ZA UČENIKE

Azra Razlog, prof. matematike

Borna Louvar, mag. biol.

Dragana Medved, prof. biologije i kemije

Dinka Prenković, prof. biologije i kemije

Ines Tovarović, mag. educ. biol. et chem.

Gimnazija Petra Preradovića, Virovitica
Virovitica, 2016.

SADRŽAJ

PREDGOVOR

U vašim je rukama priručnik za učenike fakultativnog predmeta nastao kao rezultat projekta *Zajedno kroz prirodoslovlje*, a financirala ga je Europska unija iz Europskog socijalnog fonda u okviru natječaja *Promocija kvalitete i unaprjeđenje sustava odgoja i obrazovanja na srednjoškolskoj razini*. Vrijednost projekta bila je 2 260 369,46 kuna, a trajao je od 23. 10. 2015. do 23. 10. 2016. godine.

Projekt *Zajedno kroz prirodoslovlje* prijavila je Gimnazija Petra Preradovića iz Virovitice, a partneri su joj bili Srednja škola Marka Marulića iz Slatine i Srednja škola „Stjepan Ivšić" iz Orahovice.

Cilj projekta bio je uspostava programskih, kadrovskih i materijalnih uvjeta u gimnazijama Virovitičko-podravske županije koji će učenicima omogućiti stjecanje dodatnih kompetencija u području prirodoslovlja, matematike i informacijsko-komunikacijskih tehnologija.

Kurikulumi su zasnovani na ishodima učenja i izrađeni prema principima Hrvatskog kvalifikacijskog okvira (Zakon o HKO-u, MZOS 2013.) čime izravno doprinose njegovom daljnjem razvoju i provedbi.

Suradnički su ih izrađivali nastavnici Matematike, Informatike i prirodoslovnih predmeta triju gimnazija, stručnjaci na polju pedagogije i metodologije te profesori sveučilišnih kolegija na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu. Ciljne skupine ovog projekta jesu: nastavnici, učenici, stručni suradnici, vanjski stručnjaci i ravnatelji.

Sudjelovanjem ravnatelja triju gimnazija u provedbi projekta naglašena je važnost modernizacije kurikuluma za obrazovne ustanove. Ojačani kapaciteti gimnazija za izradu i provedbu inovativnih fakultativnih nastava (ljudski i materijalni potencijali) čine ustanovu atraktivnom i poželjnom za nastavak obrazovanja svim učenicima zainteresiranim za prirodoslovlje.

Kako bi podržali razvoj novih fakultativnih programa u školama, ali i doprinijeli razvoju programa svojim stručnim znanjima iz područja pedagogije/psihologije, stručni suradnici iz gimnazija sudjelovali su u edukacijama za razvoj kurikuluma temeljenog na ishodima učenja i unaprjeđenje nastavnih kompetencija. Stečenim znanjem i vještinama pružili su podršku ostalim nastavnicima za razvoj i implementaciju drugih fakultativnih programa, ali i prilagođavanju postojećih nastavnih programa zahtjevima HKO-a.

Postojeći su gimnazijski programi zastarjeli i nedovoljno su prilagođeni promjenama u suvremenom društvu. Naročito zabrinjava zastarjelost u prirodoslovnom i ICT području. Rezultati PISA istraživanja upućuju da su rezultati hrvatskih 15-godišnjaka ispod prosjeka u matematičkoj i prirodoslovnoj pismenosti. Često učenici nisu sposobni povezati znanja iz različitih nastavnih predmeta ili to čine površno i nesustavno. Znanja stečena u gimnazijskom nastavnom procesu uglavnom su teorijska i udaljena od neposredne životne zbilje. Stoga se nameće potreba za povezivanjem škole i života, znanja i vrijednosti, znanstvenih spoznaja i prakse.

Posljednjih godina učinjene su značajne promjene u smjeru poboljšanja hrvatskog obrazovnog sustava u predškolskom i osnovnoškolskom sektoru (HNOS, NOK), srednjem školstvu (reforma strukovnog obrazovanja, državna matura, NOK) i visokom školstvu (Bologna proces), a dovršen je i

Hrvatski kvalifikacijski okvir (HKO) sukladno *Europskom kvalifikacijskom okviru* (EQF). Međutim gimnazijski kurikulum nije značajno strukturno promijenjen već pedesetak godina. Aktualni nastavni programi za gimnazije potječu iz 1994. i 1995. godine, a nastavni planovi iz 1995. godine i nisu zasnovani na ishodima učenja prema instrumentariju Hrvatskoga kvalifikacijskog okvira. Predmetna područja slabo su povezana, iako HKO i NOK omogućuju i potiču smisleno povezivanje svih sastavnica sustava u skladnu cjelinu. Nedostatno su zastupljeni novi oblici učenja i poučavanja, a osobito primjerena upotreba suvremenih tehnologija u poučavanju i učenju.

Naš doprinos promjenama koje svi očekuju jest osam novih kurikuluma fakultativne nastave s priručnicima za nastavnike, priručnicima za učenike te digitalnim radnim materijalima u Moodle-u.

Radni nazivi kurikuluma govore o sadržaju kurikuluma i o smjeru kojim idemo: Zemlja u geografiji, fizici i matematici, Linearna funkcija i vektori u matematičkom programu Geogebra i njihova primjena u obradi eksperimenata u fizici, Funkcije u matematičkom programu Geogebra i njihova primjena u prirodoslovlju, Biološki sustavi u ekologiji i matematici, Biologija s kemijom u životnim procesima, Termodinamika i kvantna mehanika u fizici i kemiji u računima i eksperimentima, Fizikalni eksperimenti i modeli kao osnova rada tehničkih uređaja i Informatika. Nazivi fakultativnih predmeta koji su iz njih proizašli jesu:

1. *Geografija rizika i klimatske promjene*
2. *Linearna funkcija i vektori u eksperimentima*
3. *Funkcije u prirodoslovlju*
4. *Biološki sustavi i matematika*
5. *Biologija s kemijom u životnim procesima*
6. *Fizikalna kemija*
7. *Fizikalni eksperimenti*
8. *Informatika u multimediji i dizajnu.*

UVOD

Fakultativni predmet *Biološki sustavi i matematika* proizašao je iz kurikuluma radnog naziva Biološki sustavi u ekologiji i matematici. Radni naziv kurikuluma, iako je prilično nespretan za naziv predmeta, u najkraćim crtama opisuje što se u predmetu obrađuje, a to je statistička obrada podataka vezanih za biološke sustave. Predmet je namijenjen učenicima četvrtih razreda gimnazija i strukovnih škola koji planiraju studirati na prirodoslovnim fakultetima. Materijali pripremljeni tijekom projekta osigurat će nastavnicima jednostavnu pripremu za nastavu s predloženim načinima i oblicima rada, no mogu poslužiti kao ideja za neki novi kreativni pristup temama iz kurikuluma. Učenicima u ovom predmetu osim klasične nastave, nudimo materijale za učenje na daljinu korištenjem platforme za e-poučavanje. Nastavnici će moći pratiti taj rad učenika i vrednovati ga satnicom predviđenom za obavljanje pojedinih zadataka čime će učenicima omogućiti online rad u njihovim domovima. To će najviše odgovarati učenicima putnicima kojih je u našim školama više od 50 %. Učenici, nastavnici i škole koje se odluče za fakultativni predmet *Biološki sustavi i matematika* kurikulum i sve materijale u digitalnom obliku dobit će besplatno, kao i pristup platformi za e-poučavanje.

Kurikulum i svi radni materijali su razvojni. Mogu se dopunjavati, popravljati i mijenjati.

Vjerujemo da će vam ovaj kurikulum, priručnici i ostali materijali osigurati dobre osnove za vaš osobni razvoj i uspjeh u ostvarivanju željenih ciljeva.

1. UVOD U STATISTIKU

1.1. Uvod

Osnovna pitanja na koja ćemo pokušati odgovoriti glase: što je statistika i zašto je potrebna osobama koje se bave stručnim i znanstvenim radom.

Statistika je grana matematike koja obuhvaća sakupljanje, analizu, interpretaciju i prezentaciju podataka te izradu predviđanja koja se temelje na tim podacima.

Navodno su prve statističke metode korištene čak u 5. stoljeću pr. Kr. za popisivanje poljoprivrednih prinosa, stanovništva i materijalnoga bogatstva.

Najstariji zapisi o korištenju statistike potječu iz 9. stoljeća: arapski znanstvenik *Al-Kindi* (*Abū-Yūsuf Ya'qūb ibn Ishāq al-Kindī*) koristio je statističke metode u svrhu izučavanja kodiranih poruka.

U 14. stoljeću talijanski bankar *Giovanni Villani* napisao je djelo *Nuova Cronica* (povijest Firenze) koje sadrži niz statističkih podataka o populaciji, edukaciji i sl.

Pojam statistika prvobitno je izveden iz latinskog izraza *statisticum collegium* (vijeće država) te talijanske riječi *statista* (državnik ili političar). Njemačka riječ *Statistik* koju je uveo *Gottfried Achenwall* (1749. godine) originalno je značila analizu podataka o državi.

Značenje sakupljanja i analize podataka statistika je dobila početkom 19. stoljeća, a riječ je u engleski jezik uveo *Sir John Sinclair*.

Za razvoj statistike kao analitičke metode značajni su znanstvenici *B. Pascal*, *F. Galton*, *C. F. Gauss*, *A. N. Kolmogorov*, *P. S. de Laplace*, *R. A. Fisher* i *J. Neyman*.

Matematički razvoj statistike vezan je uz razvoj teorije vjerojatnosti.

Statistika se primjenjuje u svim područjima života, odnosno svuda gdje se zaključak donosi na osnovu istraživanja koja iz objektivnih razloga nisu provedena na cijeloj populaciji. Prema tome ona utječe na naš život na mnogo načina. Taj utjecaj ne možemo zanemariti jer drugi koriste statistiku za donošenje zaključaka koji utječu na naš život.

Statistiku dijelimo na deskriptivnu i induktivnu te matematičku i egzaktnu.

• Deskriptivna statistika bavi se organizacijom sakupljenih podataka i njihovim opisom pomoću numeričkih i grafičkih prikaza.

• Induktivna statistika bavi se izvođenjem zaključaka o populaciji na temelju svojstava uzorka.

• Matematička statistika proučavanje je statistike s matematičke točke gledišta (korištenje teorije vjerojatnosti, matematičke analize i linearne algebre).

• Egzaktna statistika grana je statistike koja daje točne rezultate za pripadne statističke testove.

Neke poddiscipline statistike korištene u prirodnim znanostima jesu biostatistika, kemometrika, data mining…

Statistika je potrebna znanstvenicima radi:

- praćenja znanstvene literature gdje su rezultati istraživanja vrlo često izraženi statističkim terminima i simbolima

- obrade rezultata prikupljenih istraživanjem u svrhu analize tih rezultata

- induktivnog načina zaključivanja (pri proučavanju nekog skupa objekata promatraju se posebni objekti iz toga skupa i utvrđuju kod njih ona svojstva koja se zatim pripisuju čitavom skupu)

- planiranja istraživanja i izrade nacrta eksperimenta.

1.2. Osnovni pojmovi u statistici

Kao što ste sigurno primijetili, već smo u uvodu spomenuli osnovne statističke pojmove: podatak, varijabla, populacija, uzorak, a koje ćemo i u daljnjim poglavljima priručnika koristiti.

U ovom poglavlju reći ćemo nešto o svakom od njih.

Podatak je vrijednost koja opisuje neko obilježje jedinke (objekta, elementa, entiteta) populacije koje želimo istražiti, a po kojem se promatrane jedinke međusobno razlikuju. Podatak može biti kvalitativni (opisni) i kvantitativni (brojčani).

Jedinka (objekt, element, entitet) jedna je promatrana prirodna pojava, živo biće, pojava u društvu... (ovisno o cilju istraživanja).

Obilježje je svojstvo koje se odnosi na neki skup (populaciju). Populacija može imati više obilježja i zanimljivo je istraživati njihove međusobne odnose. Neka obilježja vrijede za sve jedinke populacije i po njima ih grupiramo u populaciju, a po nekim se svojstvima jedinke unutar populacije razlikuju. Ta obilježja istražujemo, a nazivaju se ***statističke varijable***.

Populacija (statistički skup) jest skup svih jedinki (entiteta) čija su obilježja predmet statističke obrade. To može biti konačan skup (na primjer lišće na određenom stablu određenog dana) i beskonačan skup (temperatura i vlažnost zraka u Virovitici – možemo mjeriti beskonačno mnogo puta).

Uzorak je podskup skupa jedinki (populacije) izabran iz populacije u skladu s nekim pravilom, a s ciljem da je što bolje reprezentira. Nekada je populacija beskonačan, a nekada jako veliki skup i gotovo je nemoguće ispitati određeno obilježje kod svih njenih jedinki. Tada iz populacije izdvojimo jedan njen dio, to jest uzorak. Ako je uzorak dobar predstavnik populacije iz koje je izabran, onda rezultati (zaključci) dobiveni na uzorku uz određenu pogrešku vrijede i za populaciju.

Ako je populacija konačan skup, onda su njene jedinke jednake po nekim obilježjima *pojmovno (opća svojstva jedinke – tko?)*, *prostorno (geografski položaj – gdje?)* i *vremenski (interval ili razdoblje prikupljanja i obrade statističkih podataka o jedinki – kad?)*.

Recimo da promatramo dužinu jedne populacije puževa u jednom određenom vrtu jednog određenog dana u godini.

Podaci o svim promatranim jedinkama iz uzorka prvo se prikupe, zatim poslože u mjerne ljestvice, nakon toga uspoređuju se i statistički obrade i na osnovu toga donose se zaključci o cijeloj populaciji.

Statistička obrada ima smisla u slučaju da se podaci međusobno razlikuju, ali nema postojeće matematičke funkcije koja te razlike može prikazati.

TOČNO / NETOČNO PITALICE

1. **Podatak** je vrijednost koja opisuje neko obilježje entiteta (objekta, elementa, jedinke) populacije koje želimo istražiti a po kojem se promatrani entiteti međusobno razlikuju.	**T**	**N**
2. Obilježje je uvijek statistička varijabla.	**T**	**N**
3. **Populacija** je konačan skup svih jedinki čija su obilježja predmet statističke obrade.	**T**	**N**
4. **Uzorak** je podskup skupa jedinki (populacije) izabran iz populacije u skladu s nekim pravilom, a s ciljem da je što bolje reprezentira.	**T**	**N**
5. Uzorak može biti izabran iz populacije na bilo koji način i uvijek će je dobro predstavljati.	**T**	**N**

Rješenja:

1. T

2. N
Obilježje je svojstvo koje se odnosi na neku populaciju. Prilikom istraživanja, populaciju formiramo po zajedničkim svojstvima (obilježjima), koja nisu predmet istraživanja, to jest nisu statističke varijable. Statističke varijable su samo ona obilježja koja su predmet istraživanja (po kojim pretpostavljamo da se populacije razlikuju.

3. N
Populacija je skup svih jedinki čija su obilježja predmet statističke obrade koji ne mora biti konačan (npr. temperaturu ili tlak zraka možemo mjeriti beskonačno mnogo puta).

4. T

5. N

Uzorak se bira po točno određenim kriterijima i planski, a čak ni tada ne mora biti dobar predstavnik populacije iz koje je izdvojen.

Za one koji žele znati više

1.3. Kombinatorika

Budući da je statistika usko vezana uz vjerojatnost, a vjerojatnost uz kombinatoriku, ovdje ćete moći pročitati osnovne pojmove vezane uz kombinatoriku.

Ovi nastavni sadržaji nisu predviđeni kurikulumom za ovaj predmet jer su neki od vas to učili na redovnoj nastavi, tako da ishodi učenja koji su vezani uz ovo područje nisu obavezni.

Kombinatorika je područje matematike koje se bavi prebrojavanjem konačnih skupova i odgovara na pitanja „na koliko se načina“ može nešto napraviti ili „koliko ima“ nečega.

Upoznat ćemo neke od principa prebrojavanja: *princip uzastopnog prebrojavanja*, *Dirichletov princip*, *permutacije*, *varijacije* i *kombinacije*.

1.3.1. Princip uzastopnog prebrojavanja

Ako element s_1 možemo izabrati iz skupa S_1 na n_1 načina, element s_2 iz skupa S_2 na n_2 načina... element s_k iz skupa S_k na n_k načina, onda je ukupan broj načina izbora niza s_1, s_2... s_k jednak

$$\mathbf{N} = n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_k$$

PRIMJER 1.1. Znanstvenik iz populacije od dvjesto jedinki uzima jedan za drugim tri uzorka od po jednu jedinku. Na koliko načina to može napraviti?

Rješenje:
Prvi uzorak možemo birati po volji, 200 je mogućih izbora.

Bez obzira koju smo prvu jedinku izabrali, drugu jedinku biramo između 199 preostalih, a treću jedinku biramo između 198 preostalih.

Dakle takvih izbora ima 200 ·199 ·198 = 7 880 400.

1.3.2. Dirichletov princip

Dirichletov princip (slaba forma): Ako n+1 predmeta rasporedimo u n kutija (pretinaca), onda postoji barem jedna kutija koja sadrži bar dva od tih predmeta.

Drugim riječima: ako azil za životinje ima 9 boksova za pse, a u skloništu se trenutno nalazi 10 pasa, onda će barem u jednom boksu biti bar dva psa.

Dirichletov princip (jaka forma): Ako kn+1 predmeta rasporedimo u n kutija (pretinaca), onda postoji barem jedna kutija koja sadrži bar k+1 od tih predmeta.

Drugim riječima: ako imamo 16 ptica u jatu, a napravili smo 5 kućica za ptice, onda će u barem jednoj kućici biti bar 4 ptice (k = 3, n = 5).

PRIMJER 1.2. Neki ljubitelj prirode zapisao je u svoj dnevnik: "Šuma je na kraju sela golema. Sigurno je broj stabala u njoj veći od broja listova na svakom od njih."

Ako je ovaj zaključak valjan, možemo li onda tvrditi da je na najmanje dva stabla broj listova isti?

Rješenje:

Neka je n broj stabala. Brojevi listova na stablima mogu biti ili 0, 1, 2... n − 1 (postoji golo stablo), ili 1, 2, 3... n − 1 (nema golih stabala). U prvom slučaju imamo n stabala i n različitih brojeva listova pa naša tvrdnja ne mora biti istinita. U drugom slučaju imamo n stabala i n − 1 različitih brojeva listova pa je prema Dirichletovom principu naša tvrdnja istinita.

1.3.3. Permutacije

Permutacije skupa od *n* elemenata mogući su redoslijedi kojima možemo pobrojati sve elemente skupa.

Broj permutacija skupa od n elemenata bez ponavljanja jednak je funkciji *n* faktorijela:

$$\boldsymbol{P_n = n!}$$

Funkcija *n* faktorijela jednaka je $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \ldots \ldots 3 \cdot 2 \cdot 1$.

Posebno, 0! = 1.

PRIMJER 1.3. U jednom vrtu procvjetale su tri ruže: crvena, žuta i narančasta, na svakom grmu po jedna. Djevojčica je odlučila ubrati sve tri ruže. Na koliko načina može to učiniti?

Rješenje:

Ako s C označimo crvenu ružu, sa Ž žutu i s N narančastu, mogući redoslijedi branja jesu:

CNŽ, CŽN, ŽCN, ŽNC, NŽC i NCŽ.

Znači djevojčica ima šest mogućih načina za ubrati ruže (ili $P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$*)*

Ako imamo n elemenata od kojih su k_1 jedne vrste, k_2 druge vrste… k_m m-te vrste, broj njihovih mogućih redoslijeda, tj.

broj permutacija skupa od n elemenata s ponavljanjem jednak je:

$$\boldsymbol{\overline{P_n^{k_1,k_2,..,k_m}} = \frac{n!}{k_1!\cdot k_2!\cdot..\cdot k_m!}}$$

PRIMJER 1.4. U jednom vrtu procvjetale su tri ruže: crvena, žuta i narančasta; na jednom su grmu dvije crvene ruže, na drugom tri žute, a na trećem jedna narančasta. Djevojčica je odlučila ubrati sve ruže. Na koliko načina može to učiniti?

Rješenje:

Ako s C označimo crvenu ružu, sa Ž žutu i s N narančastu, mogući redoslijedi branja jesu:

CCNŽŽŽ, CCŽNŽŽ, CCŽŽNŽ, CCŽŽŽN, CNŽŽŽC, CŽNŽŽC, CŽŽNŽC, CŽŽŽNC, CNCŽŽŽ, CŽCNŽŽ, CŽCŽNŽ, CŽCŽŽN, CNŽCŽŽ, CŽNCŽŽ, CŽŽCNŽ, CŽŽCŽN, CŽŽŽCN, CNŽŽCŽ, CŽNŽCŽ, CŽŽNCŽ, NCCŽŽŽ, NCŽCŽŽ, NCŽŽCŽ, NCŽŽŽC, NŽŽŽCC, NŽŽCŽC, NŽŽCCŽ, NŽCCŽŽ, NŽCŽCŽ, NŽCŽŽC, ŽŽŽNCC, ŽŽŽCNC, ŽŽŽCCN, ŽŽNŽCC, ŽŽNCŽC, ŽŽNCCŽ, ŽŽCCŽN, ŽŽCŽCN, ŽŽCCNŽ, ŽŽCŽNC, ŽŽCNŽC, ŽŽCNCŽ, ŽNŽŽCC, ŽNŽCŽC, ŽNŽCCŽ, ŽNCCŽŽ, ŽNCŽCŽ, ŽNCŽŽC, ŽCCNŽŽ, ŽCCŽNŽ, ŽCCŽŽN, ŽCNŽŽC, ŽCNŽCŽ, ŽCNCŽŽ, ŽCŽNCŽ, ŽCŽNŽC, ŽCŽŽCN, ŽCŽŽNC, ŽCŽCNŽ i ŽCŽCŽN.

Znači djevojčica ima 60 mogućih načina za ubrati ruže.

(ili $\overline{P_6^{2,3,1}} = \frac{6!}{3!2!\cdot 1!} = \frac{720}{6\cdot 2} = 60$ *)*

1.3.4. Kombinacije

Kombinacije k-tog razreda od n elemenata jesu načini na koje možemo izabrati k elemenata iz skupa od n elemenata bez obzira na redoslijed izbora.

Ukupan broj kombinacija bez ponavljanja jednak je:

$$\boldsymbol{K_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}}$$

PRIMJER 1.5. Ako od pet jedinki neke vrste biramo tri za pokus, koliko imamo mogućih izbora?

Rješenje:

Ako s 1 označimo jednu jedinku, s 2 drugu, s 3 treću, s 4 četvrtu i s 5 petu, onda su nam izbori:

{1,2,3}, {1,2,4}, {1,2,5}, {1,3,4}, {1,3,5}, {1,4,5}, {2,3,4}, {2,3,5}, {2,4,5}, {3,4,5}

(ili $K_5^3 = \binom{5}{3} = \frac{5!}{3!\cdot 2!} = 10$ *)*

Ako imamo n vrsta elemenata i biramo k elemenata, znači da se elementi mogu ponavljati.

Ukupan broj kombinacija s ponavljanjem jednak je:

$$\boldsymbol{\overline{K_n^k} = \binom{n+k-1}{k}}$$

PRIMJER 1.6. Veterinar je odlučio besplatno cijepiti četiri psa. Ako se odlučio da će cijepiti maltezere, pekinezere i pudle, koje su mu sve mogućnosti zastupljenosti pojedine vrste i koliko ih ima?

Rješenje:

Imamo tri vrste pasa i od svake vrste jako puno jedinki koje smatramo jednakima i želimo cijepiti četiri psa; poredak pasa pri cijepljenju nije bitan.

Možemo cijepiti:

četiri maltezera, četiri pekinezera, četiri pudle, tri maltezera i jednog pekinezera, tri maltezera i jednu pudlu, tri pekinezera i jednog maltezera, tri pekinezera i jednu pudlu, tri pudle i jednog pekinezera, tri pudle i jednog maltezera, dva maltezera i dvije pudle, dva maltezera i dva pekinezera, dva pekinezera i dvije pudle, dva maltezera i po jednog pekinezera i pudlu, dva pekinezera i po jednog maltezera i pudlu, dvije pudle i po jednog pekinezera i maltezera – znači imamo 15 načina odabira.

(ili od n = 3 vrste pasa biramo k = 4 psa koja ćemo cijepiti: $\overline{K_3^4} = \binom{3+4-1}{4} = \binom{6}{4} = \frac{6!}{4!\cdot 2!} = 15$*)*

1.3.5. Varijacije

Varijacije *k*-tog razreda od *n* elemenata načini su na koje možemo izabrati *k* elemenata iz skupa od *n* elemenata uz razlikovanje redoslijeda izbora elemenata.

Ukupan broj varijacija bez ponavljanja jednak je:

$$\boldsymbol{V_n^k} = \frac{\boldsymbol{n}!}{(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{k})!}$$

PRIMJER 1.7. Ako smo odlučili uzorke označavati troznamenkastim brojevima kojima su znamenke različite koristeći brojeve od 1 do 5, koliko uzoraka možemo označiti?

Rješenje:

123, 124, 125, 134, 135, 145, 132, 142, 152, 143, 153, 154, 213, 231, 214, 241, 215, 251, 235, 253, 234, 243, 245, 254, 312, 321, 314, 341, 315, 351, 324, 342, 325, 352, 345, 354, 412, 421, 413, 431, 415, 451, 423, 432, 425, 452, 435, 453, 512, 521, 513, 531, 514, 541, 523, 532, 524, 542, 534, 543.

Znači ukupno 60 uzoraka (ili $\boldsymbol{V_5^3} = \frac{\mathbf{5}!}{\mathbf{2}!} = 60$*).*

Ako izabrani elementi ne moraju biti različiti, onda je u pitanju varijacija s ponavljanjem.

Ukupan broj varijacija s ponavljanjem jednak je:

$$\overline{\boldsymbol{V_n^k}} = \boldsymbol{n^k}$$

PRIMJER 1.8. Ako smo odlučili uzorke označavati troznamenkastim brojevima koristeći brojeve od 1 do 5, koliko uzoraka možemo označiti?

Rješenje:

Sada nije naglašeno da znamenke moraju biti različite, što znači da, osim brojeva napisanih u prošlom primjeru, mogu biti i brojevi:

111, 112, 113, 114, 115, 121, 131, 141, 151, 122, 133, 144, 155, 222, 221, 223, 224, 225, 212, 232, 242, 252, 211, 233, 244, 255, 333, 331, 332, 334, 335, 313, 323, 343, 353, 311, 322, 344, 355, 444, 441, 442, 443, 445, 414, 424, 434, 454, 411, 422, 433, 455, 555, 551, 552, 553, 554, 515, 525, 535, 545, što je ukupno 60 + 65 = 125 (ili $\overline{V_5^3}$ = 5^3*= 125)*

NAPOMENA: Isti rezultat dobili bismo i korištenjem principa uzastopnog prebrojavanja.

Veza između kombinacija, permutacija i varijacija dana je formulom: $\boldsymbol{V_n^k} = \boldsymbol{K_n^k} \cdot \boldsymbol{P_k}$

PRIMJER ISPITA ZNANJA

1. Na koliko se načina u spremište mogu spremiti 4 stola, 8 stolaca i 3 suncobrana? (RJ: 225225)

2. U vrtu rastu mrkva, peršin i celer. Na koliko načina je moguće napraviti svezak od 8 komada korjenastog povrća za juhu? (RJ: 45)

3. U koliko se točaka sijeku 19 pravaca iste ravnine ako se 3 od njih sijeku u istoj točki a 2 su paralelna? (RJ: 168)

4. Koliko ima peteroznamenkastih brojeva u kojima se svaka od znamenaka 7, 0, 5, 3, 4 javlja točno jednom? (RJ: 96)

5. Koliko elemenata ima skup ako je broj varijacija bez ponavljanja drugog razreda njegovih elemenata jednak 42? (RJ: sedam)

1.4. Vjerojatnost

Teorija vjerojatnosti matematički je temelj statistike i jedno je od najvažnijih područja suvremene matematike jer se uvelike primjenjuje u raznim područjima tehnike, biologije, ekonomije, a često i u svakodnevnom životu.

Nastavni sadržaji vezani uz vjerojatnost nisu predviđeni kurikulumom za ovaj predmet jer su neki od vas to učili na redovnoj nastavi, tako da ishodi učenja koji su vezani uz ovo područje nisu obavezni.

Naše je najčešće pitanje iz ovog područja kolika je vjerojatnost da će ishod nekog pokusa biti ono što mi očekujemo pa su osnovni pojmovi teorije vjerojatnosti stohastički pokus i događaj.

Pokus čiji ishod nije unaprijed određen zovemo **stohastički pokus.**

Ishod bilo kojeg stohastičkog pokusa (bacanje igraće kocke, izvlačenje kuglice iz kutije,nekog pokusa iz prirodoslovlja…) zovemo **elementarni događaj (ω).**

Skup svih mogućih ishoda nekog pokusa zovemo **prostor elementarnih događaja** (oznaka je **Ω**).

Događaj je bilo koji podskup skupa elementarnih događaja.

Razlikujemo tri skupine događaja:

Događaj koji se uz dane uvjete uvijek ostvaruje zovemo **siguran događaj**.

Događaj koji se uz dane uvjete nikad ne ostvaruje zovemo **nemoguć događaj** (∅)**.**

Događaj koji se uz dane uvjete može ostvariti ili ne ostvariti zovemo **slučajan događaj**.

Spomenute pojmove pokušat ćemo objasniti u sljedećem primjeru:

PRIMJER 1.9. Stohastički pokus: Bacanje igraće kocke.

Elementarni događaji vezani uz ovaj stohastički pokus jesu:

ω_1 **-** „pao je broj 1“,

ω_2 **-** „pao je broj 2“,

ω_3 **-** „pao je broj 3“,

ω_4 **-** „pao je broj 4“**,**

ω_5 **-** „pao je broj 5“**,**

ω_6 **-** „pao je broj 6“.

$\Omega = \{ \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6 \}$ **- prostor elementarnih događaja (svi mogući ishodi)**

A - „pao je prirodan broj manji od 7“ siguran je događaj

B - „pao je broj 7“ jedan je od nemogućih događaja

C - „pao je paran broj“ jedan je od slučajnih događaja

$A, B, C \subseteq \Omega$

Kardinalni broj nekog skupa jest broj njegovih elemenata.

$k(\Omega) = 6$ (kardinalni broj skupa Ω)

Partitivni skup skupa A (oznaka *P* (A)) je skup svih podskupova skupa A.

Ako je $k(A) = n$, onda je broj svih podskupova skupa A jednak $k(P(A)) = 2^n$

Znači broj svih događaja vezanih uz pokus bacanja igrače kocke iznosi $2^6 = 64$.

1.4.1. Operacije s događajima

Događaj je ustvari skup čiji su elementi neki od elementarnih događaja nekog stohastičkog pokusa, tako da su operacije s događajima u stvari operacije sa skupovima.

Iz tog razloga u ovom ćemo poglavlju ponoviti neke operacije sa skupovima.

