



1
Koordinatni
sustav



2
Proporcionalne
i obrnuto
proporcionalne
veličine



3
Postoci
i jednostavni
kamatni račun



4
Prikazivanje
i analiza podataka



5
Vjerojatnost
slučajnog događaja



6
Sličnost
trokuta



7
Mnogokuti



8
Kružnica
i krug



9
Sustav
dviju linearnih
jednadžbi s dvije
nepoznanice



10
Linearna
funkcija

Matematika

za 7. razred osnovne škole

Priručnik za nastavnike

Više informacija o fondovima EU-a možete pronaći na internetskim stranicama Ministarstva regionalnoga razvoja i fondova Europske unije: www.strukturnifondovi.hr

Ovaj priručnik izrađen je radi podizanja digitalne kompetencije korisnika u sklopu projekta e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot-projekt), koji sufinancira Europska unija iz europskih strukturnih i investicijskih fondova. Nositelj projekta je Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET. Sadržaj publikacije isključiva je odgovornost Hrvatske akademske i istraživačke mreže – CARNET.

Impresum

Ključni stručnjaci:

Autori:

Maja Balat, Lidija Kralj, Minja Stepić,
Aleksandra Brmbota, Tanja Soucie, Minja Stepić,
Tatjana Breščanski, Ljiljana Peretin

Urednica:

Štefica Dumančić Poljski

Stručnjak za dizajn odgojno-obrazovnog procesa ili metodičko oblikovanje nastavnih sadržaja:

Toni Milun

Stručnjak za dizajn i izradu digitalnih sadržaja te dizajn korisničkog sučelja:

Željka Car

Neključni stručnjaci:

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje:

Jasmina Ivšac Pavliša, Maja Peretić

Stručnjak za pristupačnost:

Vedran Podobnik

Recenzenti:

Recenzent za metodičko oblikovanje sadržaja:

Ljerka Jukić Matić

Recenzent za inkluzivnu prilagodbu sadržaja:

Katarina Pavičić Dokoza

Izdanje:

1. izdanje

Lektori:

Rosanda Tometić, Božica Dragaš, Ivan Kojundžić, Snježana Ercegovac

Priprema i prijelom:

Algebra d.o.o.

Podizvoditelj:

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu

Naručitelj i nakladnik:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža CARNET

Mjesto izdanja:

Zagreb

Više informacija:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET

Josipa Marohnića 5, 10000 Zagreb

tel.: +385 1 6661 500

www.carnet.hr



Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom

[Creative Commons Imenovanje -Nekomercijalno-Dijeli 3.0 Hrvatska.](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/hr/)

Sadržaj

Impresum	3
Uvodni dio priručnika	17
Kako koristiti priručnik	17
Što je DOS?	29
Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS	35
Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a	36
Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima	38
Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS	40
Suvremene nastavne metode i DOS	42
Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama	43
Modul 1: Koordinatni sustav	46
Ciljevi, ishodi, kompetencije	46
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	46
Digitalni alati i dodatni sadržaji	47
1.1. Koordinatni sustav na pravcu	51
Ciljevi, ishodi, kompetencije	51
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	52
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	55
1.2. Uređeni par	59
Ciljevi, ishodi, kompetencije	59
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	60
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	62
1.3. Pravokutni koordinatni sustav sa cjelobrojnim koordinatama	67
Ciljevi, ishodi, kompetencije	67
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	68
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	70
1.4. Pravokutni koordinatni sustav s racionalnim koordinatama	73
Ciljevi, ishodi, kompetencije	73

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	74
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	77
Aktivnosti za samostalno učenje	80
Ciljevi, ishodi, kompetencije	80
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	80
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	81
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	85
Ciljevi, ishodi, kompetencije	85
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	85
Modul 2: Proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine	88
Ciljevi, ishodi, kompetencije	88
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja modula.....	88
Digitalni alati i dodatni sadržaji.....	89
2.1. Omjeri.....	93
Ciljevi, ishodi, kompetencije	93
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	94
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	97
2.2. Proporcije ili razmjeri.....	101
Ciljevi, ishodi, kompetencije	101
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	102
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	104
2.3. Proporcionalne veličine.....	106
Ciljevi, ishodi, kompetencije	106
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	107
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	109
2.4. Primjena proporcionalnih veličina u svakodnevnom životu	111
Ciljevi, ishodi, kompetencije	111
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	114

2.5. Grafički prikaz proporcionalnih veličina	117
Ciljevi, ishodi, kompetencije	117
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	118
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	119
2.6. Obrnuto proporcionalne veličine.....	121
Ciljevi, ishodi, kompetencije	121
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	122
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	125
2.7. Primjena obrnuto proporcionalnih veličina u svakodnevnom životu	127
Ciljevi, ishodi, kompetencije	127
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	130
2.8. Primjena proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina u svakodnevnom životu	132
Ciljevi, ishodi, kompetencije	132
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice.....	133
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	135
Aktivnosti za samostalno učenje	137
Ciljevi, ishodi, kompetencije	137
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	137
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	139
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.....	141
Ciljevi, ishodi, kompetencije	141
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	141
Modul 3: Postotni i jednostavni kamatni račun	144
Ciljevi, ishodi, kompetencije	144
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula	144
Digitalni alati i dodatni sadržaji.....	145
3.1. Pojam postotka	149
Ciljevi, ishodi, kompetencije	149

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	150
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	153
3.2. Izračun postotnog iznosa.....	155
Ciljevi, ishodi, kompetencije	155
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	156
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	159
3.3. Izračun postotka	161
Ciljevi, ishodi, kompetencije	161
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	162
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	164
3.4. Izračun osnovne vrijednosti.....	166
Ciljevi, ishodi, kompetencije	166
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	167
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	169
3.5. Primjena postotnog računa	171
Ciljevi, ishodi, kompetencije	171
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	172
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	175
3.6. Jednostavni kamatni račun.....	177
Ciljevi, ishodi, kompetencije	177
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	178
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	181
3.7. Jednostavni kamatni račun u svakodnevnom životu	182
Ciljevi, ishodi, kompetencije	182
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	183
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	186
Aktivnosti za samostalno učenje	187

Ciljevi, ishodi, kompetencije	187
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	187
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	189
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	192
Ciljevi, ishodi, kompetencije	192
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	192
Modul 4: Prikazivanje i analiza podataka	195
Ciljevi, ishodi, kompetencije	195
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula	195
Digitalni alati i dodatni sadržaji	196
Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS	197
4.1. Prikupljanje podataka	200
Ciljevi, ishodi, kompetencije	200
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	201
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	204
4.2. Prikazivanje podataka	206
Ciljevi, ishodi, kompetencije	206
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	210
4.3. Relativna