Podskup (oznaka $A \subseteq B$): ako se ostvaruje događaj A, onda se ostvaruje i događaj B - A implicira B.

Ako vrijedi **$A \subseteq B$ i $B \subseteq A$,** onda su A i B jednaki događaji, to jest **$A = B$**.

Na primjer u stohastičkom pokusu bacanja igraće kocke događaj A = „pao je broj 2“ implicira događaj B = „pao je paran broj“.

Unija (oznaka $A \cup B$): ostvario se barem jedan od događaja A i B – ili A, ili B, ili oba.

Presjek (oznaka $A \cap B$): ostvario se i događaj A i događaj B – oba .

Razlika (oznaka $A \setminus B$): ostvaruje se događaj A, a ne ostvaruje se događaj B.

Uniju, presjek i razliku događaja pokušat ćemo objasniti u sljedećem primjeru:

PRIMJER 1.10. U kutiji se nalaze kuglice označene jednoznamenkastih brojevima i mi izvlačimo jednu kuglicu. Neka je događaj A = ”broj na kuglici djeljiv je s 2” , događaj B = ”broj na kuglici djeljiv je s 3”, znači da povoljne ishode za događaje predstavljaju skupovi $A=\{2,4,6,8\}$ i $B=\{3,6,9\}$.

Događaj C = ”broj djeljiv s 2 ili s 3” predstavlja uniju događaja A i B, što znači da je

$C = A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9\}$.

Događaj D = ”broj djeljiv i s 2 i s 3” predstavlja presjek događaja A i B, što znači da je

$D = A \cap B = \{6\}$.

Događaj E = ”broj paran, a nije djeljiv s 3” predstavlja razliku događaja A i B, što znači da je

$E = A \setminus B = \{2, 4, 8\}$.

Događaj F = ”broj nije paran, a djeljiv je s 3” predstavlja razliku događaja B i A, što znači da je

$F = B \setminus A = \{3, 9\}$.

Komplementaran (suprotan) događaj od događaja A (oznaka A^C ili $\bar{A}$): ako se ostvaruje događaj A, ne ostvaruje se događaj A^C i obrnuto: $A \cap A^C = \emptyset$ i $A \cup A^C = \Omega$

Na primjer u stohastičkom pokusu bacanja igraće kocke događaju A = „pao je paran broj“ komplementaran je događaj A^C = „pao je neparan broj“.

Za svaki slučajan događaj A vrijedi sljedeće:

$$\mathbf{A \subseteq \Omega}$$

$$\mathbf{A \cup \Omega = \Omega}$$

$$\mathbf{A \cap \Omega = A}$$

$$\mathbf{A \cup \emptyset = A}$$

$$\mathbf{A \cap \emptyset = \emptyset}$$

Nadalje važno nam je definirati i potpun sustav događaja pa ćemo upoznati razliku između suglasnih i nesuglasnih događaja.

A i B su nesuglasni događaji (isključuju se) ako se u istom pokusu ne mogu istovremeno ostvariti.

A i B su suglasni događaji ako postoji barem jedan elementarni događaj koji pripada i A i B.

(U primjeru 1.9. događaji A = „ pao je paran broj" i B = „ pao je broj djeljiv brojem 3" jesu suglasni: $A \cap B = \omega_6$)

Događaji $H_1, H_2 \ldots H_n \subseteq \boldsymbol{\Omega}$ čine **POTPUN SUSTAV DOGAĐAJA** ako i samo ako vrijedi**:**

(1) Nijedan nije nemoguć: $H_i \neq 0$, $i = 1,2 \ldots n$

(2) Svi ti događaji međusobno su disjunktni (nesuglasni): $H_i \cap H_j = \emptyset$ $i, j = 1,2 \ldots n$

(3) Zajedno čine prostor svih događaja $H_1 \cup H_2 \cup \ldots \cup H_n = \Omega$

1.4.2. Vjerojatnost događaja

Vjerojatnost događaja A (P(A)) omjer je broja ***m*** povoljnih ishoda za događaj A i broja ***n*** svih mogućih ishoda.

$$\mathbf{P(A)} = \frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{n}}$$

Vjerojatnost nekog događaja možemo prikazati u obliku postotka, razlomka ili decimalnog broja iz intervala [0, 1].

Vrijedi:

(1) $\mathbf{P(\Omega) = 1}$

(2) $\mathbf{P(\emptyset) = 0}$

(3) $\mathbf{0 \leq P(A) \leq 1}$

(4) $\mathbf{P(\bar{A}) = 1 - P(A)}$

(5) $\mathbf{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$

Ako je $A \cap B = \emptyset$ onda je $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(6) Ako je $\mathbf{A \subseteq B}$, onda je $\mathbf{P(A) \leq P(B)}$

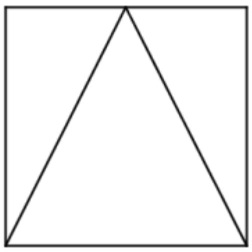
1.4.3. Geometrijska vjerojatnost

Neka je Ω ograničeni podskup ravnine i *m* (Ω) njegova površina, a A ⊆ Ω i *m* (A) površina podskupa A. Vjerojatnost da točka izabrana na sreću unutar skupa Ω bude ujedno i u skupu A jednaka je:

$$\mathbf{P(A)} = \frac{\boldsymbol{m(A)}}{\boldsymbol{m(\Omega)}}$$

PRIMJER 1.11. Kolika je vjerojatnost da slučajno odabrana točka kvadrata stranice 5 cm padne unutar njemu upisanog trokuta čija su dva vrha susjedni vrhovi kvadrata, a treći je vrh polovište nasuprotne stranice.

Rješenje:



$P_{kvadrata} = 5^2 = 25\ cm^2$

$P_{trokuta} = \frac{osnovica \cdot visina}{2} = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12{,}5\ cm^2$

$$P(A) = \frac{12{,}5}{25} = \frac{1}{2}$$

1.4.4. Uvjetna vjerojatnost

Vjerojatnost događaja A uz uvjet da se ostvario događaj B **uvjetna je vjerojatnost događaja A uz uvjet B** (P(A|B)), a računa se pomoću izraza:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) \neq 0$$

Slijedi

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

PRIMJER 1.12. Odredi vjerojatnost da je u bacanju kocke pao broj 1 ako je poznato da je pao neparan broj.

Rješenje:

A= „ pao je broj 1“ $\quad P(A) = \frac{1}{6}$

B = „pao je neparan broj“ $\quad P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$A \cap B$ *= „ pao je broj 1“*

$P(A|B) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Za događaje A i B kažemo da su **nezavisni** ako se vjerojatnost događaja A ne mijenja nakon što nam je poznato da se realizirao događaj B i obrnuto.

Onda je **P(A|B) = P(A)** i **P(B|A) = P(B),** to jest **P $(\mathbf{A} \cap \mathbf{B})$ = P(A) ·P(B)**

1.4.5. Ponavljanje pokusa

Neka je *p* vjerojatnost događaja A i neka je za svaki pokus jednaka. Vjerojatnost da će se u *n* ponavljanja pokusa događaj A ostvariti *k* puta dana je **Bernoullijevom formulom**:

$$\mathrm{p_k} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

PRIMJER 1.13. Vjerojatnost da je proizvod neispravan jest 0,25. Ako se provjerava uzorak od 6 proizvoda, kolika je vjerojatnost da će 4 proizvoda biti neispravna?

Rješenje:

p = 0.25, n = 6, k = 4

P = $\binom{6}{4} \cdot 0{,}25^4 \cdot (1-0{,}25)^{6-4}$ *= 15·0,00390625·0,5625 = 0,03296*

1.4.6. Formula potpune vjerojatnosti. Bayesova formula

Neka hipoteze $H_1, H_2 \dots H_n \subseteq \Omega$ čine potpun sustav događaja i $A \subseteq \Omega$ događaj.

Vrijedi:

$$\mathrm{P\ (A)} = P(H_1) \cdot P(A \mid H_1) + P(H_2) \cdot P(A \mid H_2) + \dots + P(H_n) \cdot P(A \mid H_n)$$

$$\mathbf{P\ (A)} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{P(H_i) \cdot P(A \mid H_i)}$$

Odavde iz **formule potpune vjerojatnosti** slijedi **Bayesova formula:**

$$\mathbf{P}(\boldsymbol{H_i}|\mathbf{A}) = \frac{\boldsymbol{P(H_i) \cdot P(A \mid H_i)}}{\boldsymbol{P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) + \dots + P(H_n) \cdot P(A|H_n)}}$$

PRIMJER 1.14. Tvrtka proizvodi hladnjake u dva pogona, A i B. Vjerojatnost neispravnosti proizvoda u pogonu A iznosi 5 %, a u pogonu B 3 %. Pogon A u tjednu proizvede 400, a pogon B 350 proizvoda. Svi se proizvodi transportiraju u centralno skladište.

a) Ako odaberemo jedan hladnjak iz skladišta, kolika je vjerojatnost da je neispravan?

b) Ako je odabrani hladnjak neispravan, kolika je vjerojatnost da je iz pogona A?

Rješenje:

H_1: *„Izabran je hladnjak iz pogona A“* H_2: *„Izabran je hladnjak iz pogona B“*

$P(H_1) = \frac{400}{750} = \frac{8}{15}$ $P(H_2) = \frac{350}{750} = \frac{7}{15}$

A: *„Izabran je neispravan hladnjak “* $P(A|H_1) = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$ $P(A|H_2) = \frac{3}{100}$

$A \cap H_1$: *„Izabran je neispravan hladnjak iz pogona A“* $P(A \cap H_1) = \frac{8}{15} \cdot \frac{1}{20} = \frac{2}{75}$

$A \cap H_2$: *„Izabran je neispravan hladnjak iz pogona B“* $P(A \cap H_2) = \frac{7}{15} \cdot \frac{3}{100} = \frac{7}{500}$

a) $P(A) = P(H_1) \cdot P(A | H_1) + P(H_2) \cdot P(A | H_2) = \frac{2}{75} + \frac{7}{500} = \frac{61}{1500}$

b) $P(H_1 | A) = \frac{P(H_1) \cdot P(A|H_1)}{P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2)} = \frac{2/75}{61/1500} = \frac{40}{61}$

PROJEKTNI ZADATAK:

Osmislite sami zadatak iz područja vjerojatnosti i riješite ga, a zatim svoje rješenje prezentirajte koristeći ICT tehnologiju.

2. PRIKUPLJANJE PODATAKA

2.1. Prikupljanje podataka o promjenama ekoloških čimbenika

Na staništu na kojem neka vrsta živi vladaju uvjeti koji ovisno o svom intenzitetu i trajanju utječu na brojnost, a time i gustoću populacije. Životne uvjete staništa određuju ekološki čimbenici koji mogu biti biotički i abiotički. Biotički ekološki čimbenici odnose se na međuovisnost živih bića. Abiotički ekološki čimbenici posljedica su kruženja Zemlje oko Sunca, Mjeseca oko Zemlje (svjetlost, temperatura, vlaga…) ili su to iznenadne pojave kao erupcije vulkana, poplave, potresi i sl. O intenzitetu ekoloških čimbenika ovisi rasprostranjenost pojedine vrste na zemlji i gustoća njene populacije.

Praćenje promjena ekoloških čimbenika omogućava lakše razumijevanje prostornog rasporeda i strukture populacija. Međunarodni program GLOBE razvijen je s ciljem redovitog i sustavnog učeničkog mjerenja i opažanja pojava i promjena u bliskom okolišu. Tako se npr. u istraživanju vremena motri temperatura zraka, količina oborina, ukupna naoblaka i vrste oblaka, relativna vlažnost zraka i tlak zraka. Mjerenja i opažanja provode se, osim na području atmosfere, i za vodu, tlo i pokrov. Podaci i rezultati istraživanja unose se u jedinstvenu bazu i mogu se međusobno uspoređivati za različita područja na zemlji. Podatci i rezultati istraživanja unose se u jedinstvenu bazu i mogu se međusobno uspoređivati za različita područja na zemlji (dostupno na http://www.globe.gov/). Inajjednostavnija mjerenja u sklopu GLOBE programa uključuju korištenje statističkih metoda. Svakodnevno u izvještajima o vremenu slušamo izvode o srednjim mjesečnim ili godišnjim temperaturama ili o količini padalina za pojedini grad i sl. Podaci zabilježeni praćenjem pomažu znanstvenicima da na temelju onoga što se događalo u prošlosti predvide što će se događati danas ili u budućnosti.

Za prikupljanje osnovnih atmosferskih i hidroloških podataka nije potrebna skupa oprema kojom je teško rukovati. Za mjerenje meteroloških čimbenika potrebna je meteorološka kućica u kojoj se trebaju nalaziti termometri za mjerenje maksimalne, minimalne i trenutačne dnevne temperature. U kućicu je moguće smjestiti i instrument za mjerenje tlaka i vlažnosti zraka (higrometar).

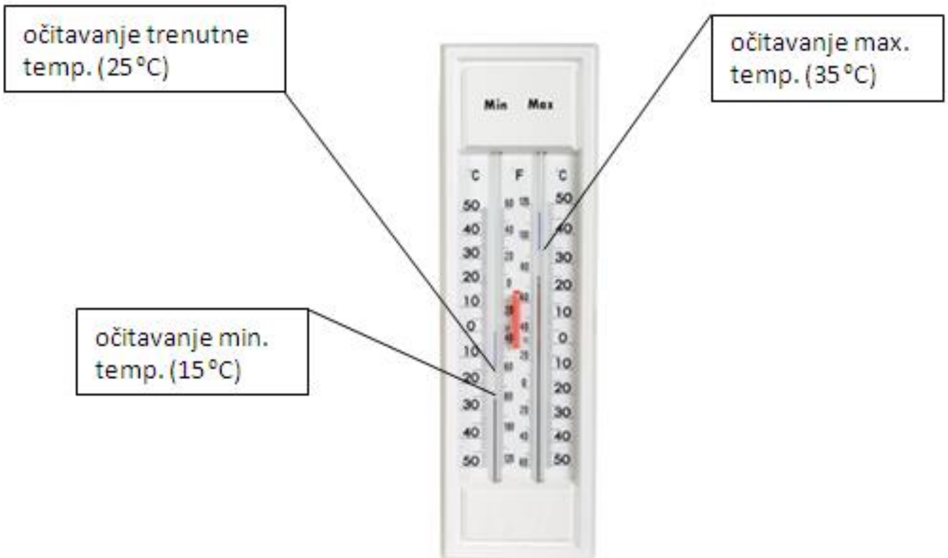
Kod mjerenja oborina potreban je kišomjer i daska kojom se mjeri novi napadali snijeg.

VJEŽBA 2.1. MJERENJE TRENUTNE, MINIMALNE I MAKSIMALNE TEMPERATURE ZRAKA

Trenutna temperatura zraka jest temperatura zraka u određenom trenutku izmjerena termometrom (Slika 2.1.); minimalna temperatura zraka najniža je temperatura zaraka od posljednjeg očitovanja i maksimalna tempertura zraka najveća je temperatura zraka od posljednjeg očitovanja.

Pribor: termometar, grafitna olovka, dnevnik meteoroloških istraživanja.

ZADATAK 1. Pomoću termometra očitajte i zabilježite trenutnu, maksimalnu i minimalnu temperaturu zraka.



Slika 2.1. Termometar

VJEŽBA 2.2. MJERENJE TLAKA ZRAKA

Tlak zraka na Zemlji jednak je ukupnoj težini svih čestica u atmosferi koje pritišću jedan metar kvadratni Zemljine površine na određenom mjestu. Tlak zraka pri standardnim atmosferskim uvjetima iznosi 101,32 Pa na razini mora. Tlak zraka smanjuje se porastom nadmosrke visine zbog čega je važno znati točnu nadmorsku visinu prilikom mjerenja. Tlak zraka iskazuje se u milibarima (mb) ili hektopasaklima (hPa).

Pribor: barometar (Slika 2.2.), grafitna olovka, dnevnik meteoroloških istraživanja.

ZADATAK 1. Pomoću barometra izmjerite tlak zraka i zabilježite vrijednost u dnevnik meteroloških istraživanja.

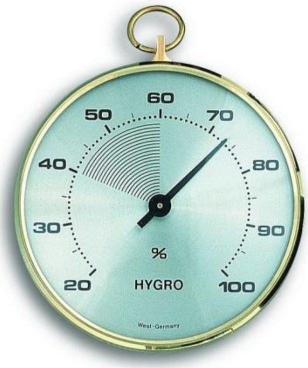
Slika 2.2. Barometar

VJEŽBA 2.3. MJERENJE VLAŽNOSTI ZRAKA

Vlažnost zraka predstavlja količinu vodene pare u zraku. O količini vodene pare ovisi i pojava oborina. Za mjerenje vlažnosti zraka koriste se higrometri te se vlažnost zraka izražva u postotcima.

Pribor: higrometar (Slika 2.3.), kemijska olovka, dnevnik meteoroloških istraživanja.

ZADATAK 1. Pomoću higrometra izmjerite tlak zraka i zabilježite u dnevnik meteoroloških istraživanja.



Slika 2.3. Higrometar

Primjer dnevnika meteoroloških istraživanja

Postaja	Datum	t / ºC zraka (trenutna)	t / ºC zraka (min.)	t / ºC zraka (max.)	Tlak zraka (hPa)	Vlažnost zraka (%)

VJEŽBA 2.4. ISPITIVANJE FIZIKALNO-KEMIJSKIH SVOJSTAVA VODE

Za mjerenje osnovnih fizikalno-kemijskih čimbenika vode: koncentracije otopljenog kisika u vodi (mg/L), pH, konduktiviteta (µS/cm), saliniteta (ppt), alkaliteta (mg/l kao $CaCO_3$) potrebna je skupa oprema poput prenosivog mini laboratorija (Slika 2.4.).

Slika 2.4. Mini laboratorij Multi set/340i WTW

Prilikom svakog izlaska na teren potrebno je zabilježiti nekoliko osnovnih abiotičkih čimbenika zraka (temperatura zraka, tlak zraka, vlažnost zraka) i vode (prozirnost vode, temperatura vode) kao i ostale fizikalno-kemijske čimbenike koji zahtijevaju dodatnu opremu. Za potrebe ovih vježbi izmjerit ćemo prozirnost, temperaturu i pH vode.

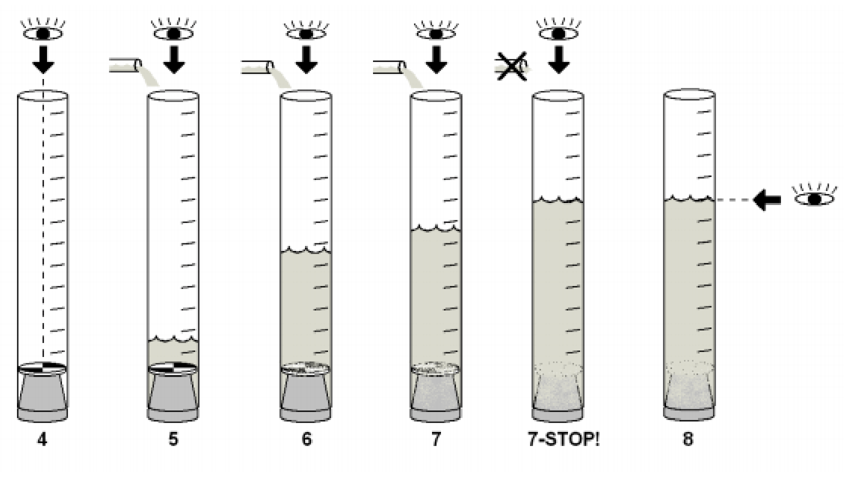
VJEŽBA 2.4.1. MJERENJE PROZIRNOSTI VODE

Pribor: *Secchi* ploča, *turbidity* cijev, grafitna olovka, dnevnik hidroloških istraživanja.

ZADATAK 1. Secchi ploča spušta se u vodu sve dok ploča (disk) ne „nestane“. U trenutku kada ploču više ne možemo vidjeti, izvlačimo disk iz vode i izmjerimo dužinu konopa koji je bio uronjen u vodu (cm) (Slika 2.5.). Važno je napomenuti da se prozirnost jezera ne mjeri u priobalnom dijelu, već se treba odmaknuti od obale prema središtu jezera.

Slika 2.5. Spuštanje *Secchi* ploče u vodu

Prozirnost vode može se izmjeriti i pomoću *turbidity* cijevi. Uzorak vode ulijeva se u cijev sve dok više ne možemo vidjeti crno-bijelu podlogu cijevi. Mjerenje se vrši u sjeni. Na cijevi se očita visina vodenog stupca i zabilježi u dnevnik hidroloških istraživanja (Slika 2.6.).



Slika 2.6. Koraci u određivanju prozirnosti vode pomoću *turbidity* cijevi

VJEŽBA 2.4.2. MJERENJE TEMPERATURE VODE

Pribor: termometar, kemijska olovka, dnevnik hidroloških istraživanja.

ZADATAK 1. Temperatura vode mjeri se uranjanjem termometra u vodu na dubinu 10 cm te se drži 3 do 5 minuta. Nakon isteklog vremena termometar se izvadi iz vode te se brzo očita i zabilježi temperatura.

Napomena: Temperatura zraka kod kopnenih voda mjeri se termometrom 5 cm od stupca s alkoholom do površine vode (jezera).

VJEŽBA 2.4.3. MJERENJE pH VODE

Pribor: indikatorski pH papirići, plastična čaša, kemijska olovka, dnevnik hidroloških istraživanja.

ZADATAK 1. Prije uzimanja uzorka vode potrebno je plastičnu čašu ili kantu isprati destiliranom vodom. Indikatorski papirić (Slika 2.7.) uroni se u uzorak vode te se drži toliko dugo koliko piše na uputama proizvođača. Očita se pH i zabilježi u dnevnik hidroloških istraživanja.

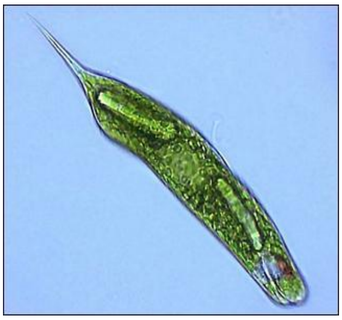
Slika 2.7. Indikatorski pH papirić

Postaja	Datum	t/ºC zraka	t/ºC vode	SD (cm)*	pH vode

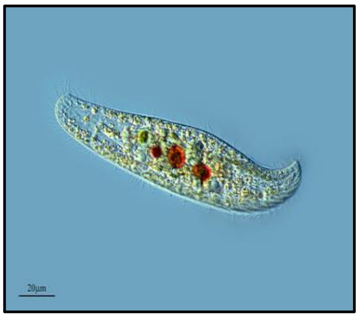
*** SD (Secchi dubina)**

2.2. Sakupljanje i laboratorijski uzgoj praživotinja

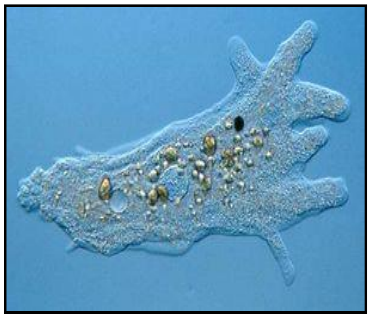
Praživotinje (Protozoa) jednostanični su eukariotski organizmi. Veličina njihova tijela kreće se u rasponu od 2 µm do 450 µm. Tjelesna organizacija praživotinja mnogo je složenija od stanica mnogostaničnih eukariotskih organizama jer svaka praživotinjska stanica funkcionira kao samostalna jedinka (razmnožavanje, kretanje, uzimanje i probavljanje hrane). Većina slobodnoživućih praživotinja naseljavaju različita staništa po čitavom svijetu. Nastanjuju mora, kopnene vode, vlažno tlo itd. Osim slobodnoživućih praživotinja postoje parazitske, fotoautotrofne i saprozoičke vrste. Razlikujemo: *Mastigophora* (npr. *Euglena gracilis*) (Slika 2.8.), *Ciliophora* (Slika 2.9.) , *Sarcodina* (npr. *Ameba proteus*) (Slika 2.10.), *Cnidiospora* (Slika 2.11.), *Sporozoa* (Slika 2.12.)



Slika 2.8. *Mastigophora*

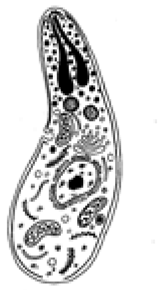


Slika 2.9. *Ciliophora*



Slika 2.10. *Sarcodina*

Slika 2.11. *Cnidiospora*



Slika 2.12. *Sporozoa*

VJEŽBA 2.5. SAKUPLJANJE PRAŽIVOTINJA IZ STAJAĆICA

Pribor: staklene bočice (200 mL), pincete, Petrijeve zdjelice, lupa, histološke iglice, mikroskop, satno staklo, kapalica, Rose bengal.

ZADATAK 1. Za rad u praktikumu sa živim praživotinjama donesenim iz prirodnih staništa potrebno je u obalnom području stajaćica (bare, jezera) sakupiti vodu i pincetom izvaditi materijal u kojem žive različite vrste praživotinja (obraštaj, sediment, vegetacijski ostaci). Materijal se može sakupiti u staklene bočice (200 mL). Uzorci se u laboratoriju iz bočice prebace u Petrijevu zdjelicu i promatraju pod lupom ili se za mikroskopiranje uzorak vode prenese kapalicom na predmetno staklo i prekrije prozirnicom. Da bi se organizmi bolje uočili, u Petrijevuu zdjelicu s uzorkom doda se nekoliko kapi boje Rose bengal.

VJEŽBA 2.6. LABORATORIJSKI UZGOJ PRAŽIVOTINJA

Pribor: staklena posuda (1 L), mikroskop, pokrovnica, predmetno stakalce, lupa, histološke iglice, Petrijeva zdjelica, Rose bengal.

Materijal: vodovodna voda, kora banane, sijeno, zrna riže

ZADATAK 1. Za početni uzgoj praživotinja u laboratorijskim uvjetima potrebno je u posudu od 1 L staviti sijeno koje će zauzeti $\frac{1}{3}$ posude. Preko toga se nalije vodovodna voda i ostavi na sobnoj temperaturi. Nakon jedan do dva tjedna trebale bi se razviti različite vrste praživotinja. Razvoj praživotinja prati se tako da se svakih nekoliko dana mikroskopom analizira kap vode na predmetnici. Da bi se praživotinje koje se brzo kreću usporile, na predmetno staklo s kulturom praživotinja stavi se mali komadić vate.

U drugoj etapi, održavanja praživotinja u kulturi, potrebno je praživotinje iz početne kulture staviti u posudu s korom banane prelivene s 1 L vodovodne vode. Posuda se drži otklopljena na sobnoj temperaturi. Redovitim kontroliranjem populacije praživotinja kultura se može razrijediti ili napraviti nova. Papučice se mogu uzgajati i u epruveti. U epruvete se ulije vodovodna voda te dodaju dva zrna riže. Praživotinje se prebace u pripremljeni rižin medij i odlože na sobnoj temperaturi u tamniji dio prostorije.

PITANJE 1. Zašto se praživotinje uzorkuju iz priobalnog područja jezera i bara, obraštaja, trulog lišća i grana koje su pale u vodu?

____

____

____

PITANJE 2. Zašto je za održavanje kulture praživotinja potrebno staviti koru od banane ili zrna riže?

____

____

____

PITANJE 3. Koje biste skupine praživotinja mogli pronaći u odstajaloj vodi?

____

____

____

ZADATAK 2. Na predmetno stakalce kapalicom kapnite 2-3 kapi odstajale vode sa sijenom te pokrijte pokrovnicom. Promatrajte preparat pod mikroskopom i uz pomoć ključa za determinaciju nacrtajte pronađene praživotinje. Ponovite postupak nekoliko puta s novim kapima odstajale vode (poduzorci). Bilježite volumen vode koju analizirate.

ZADATAK 3. U tablicu napišite nazive pronađenih skupina praživotinja i broj jedinki pojedine skupine iz svih analiziranih poduzoraka.

Ime skupine				
Broj jedinki				

Gustoću (brojnost) pojedinih organizama iskazujemo izračunatim brojem jedinki po jedinici površine ili volumena koje naseljavaju.

ZADATAK 4. U tablicu upište broj pronađenih jedinki praživotinja iz 0.015 dm^3 uzorka vode (pomoću lupe) te izračunajte njihovu gustoću u 1 cm^3 vode (br. jedinki/cm^3).

Broj jedinki praživotinja u 0,015 dm^3	**Broj jedinki praživotinja u 1 cm^3**

PITANJE 4. Zašto je važno uzeti više poduzoraka vode?

____

____

____

2.3. Sakupljanje beskralježnjaka u kopnenim vodama

Za proučavanje bioraznolikosti beskralježnjaka u kopnenim vodama uzorkuje se plankton - makrofauna (beskralježnjaci koji se zadržavaju na 500 µm situ) i meiofauna (beskralježnjaci koji se zadržvaju na 63 µm situ). Makrofaunu čine predstavnici spužvi, hidri, puževa, rakova, pijavica, ličinki kukaca itd., a meiofaunu trepetljikaši, sluzavci, kolnjaci, bičaši, oblići, maločetinaši itd. Beskralježnjaci koji žive na dnu kopnenih voda čine bentos, a koji žive u slobodnoj vodi čine plankton ili nekton.

VJEŽBA 2.7. UZORKOVANJE BESKRALJEŽNJAKA U NIZISNKIM I GORSKIM POTOCIMA

Ovisno o količini padalina kroz godinu, potoci mijenjaju svoj izgled. Nije rijetkost da neki potoci u vrućem dijelu godine presuše ili da za kišne sezone poplave. U gorskoj i nizinskoj Hrvatskoj potoci se razlikuju prema protoku, geološkoj podlozi, fizikalno - kemijskim čimbenicima i bioraznolikosti. Prije proučavanja bioraznolikosti potoka važno je dobro poznavati biotop i vrste koje je na tom staništu moguće pronaći. Gorski brzaci zahtijevaju drugačiju opremu za proučavanje od opreme potrebne za uzorkovanje sporih nizinskih potoka.

Pribor: mreža oka 500 µm s držačem , kadica, pinceta.

ZADATAK 1. Nizinskim potocima najčešće je teže pristupiti zbog guste vegetacije, velike dubine i muljevite ili pješčane podloge. Najprikladniji način sakupljanja uzoraka iz takvih biotopa je korištenje različitih mreža. D - mreža se s dugim držačem povlači po dnu potoka i skuplja se bentos. Nakon izvlačenje mreža će biti puna mulja pa ju je potrebno pažljivo skinuti s držača i provlačiti vodoravnim pokretima kroz vodu da bi se sitne čestice pijeska i mulja isprale, a na mreži zadržala krupnija flora i fauna potoka. Nakon ispiranja živi materijal prenese se s mreže u kadicu i koristi za daljnje proučavanje.

Pribor: kanta, kadica, staklena boca (200 mL), četka, pinceta.

ZADATAK 2. Beskralježnjaci se u gorskim potocima mogu uzorkovati metodom „pikiranja" i ispiranja. U kantu se ulije manja količina potočne vode i prelije preko većeg kamena kojeg smo izvadili iz potoka i stavili u kadicu. Na donjoj strani kamena uočavaju se različite vrste beskralježnjaka koji se prenose pincetom u staklenu bocu (200 mL). Ostali beskralježnjaci koji su se zadržali na kamenu prenose se u kantu s potočnom vodom te se ostružu četkom. Potočna se voda sa sastruganim beskralježnjacima procijedi kroz sito te se zadržali beskralježnjaci prenesu u kadicu. Iz kadice beskralježnjaci se pincetom prenose u staklenu posudu za daljnje proučavanje.

VJEŽBA 2.8. UZORKOVANJE BESKRALJEŽNJAKA U SLOBODNOJ VODI

Pribor: planktonska mreža, plastična boca

ZADATAK 1. Za sakupljanje zooplanktona (Slika 2.14.) u slobodnoj vodi se koriste zooplansktonske mreže izrađene od mlinarske svile veličine pora oko 64 µm (Slika 2.15.). Najjednostavnije metoda za sakupljanje zooplanktona je da se mreža baci s obale u jezero i povlači prema obali. Prilikom povlačenja zooplankton veći od promjera pora mreže će se zadržati u mreži. Na kraju mreže nalazi se otvor s metalnim valjkom gdje se zadržava sav zooplankton i plastična boca u koju se sakupljeni zooplankton prebacuje. Drugi mogući način sakupljanja zooplanktona je pomoću čamca. Iz čamca se mreža uroni i povlači kroz vodu. Pritom treba paziti da se čamac vozi malim brzinama kako ne bi došlo do velikih turbulencija vode ili se otrgnula planktonska mreža. Prikupljeni zooplankton se prebacuje u plastičnu bocu i prenosi u laboratorij za daljnje proučavanje.

Slika 2.14. Predstavnici zooplankton jezera (A – *Cladocera*, B – *Copepoda*, C – *Keratella*)

Slika 2.15. Planktonska mreža

2.4. Sakupljanje kukaca (*Insecta*)

Kukci su mali člankonošci (*Arthropoda*) koji spadaju u potkoljeno šestonožaca (*Hexapoda*). Tijelo im je spojeno u više međusobno spojenih kolutića (glava, prsa, zadak). Na prsima se nalazi tri para člankovitih nogu za hodanje, plivanje ili skakanje te krila. Obzirom na prisutnost krila razlikujemo kukce koji ni u jednoj fazi razvitka nemaju krila, beskrilci (*Apterygota*) i kukce s krilima, krilaši (*Pterygota*). Beskrilni kukci uglavnom žive na vlažnim mjestima ispod trulog lišća i kamena kao npr. vrsta *Campodea staphylinus* (Slika 16.) koja je rasprostranjena u većem dijelu Europe. Krilašima pripada tridesetak redova kukaca, npr. vretenca (*Odonata*) (Slika 17.), dvokrilci (*Diptera*), leptiri (*Lepidoptera)*, opnokrilci (*Hymenoptera*) itd. Znanost koja se bavi proučavanjem kukaca zove se entomologija i možemo je podijeliti na opću, sistemsku i primijenjenu. Opća entomologija se bavi proučavanjem fiziologije, anatomije i genetike kukaca, sistemska proučava vrste kukaca i njihov položaj u klasifikacijskim sustavima, a primijenjena se bavi primjenom znanstvenih spoznaja o kukcima u različitim ljudskim djelatnostima (veterinarska entomologija, poljoprivredna entomologija, forenzička entomologija itd.). Kukci uglavnom žive na kopnu i u kopnenim vodama, a manji ih je broj na obali uz morsku vodu.

Slika 2.16. *Apterygota* (*Campodea staphylinus)*

Slika 2.17. Vretence (*Crocothemis servilia*)

VJEŽBA 2.9. HVATANJE LEPTIRA (*Lepidoptera*)

Pribor: mreža za hvatanje leptira, staklena posuda s poklopcem.

ZADATAK 1. Leteće kukce može se uhvatiti dok lete zrakom

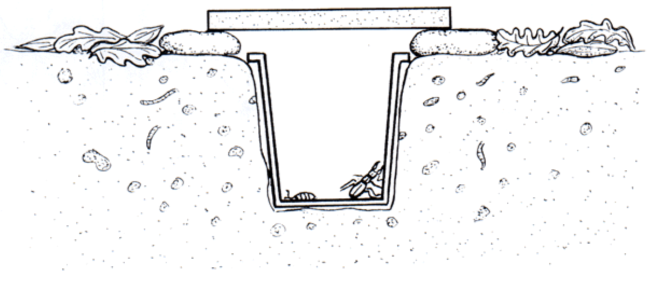
kao npr. vretenca, a leptire se najbolje može uhvatiti dok se nalaze na cvijetu. Za hvatanje leptira potrebno je imati mrežu izrađenu od mekanog, laganog pletiva pričvršćenu na okruglom okviru s dugačkom drvenom drškom. Leptira se najlakše može uhvatiti kada sjedi na cvijetu. Na dovoljnoj udaljenosti potrebno je zamahnuti mrežom te ju odmah preklopiti kako uhvaćeni leptir ne bi pobjegao van (Slika 2.18.). U slučaju da leptir poleti zamahne se brzo mrežom i preklopi. Živi leptir može se privremeno držati u djelomično zatvorenoj staklenoj posudi.

Slika 2.18. Mreža za hvatanje leptira (preklopljena)

VJEŽBA 2.10. SAKUPLJANJE KUKACA POMOĆU METODE MIRISNIH MAMACA (ATRAKTANATA)

Pribor: staklena bočica ili čaša, plastični zatvarač, poljoprivredni alat – lopata.

ZADATAK 1. Za hvatanje kukaca koji žive na tlu potreban je mamac, staklena ili plastična boca i drveni ili plastični poklopac koji će spriječiti padanje kiše u klopku. Prvo se iskopa zemlje dovoljne dubine da stane plastična boca prerezana u gornjem širem dijelu ili duboka plastična čaša. Gornji rub treba se nalaziti u ravnini površine zemlje preklopljen poklopcem. Ispod rubova poklopca stavi se nekoliko kamenčića kako bi ostalo dovoljno prostora za upadanje kukaca u klopku. Na dno klopke stave se atraktanti koji privlače kukce poput piva, sira, octa i sl. (Slika 2.19.).



Slika 2.19. Klopka s mamcima za skupljanje kukaca (engl. *pitfall trap*)

2.5. Sakupljanje beskralježnjaka iz perifitona

Perifiton je kompleksna zajednica autotrofa (alge) i heterotrofa (gljive, bakterije, praživotinje i manji beskralježnjaci) pričvršćena za podlogu i uklopljena u polisaharidni matriks. Obzirom na tip podloge na kojima se perifiton razvija razlikujemo epifiton (obraštaj na vodenim biljkama), epiksilon (obraštaj na drvenim podlogama), epiliton (obraštaj na kamenim podlogama), epipsamon (obraštaj na pjeskovitoj podlozi), epipelon (obraštaj na muljevitom sedimentu), epizoon (obraštaj na vodenim organizmima).

VJEŽBA 2.11. POSTAVLJANJE EKSPERIMENTA ZA SAKUPLJANJE I ANALIZU BESKRALJEŽNJAKA PERIFITONA

Pribor: staniol, kuhalo, lonac, ravnalo, pincete, drveni nosač, plastične strune, plastične boce (plutače), cigla (sidro), žičani cilindri, staklene bočice (200 mL), sito, Rose bengal.

Materijal: grančice drveta (npr. vrbe).

ZADATAK 1. Kao podloge za razvoj perifitona mogu se koristiti grančice vrbe dimenzija oko 10 x 1 cm koje se kuhaju u vodi 30 min nakon čega se svaka omota staniolom. Na jednoj ili više postaja jezera postavlja se po jedan drveni nosač na kojima je plastičnom strunom pričvršćen određeni broj žičanih cilindara (npr. 15 žičanih cilindara) obloženih plastičnom mrežicom veličine pora 15 x 15 mm (Slika 2.20.). S grančica se skine zaštitna folija i prije samog uranjanja u vodu jezera horizontalno polože u zaštitne cilindre. Cilindri s grančicama su međusobno udaljeni 10 cm i uronjeni 20 cm ispod površine vode. Drveni nosači su uzdignuti iznad površine vode pomoću plutača i usidreni za dno kamenim blokovima (Slika 2.21.). Grančice vrbe ostaju uronjene u vodu oko četiri tjedna od dana uranjanja.

Slika 2.20. Drveni nosač sa žičanim cilindrima u kojima se nalaze grančice vrbe

Slika 2.21. Drveni nosač s uronjenim cilindrima i grančicama

Nakon određenog vremena grančice vrbe s razvijenim perifitonom izvade se pincetom iz zaštitnih cilindara i stave u staklene bočice s jezerskom vodom (200 ml) (Slika 2.22.). Svaku staklenu bočicu označi se datumom i oznakom postaje. Uzorci perifitona sakupljeni na terenu prebace se u školu (laboratorij). Radi potreba određivanja bioraznolikosti beskralježnjaka s grančica se žiletom sastruže perifiton i ispere vodom preko sita veličine pora oko 65 µm. Jedinke beskralježnjaka koje su se zadržale na 64 µm situ, prebace se u laboratorijsku čašu s vodovodnom vodom. Radi lakšeg uočavanja u laboratorijsku čašu s uzorcima doda se boja Rose bengal. Obojani uzorci iz laboratorijske čaše prebace se u Petrijevu zdjelicu.

Cijeli se uzorak pregleda pod binokularnom lupom. Pomoću histološke iglice i pod raznolikim povećanjima zabilježi se broj svake skupine beskralježnjaka.

Slika 2.22. Epiksilon

ZADATAK 2. Zabilježi broj jedinki beskralježnjaka sa svake grančice u tablicu i preračunaj njihov broj za površinu od 10 cm^2.

npr.

Grančica br.	Visina grančice, *v* (cm)	Promjer grančice, *2r* (cm)	Broj jedinki	Br. jedinki/10 cm^2

ZADATAK 3. Ako smo iz obraštaja grančice vrbe promjera 1,1 cm i visine 10 cm izbrojali 425 jedinki kolnjaka, koliko bi jedinki bilo na površini 100 cm^2.
P=2rπv

PRIJEDLOG ISTRAŽIVAČKOG RADA ZA UČENIKE

Učenici mogu sakupljati životinjske organizme na različitim ili istim staništima. Na istom je staništu potrebno odabrati više postaja (npr. 3 postaje: P1, P2, P3) kroz točno određeni vremenski period ovisno o vrsti eksperimenta (nrp. tjedna, mjesečna dinamika). Prikupljene podatke abiotičkih čimbenika i sastava faune učenici uredno bilježe u tablicu koju su sami izradili ovisno o vrsti istraživanja. Prikupljeni podatci se mogu iskoristiti u sljedećim nastavnim cjelinama ovog priručnika.

Učenici kroz istraživački rad trebaju:

- postavljati istraživačko pitanje i hipotezu
- odabrati pogodno stanište
- primijeniti odgovarajuću metodu za sakupljanje ili uzgoj određenenih skupina beskralježnjaka
- bilježiti abiotičke čimbenike prilikom svakog izlaska na postaju/e
- analizirati sastav i brojnost faune
- prikupljene podatke bilježiti u tablice
- koristiti tablične vrijdnosti za daljnje vježbe predviđene ovim kurikulumom.

3. ORGANIZACIJA PODATAKA

Nakon prikupljanja podataka, o čemu smo pisali u prošlom poglavlju, potrebno je te podatke organizirati radi daljnje analize.

Podaci se smatraju statističkima samo ako su prikupljeni prema određenom planu prikupljanja, odnosno nacrtu statističkoga pokusa.

3.1. Mjerne ljestvice (skale)

Podaci koji se analiziraju uporabom statističkih metoda, dobiveni su nekim mjerenjem. Nakon toga organiziraju se tako da se razvrstavaju u mjerne ljestvice.

Prema razini preciznosti najčešće se spominju četiri vrste mjernih ljestvica. Ove ljestvice razlikuju se po preciznosti, količini informacija koje nam daju te po tome koje matematičke operacije dopuštaju koristiti.

To su:

- nominalne ljestvice

- ordinalne ljestvice

- intervalne ljestvice

- omjerne ljestvice.

3.1.1. Nominalne ljestvice

Kod nominalnih ljestvica podaci se ne mogu međusobno numerički uspoređivati, nego im se samo dodjeljuju imena, a nominalne vrijednosti služe samo za identifikaciju. To su na primjer vrsta jedinke, stanište i slično.

Statistički postupci koji se mogu koristiti:

Mod, proporcije, χ^2- test, Q-koeficijent korelacije, ϕ-koeficijent korelacije.

Tablica 3.1. Primjena nominalne ljestvice

Svojta	Lokalitet	Sezona
1	2	4
1	1	1
3	1	2
2	3	2
3	2	1
2	1	2

Legenda	
Amonia tepida	1
Cribroelphidium decipiens	2
Bulimnia aculeata	3
ušće rijeke Krke	2
gornji dio estuarija	3
rijeka Krka	1
proljeće	4
ljeto	2
jesen	3
zima	1

Tablica 3.1. prikazuje raspodjelu krednjaka (*Foraminifera*) s obzirom na vrstu, lokalitet i sezonu. Prvi podatak iz plavo zatamljenog polja označava vrstu *Bulimnia aculeata* (3) utvrđenu u rijeci Krki (1) u ljetu (2).

Tablica 3.2. Primjena nominalne ljestvice

Svojta	Spol	Sezona
1	7	3
1	1	1
2	1	2
2	1	2
1	7	6
2	7	2

Legenda	
Cyprinus carpio	1
Cyprinus barbatus	2
mužjaci	1
ženke	7
proljeće	6
ljeto	2
jesen	3
zima	1

Tablica 3.2. prikazuje koštunjače (*Telostei*) s obzirom na vrstu, spol i sezonu. Prvi podatak iz crveno zatamljenog polja označava vrstu *Cyprinus carpio* (1), ženku (1) utvrđenu zimi (1).

3.1.2. Ordinalne ljestvice

Karakteristika ovih ljestvica jest postojanje odnosa među kategorijama u smislu veće – manje, ali razlike među kategorijama nisu jednake (ekvidistantne).

Pozitivna ljestvica

- ljestvica u kojoj je prva kategorija slabija od druge, druga slabija od treće, treća slabija od četvrte kategorije itd.

k1 < k2 < k3 < k4 < ...

Negativna ljestvica

- ljestvica gdje je prva kategorija bolja od druge, druga bolja od treće, treća bolja od četvrte itd.

k1 > k2 > k3 > k4 > ...

Pored svih statističkih postupaka za nominalne ljestvice ovdje se još može koristiti i koeficijent i rang korelacija.

Tablica 3.3. Primjena ordinalne ljestvice

Legenda	
brojno	4
povremeno	3
rijetko	2

Vrste	Broj jedinki	Rangiranje prema zastupljenosti
Alcedo atthis (vodomar)	45	4
Parus caeruleus (plavetna sjenica)	20	3
Motacilla flava (žuta pastirica)	12	2
Sitta europea (brgljez)	11	2

Tablica 3.3. prikazuje broj jedinki malih vrsta ptica uhvaćenih mrežom za hvatanje malih ptica na nekom močvarnom području. Najbrojnije vrste označene su brojem 4, vrste s najmanjim brojem 2, preostale s brojem 3.

3.1.3. Intervalne ljestvice

To su mjerne ljestvice kod kojih je poznat redoslijed i razlika među rezultatima na svakom dijelu ljestvice. Bodovi na testu iz biologije, na testu iz matematike ili na testu iz fizike pripadaju intervalnim ljestvicama.
Kod ovih ljestvica mogu se računati:
- aritmetičke sredine
- standardne devijacije
- z-vrijednosti
- r-koeficijent korelacije.

Tablica 3.4. Primjena intervalne ljestvice

Postaja	Datum	min. – max. temeperatura zraka (ºC)
Virovitica	17.9.2016.	17 – 25
Virovitica	18.9.2016.	15 – 22
Virovitica	19.9.2016.	15 – 20
Virovitica	20.9.2016.	12 – 21

Tablica 3.4. prikazuje intervale (razmak) između minimalne i maksimalne temperature zraka.

3.1.4. Omjerne ljestvice

Posjeduju sva svojstva intervalnih ljestvica i još imaju apsolutnu nulu.

Primjeri podataka u omjernoj ljestvici jesu težina i visina jedinke.

Svi statistički postupci koji se primjenjuju u intervalnim ljestvicama, mogu se koristiti i u omjernim ljestvicama.

Tablica 3.5.Primjena omjerne ljestvice

Dužina tijela (cm)	Raspon krila (cm)
23,4	39,4
23,8	39,6
24,1	39,9
23,2	39,2

Tablica 3.5. prikazuje omjer dužine tijela i raspona krila velikog djetlića (*Picoides major*).

Podaci opisani u nominalnim ljestvicama zovu se *kvalitativni podaci*, a ljestvica se naziva ***kvalitativna ljestvica*.**

Podaci opisani u ordinalnim, intervalnim i omjernim ljestvicama zovu se *kvantitativni podaci*, a ljestvice se jednim imenom zovu ***kvantitativne ljestvice***.

PRIMJER ISPITA ZNANJA

1. Ljestvice u statistici služe za:

A. prikupljanje podataka
B. organiziranje podataka
C. određivanje veličine uzorka
D. postavljanje hipoteze

2. Ljestvica na slici je:

Vrijeme u minutama	Broj zaposlenih
0 - 4	9
5 - 9	21
10 - 14	45
15 – 19	34
20 - 24	5
Ukupno	114

A. nominalna

B. ordinalna

C. intervalna

D. omjerna

3. Podatci koji opisuju jačinu vjetra određenog dana u godini su:

A. kvalitativni **B.** kvantitativni **C.** omjerni **D.** intervalni

4. Intervalne ljestvice imaju apsolutnu nulu.

TOČNO NETOČNO

5. Statistički postupci koji se mogu koristiti kod nominalnih podataka su:

A. hi - kvadrat test **B.** aritmetička sredina **C.** standardna devijacija **D.** z - vrijednost

Rješenja: 1. B 2. C 3. A 4. N 5. A

4. MJERE CENTRALNE TENDENCIJE

4.1. Uvod

Kod velikih uzoraka brojčanih podataka često je potrebno odrediti sredinu, tj. centar oko kojeg se te brojčane vrijednosti grupiraju. Ti brojevi, koji interpretiraju cijeli niz podataka, zovu se ***mjere centralne tendencije ili mjere srednje vrijednosti***. Postoje razne mjere centralne tendencije i sve imaju svoje prednosti i nedostatke.

Mi ćemo u ovom poglavlju upoznati aritmetičku sredinu (prosjek), medijan i mod i pokušat ćemo kroz primjere pokazati kad je neka od njih pogodnija od ostalih.

Osim ove tri mjere centralne tendencije koriste se još i geometrijska i harmonijska sredina.

4.2. Aritmetička sredina (prosjek)

Najčešće korištena mjera centralne tendencije jest aritmetička sredina (prosjek).

Zbroj svih podataka o nekoj varijabli podijeljen s brojem tih podataka naziva se *aritmetička sredina*.

Aritmetička sredina računa se po formuli:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

gdje je X_i *i*-ti podatak, a *n* broj podataka.

Aritmetičku sredinu uzorka označavamo s $\overline{X}$, a aritmetičku sredinu populacije s μ.

Široka primjena aritmetičke sredine kao mjere centralne tendencije nije slučajna. Ona ne samo da je razumljiva i jednostavna za računanje, nego ima još mnoge prednosti:

- može se izračunati za bilo koji niz intervalnih podataka, što znači da uvijek postoji

- bilo koji niz podataka ima samo jednu aritmetičku sredinu

- za njeno izračunavanje uzimaju se u obzir svi podatci, što znači da svi prikupljeni podatci utječu na njenu veličinu

- zbroj pojedinačnih odstupanja podataka od aritmetičke sredine uvijek je jednaka 0.

Nedostatak je u tome što ne reprezentira dobro podatke u sljedećim situacijama:

- uzorak je jako mali

- postoje podatci koji jako odskaču od većine ostalih podataka (nehomogeni skup podataka).

ZADATAK 4.1. Najveći nasad jabuka u Bjelovarsko-bilogorskoj županiji podignut je na 40 hektara po uzoru na napredna voćarska područja poput sjeverne Italije (Južnog Tirola), Austrije, Njemačke. Nasad je intenzivan, s oko 3300 stabala, uzgojnog oblika usko, vitko vreteno, visine do 2,7 m – „na dohvat ruke“**.** Sve je podređeno proizvodnji više od 90 % prve klase jabuka jer samo kvaliteta i količina uroda može osigurati stabilno mjesto na tržištu čemu teži tvrtka. No to nije moguće bez učinkovite zaštite od tuče pa je i podignuta protugradna mreža na cijelom voćnjaku. Ostatak uroda do 10 % druge klase prerađuje se u sok, rakiju i vino. Na taj se na način iskorištava sav jednogodišnji urod.

Slika 4.1. Nasad jabuka

Izračunaj prosječni urod u kilogramima po stablu ako su na uzorku od 32 stabla dobiveni sljedeći podaci:

Tablica 4.1. Prosječni urod jabuka u kg

broj uzorka	masa jabuka u kg	broj uzorka	masa jabuka u kg
1.	15	17.	24
2.	13	18.	11
3.	17	19.	21
4.	15	20.	10
5.	11	21.	12
6.	28	22.	9
7.	18	23.	10
8.	7	24.	18
9.	21	25.	11
10.	18	26.	19
11.	9	27.	15
12.	13	28.	24
13.	11	29.	10
14.	17	30.	20
15.	9	31.	13
16.	13	32.	21
Prosjek			

4.3. Medijan

Središnji rezultat koji dijeli distribuciju podataka o nekoj varijabli na dva jednaka dijela (isti broj podataka ima manju i veću vrijednost od njega) naziva se *medijan*.

Medijan spada u položajne mjere centralne tendencije.

Preduvjet za određivanje medijana jest da su podaci poredani po svojoj brojčanoj vrijednosti ili od najmanjeg pa do najvećeg ili obratno.

Ako se u distribuciji nalazi neparan broj rezultata, medijan je središnji rezultat.

Ako se distribucija sastoji od parnog broja rezultata, medijan je jednak prosječnoj vrijednosti dvaju središnjih rezultata.

Primjenjuje se kao mjera centralne tendencije kod izrazito heterogenih skupova (skupova koji imaju visok stupanj varijabilnosti).

Prednosti medijana kao mjere centralne tendencije jesu:

- bilo koji niz podataka ima samo jedan medijan
- nalazi se između najmanje i najveće vrijednosti
- na vrijednost medijana ne utječu ekstremne vrijednosti
- zbroj apsolutnih odstupanja pojedinačnih podataka od medijana minimalan je.

Nedostatak je što je ova mjera grublja od aritmetičke sredine i više ovisi o broju podataka nego o njihovoj brojčanoj vrijednosti.

ZADATAK 4.2. Pronađite medijan u distribuciji rezultata prikazanih u zadatku 4.1.

4.4. Mod

Podatak o nekoj varijabli koji se najčešće pojavljuje naziva se *mod*. Broj pojavljivanja nekog rezultata mjerenja (podatka) zovemo *frekvencija*.

Mod je ujedno i dominantna vrijednost u podacima o nekoj varijabli.

U zadatku 4.1. vidi se da najveću frekvenciju (4) imaju rezultati 11 i 13 i oni predstavljaju dominantne vrijednosti, odnosno *mod* pa kažemo da je podatak *masa jabuka u kg* bimodalan.

Kod kontinuiranih kvantitativnih varijabli određivanje modalne vrijednosti jest otežano. Prije svega utvrdimo razred u kojem se mod nalazi, a to je onaj s najvećom frekvencijom. Da bismo unutar modalnog razreda utvrdili mod, koristimo sljedeću formulu:

$$\mu_o = L_1 + \frac{b-a}{(b-a)+(b-c)} \cdot I$$

gdje je

L_1 – donja granica modalnog razreda

a – frekvencija razreda ispred modalnog

b – frekvencija modalnog razreda

c – frekvencija razreda iza modalnog

I – interval (širina) modalnog razreda

ZADATAK 4.3. Grupirajte podatke iz zadatka 4.1. u sedam razreda širine 3, a zatim odredite modalni razred i mod.

VJEŽBA 4.1. Vrijeme u Hrvatskoj 9. 8. 2016. u 4 h

Postaja	Smjer vjetra	Brzina vjetra (m/s)	Temperatura zraka (°C)	Relativna vlažnost (%)	Tlak zraka(hPa)	Tendencija tlaka (hPa/3h)	Stanje vremena
Zagreb-Maksimir	-	-	14.9	84	1018.4	-0.8	-
Zagreb-Grič	SE	0.1	18.1	70	1018.2	-	-
RC Puntijarka	W	0.8	14.2	67	906.9*	-1.1	lahor
Krapina	NW	0.3	12.8	95	1019.1	-0.8	lahor
Varaždin	SW	1.1	12.7	94	1018.9	-0.9	lahor
Križevci	W	0.4	13.2	100	1018.4	-0.1	lahor
RC Bilogora	E	1.0	18.2	80	1018.7	-0.8	lahor
Daruvar	S	0.1	14.2	92	1019.6	-0.7	-
Bjelovar	E	0.6	14.9	89	1018.4	-0.9	lahor
Sisak	SW	0.4	14.4	93	1018.5	-0.7	lahor
Gorice (kod Nove Gradiške)	SW	0.7	14.7	91	1017.9	-0.8	lahor
Slavonski Brod	W	0.1	13.7	96	1018.1	-0.7	-
RC Osijek – Čepin	NW	1.0	15.5	94	1018.3	-0.7	lahor
RC Gradište (kod Županje)	N	0.4	15.9	92	1017.9	-0.7	lahor
Karlovac	SE	0.9	13.3	97	1018.8	-0.7	lahor
Ogulin	SW	1.6	12.1	94	1019.6	-0.7	povjetarac
NP Plitvička jezera	-	-	12.9	92	1019.5	-0.8	-
Gospić	N	0.5	12.3	93	1019.3	-0.8	lahor
Parg – Čabar	S	1.3	11.8	85	920.7*	-0.1	lahor
Rijeka	N	1.0	19.0	60	1016.4	-1.4	lahor
Pazin	SW	0.1	13.0	92	1017.4	-1.3	-
Poreč – svjetionik	N	3.2	23.0	51	1015.0	-1.2	povjetarac
RC Monte Kope	N	3.7	20.2	54	1015.3	-1.2	slab vjetar
Sv. Ivan – svjetionik	E	1.9	20.6	72	1016.0	-1.2	povjetarac
Opatija	NE	0.1	19.5	61	1014.1	-1.5	-
Malinska	NE	1.8	19.8	61	1015.9	-1.2	povjetarac
Senj	NE	11.2	23.5	52	1014.5	-1.3	jak vjetar
Rab	E	0.6	20.7	62	1015.0	-0.9	lahor
Zadar	W	1.1	21.4	81	1015.2	-0.8	lahor
Veli Rat – svjetionik	NW	1.6	22.4	72	1014.9	-0.9	povjetarac
Knin	SE	1.3	16.5	84	1015.7	-0.1	lahor
Šibenik	N	6.3	22.2	56	1014.9	-0.6	umjeren vjetar
Split – Marjan	NE	2.9	23.7	51	1014.5	-0.9	povjetarac
Sv. Jure – Biokovo	N	5.6	11.8	75	-	0.0	umjeren vjetar
Hvar	-	0.3	22.2	60	1014.0	-0.9	lahor
Ploče	C	0.0	21.0	64	1014.3	-0.5	-
Dubrovnik	NE	0.9	24.6	48	1013.3	-0.8	lahor
Prevlaka	N	3.9	22.0	72	1013.8	-0.7	slab vjetar
Lastovo	SW	0.6	23.3	57	1014.1	-0.1	lahor

ZADATAK 1. Odredi te koji su od podataka iz tablice kvalitativni, a koji kvantitativni.

Kvalitativni podaci:____

Kvantitativni podaci:____

ZADATAK 2. Za podatke za koje je to moguće odredite aritmetičku sredinu, medijan i mod.

ZADATAK 3. Koja od mjera centralne tendencije najbolje reprezentira pojedini podatak? Zašto?

PRIMJER ISPITA ZNANJA

1. Mjera centralne tedencije nije:

A. aritmetička sredina **B.** mod **C.** medijan **D.** z – vrijednost

2. Mjere centralne tedencije predstavljaju vrijednost oko koje se podatci iz uzorka grupiraju.

TOČNO **NETOČNO**

3.Položajne mjere centralne tedencije su: (ima više točnih odgovora)

A. aritmetička sredina **B**. medijan **C.** mod **D.** geometrijska sredina

4. Aritmetička sredina ne reprezentira dobro podatke ako postoje podatci koji jako odskaču od ostalih (visok stupanj varijabilnosti) i u slučaju da je uzorak _______________

5. Izrazom $\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + ...X_n}{n}$ računamo:

A. aritmetičku sredinu **B**. medijan **C.** mod **D.** geometrijsku sredinu

6. Na slici su prikazani rezultati dvije škole koje dijele jednu zgradu. Ako je ukupan broj učenika 1234, koja je prosječna ocjena škole?

A. 2,50
B. 3,00
C. 3,40
D. 2,00

Rješenja: 1. D 2. T 3. B, C 4. Jako mali 5. A 6. B

5. MJERE VARIJABILNOSTI (DISPERZIJE, RASPRŠENOSTI)

5.1. Uvod

Za donošenje zaključaka o nekoj populaciji nije dovoljno samo prikupiti podatke i izračunati mjere centralne tendencije, nego moramo provjeriti reprezentiraju li one dobro tu populaciju.

Koliko dobro mjere centralne tendencije opisuju populaciju koju promatramo, pokazuju nam mjere varijabilnosti. Smatramo da nam mjera centralne tendencije dobro opisuje populaciju ako su gotovo svi podaci unutar nekog relativno malog intervala oko te mjere. Drugim riječima podaci ne variraju previše u odnosu na dobivenu mjeru centralne tendencije, nisu previše raspršeni.

Mi ćemo u ovom poglavlju naučiti što su raspon, varijanca i standardna devijacija, koje spadaju u apsolutne mjere varijabilnosti, i koeficijent varijabilnosti i z-vrijednost, koje spadaju u relativne mjere varijabilnosti.

Apsolutne mjere varijabilnosti izražene su u jedinici mjere podataka i otežavaju nam usporedbu varijabilnosti kod podataka različitih mjernih jedinica, dok su relativne mjere varijabilnosti izražene realnim brojem.

5.2. Raspon (interval varijabilnosti)

Raspon je najjednostavnija mjera varijabilnosti, a utvrđuje se kao razlika između maksimalne (x_{max}) i minimalne (x_{min}) vrijednosti niza podataka.

$$R = x_{max} - x_{min}$$

Raspon se iskazuje u mjernim jedinicama varijable, a budući da ovisi samo o dva podatka (maksimalni i minimalni), ekstremni rezultati znatno utječu na njegovu vrijednost. Osim toga lako je uočiti da se s povećanjem broja jedinki u uzorku obično povećava i raspon jer se povećava vjerojatnost uključivanja jedinki s ekstremnim (maksimalnim i minimalnim) vrijednostima. Stoga je raspon vrlo nesigurna mjera varijabilnosti. Odgovarajuća je mjera varijabilnosti za mod (dominantnu vrijednost) i uglavnom služi za određivanje intervala prilikom grupiranja podataka u razrede.

Distribuiranje rezultata neke varijable u razrede izvodi se na sljedeći način:

1. Pronađe se najmanji rezultat varijable X_{min}
2. Pronađe se najveći rezultat varijable X_{max}
3. Pronađe se raspon rezultata $R = X_{max} - X_{min}$
4. Odredi se broj razreda *k*, u koje će se grupirati rezultati, te interval (širina) tih razreda *i* po formuli

$$i = \frac{R+1}{k}$$

U prošlom poglavlju u zadatku 4.3. odredili smo interval (širinu) razreda na opisani način:

1. $x_{min} = 7$

2. $x_{max} = 28$

3. $R = 28 - 7 = 21$

4. $k = 7$, $i = \frac{21+1}{7} = 3.142... \approx 3$

5.2.1. Interkvartilni raspon

Budući da je raspon gruba mjera varijabilnosti, računanje raspona preoblikuje se tako da uzmemo u obzir samo dio podataka.
Raspon varijacije numeričke varijable središnjih pedeset posto članova niza podataka zovemo *interkvartil.*
Kvartili su vrijednosti statističke varijable koje statistički niz dijele na četiri jednaka dijela, u skupine od po 25 % rezultata, a nazivamo ih *donji kvartil* Q_1, *medijan i gornji kvartil* Q_3.

Donji kvartil dijeli statistički niz podataka u omjeru 1 : 3, odnosno 25 % elemenata statističkog niza ima vrijednost varijable manju od donjeg kvartila, a 75 % elemenata statističkog niza ima vrijednost varijable veću od donjeg kvartila.

Gornji kvartil dijeli statistički niz podataka u omjeru 3 : 1, odnosno 75 % elemenata statističkog niza ima vrijednost varijable manju od gornjeg kvartila, a 25 % elemenata statističkog niza ima vrijednost varijable veću od gornjeg kvartila.

Interkvartil se računa po formuli: $I_q = Q_3 - Q_1$

Koeficijent kvartilne devijacije relativna je mjera varijabilnosti, a računa se kao omjer interkvartila i zbroja kvartila:

$$V_q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}.$$

Osim kvartila postoje i drugi načini određivanja položaja rezultata u skupini. Vrlo se često u tu svrhu koriste ***decili***, vrijednosti koje skup dijele na 10 jednakih dijelova, i ***centili***, vrijednosti koje skup dijele na 100 jednakih dijelova. Kod decila se određuju granice koje dijele niz rezultata poredanih po veličini u skupine od po 10 % rezultata, dok se kod centila radi o skupinama od po 1 % rezultata.

PRIMJER 5.1. U zadatku 4.3. iz prošlog poglavlja odredi donji i gornji kvartil, a zatim i koeficijent kvartilne devijacije.

Rješenje:

broj uzorka	masa jabuka u kg	broj uzorka	masa jabuka u kg
8.	7	1.	15
11.	9	4.	15
15.	9	27.	15
22.	9	14.	17
20.	10	3.	17
23.	10	10.	18
29.	10	7.	18
13.	11	24.	18
5.	11	26.	19
18.	11	30.	20
25.	11	9.	21
21.	12	19.	21
12.	13	32.	21
16.	13	17.	24
2.	13	28.	24
31.	13	6.	28

Ranije smo odredili medijan, $\mu_e = 14$, znači da u nizu podataka 50 % podataka ima vrijednost manju, a 50 % podataka ima vrijednost veću od 14.

Donji kvartil određujemo od prvih 16 podataka, a gornji kvartil od drugih 16 podataka.

Donji kvartil jednak je $Q_1 = \frac{11+11}{2} = 11$, a gornji $Q_3 = \frac{18+19}{2} = 18,5$

Interkvatril jednak je $I_q = 18,5 - 11 = 7,5$

Koeficijent kvartilne devijacije jednak je $V_q = \frac{7,5}{29,5} = 0,254237 = 25,42$ %

Zaključak: *Medijan osrednje reprezentira zadani niz podataka, raspršenost podataka oko medijana jest umjerena.*

5.3. Varijanca i standardna devijacija

PRIMJER 5.2. U sljedećoj tablici dane su tri razdiobe neke statističke varijable.

a	b	c
4	0	7
7	6	8
8	7	8
10	12	8
11	15	9

Aritmetička sredina u sva tri slučaja jednaka je 8, ali nam je intuitivno jasno da ona najbolje reprezentira podatke razdiobe ***c*** *jer je kod te razdiobe raspon podataka mali i varijabilnost je podataka u odnosu na aritmetičku sredinu najmanja.*

Varijanca i standardna devijacija apsolutne su mjere varijabilnosti vezane uz aritmetičku sredinu niza statističkih podataka, a služe kao pokazatelji koliko dobro aritmetička sredina reprezentira taj niz podataka.

Prosječno (srednje) odstupanje pojedinačnih podataka X_1, X_2... X_n od aritmetičke sredine, moda ili medijana ($\bar{X}$), neovisno o smjeru odstupanja, računa se po formuli

$$\frac{\sum_{k=1}^{n}|X_k - \bar{X}|}{n}.$$

Međutim samo na osnovi ovog podatka ne možemo izvesti potrebne zaključke o mjeri centralne tendencije.

Varijanca je mjera varijabilnosti vezana uz aritmetičku sredinu, koja također izbjegava predznake odstupanja tako što ih kvadrira, što je neophodno jer znamo da je zbroj odstupanja vrijednosti podataka od njihove aritmetičke sredine jednak nuli. Varijancu računamo po formuli:

$$Var = \sigma^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n}(X_k - \mu)^2}{n} \qquad \text{Varijanca populacije}$$

$$Var = s^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n}(X_k - \bar{X})^2}{n-1} \qquad \text{Varijanca uzorka}$$

Standardna devijacija prosječno je odstupanje podataka od aritmetičke sredine iskazano u istim mjernim jedinicama kao i varijabla, a računa se kao drugi korijen iz varijance.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(X_k - \mu)^2}{n}}$$ Standardna devijacija populacije

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(X_k - \bar{X})^2}{n-1}}$$ Standardna devijacija uzorka

Ova mjera varijabilnosti obavezno se računa uz aritmetičku sredinu, a pokazuje kako se gusto rezultati nekog mjerenja grupiraju oko aritmetičke sredine i ako poznajemo ta dva podatka, onda su nam rezultati mjerenja potpuno definirani.

Problem nastaje kad želimo usporediti varijabilnost dva niza podataka koji nemaju istu aritmetičku sredinu ili istu mjernu jedinicu. Zbog toga računamo koeficijent varijabilnosti. ***Koeficijent varijabilnosti*** relativna je mjera varijabilnosti koja pokazuje koliki postotak aritmetičke sredine iznosi standardna devijacija.

$$V = \frac{s \cdot 100}{\bar{X}}$$ (ili $V = \frac{\sigma \cdot 100}{\mu}$ koeficijent varijabilnosti populacije)

Naravno što su standardna devijacija i koeficijent varijabilnosti manji, aritmetička sredina bolje reprezentira zadani niz podataka.
Smatra se da aritmetička sredina dobro reprezentira podatke ako koeficijent varijabilnosti nije veći od 20 %.

PRIMJER 5.3. Odredi standardnu devijaciju i koeficijent varijabilnosti za svaku od razdioba podataka **a**, **b** i **c** iz primjera 2 i na osnovi dobivenih rezultata donesi zaključak koju od njih najbolje reprezentira aritmetička sredina $\bar{X}$ = 8.

Rješenje:

a	$X_k - \bar{X}$	$(X_k - \bar{X})^2$
4	-4	16
7	-1	1
8	0	0
10	2	4
11	3	9
Zbroj	0	30

$s = \sqrt{\frac{30}{4}}$ *= 2,7386* $V = \frac{2{,}7386 \cdot 100}{8}$ *= 34,23 %*

b	$X_k - \bar{X}$	$(X_k - \bar{X})^2$
0	-8	64
6	-2	4
7	-1	1
12	4	16
15	7	49
Zbroj	0	134

$s = \sqrt{\frac{134}{4}}$ *= 5,7879* $V = \frac{5{,}7879 \cdot 100}{8}$ *= 72,35 %*

c	$X_k - \bar{X}$	$(X_k - \bar{X})^2$
7	-1	1
8	0	0
8	0	0
8	0	0
9	1	1
Zbroj	0	2

$s = \sqrt{\frac{2}{4}} = 0{,}7071 \qquad V = \frac{0{,}7071 \cdot 100}{8} = 8{,}84\ \%$

*Zaključak: Aritmetička sredina najbolje reprezentira podatke razdiobe **c,** podatke razdiobe **a** ne reprezentira dobro, a podatke razdiobe **b** reprezentira jako loše (bilo bi bolje uzeti neku drugu mjeru centralne tendencije).*

Standardizirana vrijednost varijable (z-vrijednost, z-obilježje) jest odstupanje vrijednosti numeričke varijable od aritmetičke sredine izraženo u jedinicama standardne devijacije. Primjenjuje se da bi se utvrdio položaj numeričkog podatka u nizu, a može poslužiti za usporedbu položaja podataka u raznovrsnim nizovima jer ne ovisi o mjernim jedinicama. Standardizirana vrijednost računa se po formuli:

$$z = \frac{X_k - \bar{X}}{s}$$

Tablica z-vrijednosti

a) Negativne z-vrijednosti

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
- 3,0	0,0013	0,0010	0,0007	0,0005	0,0003	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000
- 2,9	0,0019	0,0018	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
- 2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
- 2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
- 2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
- 2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
- 2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
- 2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
- 2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
- 2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
- 2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0217	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
- 1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0238	0,0233
- 1,8	0,0359	0,0352	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0300	0,0294
- 1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
- 1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
- 1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0570	0,0559
- 1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0722	0,0708	0,0694	0,0681
- 1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0839	0,0823
- 1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
- 1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
- 1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
- 0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
- 0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
- 0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2297	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
- 0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
- 0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
- 0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
- 0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
- 0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
- 0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
- 0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

NAPOMENA: U prvom stupcu tablice nalazi se cjelobrojni dio z - vrijednosti i prva decimala iza decimalnog zareza, a u prvom retku su odgovarajuće druge decimale.

b) Pozitivne z-vrijednosti

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8377	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9278	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9430	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9648	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9700	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9762	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9874	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9990	0,9993	0,9995	0,9997	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999

PRIMJER 5.4. U zadatku 4.3. iz prošlog poglavlja odredi standardnu devijaciju i koeficijent varijabilnosti. Odredi z-vrijednost za stablo s kojeg smo ubrali 12 kg jabuka.

Rješenje:
Ranije smo izračunali aritmetičku sredinu $\bar{X}$ = *15,09375*

broj uzorka	*masa jabuka u kg*	$X_k - \bar{X}$	$(X_k - \bar{X})^2$
8.	7	-8,09375	65,50879
11.	9	-6,09375	37,13379
15.	9	-6,09375	37,13379
22.	9	-6,09375	37,13379
20.	10	-5,09375	25,94629
23.	10	-5,09375	25,94629
29.	10	-5,09375	25,94629
13.	11	-4,09375	16,75879
5.	11	-4,09375	16,75879
18.	11	-4,09375	16,75879
25.	11	-4,09375	16,75879
21.	12	-3,09375	9,571289
12.	13	-2,09375	4,383789
16.	13	-2,09375	4,383789
2.	13	-2,09375	4,383789
31.	13	-2,09375	4,383789
1.	15	-0,09375	0,008789
4.	15	-0,09375	0,008789
27.	15	-0,09375	0,008789
14.	17	1,90625	3,633789
3.	17	1,90625	3,633789
10.	18	2,90625	8,446289
7.	18	2,90625	8,446289
24.	18	2,90625	8,446289
26.	19	3,90625	15,25879
30.	20	4,90625	24,07129
9.	21	5,90625	34,88379
19.	21	5,90625	34,88379
32.	21	5,90625	34,88379
17.	24	8,90625	79,32129
28.	24	8,90625	79,32129
6.	28	12,90625	166,5713
Zbroj:			*562,4521*

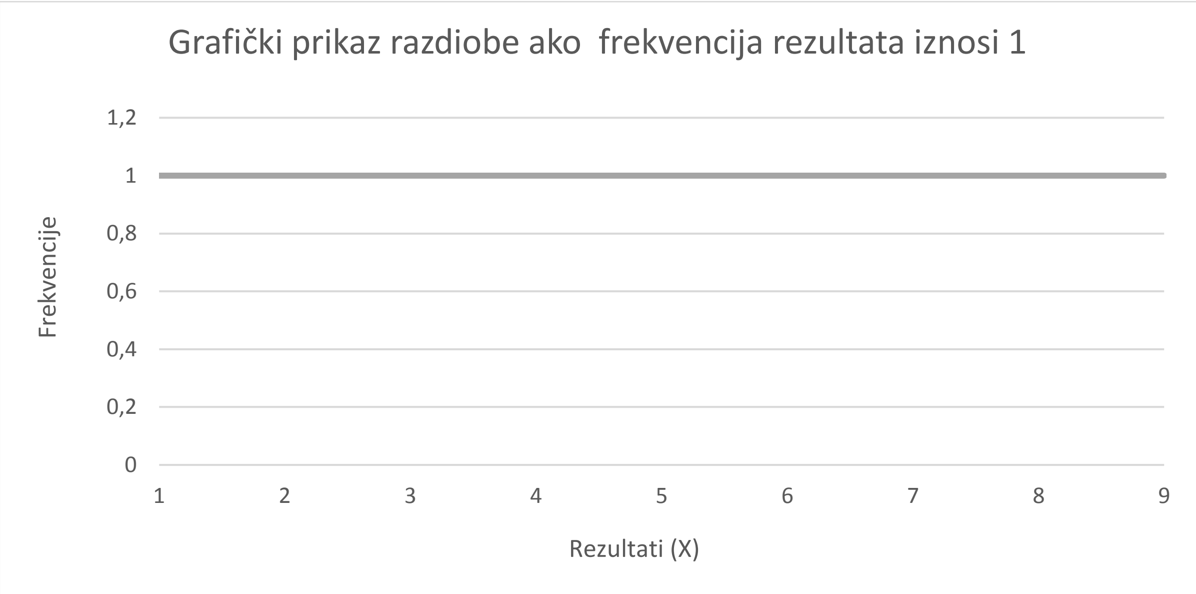
$s = \sqrt{\frac{562.4521}{31}} = 4,2595$ $\quad V = \frac{4,2595 \cdot 100}{15,09375} = 28,22\ \%$ $\quad z = \frac{12 - 15,09375}{4,2595} = -\ 0,72631$

5.4. Razdiobe (distribucije)

Razdioba podataka oko neke centralne vrijednosti (mjere centralne tendencije), uglavnom aritmetičke sredine, vrlo je važna u statistici.
Ako su svi rezultati nekog mjerenja jednaki, tada grafički prikaz te razdiobe izgleda kao na slici 5.1.:

Slika 5.1. Prikaz razdiobe u slučaju kada su svi rezultati mjerenja jednaki

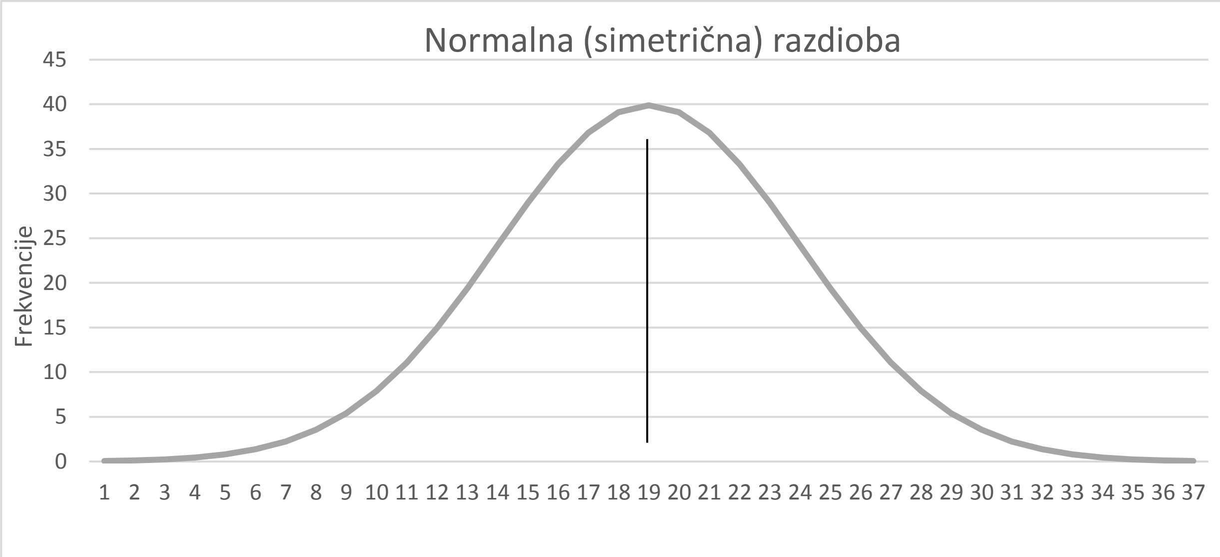
Kad bi svi rezultati bili međusobno različiti i ako ne bi bilo grupiranja rezultata oko neke srednje vrijednosti, onda bi grafički prikaz takve razdiobe bio kao na slici 5.2.:



Slika 5.2. Prikaz razdiobe u slučaju kada su svi rezultati mjerenja međusobno različiti

Ovi ekstremni slučajevi gotovo se ni ne pojavljuju prilikom mjerenja i prikupljanja podataka i nisu predmet statističke analize.

Grafički prikaz takve razdiobe prikazan je na slici 5.3.:



$$\mu_o = \mu_e = \bar{X}$$

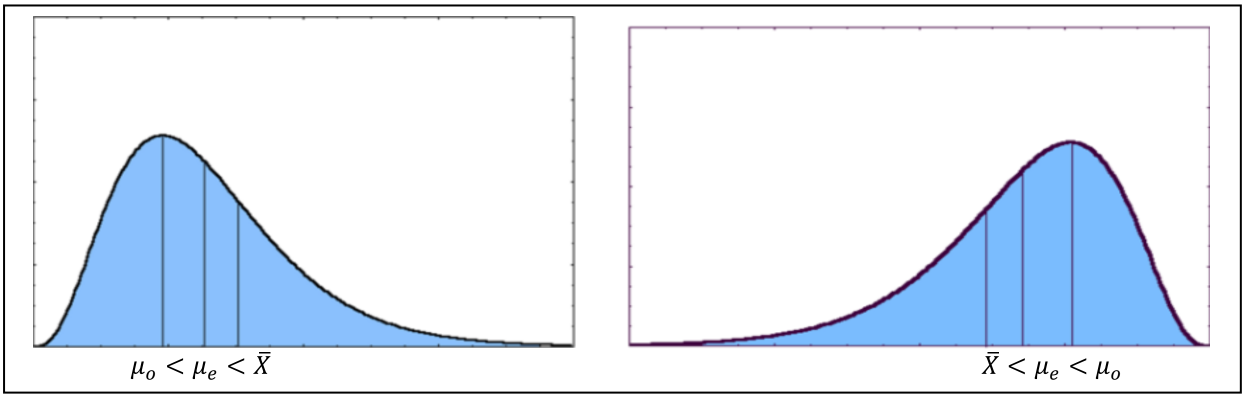
Slika 5.3. Prikaz razdiobe u slučaju kada se rezultati mjerenja grupiraju oko neke srednje vrijednosti

Ovakva razdioba naziva se ***normalna razdioba***, a krivulja koja prikazuje tu razdiobu normalna krivulja (Gaussova krivulja, zvonasta krivulja).

Normalna razdioba predstavlja jedan od osnovnih pojmova u statistici i uglavnom su nam zanimljive pojave koje se distribuiraju po normalnoj razdiobi.

Ako frekvencije rezultata nisu ravnomjerno raspodijeljene lijevo i desno od prosječne vrijednosti, tada se radi o *pozitivno* ili *negativno asimetričnoj* razdiobi podataka, a aritmetička sredina, mod i medijan nisu međusobno jednaki (Slika 5.4.).

Ako se većina podataka grupirala u zoni nižih vrijednosti s nekoliko ekstremno visokih vrijednosti, takva se razdioba podataka zove *pozitivno asimetrična*. Kod pozitivno asimetrične razdiobe najveću vrijednost ima aritmetička sredina, zatim medijan pa mod. Kod *negativno asimetrične* razdiobe grupiranje je podataka u zoni viših vrijednosti, a manjim brojem podataka u zoni ekstremno niskih vrijednosti. Kod negativno asimetrične razdiobe aritmetička je sredina najmanja, a zatim po veličini slijede medijan i mod.



Slika 5.4. Prikaz razdiobe u slučaju kada frekvencije rezultata nisu ravnomjerno raspodijeljene

Kod asimetrično distribuiranih podataka aritmetička sredina neće biti najpogodnija mjera centralne tendencije jer ne predstavlja najveći broj podataka (najvjerojatniji rezultat). Osnovni uvjeti za dobivanje normalne razdiobe podataka prilikom nekog mjerenja jesu:

- predmet našeg istraživanja i mjerenja i u prirodi se distribuira po normalnoj razdiobi
- prikupili smo dovoljnu količinu podataka mjerenjem
- sva mjerenja prilikom prikupljanja podataka napravljena su u sličnim uvjetima i istim metodama
- jedinke moraju biti homogene po ostalim svojstvima, a heterogene po svojstvu koje istražujemo.

Osim normalne postoje i druge razdiob : binomna, hipergeometrijska, Poissonova, studentova (T razdioba), F razdioba, χ^2 razdioba...

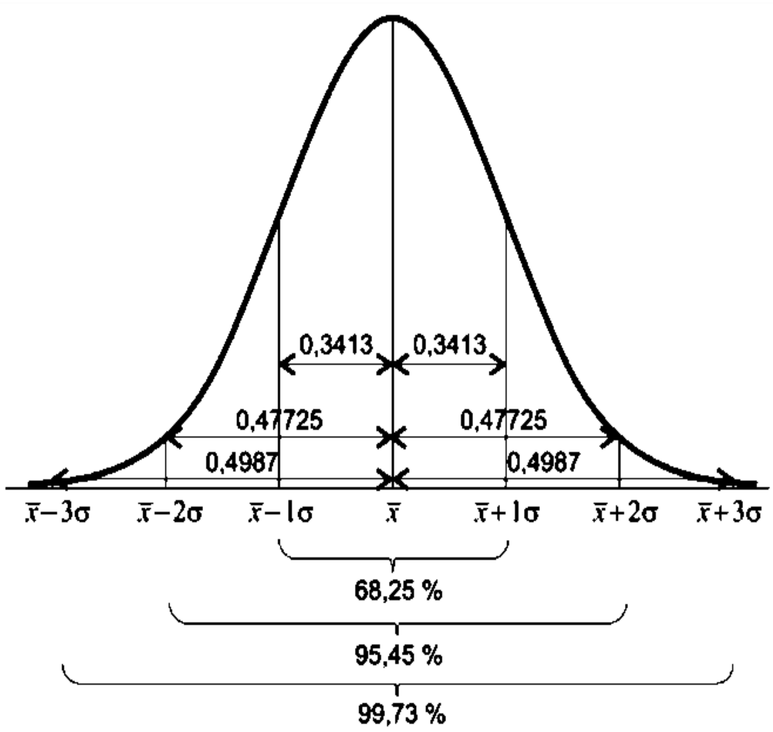
Sve ove razdiobe matematički su točno definirane formulama gustoća vjerojatnosti, međutim mi za potrebe statistike ne moramo znati te formule. Na primjer za normalnu razdiobu dovoljno je znati aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju, a z-vrijednosti možemo očitati iz tablice ili odrediti pomoću statističkog kalkulatora ili računalnog programa.

Nama je značajno što se kod normalne razdiobe u intervalima (Slika 5.5.):

$[\bar{X} - 1\sigma, \bar{X} + 1\sigma]$ nalazi 68,25 % svih rezultata mjerenja

$[\bar{X} - 2\sigma, \bar{X} + 2\sigma]$ nalazi 95,45 % svih rezultata mjerenja

$[\bar{X} - 3\sigma, \bar{X} + 3\sigma]$ nalazi 99,73 % svih rezultata mjerenja.



Slika 5.5. Prikaz normalne razdiobe

Kada tražimo vjerojatnost neke pojave ili rezultata pokusa, potrebno je odrediti z-vrijednost, a onda iz tablice z-vrijednosti očitamo vjerojatnost (ili pomoću statističkog kalkulatora ili računalnog programa).

Dobro je nacrtati normalnu krivulju i označiti površinu (od te z-vrijednosti pa do najbližeg kraja krivulje) koja predstavlja traženu vjerojatnost.

PRIMJER 5.5. Masa neke populacije pasa normalno je distribuirana s prosječnom masom 36 kg i standardnom devijacijom 4 kg. Odredimo vjerojatnost da slučajno odabrani predstavnik te populacije ima:

a) masu između 31 i 34 kilograma

b) masu veću od 38 kg

c) odredimo interval unutar kojeg će se nalaziti masa slučajno odabranog psa iz promatrane populacije.

Rješenje:

a) Odredimo z-vrijednost:

za 31 kg: $z_1 = \frac{31 - 36}{4}$ *= -1,25 i očitamo vjerojatnost iz tablice:* p_1 *= 0,1056 (znači da 10,56 % pasa ima masu manju od 31 kg)*

za 34 kg: $z_2 = \frac{34 - 36}{4}$ *= -0,5 i očitamo vjerojatnost iz tablice:* p_2 *= 0,3085 (znači da 30,85 % pasa ima masu manju od 34 kg)*

$p = p_2 - p_1 = 0{,}3085 - 0{,}1056 = 0{,}203$ *ili 20,3 % pasa*

b) Odredimo z-vrijednost:

za 38 kg: $z_2 = \frac{38 - 36}{4}$ *= 0,5 i očitamo vjerojatnost iz tablice:* p_2 *= 0,6915 (znači da 69,15 % pasa ima masu manju od 38 kg, a njih 30,85 % veću masu od 38 kg)*

$p = 0{,}3085$ *ili 30,85 %*

c) Budući da je aritmetička sredina $\overline{X}$ *= 36 kg i standardna devijacija* σ *= 4 kg, znači da se*

- u intervalu [36 - 4, 36 + 4] nalazi 68,25 % svih rezultata mjerenja, to jest vjerojatnost da slučajno odabrani pas ima masu od 32 kg do 40 kg iznosi 0,6825

- u intervalu [36 - 8, 36 + 8] nalazi 95,45 % svih rezultata mjerenja, to jest vjerojatnost da slučajno odabrani pas ima masu od 28 kg do 44 kg iznosi 0,95455

-u intervalu [36 - 12, 36 + 12] nalazi 99,73 % svih rezultata mjerenja, to jest vjerojatnost da slučajno odabrani pas ima masu od 24 kg do 48 kg iznosi 0,9973, što je skoro 1 pa je znači gotovo sigurno da bilo koji pas te vrste ima masu od 24 kg do 48 kg.

PRIMJER 5.6. Masa neke populacije pasa normalno je distribuirana s prosječnom masom 36 kg i standardnom devijacijom 4 kg. Izabrali smo jednog psa iz te populacije i ustanovili da ima masu 27 kg.

Druga vrsta pasa ima isto normalno distribuiranu masu, a prosječna masa iznosi 26 kg sa standardnom devijacijom 3 kg. Odabrali smo jednog psa iz te populacije i ustanovili da je njegova masa 18 kg.

Želimo usporediti koji je pas u povoljnijem položaju u odnosu na prosjek masa svoje pasmine.

Rješenje:

Prvi pas ima z-vrijednost $z_1 = \frac{27-36}{4} = -2{,}25$

Drugi pas ima z-vrijednost $z_2 = \frac{18-26}{3} = -2{,}67$

Oba psa imaju negativnu z-vrijednost, što naravno znači da imaju manju masu od prosjeka, ali je prvi pas u povoljnijem položaju u odnosu na svoju vrstu jer mu je z-vrijednost manje udaljena od aritmetičke sredine nego kod drugog psa.

Ako očitamo postotke iz tablice z-vrijednosti, manju masu od prvog psa ima 1,22 % pasa njegove vrste, a manju masu od drugog psa ima samo 0,3 % pasa njegove vrste.

5.5. Testiranje hipoteza

Sve što smo dosada proučavali spada u deskriptivnu statistiku, čiji je zadatak opisati neku populaciju. Na uzorku se izvode mjerenja, s rezultatima tih mjerenja se računa, dobivaju se informacije u obliku aritmetičkih sredina, varijanci, proporcija i sličnog. Tu spadaju i grafički prikazi, kao i određivanje položaja pojedinog rezultata u grupi (centil, z-vrijednost).

Induktivna (inferencijska) statistika i inferencijski statistički testovi pomažu nam izvući zaključak o populaciji iz koje je uzorak uzet. To znači da uspoređujemo uzorke i donosimo zaključak je li razlika između njih statistički značajna ili ne.

Pojam "statistički značajne razlike" koji se pritom upotrebljava, ne znači nužno brojčano veliku razliku, nego taj pojam u statistici ima točno određeno značenje: Ako kažemo da je neka razlika statistički značajna, onda smo zapravo ustvrdili da razlika koja je nađena, bez obzira na veličinu razlike, nije slučajna, već da razlika vrlo vjerojatno postoji i među populacijama. Naprotiv ako tvrdimo da neka razlika nije statistički značajna, to znači da razlika koju smo prilikom našeg mjerenja dobili, može biti i slučajna posljedica variranja uzoraka, a da među populacijama, kojima ti uzorci pripadaju, možda i nema nikakve razlike.

Znanstvena hipoteza predstavlja nagađanje, naslućivanje i pretpostavke koje motiviraju istraživanje. Iz znanstvene hipoteze, odnosno hipoteze istraživača izvodi se statistička hipoteza.

Statistička hipoteza matematički je izraz koji predstavlja polaznu osnovu na kojoj se temelji kalkulacija statističkog testa.

Testiranje hipoteze, odnosno testiranje značajnosti statistički je postupak kojim se određuje podupiru li i koliko pouzdano raspoloživi podaci postavljenu pretpostavku.

Odabir pravog statističkog testa može ponekad predstavljati veliki izazov za početnika na polju biostatistike. Potrebno je za početak znati kojim tipom podataka raspolažemo (nominalni, ordinalni, intervalni/omjerni), kako su podaci organizirani, slijede li normalnu razdiobu ili ne, koliko je uzoraka i jesu li zavisni ili nezavisni uzorci.

Uzorci su ***zavisni*** ako su iz iste populacije, a uzimaju se prije i poslije određenog vremenskog perioda unutar znanstvenog istraživanja, a ***nezavisni*** ako su iz različitih populacija i uzimaju se istovremeno.

Prilikom izvođenja statističkih testova postoje određeni koraci kojih se treba pridržavati da bi zaključak bio pouzdan:

- postaviti nultu i alternativnu hipotezu (H_0 i H_1)

- izabrati razinu značajnosti (α)

- odrediti veličinu uzorka

- prikupiti podatke na odgovarajućem uzorku

- izabrati statistički test za testiranje hipoteze

- utvrditi kritičnu vrijednost za odabrani statistički test

- izračunati vrijednosti rezultata statističkog testa specifičnog za nul-hipotezu

- usporediti rezultate statističkog testa s vrijednostima iz poznate razdiobe vjerojatnosti za taj test

- interpretirati rezultate statističkog testa u terminima vjerojatnosti (P-vrijednost)

- donijeti statistički zaključak.

Nul-hipoteza, H_0 (*engl. null hypothesis, hypothesis of no difference*) pretpostavka je da ne postoji razlika među uzorcima u populaciji čije obilježje istražujemo, odbacuje se ili prihvaća, a postavlja se (uglavnom) u svrhu odbacivanja.

Primjer H_0: ne postoji statistički značajna razlika u masi muških i ženskih jedinki u populaciji.

Alternativna hipoteza, H_1 (*engl. alternative hypothesis*) vrijedi ako nul-hipoteza nije istinita. Najčešće je alternativna hipoteza upravo hipoteza istraživača.

Primjer H_1: postoji statistički značajna razlika u masi muških i ženskih jedinki u populaciji.

Razina značajnosti predstavlja vjerojatnost odbacivanja istinite H_0, to jest razina značajnosti od *p* % znači zapravo šansu od *p* % da smo pogriješili. Najčešće se koristi razina značajnosti od 5 % ($\alpha = 0{,}05$) a uobičajeno je promatrati i stroži kriterij od 1 % ($\alpha = 0{,}01$). Ako ustanovimo da je neka razlika statistički značajna na nivou od 5 % ili manjem, napisat ćemo na kraju računa izraz $P < 0{,}05$ što prevedeno znači da je vjerojatnost da smo pogriješili (P) manja od 5 %. Veličina razine značajnosti određuje se prije prikupljanja podataka.

Uzorci se razlikuju po veličini: do 30 se smatraju **mali**, a iznad toga su **veliki**, no neki znanstvenici smatraju da do 50 podataka (ispitanika, mjerenja) predstavlja mali uzorak.

Za testiranje hipoteze koriste se ***parametrijski*** i ***neparametrijski*** testovi. Parametrijski testovi koriste se za usporedbu dvaju ili više uzoraka i zasnivaju se na pretpostavci da podaci slijede normalnu razdiobu. Ove metode uvijek se zasnivaju na teoriji vjerojatnosti i uvijek se u njima pojavljuje potreba za ocjenjivanjem pojedinih parametara (srednje vrijednosti, standardne devijacije ili varijance). Međutim kada se ne može sa sigurnošću utvrditi je li razdioba jedne grupe podataka normalna, izračunavanje pojedinih parametara i primjena parametrijskih metoda daju vrlo nepouzdane zaključke. U tim slučajevima primjenjuju se neparametrijskI testovi koji se zasnivaju na pretpostavci da postoji bilo koja vjerojatnost razdiobe. Neparametrijski testovi upotrebljavaju se prvenstveno kod nominalnih i ordinalnih podataka, a parametrijski kod podataka izraženih intervalnim i omjernim ljestvicama.

Kada se unaprijed ne može sa sigurnošću odrediti smjer neke razlike, ako ona postoji, primjenjuje se *dvosmjerni test* (*engl. two-tailed test*). Ako na primjer nije specificiran smjer razlike u masi muških i ženskih jedinki, tj. je li postotak mase muških jedinki veći ili manji u odnosu na ženske u populaciji primjenjuje se dvosmjerni test. *Jednosmjerni test* (*engl. one-tailed test*) primjenjuje se kada je smjer efekta specificiran u alternativnoj hipotezi (H_1), na primjer da je masa muških jedinki veća od mase ženskih jedinki populacije. Dvosmjerni test češće se koristi i smatra se pouzdanijim od jednosmjernog.

***P-vrijednost**, tj. vjerojatnost* površina jest ispod oba (ili u posebnim slučajevima jednog) kraja razdiobe vjerojatnosti od izračunate vrijednosti statističkog testa. Većina računalne statističke programske podrške automatski izračuna dvosmjernu P-vrijednost.

Zaključivanje nakon testiranja hipoteze odvija se na sljedeći način:

- Ako je $P > 0{,}05$ (ili druga postavljena razina značajnosti), prihvaćamo nultu hipotezu i zaključujemo:

Ne postoji statistički značajna razlika među skupinama.

- Ako je $P < 0{,}05$ (ili druga postavljena razina značajnosti), odbacujemo nultu hipotezu, prihvaćamo alternativnu hipotezu i zaključujemo:

Postoji statistički značajna razlika među skupinama.

Budući da sve odluke bazirane na uzorcima iz populacije nisu 100 % pouzdane, ni zaključak statističkog testa nije 100 % pouzdan. Dakle može se dogoditi da je zaključak testa pogrešan.

Pogreška prve vrste (*greška tipa I*) jest pogreška koju činimo kada odbacujemo H_0, a ona je istinita.

Pogreška druge vrste (*greška tipa II*) jest pogreška koju činimo kada ne odbacujemo H_0, a nije istinita.

Šansa (vjerojatnost) da se načini greška tipa I u stvari je razina značajnosti α (alpha). Šansa da se načini greška tipa II naziva se β (beta).

Snaga testa računa se kao (1- β) te predstavlja vjerojatnost odbacivanja neistinite nul-hipoteze. Uobičajeno se izražava u postotcima.

Na snagu statističkog testa utječu:

- veličina uzorka - snaga raste kako raste veličina uzorka
- varijabilnost opažanja - snaga pada kako raste varijabilnost opažanja
- veličina učinka - snaga je veća što je veća veličina učinka
- razina značajnosti (α) - snaga je veća što je veća razina značajnosti.

Uočljivo je da je parametar na koji je najlakše utjecati zapravo veličina uzorka. Stoga se tzv. *analiza snage (engl. power analysis)* koristi za izračunavanje potrebne veličine uzorka za istraživanje s visokom vjerojatnošću otkrivanja stvarne veličine učinka (procjena stupnja u kojemu je ispitivani fenomen prisutan, odnosno u kojem stupnju postoji u populaciji).

Snagu predloženog statističkog testa važno je poznavati već u stadiju planiranja istraživanja. Adekvatna snaga statističkog testa ukazuje da on ima "dobru" šansu otkrivanja razlike među uzorcima ako ona postoji. Snaga "dobrog" statističkog testa trebala bi biti barem 70 – 80 %. U velikoj većini slučajeva moguće je za zadanu razinu značajnosti testa α među testovima kojima vjerojatnost pogreške prve vrste ne prelazi broj α konstruirati test s najmanjom vjerojatnosti pogreške druge vrste.

Statističkih testova ima jako puno. Mi ćemo detaljnije proučiti dva testa:

χ^2 (hi – kvadrat) test i T (studentov) test.

5.5.1. χ^2 (hi – kvadrat) TEST

χ^2 (hi-kvadrat) test neparametrijski je statistički postupak koji je vrlo praktičan i često se koristi, a služi da bismo utvrdili odstupaju li dobivene (opažene frekvencije – f_o) od frekvencija koje bismo očekivali uz određene hipoteze (teoretske ili očekivane frekvencije – f_t), to jest je li odstupanje između opaženih i teoretskih frekvencija dobiveno slučajno uslijed greške pri uzorkovanju ili je to *prava* razlika.

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_t)^2}{f_t}$$

pri čemu f_o znači opažene frekvencije, a f_t teoretske ili očekivane frekvencije.

Prednost je ovoga testa u tome što je primjenjiv i kada su podatci izraženi na nominalnoj ljestvici, dakle kada se radi o kvalitativnim podatcima (kategorije kao što su spol, boja očiju, smjer vjetra određenog dana u mjesecu). Važno je naglasiti da se χ^2 test računa samo na frekvencijama (brojene vrijednosti, npr. broj muških jedinki u populaciji, broj učenika putnika itd.) i u račun nije dopušteno uvrstiti nikakve mjerene vrijednosti, mjerne jedinice ni postotke. Osnovni podatci u istraživanju dakako mogu biti i mjerene vrijednosti, ali se u χ^2 test unose samo njihove frekvencije.

χ^2 test dopušta provjeru različitih hipoteza pri čemu se računski izvodi uvijek na isti način, samo je različit način određivanja teoretskih frekvencija i koristimo ga u ovim slučajevima:

- kad imamo frekvencije jednog uzorka i provjeravamo razlikuju li se dobivene frekvencije od frekvencija koje očekujemo uz neku hipotezu

- kad imamo dva ili više nezavisnih uzoraka i želimo ustanoviti razlikuju li se uzorci u opaženim svojstvima

- kad imamo frekvenciju dvaju zavisnih uzoraka i uspoređujemo rezultate jedne te iste grupe "prije" i "poslije", tj. ispituje se je li došlo do promjene. Ovakav χ^2 test naziva se još *McNemarov test*.

χ^2 test ima i određena ograničenja pri uporabi:

- test nije dobro koristiti ako su očekivane frekvencije premale. Svaka očekivana frekvencija trebala bi iznositi barem 5,0

- najmanji broj podataka na kojem se može primijeniti test jest 20.

Tablica χ^2 vrijednosti i pripadne vrijednosti P(χ^2) za stupnjeve slobode *k* = 1, 2, 3… 30

k	0,99	0,98	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,000	0,001	0,004	0,016	0,064	0,148	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635	10,827
2	0,020	0,040	0,103	0,211	0,446	0,713	1,366	2,408	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210	13,815
3	0,115	0,185	0,352	0,584	1,005	1,424	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	9,837	11,341	16,268
4	0,297	0,429	0,711	1,064	1,649	2,195	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	11,668	13,277	18,465
5	0,554	0,752	1,145	1,610	2,343	3,000	4,351	6,064	7,289	9,236	11,070	13,388	15,086	20,517
6	0,872	1,134	1,635	2,204	3,070	3,828	5,348	7,291	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812	22,457
7	1,239	1,564	2,167	2,833	3,822	4,671	6,346	8,383	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475	24,322
8	1,646	2,032	2,733	3,490	4,594	5,527	7,344	9,524	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090	26,125
9	2,088	2,532	3,325	4,168	5,380	6,393	8,343	10,656	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666	27,877
10	2,558	3,059	3,940	4,865	6,179	7,267	9,342	11,781	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209	29,588
11	3,053	3,609	4,575	5,578	6,989	8,148	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	22,618	24,725	31,264
12	3,571	4,178	5,226	6,304	7,807	9,034	11,340	14,011	15,812	18,549	21,026	24,054	26,217	32,909
13	4,107	2,765	5,982	7,042	8,634	9,926	12,340	15,119	16,985	19,812	22,362	25,472	27,688	34,528
14	4,660	5,368	6,571	7,790	9,467	10,821	13,339	16,222	18,151	21,064	23,685	26,873	29,141	35,123
15	5,229	5,985	7,261	8,547	10,307	11,721	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578	37,697
16	5,812	6,614	7,962	9,312	11,152	12,624	15,338	18,418	20,465	23,542	26,296	29,633	32,000	39,252
17	6,408	7,255	8,672	10,085	12,002	13,531	16,338	19,511	21,615	24,769	27,587	30,995	33,409	40,790
18	7,015	7,906	9,390	10,865	12,857	14,440	17,338	20,601	22,760	22,760	25,989	32,346	34,805	42,312
19	7,633	8,567	10,117	11,651	13,716	15,352	18,338	21,689	23,900	27,204	30,144	33,687	36,191	43,820
20	8,260	9,237	10,851	12,443	14,578	16,266	19,337	22,775	25,038	28,412	31,410	35,020	37,366	45,315
21	8,897	9,915	11,391	13,240	15,445	17,182	20,337	23,858	26,171	26,615	32,671	36,343	38,932	46,797
22	9,542	10,600	12,338	14,041	16,314	18,101	21,337	24,939	27,301	30,813	33,924	37,659	40,289	48,268
23	10,196	11,293	13,091	14,848	17,187	19,021	22,337	26,018	28,429	32,007	35,172	38,968	41,638	49,728
24	10,856	11,992	13,848	15,659	18,062	19,943	23,337	27,096	29,553	33,196	36,415	40,270	42,980	51,179
25	11,524	12,697	14,611	16,473	18,940	20,867	24,337	28,172	30,675	34,382	37,652	41,566	44,314	52,620
26	12,198	13,409	15,379	17,292	19,820	21,792	25,336	29,246	31,795	35,563	38,885	42,856	45,642	54,052
27	12,879	14,125	16,151	18,114	20,703	22,719	26,336	30,319	32,912	36,741	40,113	44,140	46,963	55,476
28	13,565	14,847	16,928	18,939	21,588	23,647	27,336	31,391	34,027	37,916	41,337	45,419	48,278	56,893
29	14,256	15,574	17,708	19,768	22,475	24,577	28,336	32,461	35,139	39,087	42,557	46,693	49,588	58,302
30	14,953	16,306	18,493	20,599	23,364	25,508	29,336	33,530	36,250	40,256	43,773	47,962	50,892	59,703

Postupak za utvrđivanje značajnosti razlike:

- postavimo nul-hipotezu
- izračunamo χ^2 vrijednost
- odredimo stupanj slobode.

Kada smo odredili χ^2 i stupnjeve slobode, onda u tablici za χ^2 test očitavamo granične vrijednosti χ^2. U krajnjem lijevom stupcu nalaze se stupnjevi slobode. Pronađemo stupnjeve slobode koje smo dobili u zadatku te u tom retku očitamo granične vrijednosti χ^2 uz P = 0,05 i 0,01.

Zaključak se izvodi na sljedeći način:

- dobiveni χ^2 < granični χ^2 (5 %) < granični χ^2 (1 %) , P > 0,05: razlika nije statistički značajna
- dobiveni χ^2 = granični χ^2 (5 %) , P = 0,05: razlika je statistički značajna
- granični χ^2 (5 %) < dobiveni χ^2 < granični χ^2 (1 %) , P < 0,05: razlika je statistički značajna
- dobiveni χ^2 = granični χ^2 (1 %) , P = 0,01: razlika je statistički značajna
- granični χ^2 (5 %) < granični χ^2 (1 %) < dobiveni χ^2 , P < 0,01: razlika je statistički značajna.

χ^2 test na jednom uzorku
- usporedba sa slučajnom razdiobom

PRIMJER 5.7. U uzorku od 100 jedinki neke populacije ustanovili smo da je 44 mužjaka i 56 ženki. Utvrdite postoji li statistički značajna razlika između dobivene razdiobe i razdiobe po slučaju.

Tablica za hi-kvadrat test trebala bi izgledati poput ove niže. U prvi stupac upisujemo opažene frekvencije, dakle one podatke koje smo dobili u istraživanju, podatke „s terena“. U ovom zadatku teoretska je razdioba slučajna, što znači da su sve *ft* međusobno jednake, a njihovu vrijednost dobit ćemo tako da zbroj frekvencija podijelimo s brojem kategorija (100 : 2). Potom utvrdimo razliku opaženih i teoretskih frekvencija. Tu razliku prije kvadriranja moramo umanjiti za 0,5 kad god radimo s jednim stupnjem slobode, i to njezinu apsolutnu vrijednost, dakle zanemarujući predznak. To je tzv. *Yatesova korekcija* za kontinuitet. Kada smo kvadrirali umanjene razlike, potrebno je svaku pojedinu podijeliti s pripadajućom teoretskom frekvencijom te zadnji stupac na koncu zbrojiti. Dobiveni zbroj jest hi-kvadrat test.

f_o	f_t	$f_o - f_t$	Korigirano $(f_o - f_t)$	$(f_o - f_t)^2$	$\frac{(f_o - f_t)^2}{f_t}$
44	50	-6	5,5	30,25	0,605
56	50	6	5,5	30,25	0,605

χ^2 = 1,21

Sada je potrebno utvrditi je li dobiveni χ^2 značajan ili nije. Za to nam trebaju stupnjevi slobode (d_f). Za χ^2 test na jednom uzorku stupnjevi slobode određuju se tako da broj kategorija umanjimo za 1. Ovdje imamo dvije kategorije pa stoga imamo 1 stupanj slobode.

$d_f = n$ kategorija - 1

Očitamo granične vrijednosti uz odgovarajući stupanj slobode iz tablice za hi-kvadrat te naš hi-kvadrat usporedimo s graničnim vrijednostima.

d_f = broj kategorija-1 = 2-1 = 1

Granični χ^2 (5 %) = 3,84 (stupanj slobode je k =1, znači očitavamo vrijednost iz prvog retka, u stupcu gdje je razina značajnosti α = 0,05 ili 5 %)

Granični χ^2 (1 %) = 6,63 (stupanj slobode je k =1, znači očitavamo vrijednost iz prvog retka, u stupcu gdje je razina značajnosti α = 0,01 ili 1 %)

P > 0,05

Budući da je dobiveni χ^2 manji od granične vrijednosti uz 5 % rizika, zaključujemo da ne postoji statistički značajna razlika između naše razdiobe i razdiobe po slučaju.

PRIMJER 5.8. Pitali smo 91 vlasnika kućnih ljubimaca iste pasmine koju od tri vrste hrane najčešće kupuju. 26 vlasnika navelo je 1. vrstu, 23 drugu vrstu, a preostali su se odlučili za treću vrstu.

Zanima nas postoji li statistički značajna razlika između naše distribucije i slučajne kako bismo utvrdili

preferiraju li pacijenti statistički značajno jednu vrstu hrane u odnosu na drugu.

Rješenje:

91 : 3 = 30,33

f_o	f_t	$f_o - f_t$	$(f_o - f_t)^2$	$\frac{(f_o - f_t)^2}{f_t}$
26	*30,33*	*-4,33*	*18,748*	*0,618*
23	*30,33*	*-7,33*	*53,73*	*1,77*
42	*30,33*	*11,67*	*136,189*	*4,49*

χ^2 *= 6,88*

Dobiveni χ^2*= 6,88*

d_f *= broj kategorija-1 = 3-1 = 2*

Granični χ^2 *(5 %) = 5,991*

Granični χ^2 *(1 %) = 9,210*

P < 0,05

Razlika je statistički značajna. Vlasnici pasa značajno češće biraju 3. vrstu hrane u odnosu na prve dvije.

- usporedba s poznatim udjelom

Poznati udio ili zadani udio u populaciji odnosi se na već utvrđenu vrijednost (frekvenciju ili postotak) u populaciji s kojom želimo usporediti naš uzorak.

PRIMJER 5.9. Udio jedinki s određenim genotipom u općoj populaciji iznosi 21,6 %. U našem uzorku od 2530 jedinki taj genotip imalo je njih 598. Utvrdite razlikuje li se značajno udio jedinki s tim genotipom u našem uzorku od onog u općoj populaciji.

Rješenje:

$$f_t = \frac{2530 \cdot 21,6}{100} = 546,48$$

f_o	f_t	$f_o - f_t$	Korigirano $(f_o - f_t)$	$(f_o - f_t)^2$	$\frac{(f_o - f_t)^2}{f_t}$
598	546,48	-51,52	51,02	2603,04	4,76
1932	1983,52	51,52	51,02	2603,04	1,31
2530	2530				χ^2 = 6,07

Dobiveni χ^2 = 6,07

d_f = broj kategorija-1 = 2-1 = 1

Granični χ^2 (5 %) = 3,84

Granični χ^2 (1 %) = 6,63

P < 0,05

U našem istraživanju statistički je značajno veći udio jedinki s određenim genotipom u odnosu na opću populaciju.

χ^2 test na 2 i više nezavisnih uzoraka

PRIMJER 5.10. Za dvije skupine jedinki, od kojih je jedna koristila serum (skupina 1), a druga nije (skupina 2), želimo utvrditi razlikuju li se značajno po broju jedinki koje su se oporavile. U skupini 1 od ukupno 100 jedinki koje su dobile serum, 75 ih se oporavilo, a u skupini 2 bez seruma od 100 jedinki oporavilo se 65.

Rješenje:

Kako bismo riješili ovaj zadatak, potrebno je prvo napraviti tablicu koja će nam biti osnova za izračunavanje teoretskih frekvencija. U tablicu treba unijeti obje varijable. Koja će varijabla biti po redovima, a koja po stupcima, sasvim je svejedno, no, treba unijeti ne samo subjekte s promatranim obilježjem, već i one koji nemaju promatrano obilježje, a to su u ovom slučaju jedinke koje se nisu oporavile. U tablici treba naznačiti zbroj i po stupcima i po redovima čiji ukupan zbroj mora biti jednak.

	Jedinke su se oporavile	*Jedinke se nisu oporavile*	*Zbroj*
Skupina 1	*75*	*25*	*100*
Skupina 2	*65*	*35*	*100*
Zbroj	*140*	*60*	*200*

Četiri frekvencije koje se nalaze u središnjem dijelu tablice predstavljaju opažene frekvencije. Teoretske frekvencije f_t dobijemo tako da za svaku kućicu pomnožimo zbroj reda sa zbrojem stupca i podijelimo s totalnim zbrojem frekvencija:

f_o	f_t	$f_o - f_t$	*Korigirano* $(f_o - f_t)$	$(f_o - f_t)^2$	$\frac{(f_o - f_t)^2}{f_t}$
75	*70*	*5*	*4,5*	*20,25*	*0,289*
25	*30*	*5*	*4,5*	*20,25*	*0,675*
65	*70*	*5*	*4,5*	*20,25*	*0,289*
35	*30*	*5*	*4,5*	*20,25*	*0,675*

χ^2 = 1,928

Dobiveni χ^2 = 1,928

d_f = 1 · 1 = 1

Granični χ^2 (5 %) = 3,84

Granični χ^2 (1 %) = 6,63

P > 0,05

Ne postoji statistički značajna razlika u broju jedinki koje su se oporavile između skupine koja je primila serum (skupine 1) i skupine koja nije primila serum (skupine 2).

5.5.2. T (studentov) TEST

T-test (studentov test) statistički je postupak za testiranje značajnosti razlike između dvaju uzorka na osnovi njihovih aritmetičkih sredina. Ako nam t-test pokaže da razlika među aritmetičkim sredinama nije statistički značajna, onda smo potvrdili nul-hipotezu, a ako je razlika statistički značajna, onda smo oborili nul-hipotezu.

Kada izračunamo aritmetičku sredinu na uzorku, pomoću nje radimo procjenu aritmetičke sredine populacije. Pogreška koja se veže uz svaku aritmetičku sredinu uzorka bit će to veća što je pojava koju mjerimo više varijabilna i što je uzorak manji. Drugim riječima to znači da ćemo u našu aritmetičku sredinu uzorka imati više povjerenja što je uzorak na kojem smo je izračunali veći te što su rezultati u uzorku međusobno sličniji (manja je varijabilnost). Razdioba aritmetičkih sredina niza slučajnih uzoraka populacije normalna je, čak i u slučaju kad ta populacija nema normalnu razdiobu. Aritmetička sredina te razdiobe (aritmetička sredina aritmetičkih sredina) jednaka je aritmetičkoj sredini populacije (*teorem centralne granice*: razdioba aritmetičkih sredina približava se normalnoj kako *n* uzorka raste). Standardna devijacija te razdiobe naziva se ***standardna pogreška*** i računa se po formuli:

$$s_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{n}}.$$

Budući da je u pitanju normalna razdioba, to znači da se u intervalu $\bar{X} \pm 1s_{\bar{X}}$ nalazi aritmetička sredina populacije uz 32 % rizika, u intervalu $\bar{X} \pm 2s_{\bar{X}}$ nalazi se aritmetička sredina populacije uz 5 % rizika dok se u intervalu $\bar{X} \pm 3s_{\bar{X}}$ nalazi aritmetička sredina populacije uz gotovo 100 % sigurnosti (manje od 1 % rizika). Taj i takav interval koji izvodimo iz vrijednosti standardne pogreške aritmetičke sredine, naziva se u statistici granicama pouzdanosti, uz sigurnost 68, 95 ili 99,7 %.

Studentov t-test koristimo samo ako su podatci kvantitativni, mjereni najmanje intervalnom ljestvicom, raspoređeni prema normalnoj ili barem simetričnoj razdiobi, a varijance su homogene (ili barem imamo podjednak broj podataka u oba uzorka).

Opća formula za t-test glasi:

$$t = \frac{razlika\ aritmetičkih\ sredina}{standardna\ pogreška\ razlike} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

Gledajući veličinu uzoraka i jesu li uzorci zavisni ili nezavisni (jer se ovisno o tim svojstvima uzorka standardna pogreška razlike drugačije računa), razlikujemo sljedeće vrste t-testa:

t-test za velike nezavisne uzorke

t-test za male nezavisne uzorke

t-test za velike zavisne uzorke

t-test za male zavisne uzorke.

Postoji i t-test za proporcije te t-test gdje se uspoređuje naš uzorak s nekom unaprijed zadanom vrijednošću, ali se vrlo rijetko koriste i nećemo ih analizirati.

T-test ima još neka ograničenja pri uporabi:

- ne možemo uspoređivati više od dvije skupine podataka zbog problema višestrukih usporedbi i povećanja vjerojatnosti pogreške prve vrste

- najmanji broj podataka na kojem se može primijeniti test jest 20, a ako je uzorak manji od 30, podaci moraju imati normalnu razdiobu.

Tablica *t* vrijednosti za Studentovu razdiobu, uz vjerojatnosti P(*t*) i stupnjeve slobode *k* = 1, 2.. 30

k	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,941
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,859
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	1,256	0,390	0,531	0,665	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,267	2,763	3,674
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
∞					0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,96	2,326	2,576	3,291

Postupak za utvrđivanje značajnosti razlike:

- postavimo nul-hipotezu

- izračunamo razliku aritmetičkih sredina

- izračunamo standardnu pogrešku razlike aritmetičkih sredina

- izračunamo *t*-vrijednost

- odredimo stupanj slobode.

Kada smo odredili *t* i stupnjeve slobode, onda u tablici za t-test očitavamo granične vrijednosti *t*. U krajnjem lijevom stupcu nalaze se stupnjevi slobode. Pronađemo stupnjeve slobode koje smo dobili u zadatku te u tom retku očitamo granične vrijednosti t uz P = 0,05 i 0,01.

Zaključak se izvodi na sljedeći način:

- dobiveni *t* < granični *t* (5 %) < granični *t* (1 %) , P > 0,05: razlika nije statistički značajna

- dobiveni *t* = granični *t* (5 %) , P=0,05: razlika je statistički značajna

- granični *t* (5 %) < dobiveni *t* < granični *t* (1 %) , P < 0,05: razlika je statistički značajna

- dobiveni *t* = granični *t* (1 %) , P = 0,01: razlika je statistički značajna

- granični *t* (5 %) < granični *t* (1 %) < dobiveni *t* , P < 0,01: razlika je statistički značajna.

T-test za velike nezavisne uzorke

PRIMJER 5.11. Zanima nas postoji li razlika i je li statistički značajna u matematičkim kompetencijama dječaka i djevojčica u nižim razredima osnovne škole. Testirali smo 692 dječaka i 753 djevojčice te dobili sljedeće rezultate:

	DJEČACI	DJEVOJČICE
ARITMETIČKA SREDINA	$\bar{X}_1$= 80 bodova	$\bar{X}_2$= 83 boda
STANDARDNA DEVIJACIJA	s_1 = 10 bodova	s_2 = 11 bodova.

Rješenje:

- Postavimo nul-hipotezu: dječaci i djevojčice ne razlikuju se značajno u matematičkim kompetencijama.

- Izračunamo razliku aritmetičkih sredina: $\bar{X}_2 - \bar{X}_1 = 3$

- Izračunamo standardnu pogrešku razlike aritmetičkih sredina: $s_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{s_{\bar{X}_1} + s_{\bar{X}_2}} = \sqrt{\frac{{s_1}^2}{n_1} + \frac{{s_2}^2}{n_2}}$ *= 0,55*

- Izračunamo t-vrijednost: $t = \frac{3}{0{,}55} = 5{,}45$

- Odredimo stupanj slobode: $d_f = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) = 1443$

Kada smo odredili t i stupnjeve slobode, onda u tablici za t-test očitavamo granične vrijednosti t. U našem slučaju promatramo redak na dnu tablice jer imamo izuzetno velike stupnjeve slobode.

Dobiveni $t = 5{,}45$

$d_f = 1\,443$

Granični χ^2 *(5 %) = 1, 96*

Granični χ^2 *(1 %) = 2, 576*

$P < 0{,}01$

Budući da je naš t veći od obje granične vrijednosti, odbacujemo Ho. Postoji značajna razlika: djevojčice u nižim razredima osnovne škole imaju statistički značajno razvijenije matematičke kompetencije nego dječaci.

T - test za male nezavisne uzorke

PRIMJER 5.12. Na skupinu od 18 zaraženih pilića primijenjena je nova vrsta antibiotika, a kod druge skupine od 16 pilića nije primijenjen novi lijek nego neko drugo klasično sredstvo. Dobiveni su sljedeći rezultati o prosječnom trajanju liječenja:

	1. SKUPINA PILIĆA (eksperimentalna)	2. SKUPINA PILIĆA (kontrolna)
ARITMETIČKA SREDINA	$\bar{X}_1$= 6,3 dana	$\bar{X}_2$= 13,8 dana
STANDARDNA DEVIJACIJA	s_1 = 3,5 dana	s_2 = 6 dana

Rješenje:

- Postavimo nul-hipotezu: prva i druga skupina ne razlikuju se značajno u broju dana liječenja.

- Izračunamo razliku aritmetičkih sredina: $\bar{X}_2 - \bar{X}_1 = 7{,}5$

- Izračunamo zajedničku standardnu devijaciju po formuli: $s = \sqrt{\dfrac{{s_1}^2(n_1-1) + {s_2}^2\,(n_2-1)}{(n_1-1)+(n_2-1)}} = 4{,}84$

- Izračunamo standardnu pogrešku razlike aritmetičkih sredina: $S_{\bar{X}_1-\bar{X}_2} = s \cdot \sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}} = 1{,}6456$

- Izračunamo t-vrijednost: $t = \dfrac{7{,}5}{1{,}6456} = 4{,}56$

- Odredimo stupanj slobode: $d_f = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) = 32$

Dobiveni t = 4,558

$d_f = 32$

Granični t (5 %) = 2,04

Granični t (1 %) = 2,75

P < 0,01

Razlika je statistički značajna uz rizik manji od 1 %.

T-test za velike zavisne uzorke

Veliki zavisni uzorci skupina su jedinki veća od 30 (ili po nekim znanstvenicima i 50) na kojoj je dva puta mjerena ista pojava, najčešće iz razloga provjere efikasnosti nekog tretmana kojem su ispitanici bili podvrgnuti. U tom slučaju standardna pogreška razlike aritmetičkih sredina računa se po formuli:

$$s_{\bar{X}_1-\bar{X}_2} = \sqrt{{s_{\bar{X}_1}}^2 + {s_{\bar{X}_2}}^2 - 2r_{1,2}s_{\bar{X}_1}s_{\bar{X}_2}}$$

Gdje broj $r_{1,2}$ predstavlja koeficijent korelacije (povezanost varijabli) između dva niza podataka dobivena iz dva mjerenja.

PRIMJER 5.13. Sto jedinki koje imaju prosječnu masu $\bar{X}_1$ = 45 kg, s_1 = 0,6 kg podvrgnuta je specijalnom tretmanu prehrane i nakon mjesec dana dobiveni su ovi rezultati: $\bar{X}_2$ = 46, 5 kg, s_2 = 5,0 kg. Korelacija (r) između prvog i drugog mjerenja iznosi + 0,60. Je li se masa jedinki značajno promijenila nakon tretmana?

Rješenje:

- Postavimo nul-hipotezu: prvo i drugo mjerenje tjelesnih masa ne razlikuju se značajno.

- Izračunamo razliku aritmetičkih sredina: $\bar{X}_2 - \bar{X}_1$ = *1,5*

- Izračunamo standardne pogreške aritmetičkih sredina:

$s_{\bar{X}_1} = \frac{s_1}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{100}}$ = 0,6 i $s_{\bar{X}_2} = \frac{s_2}{\sqrt{n}} = \frac{5}{\sqrt{100}}$ = 0,5

- Izračunamo standardnu pogrešku razlike aritmetičkih sredina:

$s_{\bar{X}_1-\bar{X}_2} = \sqrt{0{,}6^2 + 0{,}5^2 - 2 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}5}$ = 0,5

- Izračunamo t-vrijednost: t = $\frac{1{,}5}{0{,}3}$ = 5,00

- Odredimo stupanj slobode: d_f *= n- 1 = 99*

Dobiveni t = 4,558

d_f *= 99*

Granični t (5 %) = 1,96

Granični t (1 %) = 2,58

P < 0.01

Razlika je statistički značajna uz rizik manji od 1 %.

T-test za male zavisne uzorke (metoda diferencije)

Iako postupak t-testa za male zavisne uzorke izgleda drugačije od dosadašnjih vrsta t-testova, i ovdje se radi tome da uspoređujemo razliku između dviju aritmetičkih sredina s pogreškom te razlike. Kako izgleda taj postupak, tzv. metoda diferencije, vidjet ćemo na sljedećem primjeru.

PRIMJER 5.14. Izmjerili smo tjelesnu masu 9 učenika 4.d razreda prije i poslije sedmodnevnog kampiranja na Velebitu i dobili sljedeće rezultate:

prije: 92,8 92,6 98,4 101,6 102,9 93,5 92,0 97,0 106,8

poslije: 92,7 92,9 98,9 102,2 103,3 93,3 92,3 97,5 106,7

Je li razlika u tjelesnoj masi statistički značajna?

Rješenje:

	prije	*poslije*	*diferencija (poslije – prije)*	*d = dif - $\bar{X}_{dif}$*	*d^2*
1.	*92,8*	*92,7*	*-0,1*	*-0,34444*	*0,118642*
2.	*92,6*	*92,9*	*0,3*	*0,055556*	*0,003086*
3.	*98,4*	*98,9*	*0,5*	*0,255556*	*0,065309*
4.	*101,6*	*102,2*	*0,6*	*0,355556*	*0,12642*
5.	*102,9*	*103,3*	*0,4*	*0,155556*	*0,024198*
6.	*93,5*	*93,3*	*-0,2*	*-0,44444*	*0,197531*
7.	*92*	*92,3*	*0,3*	*0,055556*	*0,003086*
8.	*97*	*97,5*	*0,5*	*0,255556*	*0,065309*
9.	*106,8*	*106,7*	*-0,1*	*-0,34444*	*0,118642*
Zbroj:			*2,2*		*0,722222*

- Postavimo nul-hipotezu: prvo i drugo mjerenje tjelesnih masa ne razlikuju se značajno.

- Individualne razlike (diferenciju, oznaka dif) parova rezultata uzimamo kao uzorak i nađemo im aritmetičku sredinu: $\bar{X}_{dif} = \frac{\sum dif}{n} = \frac{2,2}{9} = 0,244444$

- Izračunamo standardnu pogrešku razlike aritmetičkih sredina: $s_{\bar{X}_{dif}} = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{0,7222}{9 \cdot 8}} =$ $=0,1$

- Izračunamo t-vrijednost: $t = \frac{\bar{X}_{dif}}{s_{\bar{X}_{dif}}} = 2,44$

Dobiveni t = 2,44 — *0.01 < P < 0.05 (* granični *t* (5 %) < dobiveni *t* < granični *t* (1 %))

$d_f = n - 1 = 8$ — *Razlika je statistički značajna uz rizik manji od 5 %, ali veći od 1 %.*

Granični t (5%) = 2,306

Granični t (1%) = 3,355

Za one koji žele znati više

5.5.3. Koeficijent korelacije

Sukladnost u variranju vrijednosti dvaju ili više numeričkih (kvantitativnih) varijabli naziva se korelacija. Potpuna korelacija ili kada svakoj vrijednosti prve varijable x odgovara samo jedna vrijednost u drugoj varijabli y. Djelomična korelacija znači da određenoj vrijednosti varijable x odgovara više različitih vrijednosti varijable y. Što je korelacija manja, to je veća varijabilnost vrijednosti varijable y koje se pojavljuju uz neku određenu vrijednost varijable x. Vrijednost korelacije brojčano se iskazuje koeficijentom korelacije, najčešće ***Pearsonovim*** ili ***Spearmanovim***, dok se značajnost koeficijenta iskazuje vrijednošću *P*. Koeficijent korelacije pokazuje u kojoj su mjeri promjene vrijednosti jedne varijable povezane s promjenama vrijednosti druge varijable. Predznak koeficijenta korelacije (+ ili –) govori nam o smjeru povezanosti.

Pearsonov koeficijent korelacije (*engl., Pearson correlation coefficient*) pokazuje koliko su naši rezultati mjerenja blizu pravcu koji opisuje linearnu povezanost dvije varijable, a računa se po formuli:

$$r_{1,2} = \frac{\sum(X_1-\bar{X}_1)(Y-\bar{Y})}{\sqrt{\sum(X-\bar{X})^2(Y-\bar{Y})^2}} = \frac{n\sum XY-(\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2-(\sum X)^2}\cdot\sqrt{n\sum Y^2-(\sum Y)^2}},$$ što uobičajeno izračuna računalo.

Obilježja Pearsonovog koeficijenta korelacije:

- vrijednost r u rasponu je od -1 do +1

- predznak r ukazuje na smjer korelacije: pozitivna korelacija (pozitivan r) znači da kako vrijednost jedne varijable raste, tako raste i vrijednost druge varijable; negativna korelacija (negativan r) znači da kako vrijednost jedne varijable raste, tako pada vrijednost druge varijable

- ako je r = + 1 ili r = -1, tada postoji potpuna povezanost sa svim točkama koje leže na pravcu (to je u praksi gotovo nemoguće); ako je r = 0, tada nema linearne povezanosti (premda može postojati ne-linearna povezanost); što je r bliži ekstremnim vrijednostima (+1, -1, to je i stupanj linearne povezanosti veći

- r nema mjeru ni jedinicu mjerenja.

Pearsonov koeficijent korelacije računa se samo ako su zadovoljeni sljedeći uvjeti: podaci obje ispitivane varijable slijede intervalnu ili omjernu ljestvicu, podaci barem jedne varijable jesu normalno, tj. simetrično raspodijeljeni, ispitivani uzorak je velik (n > 35) i zadovoljen je uvjet linearne povezanosti što treba očitati iz točkastog grafikona.

Pearsonov koeficijent korelacije, r nije dobro koristiti u slučajevima:

- kada postoji nelinearna povezanost dviju varijabli, kao npr. kvadratna povezanost

- kada podaci uključuju više od jednog opažanja za svakog ispitanika

- kada postoji jedan ili više „nepodobnih članova grupe“.

Spearmanov koeficijent korelacije rangova neparametrijski je ekvivalent Pearsonovom koeficijentu korelacije, a računamo ga ako je točan jedan ili više od sljedećih navoda:

- barem jedna od varijabli, x ili y, mjerena je ordinalnom skalom

- ni x ni y ne slijede normalnu distribuciju

- uzorak je mali

- trebamo mjeru povezanosti između dviju varijabli kada ta povezanost nije linearna.

TOČNO / NETOČNO PITALICE

1. **Kvartili** su vrijednosti koje niz podataka dijele na 10 jednakih dijelova.	**T**	**N**
2. **Standardna devijacija** prosječno je odstupanje podataka od aritmetičke sredine i pokazuje kako se gusto rezultati nekog mjerenja grupiraju oko aritmetičke sredine.	**T**	**N**
3. **Standardizirana vrijednost varijable** (z-vrijednost, z-obilježje) koristi se da pi utvrdili položaj numeričkog podatka u nizu, i ne ovisi o mjernim jedinicama.	**T**	**N**
4. Ako niz podataka ima **normalnu razdiobu**, znači da su gotovo svi podatci (njih 99,73 %) u intervalu $[\bar{X} - 3s, \bar{X} + 3s]$, gdje je $\bar{X}$ aritmetička sredina, a s standardna devijacija uzorka.	**T**	**N**
5**. Studentov test** (t – test) je parametrijski.	**T**	**N**

Rješenja:

1. N
Kvartili su vrijednosti koje niz podataka dijele na četiri jednaka dijela.

2. T

3. T

4. T

5. N

Studentov test (t – test) je neparametrijski.

PRIJEDLOG ZADATAKA

1. Iz seta rezultata: 10 12 15 14 17 13 19 15 izračunajte raspon, srednje odstupanje i standardnu devijaciju. (RJ: raspon = 9, prosjek = 14,375, srednje odstupanje = 2, standardna devijacija = 2,54).

2. PROJEKTNI ZADATAK: Odaberite hipotezu vezanu uz temu iz ekologije, prikupite podatke, statistički obradite podatke, a zatim provjerite testom vrijedi li vaša hipoteza ili ne.

6. OBILJEŽJA BIOLOŠKIH ZAJEDNICA

6.1. Utjecaj čovjeka na ekološke sustave

Svako stanište obilježeno je specifičnim životnim uvjetima. Ti se uvjeti mogu više ili manje mijenjati (varirati), a organizmi koji na tim staništima žive moraju se prilagoditi promjenama. Utjecajem čovjeka uvjeti staništa ponekad se mijenjaju brže ili u većim amplitudama nego što je to prirodno, što ometa normalno funkcioniranje biosfere.

Emisijom otrovnih plinova čovjek mijenja sastav atmosfere što uzrokuje pojavu kiselih kiša, efekta staklenika, globalnog zatopljenja, uništavanje ozonskog omotača i uništavanje staništa. Rastresiti površinski sloj zemlje nastao pod utjecajem atmosfere, hidrosfere, litosfere i živih organizama zove se tlo. Tlo se sastoji od organskih i anorganskih tvari koje su jednako važne za opstanak i rast kako biljnih vrsta, tako i svih ostalih organizama biocenoze u tlu. Utjecaj na fizikalna i kemijska svojstva tla imaju živi organizmi koji žive u tlu i čovjek. Svojim aktivnostima čovjek je bitno osiromašio tla, a da bi to nadoknadio i omogućio uvjete za poljodjelstvo, taj nedostatak nadoknađuje unošenjem kemijskih elemenata – gnojenjem. Prekomjernim gnojenjem višak se kemijskih elemenata ispire i odlazi u površinske i podzemne vode i u mora.

Onečišćenje vode organskim tvarima utječe na povećanje populacije algi i vodenog bilja i sekundarno na eutrofikaciju vodenih ekosustava. Vodeni ekološki sustavi imaju sposobnost samoočišćenja, ali bakterije koje sudjeluju u tom procesu troše velike količine kisika što može uzrokovati pomor ili migraciju riba.

Ljudi su oduvijek utjecali na prostor u kojem žive, ali je taj utjecaj postao intenzivniji nakon pojave civilizacije. Gradnjom kuća i naselja čovjek si je morao priskrbiti dovoljne količine izvora hrane pa je prelaskom na intenzivni uzgoj svjesno mijenjao osobine bioma na kojima se naselio. Travnjake umjerenog pojasa pretvara u poljoprivredna područja za uzgoj žitarica kao što to postiže i sa sušnim područjima (polupustinje i pustinje) koja navodnjava. Drvo iz šuma koristi za ogrjev, gradnju kuća ili industriju, a uništenjem prirodne vegetacije zemljište izlaže eroziji. Uništavanjem šuma, navodnjavanjem, intenzivnom ispašom i poljoprivredom mijenjaju se uvjeti staništa.

Sječom šuma povećava se brzina vjetra, rastu temperaturne razlike i smanjuje se količina oborina što uzrokuje stvaranje pustinjskih uvjeta na područjima na kojima je prije bila šumska vegetacija. Erozijom tla i povećanim otjecanjem vode u nizinskim područjima javljaju se češće poplave.

Izvorne (autohtone) vrste teško se prilagođavaju takvim brzim i intenzivnim promjenama okoliša. Održavanje postojećih populacija tim je teže zbog unošenja stranih (alohtonih) vrsta u ekološke sustave. Kad se neka nova vrsta unese na njoj pogodno stanište, njezina populacija može ekstremno brzo rasti te potisnuti autohtonu vrstu tog ekološkog područja. Takve vrste zovemo invazivnim vrstama. Unošenje novih vrsta posljedica je prvenstveno globalizacije. Uvozom robe ili transportom danas je moguće iz bilo kojeg dijela svijeta dopremiti brojne životinjske i biljne vrste. Nekada se to događa sasvim slučajno, a nekada svjesno. Neke od unesenih vrsta na našem području jesu: babuška, američki somić, vodena kuga, azijski tigrasti komarac, mungos, nutrija, crvenouha/žutouha kornjača…

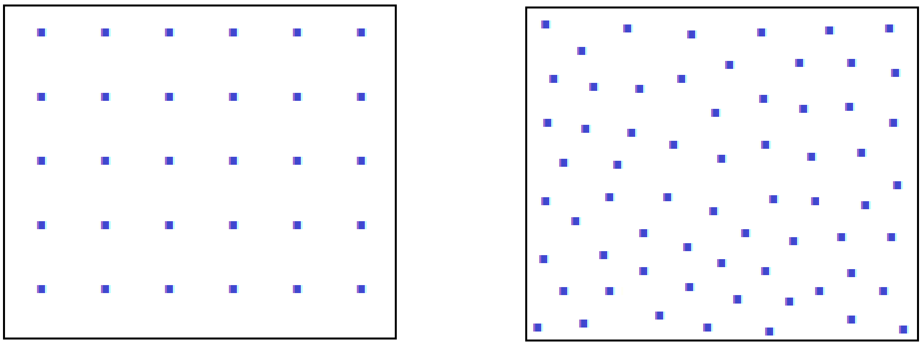
Utjecaj čovjeka na promjene u prirodi određuje se biološkim metodama koje se temelje na analizi sastava i brojnosti bioloških zajednica. Prvi korak u poznavanju odnosa i međusobnog utjecaja između vrsta na nekom staništu te analizi utjecaja čovjeka na jedinke na nekom području jest određivanje rasporeda organizama i određivanje gustoće populacija na nekom prostoru. Nijedna vrsta u prirodi ne živi izdvojeno od ostalih. Jedinke iste vrste i jedinke različitih vrsta stalno su u kontaktu i na različite načine utječu jedna na drugu. Ti utjecaju mogu biti pozitivni, negativni ili se može dogoditi da jedinke, iako žive jedna uz drugu, ne dijele ekološku nišu i ne utječu jedna na drugu međusobno.

Sve jedinke iste vrste koje žive na istom području u isto vrijeme čine populaciju. Kako su te jedinke na svom životnom prostoru raspoređene, vrlo je važno za ekološka istraživanja.

6.2. Određivanje prostornog rasporeda jedinki

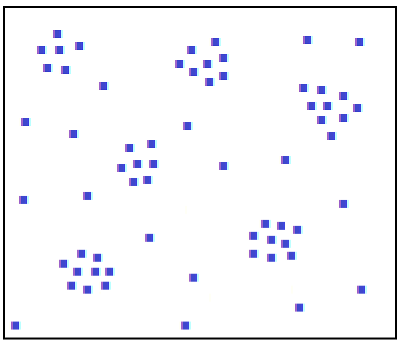
Jedinke na nekom području mogu biti raspoređene na tri načina. To su slučajan, ravnomjeran (jednolik) i grupni raspored. Prema rasporedu jedinki na nekom području moguće je odrediti kakvi odnosi vladaju između njih i kakav je položaj te populacije unutar neke zajednice ili ekološkog sustava.

U biomima u kojima postoji ravnomjeran raspored ekoloških čimbenika (svjetlo, temperatura, voda…) i raspored jedinki bit će ravnomjeran (jednolik) (Slika 6.1). Jednolik raspored javljat će se i u populacijama jedinki koje žive teritorijalno. U prirodi takav raspored može biti i posljedica čovjekova djelovanja kao npr. u voćnjacima, vinogradima, vrtovima i sl.



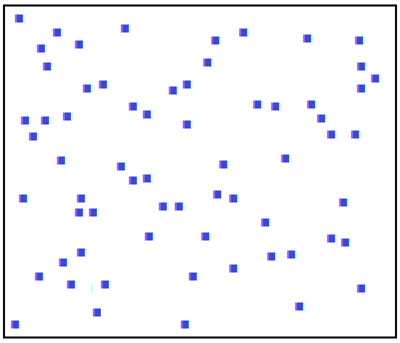
Slika 6.1. Ravnomjeran (jednolik) raspored jedinki iste vrste u prostoru

U prirodi je najčešći grupni raspored (Slika 6.2). On podrazumijeva veće ili manje skupine organizama na nekom području. Grupni raspored mogu imati jaja nekih vrsta (kornjača, kukaca…) ili jedinke koje žive u jatima, krdima, čoporima… Grupni raspored omogućava jedinkama iste vrste da lakše nađu hranu ili da se zajedno lakše zaštite od predatora.



Slika 6.2. Grupni raspored jedinki iste vrste u prostoru

Slučajan raspored imaju jedinke čiji položaj ne ovisi o izvoru i intenzitetu ekoloških čimbenika ni o rasporedu jedinki druge vrste na staništu (Slika 6.3.). Takav raspored imat će planktonske vrste u vodenim ekosustavima.



Slika 6.3. Slučajan raspored jedinki iste vrste u prostoru

Na prvi pogled dosta je teško odrediti prostorni raspored jedinki u prostoru jer između pojedinog rasporeda ne postoje oštre granice. Upotreba statističkih metoda može nam uvelike pomoći u određivanju tipa rasporeda jedinki u prostoru.

Da bismo odredili tip rasporeda populacije u prostoru, potrebno je prikupiti dovoljno podataka (broj jedinki u uzorcima) te izračunati aritmetičku sredinu ($\bar{X}$) i varijancu uzorka (s^2). Zatim izračunavamo indeks disperzije $\left(\frac{s^2}{\bar{X}}\right)$, određujemo stupnjeve slobode ($d_f = n - 1$) i računamo *Hi*-kvadrat (χ^2).

VJEŽBA 6.1. ODREĐIVANJE PROSTORNOG RASPOREDA JEDINKI

Pribor: plitka posuda (otprilike 40 cm x 30 cm), kvadratni okvir (5 cm x 5 cm), flomaster.

Materijal: sjemenke kikirikija, graha, slanutka i leće (ili neke druge sjemenke koje se razlikuju prema veličini).

KORAK 1. U jednoj posudi promiješajte različite količine sjemenki.

KORAK 2. Sjemenke iz posude rasporedite po dnu plitke posude tako da se međusobno miješaju. Nije važno nalazi li se na jednom kraju posude veća, a na drugom manja količina sjemenki.

KORAK 3. Kvadratnim okvirom obuhvatite sve sjemenke koje se nalaze unutar jednog polja na posudi. Odabir polja neka bude svojevoljan. U grupi izbrojite koliko se sjemenki pojedine vrste nalazi unutar tog izabranog polja. Broj pojedine sjemenke upišite u tablicu i zabilježite polje koje ste uzorkovali.

Tablica 6.1.

	vrsta	*KIKIRIKI*	*GRAH*	*SLANUTAK*	*LEĆA*
broj uzoraka i polje	1. uzorak polje:				
	2. uzorak polje:				
	3. uzorak Polje:				
	4. uzorak polje:				
	5. uzorak polje:				
	6. uzorak polje				
	7. uzorak polje:…				
	8. uzorak polje:				
	9. uzorak polje:				
	10. uzorak polje:				
	ukupan broj sjemenki				

KORAK 4. Postupak iz koraka 3 ponovite još 9 puta pazeći da se uzorkovana polja ne ponavljaju. Uzorkovano polje i broj sjemenki svake vrste zapišite u tablicu.

ZADATAK 1. Izračunajte ukupan broj sjemenki svake vrste u svih 10 uzoraka. Upišite zbroj u tablicu.

ZADATAK 2. Izračunajte aritmetičku sredinu za svaku vrstu sjemenke. Vrijednosti zapišite u tablicu 6.2.

Tablica 6.2.

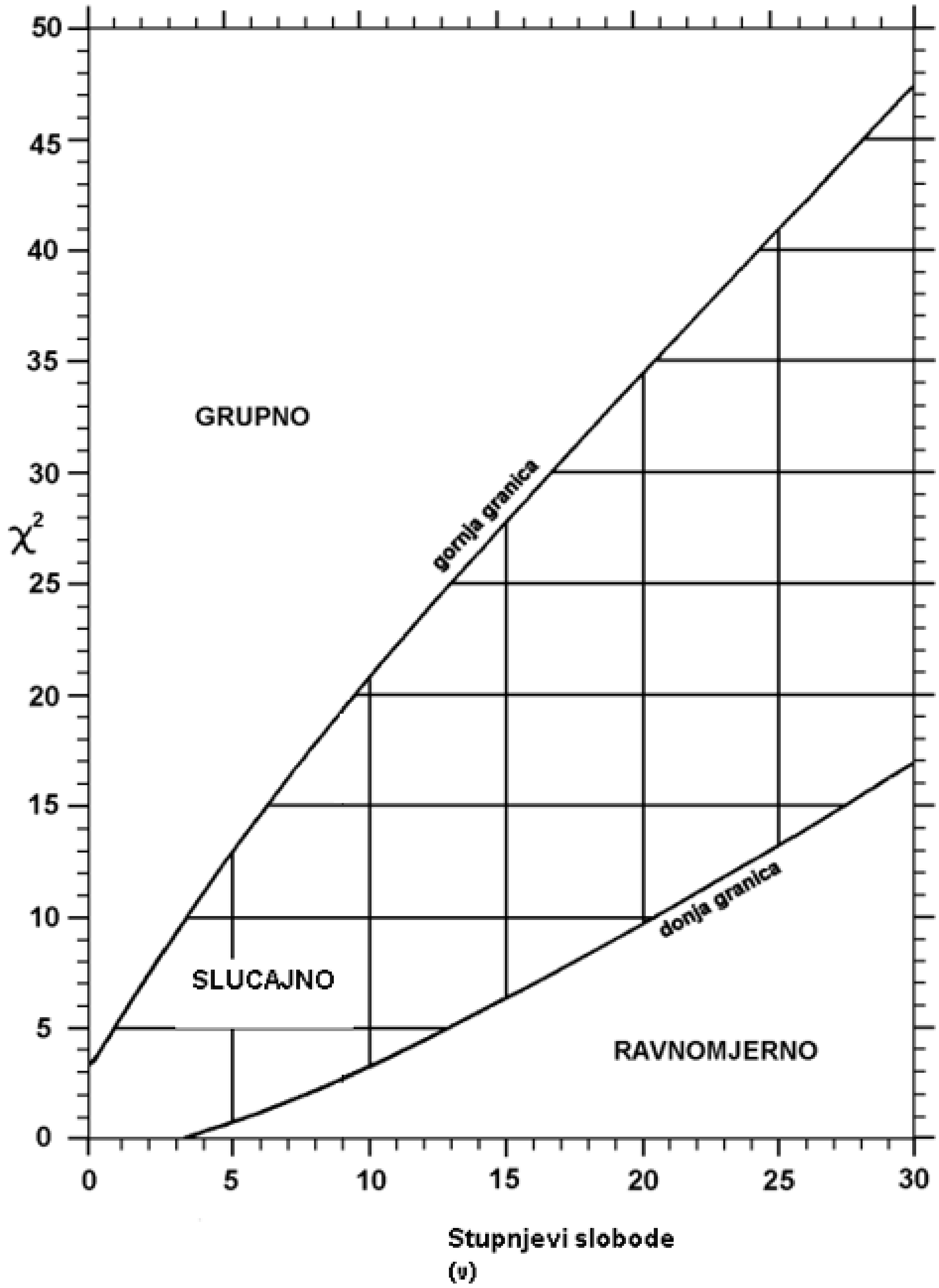
VRSTA	KIKIRIKI	GRAH	SLANUTAK	LEĆA
aritmetička sredina uzorka ($\bar{x}$)				
varijanca uzorka (s^2)				
indeks disperzije				
χ^2 (*Hi*-kvadrat)				

ZADATAK 3. Izračunajte varijancu za svaku vrstu sjemenke. Rezultate upišite u tablicu 6.2.

ZADATAK 4. Izračunajte indeks disperzije za svaku vrstu sjemenke. Rezultate upišite u tablicu 6.2.

ZADATAK 5. Izračunajte *Hi*-kvadrat za svaku vrstu sjemenke. Rezultate upišite u tablicu 6.2.

ZADATAK 6. Na slici (dijagramu) ucrtajte položaj za svaku vrstu jedinke s obzirom na stupnjeve slobode kod uzorkovanja i njihove vrijednosti *Hi*-kvadrata.



Slika 6.4. Dijagram za određivanje prostornog rasporeda za svaku vrstu sjemenke

PITANJE 1. Što zaključujete o rasporedu svake vrste sjemenke u prostoru.

____

____

PITANJE 2. Objasnite što utječe na različitu raspodjelu sjemenki u prostoru u ovoj vježbi.

____

PITANJE 3. Koji još čimbenici mogu utjecati na tip rasporeda jedinki u prostoru.

____

____

6.3. Određivanje gustoće populacije

Gustoća populacije jest mjera veličine populacije na nekom staništu. Možemo ju izražavati kao broj jedinki po jedinici površine ili volumenu staništa. Određivanje gustoće populacije govori nam o veličini populacije, o staništu koje neka vrsta preferira (ako istražujemo različita staništa), o važnosti tog staništa te nam daje odgovore na pitanje upravljamo li dobro staništem ovisno o trendu smanjenja ili povećanja brojnosti vrste. Određujući gustoću populacije tijekom dužeg vremenskog razdoblja na nekom staništu, možemo odrediti dinamiku populacije. Na brojnost jedinki, odnosno gustoću populacije utječu obilježja kao što su natalitet, mortalitet, emigracija, imigracija, potencijal razmnožavanja i stopa preživljavanja.

Postoji više metoda kojima se može odrediti gustoća populacije. Odabir metode (tehnike) za određivanje gustoće ovisi o vrsti koju promatramo, njenoj veličini i pokretljivosti te o svrsi istraživanja.

Metode određivanja gustoće populacije možemo podijeliti na dva tipa. To su apsolutne metode i relativne metode. Apsolutnim metodama određujemo brojnost organizama na nekom prostoru. Njima pripadaju metoda potpunog prebrojavanja (cenzus), metoda probnih prostora, metode označi – ponovno ulovi, metode uklanjanja jedinki i daljinske metode.

Metoda potpunog prebrojavanja ili cenzus podrazumijeva prebrojavanje svih jedinki neke vrste na nekom staništu. Metoda je primjenjiva kod određivanja gustoće populacija nekih biljaka i velikih životinja (određivanje broja ptica pjevica prema broju mužjaka, broj gnijezdećih parova, broj jedinki u krdima…). Metoda je općenito primjenjiva kod populacija s malim brojem jedinki.

Metoda probnih prostora primjenjuje se na populacije s velikim brojem jedinki. Tom se metodom broj jedinki određuje prebrojavanjem na manjim prostorima. Prilikom odabira prostora za uzorkovanje potrebno je voditi računa o reprezentnosti probnog prostora, o točnosti brojenja i o poznavanju veličine (površine ili volumena) prostora. Podatke o tome koji oblik i veličinu površine odabrati, najbolje je potražiti u literaturi ili provesti preliminarno istraživanje.

Metodom označi i ponovno ulovi osim što se može procijeniti gustoća populacije, moguće je procijeniti i povećanje (natalitet + imigracija) ili smanjenje (mortalitet + emigracija) populacije. Metoda zahtjeva puno vremena, truda i iskustva.

Daljinskim metodama obično se prate jedinke ptica pjevica, noćnih leptira i sl.

Često nije moguće ili nije potrebno određivati apsolutnu gustoću pa se koriste relativne metode. One pokazuju samo relativne odnose gustoće populacija. Daju nam indeks gustoće populacije koji je u stalnom, ali nepoznatom odnosu s apsolutnom populacijom.

VJEŽBA 6.2. ODREĐIVANJE GUSTOĆE POPULACIJE

Pribor: planktonska mreža, lupa, Petrijeve posudice, plastične posudice za uzorke.

KORAK 1. Sakupite uzorak zooplanktona iz najbližeg jezera uz pomoć planktonske mreže. Zabilježite koliki ste potez kroz vodu napravili. Sakupljeni zooplankton ispustite iz mreže u plastičnu bocu. Sakupljeni materijal donesite u školu i koristite dalje za vježbu.

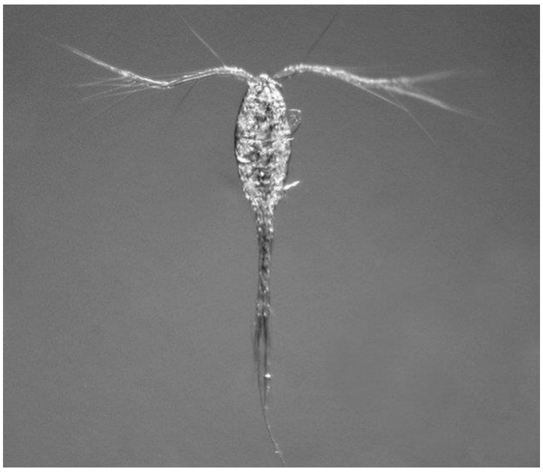
Sakupljeni materijal razdijelite na više uzoraka (≈ 10) i podijelite učenicima.

KORAK 2. Sakupljeni zooplankton sadrži najviše vrsta koje pripadaju veslonošcima (Copepoda) i vodenbuhama (Cladocera). U uzorcima prebrojite broj pojedine vrste raka. Na slikama su prikazane najčešće vrste rakova koje se mogu naći u jezerima i Hrvatskoj.

KORAK 3. Broj jedinki pojedine vrste raka upišite u tablicu 6.3. i izračunajte aritmetičku sredinu za svaku vrstu.

Slika 6.5. Rak veslonožac iz roda *Eudiaptomus*

Slika 6.7. Rak vodenbuha iz roda *Daphnia*



Slika 6.6. Rak veslonožac iz roda *Cyclops*

Tablica 6.3.

		rod		
		Eudiaptomus	*Daphnia*	*Cyclops*
uzorci	1.			
	2.			
	3.			
	4.			
	5.			
	6.			
	7.			
	8.			
	9.			
	10.			
$\bar{X}$				

ZADATAK 1. Izračunajte volumen vode koji ste profiltrirali prilikom uzimanja uzorka.

ZADATAK 2. Zbrojite aritmetičke sredine za svaki rod planktonskih rakova u uzorku.

ZADATAK 3. Izračunajte gustoću populacije svih planktonskih rakova u jezeru.

PITANJE 1. Zašto je važno poznavati gustoću populacije rakova u nekom jezeru?

____

____

PITANJE 2. Što može biti uzrok smanjenja gustoće populacije rakova u jezeru?

____

____

PITANJE 3. Što može biti uzrok povećanja gustoće populacije rakova u jezeru?

____

____

6.4. Indeksi sličnosti zajednica

Stanište je prostor na kojem neka vrsta živi, a obilježava ga niz ekoloških čimbenika. Intenzitet i ekološka valencija pojedinog ekološkog čimbenika određuju koja će se biocenoza na određenom staništu razviti. Stanište (biotop) i živi organizmi koji na njemu žive (biocenoza) zajedno čine ekološki sustav. Unutar ekološkog sustava odvija se međudjelovanje organizama i nežive tvari pri čemu nastaju, kruže i izmjenjuju se tvari.

Ekološki sustavi međusobno se mogu klasificirati na temelju prisutnosti vrsta te intenzitetu i valenciji ekoloških čimbenika na promatranom području. Prvi korak u klasificiranju zajednica jest određivanje njihove sličnosti/različitosti.

Sličnost je kvantitativna mjera koja pokazuje jačinu odnosa između dvaju predmeta/objekta ili značajke. Određivanjem indeksa sličnosti može se odrediti sličnost između dviju zajednica. U biološkim istraživanjima indeks sličnosti određuje se najčešće uspoređivanjem popisa vrsta i njihove gustoća ili biomasa između dviju zajednica. Vrijednost indeksa sličnosti može poprimiti vrijednost od -1 do 1 ili češće od 0 – 1 (0 % – 100 %).

Indekse sličnosti možemo podijeliti na dvije skupine: binarni indeksi sličnosti i kvantitativni indeksi sličnosti.

Binarni indeksi sličnosti najjednostavniji su indeksi sličnosti koji se temelje na usporedbi dviju zajednica na temelju prisutnosti/odsutnosti vrsta.

Tablica 6.4.

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="2">UZORAK A</td></tr>
<tr><td>prisutnost</td><td>odsutnost</td></tr>
<tr><td rowspan="2">UZORAK B</td><td>prisutnost</td><td>a</td><td>b</td></tr>
<tr><td>odsutnost</td><td>c</td><td>d</td></tr>
</table>

a – broj vrsta prisutnih u oba uzorka

b – broj vrsta prisutnih samo u uzorku B

c – broj vrsta prisutnih samo u uzorku A

<u>Jaccardov indeks sličnosti</u>

$$S_j = 100 \cdot [\frac{a}{(a+b+c)}] = 100 \cdot [\frac{a}{(A+B-a)}]$$

A – broj vrsta u uzorku A

B – broj vrsta u uzorku B

<u>Sørensov indeks sličnosti</u>

$$S_s = 100 \cdot [\frac{2a}{(2a+b+c)}] = 100 \cdot [\frac{2a}{(A+B)}]$$

Sørensov indeks sličnosti zasniva se na pretpostavci da svaka vrsta ima iste teoretske šanse da bude prisutna na dva područja, tj. da se bilo koja vrsta može javiti u jednoj ili dvije zajednice kada se usporede. Ovaj koeficijent izražava odnos stvarnog broja zajedničkih vrsta i teoretski mogućih zajedničkih vrsta. Sørensenov indeks, za razliku od Jaccardovog indeksa sličnosti, daje veću težinu zajedničkim vrstama u odnosu na vrste koje su jedinstvene za samo jedno od područja.

Vrijednost indeksa varira od 0 do 1 gdje 0 označava da nema zajedničkih vrsta između zajednica, a 1 da su potpuno jednake vrste prisutne u obje zajednice.

Kvantitativni indeksi sličnosti koriste se kada postoje podaci o relevantnom udjelu vrsta u zajednici. Za biocenološka istraživanja preporuča se korištenje Bray-Curtis indeksa sličnosti.

Y_{ij} – broj jedinki vrste *i* u uzorku *j* (A),

Y_{ik} – broj jedinki vrste *i* u uzorku *k* (B)

VJEŽBA 6.3. ODREĐIVANJE INDEKSA SLIČNOSTI

Pribor: posuda (staklena čaša od 500 mL), mala Petrijeva posudica.

Materijal: kuglice različite boje (veće perlice).

KORAK 1. Uzmite jednu staklenu čašu s kuglicama i malu Petrijevu posudicu. Staklena čaša s kuglicama predstavlja jednu zajednicu.

KORAK 2. Slučajnim uzorkovanjem iz staklene čaše Petrijevom posudicom zagrabite uzorak i u njemu izbrojite pojedine boje kuglica. Nakon brojenja kuglice vratite natrag u staklenu posudu i postupak ponovite još 9 puta. Rezultate uzorkovanja upišite u tablicu 6.5.

Tablica 6.5.

		vrsta (boja) kuglica													
		bijela	žuta – svijetla	žuta – tamna	narančasta	crvena	ljubičasta	ružičasta	plava – svijetla	plava – tamna	zelena – svijetla	zelena – tamna	smeđa	crna	kumulativni broj vrsta
uzorak	1														
	2														
	3														
	4														
	5														
	6														
	7														
	8														
	9														
	10														
zbroj(1.)															
zbroj(2.)															

ZADATAK 1. Izračunajte ukupan broj zagrabljenih kuglica svake boje u 10 uzoraka i upišite brojeve u redak „zbroj (1.)“.

ZADATAK 2. Odredite kumulativan broj vrsta nakon svakog uzorkovanja. Kumulativan broj vrsta određuje ukupan broj vrsta koje se nalaze u posudi otkriven uzorkovanjem.

KORAK 3. Razmijenite vrijednosti zbroja pojedine boje kuglice s drugom grupom učenika i njihove rezultate zapišite i redak „zbroj (2.)"

ZADATAK 3. Izračunajte Jaccardov indeks sličnosti između dviju staklenih posuda (dviju zajednica).

ZADATAK 4. Izračunajte Sørensov indeks sličnosti između dviju staklenih posuda (dviju zajednica).

ZADATAK 5. Izračunajte Bray-Curtis indeks sličnosti između dviju staklenih posuda (dviju zajednica).

PITANJE 1. Objasnite zašto se vrijednost Jaccardovog indeksa sličnosti razlikuje od Sørensovog indeksa?

____

____

PITANJE 2. Objasnite zašto se vrijednosti binarnih indeksa sličnosti razlikuju od kvantitativnog indeksa sličnosti?

____

____

PITANJE 3. Koji indeks sličnosti daje najpouzdanije rezultate? Objasnite svoj odgovor.

____

____

PITANJA ZA PONAVLJANJE:

1. Opišite na koje sve načine čovjek utječe na ekološke sustave.

2. Objasni tena koji ćeš način odrediti tip rasporeda jedinki neke populacije u prostoru?

3. Navedite po 3 vrste organizama koje žive grupno, slučajno i jednoliko.

4. Što nam o uvjetima života govori podatak o gustoći neke populacije na nekom području?

5. Kojim se sve metodama može odrediti gustoća populacije?

6. Što nam o sličnosti zajednica govori vrijednost indeksa sličnosti 0, a što vrijednost 1?

PRIJEDLOG ISTRAŽIVAČKOG RADA ZA UČENIKE

Učenici u svom zavičaju mogu provesti istraživanje brojnosti i rasporeda jedinki u prostoru. Istraživanje se može odvijati na različitim staništima kao što su šuma, livada, potok, jezero ili park.

Preporuča se da učenici u paru provode istraživanje prostornog rasporeda i brojnosti jedinki na staništu. Svaki par učenika u istom razredu istražuje raspored i brojnost jedne biljne ili životinjske vrste na istom staništu. Učenici drugog razreda, jednako kao i u prethodnom razredu, u paru na drugom staništu istražuju raspored i brojnost istih biljnih ili životinjskih vrsta kao prethodni razred. Na kraju istraživanja učenici uspoređuju prisutnost i brojnost jedinki na oba staništa i određuju sličnost zajednica izračunavanjem indeksa sličnosti.

Učenici putem istraživačkog rada trebaju:

- provesti mjerenje brojnosti i rasporeda jedinki na odabranom staništu
- prikupiti podatke iz zavičaja i prikazati ih u tablicama
- primijeniti osnovne statističke alate u obradi podataka
- izračunati prostorni raspored promatrane vrste na staništu
- izračunati gustoću populacije promatrane vrste na staništu
- izračunati indeks sličnosti između dviju zajednica
- na temelju rezultata donijeti zaključke istraživanja
- objasniti rezultate svog istraživanja
- procijeniti pouzdanost i točnost svog istraživanja.

7. STATISTIČKA OBRADA I GRAFIČKO PRIKAZIVANJE PODATAKA

Ova nastavna cjelina nadovezuje se na prehodne te se u potpunosti izvodi u *Microsoft Excelu*. Za izvođenje vježbi potrebno je osnovno znanje za rad u ovome programu kao što je označavanje redaka, stupaca, unos podataka, oblikovanje ćelija, imenovanje i dodavanje radnih listova (*worksheet*) itd.

7.1. Statistička obrada podataka

Prvi Office paket sastavljen je 1989. godine te je obuhvaćao četiri alata: *Word*, *Excel*, *PowerPoint* i *Mail*. *Microsoft Excel* je alat za izvođenje osnovnih matematičkih funkcija. U obradi već pripremljenih podataka možete primjenjivati formule (množenje, zbrajanje, dijeljenje itd.) koje u ćeliji započinju znakom jednakosti (=) nakon kojeg mogu slijediti brojevi s matematičkim operatorima (npr. znak plus, minus...)

PRIMJER 1. U formuli je potrebno 4 pomnožiti s 5, a zatim od umnoška oduzeti broj 2. Rezultat je 18.

U ćeliju unosimo formulu na sljedeći način $\boxed{=4*5-2}$ pritiskom na *Enter* dobivamo rezultat $\boxed{= 18}$

Za obradu većeg broja podataka koriste se već gotove funkcije koje se na alatnoj tranci nalaze pod nazivom *Formulas* → *Auto Sum*.

PRIMJER 2. U tablici imamo navedenu masu jabuka u kg i želimo zbrojiti sve vrijednosti. Pritisnemo tipku na praznu ćeliju (zbog preglednosti ispod stupca tablice čije vrijednosti zbrajamo) (1), pritisnemo *Auto –Sum* ili *Insert Function*, pronađemo i odaberemo *Sum*, mišem obuhvatimo samo brojčane vrijednosti u tablici (2), pritisnemo na tipkovnici Enter te dobijemo zbrojene sve vrijednosti (SUM) (3).

masa jabuka u kg		masa jabuka u kg		masa jabuka u kg
24		24		24
11		11		11
21		21	(2)	21
10		10		10
12		12		12
9		9		9
10	→	10	→	10
18		18		18
11		11		11
19		19		19
15		15		15
24		24		24
10		10		10
20		20		20
13		13		13
21	(1)	21		21
			(3)	**248**

Isto vrijedi i za ostale funkcije. Funkcije možete koristiti unošenjem kratice funkcije u praznu ćeliju: upišite znak jednakosti, kraticu funkcije, otvorite zagradu, obuhvatite brojeve, zatvorite zagradu te pritisnite Enter (Tablica 7.1.).

PRIMJER 3. =SUM(→ =SUM(D2:D17) → =248

Tablica 7.1. Funkcije programa *Excel*

Funkcija	Opis
SUM	Zbrajanje vrijednosti u ćelijama.
STDEV	Standardna devijacija na temelju uzorka
VAR	Određuje varijancu na temelju uzorka.
AVERAGE	Određuje srednju vrijednost uzorka
COUNT	Određuje broj uzoraka.
MAX	Određuje najveću vrijednost danih brojeva.
MEDIAN	Određuje medijan danih brojeva.
MODE	Određuje mod danih brojeva.
MIN	Određuje najmanju vrijednost danih brojeva.
RANK	Određuje položaj broja u popisu brojeva.
T.TEST	Određuje razliku u srednjim vrijednostima.

T-testom utvrđuje se statistički značajna razlika između dvaju uzoraka, tj. između dviju aritmetičkih sredina. Pomoću t-vrijednosti i stupnja slobode (d_f) očitavamo tablične prikaze p vrijednosti (koristi se pri odlučivanju hoće li se nulta hipoteza odbaciti ili ne). Ako nam t-test pokaže da razlika između aritmetičkih sredina nije statistički značajna ($p > 0,05$), onda povrđujemo nultu hipotezu, N_o (uzorci se statistički međusobno ne razlikuju), a ako je razlika između aritmetičkih sredina statistički značajna ($p < 0,05$), tada nultu hipotezu odbacujemo (uzorci se statistički međusobno razlikuju).

Korelacija podrazumijeva jačinu i povezanost dviju varijabli. Vrijednosti Pearsonovog koeficijenta linearne korelacije kreću se u opsegu od 0 do -1. Vrijednosti od 0 do 1 ukazuju na pozitvnu povezanost, vrijednosti od -1 do 0 na negativnu povezanost (Tablica 7.2.).

Tablica 7.2. Interpretacija Pearsonovog koeficijenta linerane korelacije

Koeficijent	Koeficijent	Jačina povezanosti
≥ - 0,70	≥ 0,70	Jaka povezanost
- 0,30 do - 0,69	0,30 do 0,69	Osrednja povezanost
< - 0,30	< 0,30	Slaba povezanost
Oko 0,0	Oko 0,0	Nema povezanosti

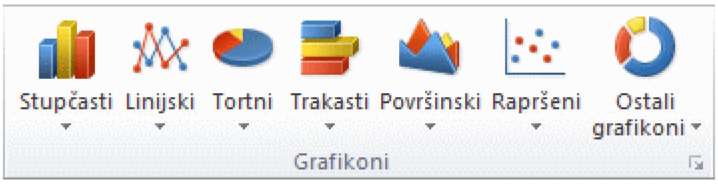
Analiza varijance (*ANOVA, eng., Analysis of variance*) upotrebljva se onda kada se želi utvrditi postoje li razlike između nekoliko aritmetičkih sredina.

7.2. Grafičko prikazivanje podataka

Niz numeričkih podataka možemo prikazati u obliku grafikona. Uz pomoć grafikona podaci postaju vidljivi, možemo pratiti promjene tijekom vremena ili pratiti kako se dijelovi podataka uklapaju u cjelinu (Slika 7.1.).

Postoje različiti tipovi grafičkih prikaza i u uvodnom dijelu definirat ćemo i objasniti koji je grafikon najbolje primijeniti za određene podatke.

Na alatnoj traci pod nazivom Umetanje (*Insert*) → Garfikoni (*Charts*) na izbor imamo sedam podvrsta grafikona.



Slika 7.1. Različiti tipovi grafičkog prikaza

Stupčasti grafikoni (*Column*) najčešće se koriste za prikaz promjena podataka u nekom vremenskom razdoblju ili za prikaz razlika između pojedinih podataka. Zavisne varijable organizirane su duž x osi, a nezavisne varijable duž y osi.

Linijski grafikoni (*Line*) prikazuju neprekinute podatke tijekom vremena.

Tortni grafikon (*Pie*) prikazuje veličinu stavki u nizu podataka, tj. odnos dijelova i cjeline. Koristi se za prikazivanje postotnog udjela pojedinih dijelova u odnosu na cjelinu.

Trakasti grafikon (*Bar*) kao i stupčasti grafikon koristi se za uspoređivanje pojedinih podataka u jednom ili više niza podataka. Zavisne varijable organizirane su duž y osi, a nezavisne varijable duž x osi.

Površinski grafikon (*Area*) prikazuju veličinu promjene tijekom vremena.

Raspršeni grafikoni (*Scatter*) koriste se za usporedbu i prikaz brojčanih vrijednosti. Na x osi jesu zavisne varijable, a nezavisne varijable na y osi.

Pod ostalim grafikonima (*Other Charts*) nalaze se burzovni grafikoni (*Stock*) (kretanje cijena dionica), plošni grafikoni (*Surface*) (za pronalazak najbolje kombinacije dvaju skupova podataka), prstenasti grafikon (*Doughnut*) (prikazuje odnos dijelova i cjelina, ali s više niza podataka), mjehurićasti grafikon (*Bubble*) (prikazuje niz podataka s tri vrijednosti), polarni grafikon (*Radar*) (prikazuje promjene u skupnim vrijednostima nekoliko niza podataka).

PRIMJER 1. Za prstenovanja ptica na području Lonjskog polja postavljena je mreža za hvatanje malih ptica. Ptice su nakon prstenovanja, determinacije, vaganja te mjerenja dužine kljuna i raspona krila puštene na slobodu. Nakon tri mjeseca zabilježen je broj pojedinih vrsta ptica (tablica 7.3.).

ZADATAK 1. Izračunajte postotni udio sakupljenih vrsta ptica. Rezultate prikažite grafički.

KORAK 1. Unesite nazive ptica i njihov broj u računalni program *Excel*.

Tablica 7.3. Broj različitih vrsta ptica uhvaćenih mrežom na području Lonjskog polja

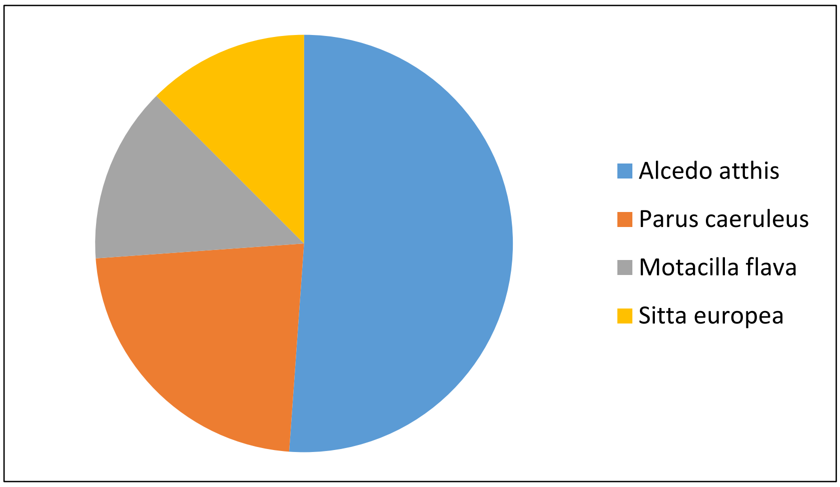
Vrste	Broj jedinki
Alcedo atthis (vodomar)	45
Parus caeruleus (plavetna sjenica)	20
Motacilla flava (žuta pastirica)	12
Sitta europea (brgljez)	11
UKUPNO	**88**

KORAK 2. Izračunajte u Excelu postotni udio za svaku vrstu.

Vrste	Broj jedinki	%
Alcedo atthis	45	
Parus caeruleus	20	
Motacilla flava	12	
Sitta europea	11	
UKUPNO		

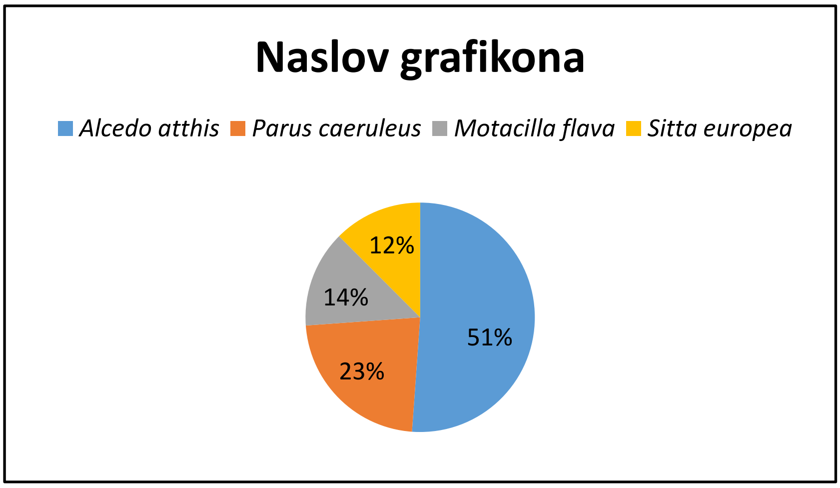
KORAK 3. Mišem označite vrste, zatim na tipkovnici držeći tipku Ctrl označite izračunate postotke, pustitke tipku Ctrl, idite na Insert koji se nalazi na alatnoj traci i odaberite odgovarajući grafikon. *Grafikon Pita (Pie)*

Vrste	Broj jedinki	%
Alcedo atthis	45	
Parus caeruleus	20	
Motacilla flava	12	
Sitta europea	11	
UKUPNO		

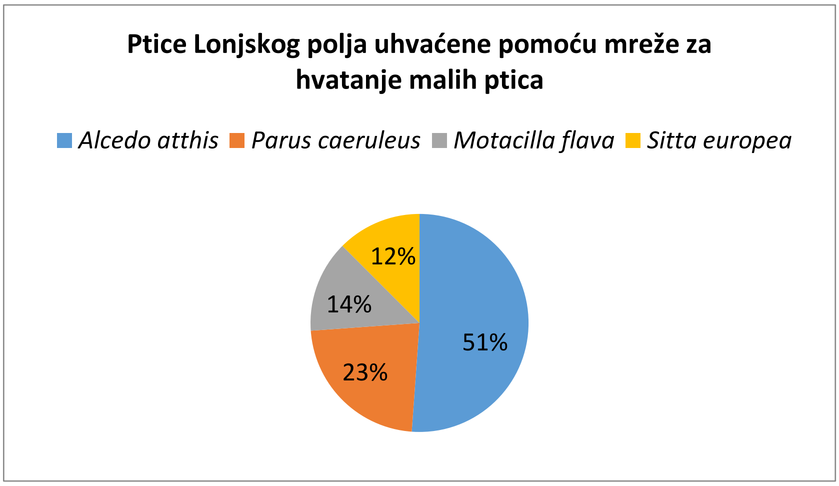


KORAK 4. Nakon što se dobili odgovarajući grafikon, trebate ga imenovati i pridružiti brojčane vrijednosti postotaka.

Napomena: Isti grafikon možete dobiti i bez koraka 3. Grafikon možete nacrtati s dvije kolone (vrste i broj jedinki), bez računanja postotka.



KORAK 5. Pritiskom na *Chart Title* koji se nalazi unutar okvira grafikona može se napisati odgovarajući naslov



NAPOMENA! **<u>Svi su podaci u prijašnjim i sljedećim vježbama izmišljeni i svaka je sličnost sa stvarnim podacima slučajna!</u>**

VJEŽBA 7.1.

Istraživanje bioraznolikosti praživotinja u nizinskom potoku Ođenice provedeno je pomoću metode ispiranja i pikiranja. Uzorkovanje je provedeno na tri postaje tjednom dinamikom tijekom ožujka, travnja i svibnja 2014. godine. Jedinke su determinirane do razine roda. Rezultati determiniranih praživotinja i njihov broj prikazani su u tablici 7.4. Podatke unesite u Excel.

Tablica 7.4. Praživotinje potoka Ođenice sakupljene s tri postaje tijekom ožujka, travnja i svibnja

	P1	P2	P3
ožujak			
***Paramecium* sp.**	365	211	201
***Amoeba* sp.**	222	198	190
***Tetrahymena* sp.**	176	173	169
***Vorticella* sp.**	90	89	86
travanj			
***Paramecium* sp.**	390	384	373
***Amoeba* sp.**	253	202	196
***Tetrahymena* sp.**	196	183	174
***Vorticella* sp.**	101	94	89
svibanj			
***Paramecium* sp.**	411	399	385
***Amoeba* sp.**	311	226	204
***Tetrahymena* sp.**	212	196	195
***Vorticella* sp.**	125	99	98
***Colpidium* sp.**	21	36	64

ZADATAK 1. Izračunajte ukupan broj sakupljenih jedinki praživotinja za svaku postaju.

ZADATAK 2. Izračunajte ukupan broj jedinki praživotinja sa svih postaja i istraživanih mjeseci. Izračunajte postotni udio i rezultate prikažite grafički.

ZADATAK 3. Izračunajte postotni udio pojedinog roda u ožujku, travnju, svibnju 2014. godine. Rezultate prikažite grafički.

ZADATAK 4. Izračunajte postotni udio pojedinog roda u ukupnom broju jedinki na postajama P1, P2 i P3. Rezultate prikažite grafički.

VJEŽBA 7.2.

Kod istraživanja fenotipskih obilježja velikog djetlića (*Picoides major*) mjerena je i dužina tijela i raspon krila. Rezultati su prikazani u tablici 7.5.

Tablica 7.5. Dužina tijela i raspon krila velikog djetlića (*Picoides major*)

Dužina tijela (cm)	Raspon krila (cm)
23,4	39,4
23,8	39,6
24,1	39,9
23,2	39,2
23,3	39,4
23,2	39,1
23,7	39,4
23,5	39,2
23,8	39,8
24,2	39,7
23,6	39,8
24,4	40,3

ZADATAK 1. Prikažite grafički linearnu povezanost ovih dviju varijabli odgovarajućim grafikonom.

ZADATAK 2. Odredite jednadžbu pravca linearne regresije iz ovih podataka i koeficijent korelacije r.

PITANJE 1. Iz smjera (0 do 1 ili –1 do 0) i jakosti (r) veze zaključi kakva je jačina povezanosti i radi li se ovdje o pozitivnoj ili negativnoj linearnoj vezi.

____

____

____

PITANJE 2. Što možeš zaključiti na temelju rezultata o odnosu ovih dviju varijabli?

____

____

VJEŽBA 7.3.

U Tablici 7.6. zabilježene su vrijednosti vodostaja Dunava od 1. do 17. travnja 2012. i 2013. godine.

Tablica 7.6. Vrijednosti vodostaja Dunava u metrima

Mjesec	Dan	2012.	2013.
Travanj	1.	3	3,16
	2.	2,98	3,36
	3.	3,17	3,75
	4.	3,3	4,22
	5.	3,27	4,52
	6.	3,13	4,67
	7.	2,93	4,74
	8.	2,78	4,74
	9.	2,78	4,69
	10.	2,82	4,61
	11.	2,9	4,46
	12.	2,88	4,26
	13.	2,72	4,11
	14.	2,55	4,03
	15.	2,44	4,03
	16.	2,46	4,13
	17.	2,48	4,3

ZADATAK 1. Pomoću Excela odredite minimalnu i maksimalnu vrijednost, mod i medijan vodostaja Dunava za 2012. i 2013. godinu.

ZADATAK 2. Primjenite odgovarajući grafički prikaz vodostaja Dunava.

PITANJE 1. Obrazložite izbor grafičkog prikaza.

____

____

VJEŽBA 7.4.

Od 2. 7. do 8. 11. 2012. godine zabilježene su dnevne minimalne i maksimalne temperature Orahovačkog jezera. Temperature vode zabilježene su u Tablici 7.7. Podatke unesite u Excel.

Tablica 7.7. Minimalne i maksimalne temperature Orahovačkog jezera u °C

Datum	Min. (SD)	Max. (SD)
2.7.	22,5	23,9
3.7.	22,1	24,8
4.7.	22,2	24,3
5.7	20,5	23,8
6.7.	21,3	25,2
7.7.	20,1	24,6
8.7.	20,5	23,9

ZADATAK 1. Izračunajte srednju dnevnu temperaturu za svaki datum i standardnu devijaciju.

ZADATAK 2. Izračunajte srednju tjednu temperaturu.

ZADATAK 3. Rangirajte srednje dnevne temperature od najviše prema najnižoj.

ZADATAK 4. Odredite minimalnu dnevnu temperaturu.

ZADATAK 5. Odredite maksimalnu dnevnu temperaturu.

ZADATAK 6. Odredite minimalnu dnevnu srednju temperaturu.

ZADATAK 7. Odredite maksimalnu srednju dnevnu temperaturu.

ZADATAK 8. Odredite median i mod srednjih dnevnih temperatura.

PITANJE 1. Objasnite zašto niste mogli odrediti mod srednjih dnevnih temepratura.

____

____

ZADATAK 9. Izračunate srednje temperature Orahovačkog jezera i prikažite ih primjenom odgovarajućeg grafikona.

PITANJE 2. Obrazložite odabir grafičkog prikaza.

____

____

VJEŽBA 7.5.

Krokodili su gmazovi rasprostranjeni u toplim klimatskim područjima. Imaju izduženo tijelo koje završava mišićavim repom, noge su im kratke, a tijelo prekriveno kožom s rožnatim štitovima. S obzirom na veličinu plijena koji krokodili trebaju svladati njihova je snaga ugriza među najvećima u životinjskom carstvu. U jednom istraživanju izmjerena je snaga ugriza odraslih nilskih krokodila (*Crocodylus niloticus*) mužjaka i ženki (Tablica 7.8.). H_0 hipteza jest da ne postoji razlika među spolovima u snazi ugriza.

Tablica 7.8. Snaga ugriza mužjaka i ženki nilskog krokodila

SPOL	SNAGA UGRIZA (t)
Mužjak	2,5
Mužjak	2,6
Mužjak	2,4
Mužjak	2,5
Mužjak	2,3
Mužjak	2,2
Mužjak	2,6
Mužjak	2,6
Ženka	2,3
Ženka	2,4
Ženka	2,5
Ženka	2,2
Ženka	2,5
Ženka	2,3
Ženka	2,4
Ženka	2,6

ZADATAK 1. Odredite broj uzoraka za svaki spol posebno te izračunajte srednju vrijednost, medijan, standardnu devijaciju i varijancu.

ZADATAK 2. Utvrdite postoji li statistički značajna razlika u snazi ugriza među spolovima. Prilikom odabira odgovarajućeg t-testa obratite pozornost na varijancu jedne i druge varijable.

PITANJE 1. Objasnite dobiveni rezultat.

____

____

VJEŽBA 7.6.

Konjugirana linolna kiselina (CLA) višestruko je nezasićena masna kiselina koja privlači pozornost zbog mogućeg djelovanja na smanjenje tjelesne težine i masnog tkiva. U jednom istraživanju osobe s normalnom tjelesnom težinom uzimale su suplemente CLA tijekom osam tjedana. Na početku i na kraju eksperimenta zabilježene su vrijednosti njihove tjelesne težine. H_0 hipteza jest da ne postoji razlika u tjelesnoj težini na početku i kraju eksperimenta. Tjelesne težine (kg) na početku ekperimenta i nakon osam tjedana provođenja eksperimenta zabilježene su u Tablici 7.9.

Tablica 7.9. Tjelesne težine ispitanika zabilježene na početku i kraju eksperimenta.

Tjelesna težina (kg) (tjedan 0)	Tjelesna težina (kg) (tjedan 8)
82,2	81,9
80,1	80
82,2	81,7
81,2	81
80,2	80
81,5	81,1
82,1	81,3
82,1	81.8
82	81,1
81	80,3
82,2	82
82	81,8

ZADATAK 1. Izračunajte srednju vrijednost, medijan, standardnu devijaciju i varijancu za podatke s početka i kraja eksperimenta.

ZADATAK 2. Utvrdite postoji li statistički značajna razlika u tjelesnim težinama zabilježenima na početku i kraju eksperimenta. Objasnite dobiveni rezultat.

VJEŽBA 7.7.

Afrički nojevi (*Struthio camelus*) jesu ptice s dugim golim vratom, jakim trupom i nogama. Danas više od 80% svjetske populacije nojeva živi na farmama za uzgoj jaja i mesa. Inkubacija jaja traje 42 dana, a nakon valjenja pilići imaju težinu 700 do 900 grama. Odrastao mužjak može doseći težinu do 150 kg, dok je ženka nešto lakša. Nojevi starosti 2 godine podijeljeni su u šest skupina te su tijekom dva mjeseca hranjeni različitom stočnom hranom ,što je prikazano u Tablici 7.10. Hipteza H_0 jets da ne postoji razlika u tjelesnoj težini između nojeva hranjenih različitom stočnom hranom.

Tablica 7.10. Tjelesna masa nojeva hranjeni različitom stočnom hranom.

Krmne smjese	Žitarice	Svježe sijeno	Sušeno sijeno	Korjenjače, gomoljače, tikvenjače
159	149	152	145	155
158	148	151	146	156
157	147	151	143	151
159	148	150	142	154
154	150	149	141	155
159	148	153	146	154
158	148	150	141	153
154	149	152	141	152
154	145	150	142	153
153	148	150	143	153
157	148	150	141	152
154	147	153	142	155
156	147	151	141	155

ZADATAK 1. Odredite broj uzoraka, izračunajte srednju vrijednost, medijan, standardnu devijaciju i varijancu.

ZADATAK 2. Utvrdite postoji li statistički značajna razlika u tjelesnim težinama nojeva hranjenih različitom stočnom hranom. Objasnite dobiveni rezultat i gdje bi mogla biti pogreška u interpretaciji rezultata.

____

____

ZADATAK 3. Primijenite odgovarajući grafički prikaz mase nojeva hranjenih različitom vrstom hrane, nakon 2 mjeseca.

8. ZAKLJUČIVANJE U STATISTICI

8.1. Donošenje zaključaka istraživanja upotrebom statistike

Prvi produkt svakog istraživanja jesu podaci. Iz samog niza podataka (brojeva) nemoguće je donijeti konačne zaključke i u potpunosti spoznati procese koje mjerimo. Zato je važno iz dobivenih podataka napraviti analizu i dobivene rezultate upotrijebiti za bolje razumijevanje procesa koji se događaju oko nas. U tome nam pomaže statistika. Statistika je alat kojim se prikupljeni podaci nekog istraživanja obrađuju i pretvaraju u kratku i objektivnu informaciju na temelju koje možemo analizirati procese i donositi zaključke.

Rezultate koje smo dobili statističkom obradom potrebno je interpretirati u kontekstu problema koji se rješava. Prilikom donošenja zaključaka treba voditi računa o tome je li zaključak smislen ili besmislen na promatranom problemu te postoji li možda još koji parametar koji nismo razmotrili, a ključan je da bismo dobili točan uvid u problematiku koju izučavamo. Možda baš taj parametar može dovesti do drugačijeg rezultata.

U istraživanje je nemoguće uključiti sve podatke nekog procesa pa se statistički obrađuje niz podataka dobiven na nekom uzorku koji je dio promatranog procesa. Nakon toga se na osnovi tog uzorka zaključuje o cijelom procesu koji istražujemo.

Prilikom interpretacije statističkih rezultata i donošenja zaključka u statistici treba biti oprezan i imati uvijek na umu da su statistički rezultati nastali na osnovi uzorka, tj. ograničenog broja podataka i broja parametara. Pogrešna interpretacija statističkih rezultata može biti uzrok pogrešnog zaključivanja iako je statistički rezultat dobar. Iz tog razloga u statistici ništa ne možemo tvrditi sa 100 postotnom točnošću jer pravu istinu o promatranom procesu procjenjujemo na osnovi uzetog uzorka.

8.2. Interspecijski odnosi među kukcima

Ako su raznolikost, rasprostranjenost i sâm broj jedinki pokazatelj uspjeha i prilagodbe, onda bi u samom vrhu kao najuspješnija skupina organizama bili člankonošci. Više od ¾ do sada opisanog i istraženog životinjskog svijeta pripada člankonošcima. Do sada je opisano preko milijun vrsta člankonožaca, a biolozi smatraju da ih se u prirodi nalazi najmanje duplo više.

Razred kukaca danas je među vrstama najbrojnija skupina organizama. Do danas ih je opisano oko 800 000 vrsta. Vrste kukaca međusobno se razlikuju u vanjskoj i unutarnjoj građi, ali im je načelno funkcionalna organizacija ista. Tijelo kukaca građeno je od 20 kolutića i s vanjske strane zaštićeno je višeslojnom hitinskom kutikulom. Podijeljeno je na tri tagme (odsječka): glavu, prsa i zadak. Ustrojstvom vanjske i unutarnje građe tijela kukci su prilagođeni najrazličitijim uvjetima života i rasprostranjeni su na gotovo svim biotopima na Zemlji. Kukci su prva skupina organizama koja je razvila sposobnost letenja što im je omogućilo osvajanje novih staništa, bijeg od predatora i lakše nalaženje hrane. Zbog izrazite brojnosti kukci su razvili različite prilagodbe vezane za prehranu. Hrane se gotovo svim vrstama hrane koje se nalaze oko njih. Kukci su razvili razne prilagodbe usnog aparata s obzirom na vrstu prehrane. Budući da su žohari svejedi, njihovi su usni organi funkcionalno prilagođeni za grizenje i usitnjavanje hrane. Njihove su gornje čeljusti hitiniziranije i imaju zubiće. Sličnu građu usnih organa imaju i paličnjaci i hruštevi (Slika 8.1).

Slika 8.1. Usni organi za grizenje i usitnjavanje hrane kod paličnjaka

Donja čeljust i donja usna pčele medarice, u usporedbi s primitivnijim organima za grizenje kod žohara i paličnjaka, morfološki je promijenjena i prilagođena lizanju i sisanju. Donja usna pčela preobražena je u jezik na čijem se vrhu nalazi proširenje poput žličice, a u sredini udubljenje (uzdužni žlijeb). Takva građa donje usne omogućava pčeli otapanje i usisavanje šećera i cvjetnog nektara. I leptiri uzimaju za hranu uglavnom nektar s cvjetova pa su razvili dugo sisalo nastalo od produženih vanjskih režnjeva donje čeljusti (Slika 8.2).

Slika 8.2. Građa usnog organa za sisanje u leptira

Kod komaraca su usni organi preobraženi u cjevčice i polucjevčice koje sudjeluju u procesu bodenja i sisanja (Slika 8.3). Donja i gornja usna preobražene su u četine za bodenje, a zajedno zatvaraju cjevčicu rila kroz koju sišu krv domadara.

Slika 8.3 Usni organi za bodenje i sisanje u ženke komarca

Kukci s drugim organizmima mogu ulaziti u najrazličitije interspecijske odnose. Mravi s biljnim ušima ostvaruju mutualizam jer obje vrste jedna od druge imaju koristi. S druge pak strane mravi su paraziti na biljkama jer se hrane lišćem. Ponekad su mravi i plijen, kao u slučaju mravolovca (mravlji lav). Ličinka mravolovca gradi jamice u pijesku kao klopke za mrave kojima se hrani.

Odnos predator – plijen čest je u prirodi i jedan je od načina održavanja prirodne ravnoteže. Svi organizmi na Zemlji u svom razvoju teže prilagodbama s ciljem boljeg i uspješnijeg razmnožavanja, hvatanja plijena (hrane) i bijega od predatora.

Prilagodba predatora na uspješniji lov podrazumijeva raspoznavanje plijena razvijanjem „slike plijena“, ograničavanje potrage samo na mjesta bogata plijenom i poboljšanje motoričkih (npr. brzina trčanja) i fizioloških (reakcija povraćanja otrovnog plijena) sposobnosti te sposobnosti suradnje (lov u grupi ili sâm).

I plijen je razvio sposobnost obrane ili izbjegavanja predatora. Te prilagodbe uključuju mimikriju, fitomimezu, aposemiju, kriptičnu obojenost te kemijsku (otrov) i mehaničku (bodlje) zaštitu.

Utjecaj predatora na plijen utječe na prirodni odabir, tj. opstanak jedinki koje su se najbolje prilagodile na bijeg i s druge strane utječe na opstanak onih predatora koji su najuspješniji lovci. Predatori će uvijek birati plijen koji je lakše uloviti. Vrste koje imaju slabije izglede za bijeg i koje je lakše prepoznati i uloviti razvile su prilagodbe vezane za reprodukciju. Te će vrste imati kratko generacijsko vrijeme i velik reprodukcijski potencijal. Primjer takve vrste kukaca jesu vinske mušice (Slika 8.4).

Slika 8.4. Vinska mušica

Kada bismo u staklenku zatvorili jednog mužjaka i jednu ženku, za dva tjedna razvilo bi se stotinjak novih jedinki. Par vinskih mušica razmnožava se 30 puta godišnje sa po 40 potomaka po paru. Uz pretpostavku da je omjer mužjaka i ženki 1:1 i da je stopa preživljavanja 100 % unutar jedne godine vinske bi mušice stvorile sloj oko Zemlje debljine 1600 milijuna kilometara. Naravno da se to ne događa jer ne postoji 100 postotno preživljavanje, ne razmnožava se svaka jedinka koja se razvije i na staništu postoji kompeticija za resurse koja ograničava preživljavanje i razmnožavanje. Uz to broj jedinki reguliraju i predatori.

VJEŽBA 8.1. BIOTIČKI EKOLOŠKI ČIMBENICI

Pribor: plitka posuda (otprilike 40 cm x 30 cm), plastične žlice, plastične vilice, plastični noževi, pluteni čepovi, plastične čaše, štoperica.

Materijal: sjemenke graha, slanutka i leće (ili neke druge sjemenke koje se razlikuju prema veličini).

KORAK 1. Ispred vas se nalazi posuda koja predstavlja stanište, sjemenke koje predstavljaju različit tip hrane, hvataljke koje služe za hranjenje i čaše koje predstavljaju želudac. Prije izvođenja vježba svi zajedno s nastavnikom pročitajte i dobro proučite upute.

UPUTE:

1. Svaki tip hvataljke (žlice, vilice i noževi) predstavlja specifičan tip usnog aparata za hranjenje kod predatorskih kukaca: žlice = bogomoljke, vilice = vretenca, noževi = kornjaši
2. Hrana se sa staništa uzima isključivo hvataljkama (usnim aparatom) i stavlja u želudac (plastična čaša).
3. Tijekom hranjenja može se krasti plijen (sjemenke) iz usnih aparata drugih predatora, ali ne i iz njihovih želudaca.
4. Jedan proces hranjenja traje 45 sekundi.

KORAK 2. Podijelite se u 3 grupe (žlice, vilice i noževi). Jedan učenik neka mjeri vrijeme hranjenja. Dva učenika će podatke o količini pojedenog plijena zapisivati u tablicu i računati broj jedinki plijena i predatora u sljedećoj generaciji.

KORAK 3. Početni je broj jedinki svakog plijena 100, a početni je broj jedinki svakog kukca predatora 3. Izbrojite jedinke plijena i smjestite ih na stanište.

PITANJE 1. Prokomentirajte tablicu 8.1. Što znači stopa razmnožavanja, a što određuje kapacitet okoliša?

Tablica 8.1.

PLIJEN	početni broj jedinki	stopa razmnožavanja	kapacitet okoliša
slanutak	100	2	900
grah	100	3	800
leća	100	4	1200

____

____

____

KORAK 4. Možete započeti s **prvim** hranjenjem.

ZADATAK 1. Nakon svakog hranjenja prebrojite jedinke plijena i ispunite tablice 8.2. i 8.3.

Tablica 8.2.

<table>
<tr><td></td><td>PLIJEN</td><td>slanutak</td><td>grah</td><td>leća</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1. hranjenje</td><td>početna količina plijena</td><td>100</td><td>100</td><td>100</td></tr>
<tr><td>pojedena količina plijena u 1. hranjenju</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>broj jedinki plijena u 2. generaciji</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">2. hranjenje</td><td>pojedena količina plijena u 2. hranjenju</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>broj jedinki plijena u 3. generaciji</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">3. hranjenje</td><td>pojedena količina plijena u 3. hranjenju</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>broj jedinki plijena u 4. generaciji</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">4. hranjenje</td><td>pojedena količina plijena u 4. hranjenju</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>broj jedinki plijena u 5. generaciji</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Broj jedinki plijena u sljedećoj generaciji računamo prema formuli:

$$N_{PL1} = \{N_{PL\,1}(početno) - N_{PL\,1}(pojedeno)\} \cdot R_{PL\,1}$$

$N_{PL\,1}$ – broj jedinki plijena u sljedećoj generaciji

$N_{PL\,1}$ (početno) – broj jedinki plijena na početku hranjenja

$N_{PL\,1}$ (pojedeno) – pojedeni broj jedinki plijena tijekom hranjenja

$R_{PL\,1}$ – stopa razmnožavanja plijena

Tablica 8.3.

	PREDATOR	žlice	vilice	noževi	ukupno
1. hranjenje	početni broj jedinki predatora	3	3	3	9
	broj jedinki pojedenog plijena u 1. hranjenju				
	broj jedinki predatora u 2. generaciji				
2. hranjenje	broj jedinki pojedenog plijena u 2. hranjenju				
	broj jedinki predatora u 3. generaciji				
3. hranjenje	broj jedinki pojedenog plijena u 3. hranjenju				
	broj jedinki predatora u 4. generaciji				
4. hranjenje	broj jedinki pojedenog plijena u 4. hranjenju				
	broj jedinki predatora u 5. generaciji				

Broj jedinki predatora u sljedećoj generaciji računamo prema formuli:

$$N_{PR1} = \left(\frac{N_{PL(PR1)}(pojedeno)}{N_{PL(uk)}(pojedeno)}\right) \cdot N_{PR\,(uk)}$$

N_{PR1} - broj jedinki predatora u sljedećoj generaciji

$N_{PL\,1(PR1)}$ (pojedeno) – broj jedinki pojedenog plijena predatora

$N_{PL(uk)}$ – količina pojedenog plijena svih predatora

$N_{PR(uk)}$ – broj svih jedinki predatora u prethodnoj generaciji

KORAK 5. U drugom hranjenju jedan tip hrane postat će otrovan.

UPUTE:

1. Nastavnik će nakon 30 sekundi hranjenja jednu vrstu plijena proglasiti otrovnom za sve jedinke nakon čega će doći do reakcije povraćanja ukoliko je otrovan plijen konzumiran.

2. Kod reakcije povraćanje cijeli sadržaj želuca treba biti ispražnjen nazad na stanište. Nakon povraćanja predator može nastaviti s hranjenjem.

3. Ukoliko ponovno konzumira otrovan plijen, opet slijedi reakcija povraćanja.

KORAK 6. Možete započeti s drugim hranjenjem.

ZADATAK 2. Sortirajte plijen i ispunite tablice 8.2. i 8.3.

KORAK 7. Tip hrane koji je proglašen otrovnim u prethodnom hranjenju ostaje otrovan i prilikom ovog hranjenja. Možete započeti s trećim hranjenjem.

ZADATAK 3. Sortirajte plijen i ispunite tablice 8.2. i 8.3.

KORAK 8. Nakon treće generacije otrovni tip hrane prestaje biti otrovan za jednu vrstu kukaca (nastavnik proglašava za kojeg predatora plijen nije otrovan). Samo ta vrsta predatora može neometano konzumirati plijen.

KORAK 9. Možete započeti s četvrtim hranjenjem.

ZADATAK 4. Sortirajte plijen i ispunite tablice 8.2. i 8.3.

PITANJE 2. Što utječe na povećanje broja jedinki plijena u prirodi?

____

____

____

PITANJE 3. Što utječe na smanjenje broja jedinki plijena u prirodi?

____

____

PITANJE 4. Što utječe na povećanje broja jedinki predatora u prirodi?

____

____

____

PITANJE 5. Što utječe na smanjenje broja jedinki predatora u prirodi?

____

____

____

PITANJE 6. Zašto je jedna vrsta sjemenki (plijena) postala otrovna za predatore? Što može biti uzrok pojave otrovnosti te vrste sjemenke?

____

____

____

PITANJE 7. Što može biti razlog otpornosti na otrovnost plijena?

____

____

____

PITANJE 8. Kada potencijalni plijen postane otrovan, što se u početku događa s brojem jedinki u populacijama plijena?

____

____

____

PITANJE 9. Kada potencijalni plijen postane otrovan, što se u početku događa s brojem jedinki u populacijama predatora?

____

____

____

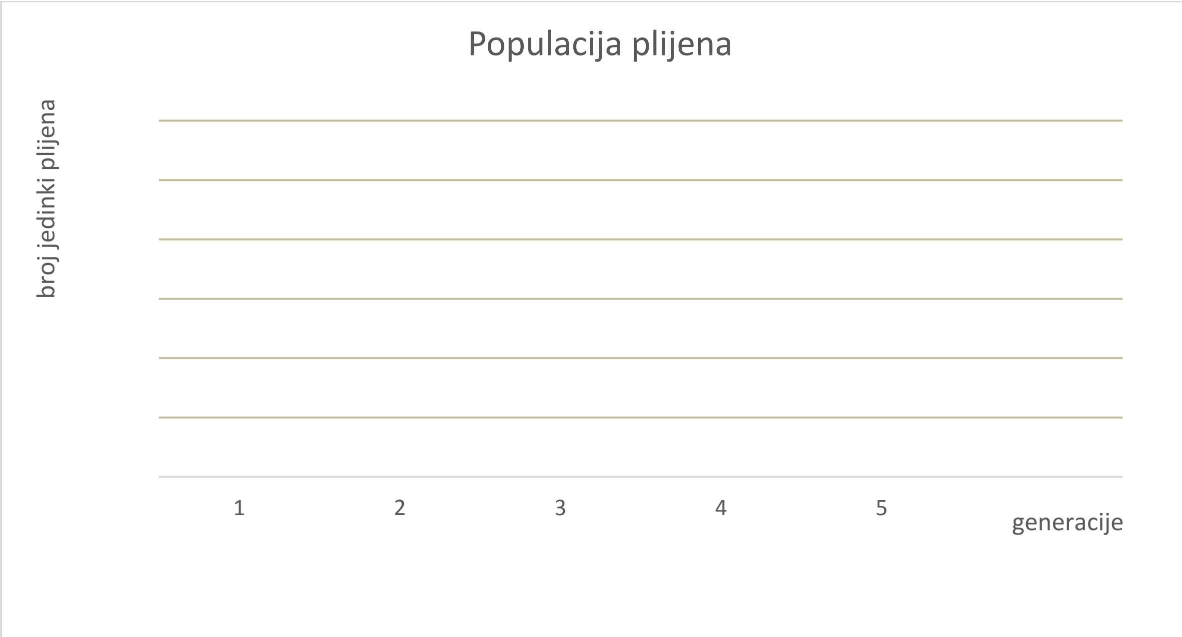
PITANJE 10. Hoće li se broj jedinki predatora koji je stekao otpornost na otrovnost povećavati do beskonačnosti? Objasnite svoj odgovor.

____

____

____

ZADATAK 5. Grafički prikažite porast/pad broja jedinki plijena kroz generacije.



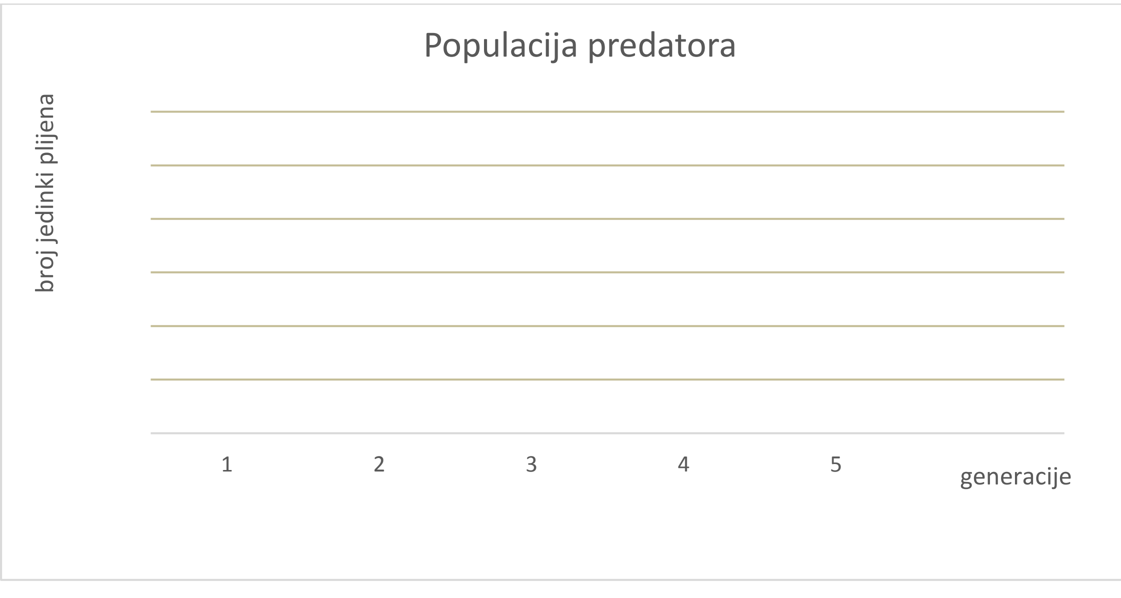
PITANJE 11. Objasnite uzrok ovakvog izgleda dobivenih krivulja na grafu.

____

____

____

ZADATAK 6. Grafički prikažite porast/pad broja jedinki plijena kroz generacije.



PITANJE 12. Objasnite uzrok ovakvog izgleda dobivenih krivulja na grafu.

____

____

____

PITANJE 13. Da na staništu dođe do neke katastrofe (potres, poplava, požar…), koje bi jedinke preživjele? Objasnite svoj odgovor.

____

____

____

PITANJE 14. Usporedite specijaliziranost usnog aparata kukaca u ovoj vježbi s razvojem više različitih vrsta zeba koje je Darwin proučavao na Galapagosu.

____

____

____

LITERATURA

[1] Altman, D. G. Practical Statistics for Medical Research. London. Chapman & Hall, 1991.
[2] Armitage, P; Berry P. Statistical Methods in Medical Research. Oxford: Blackwell Science Ltd, 1994.
[3] Azim, M. C. J.; Verdegen, A. A. van Dam; M. C. M. Beveridge. Periphyton: Ecology, Exploatation and Management. CABI. Publishing 2005. Bland M. An Introduction to Medical Statistics (3rd Ed). Oxford University Press, 2005.
[4] Cohen, L; Holliday, M. Practical statistics for students: An introductory text. London: SAGE 1996.
[5] Dyer, C. Beginning research in psychology. Oxford: Blackwell Publishers Inc. 1995.
[6] Glantz, S. A. Primer of Biostatistics (4th Ed). New York: McGraww-Hill: 1997.
[7] Habdija, I…[et al]. Protista-Protozoa i Metazoa-Invertebrata – funkcionalna građa i praktikum – sveučilišni udžbenik za biologe. Samobor: Meridijani 2004.
[8] Hoefnagels, M. Biology: concepts and investigations, First Edition. New York: McGraw-Hill 2009.
[9] Howell, D. C. Fundamental Statistics for the Behavioral Sciences. Boston: PWS – Kent Publishing Company 1989.
[10] Ivanković, D… [et al]. Osnove statističke analize za medicinare. Zagreb: Medicinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 1989.
[11] Jelenić, S; Kerovac, M; Ternjej, I; Mihaljević, Z. Biologija 4 GENETIKA – EKOLOGIJA - EVOLUCIJA– udžbenik biologije za četvrti razred gimnazije. Zagreb: Profil 2004.
[12] Mužić, V. Uvod u metodologiju istraživanja odgoja i obrazovanja. Zagreb: Educa 2004.
[13] Peters, L. Periphyton as Habitat for Meiofauna: a case of neglected community. Dissertation. University of Konstantz 2005.
[14] Petrie, A; Sabin, C. Medical Statistics at a Glance (2nd Ed). Oxford: Blackwell Science Ltd, 2005.
[15] Petz, B. Osnovne statističke metode za nematematičare. Jastrebarsko. Naklada "Slap" 1997.
[16] Steinman A. D., Mclntire C. D. Recovery of Lotic Periphyton Communities after Disturbance. Environmental Management 1990.
[17] Szlauer – Łukaszewska, A. Succession of Periphyton in Developing on Artificial Substrate Immersal in Polysaprobic Wasterwater Reeservior. Polish J. of Environ. Stud. 2007.
[18] Vježbe iz kolegija Ekologija i ekološki odgoj, PMF Zagreb, Interna skripta.

INTERNET STRANICE:
URL: https://suplementisportasa.wordpress.com/tag/tjelesna-tezina/
file:///C:/Documents%20and%20Settings/Borna/Desktop/Alternativni+proizvodi+peradi+Nandui+Emui.pdf (2. 3. 2016.)
URL: http://www.oblakznanja.com/2011/12/sto-je-microsoft-excel/ (3. 3. 2016.)
URL:https://support.office.com/hr-hr/article/Pregled-formula-7abfda78-eff3-4cc6-b4a7-6350d512d2dc#bmcomponents (4. 3. 2016.)
URL:https://support.office.com/hr-hr/article/Funkcije-programa-Excel-po-kategorijama-5f91f4e9-7b42-46d2-9bd1-63f26a86c0eb (23. 3. 2016.)
URL:https://support.office.com/hr-hr/article/Prikazivanje-podataka-na-stup%C4%8Dastom-grafikonu-d89050ba-e6b6-47de-b090-e9ab353c4c00 (25. 3. 2016.)
URL:https://support.office.com/hr-hr/article/Prikazivanje-podataka-na-raspr%C5%A1enom-ili-linijskom-grafikonu-4570a80f-599a-4d6b-a155-104a9018b86e#bmusescatterorlinechart (30. 3. 2016.)
URL:https://support.office.com/hr-hr/article/Prikazivanje-podataka-na-tortnom-grafikonu-1a5f08ae-ba40-46f2-9ed0-ff84873b7863 (7. 4. 2016.)
URL:https://support.office.com/hr-hr/article/Prikazivanje-podataka-na-trakastom-grafikonu-6050133e-398e-451b-9fd9-a881cb03cb89#bmusingpiecharts (8. 4. 2016.)
URL:https://support.office.com/hr-hr/article/Dostupne-vrste-grafikona-a6187218-807e-4103-9e0a-27cdb19afb90#bmareacharts (13. 4. 2016.)
URL:http://wwwold.med.bg.ac.rs/dloads/nastavni%20statistika/2010_2011/korelacija%20i%20regresija.pdf (15. 4. 2016.)
URL:http://www.biochemia-medica.com/content/marius-marusteri-vladimir-bacarea-kako-odabrati-pravi-test-za-procjenu-statisticke-znacajnosti (19. 4. 2016.)
URL:http://mi.medri.hr/assets/Analiza%20brojcanih%20podataka.pdf (20. 9. 2016.)
URL:http://ldap.zvu.hr/~oliverap/VjezbeIzStatistike/7_T-test%20vježbe.pdf (20. 4. 2016.)
URL:http://www.snz.unizg.hr/test/test4/datoteke/200605200122100.Testiranje%20hipoteza.pdf (21. 4. 2016.)
URL:https://www.chem.bg.ac.rs/~dusankam/ORM_10_11/Termin%205_%206%20Statisti%83ki%20testovi.pdf (22. 4. 2016.)
URL:https://vivadiversa.wikispaces.com/Euglena?responseToken=05724a7ecce50a48a440dfe470b7663ce (28. 4. 2016.)
URL: https://www.studyblue.com/notes/note/n/bacteria-protozoa-and-algae/deck/9524485 (29. 4. 2016.)
URL:http://www.inaturalist.org/taxa/152063-Karyorelictea (3. 5. 2016.)
URL: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-09352007000400012 (4. 5. 2016.)
URL:http://biodidac.bio.uottawa.ca/thumbnails/catquery.htm?Kingdom=Protista&phylum=Sporozoa (12. 5. 2016.)
URL: http://blog.dnevnik.hr/apikultura/2013/01/1631472578/kukci-hexapoda-ili-insecta.html (13. 5. 2016.)
URL: http://picssr.com/tags/diplura/page6 (15. 5. 2016.)
URL: http://www.pbase.com/albert_noorlander/image/152965000 (16. 5. 2016.)
URL: https://extension.entm.purdue.edu/401Book/default.php?page=collecting_tips (16. 5. 2016.)

URL: http://publicschools.manchesterct.gov/uploaded/Waddell/Habitat/g-habitat-activities/nh-leaf-litter3.html (8. 6. 2016.)
URL: http://www.tecnomarket.org/contents/it/d313.html (15. 6. 2016.)
URL: http://www.sperdirect.com/min-max-wall-therm-43-ctg.htm (17. 6. 2016.)
URL: https://www.mall.hr/termometri/webhiddenbrand-hidrometar (18. 6. 2016.)
URL: https://sites.google.com/site/sed695b4/projects/demonstration-equipment/turbidity-tube-mary-eckel (19. 9. 2016.)
URL: http://beersmith.com/blog/2008/10/05/beer-ph-hard-water-treatment-for-brewing/ (20. 9. 2016.)
URL: http://www.oocities.org/supersonicrunner/zooproject/cladoceraa.html (20. 9. 2016.)
URL:http://www.photomacrography.net/forum/viewtopic.php?p=61871&sid=0283dbcfe6e3d3ddf8ea32fcb0586acc (21. 9. 2016.)
URL: http://www.microscope-microscope.org/applications/pond-critters/protozoans/mastigophora/thumbdir/euglenaThumb.jpg (21. 9. 2016.)
URL: https://www.wiemann-lehrmittel.de/shop/media/images/org/2616.jpg (21. 9. 2016.)
URL: https://echezabalperiod2.wikispaces.com/file/view/amoeba.gif/205244854/amoeba.gif (23. 9. 2016.)
http://vrt-bj.hr/vocarstvo-proizvodi/ (23. 8. 2016.)
http://www.meteo (9. 8. 2016.)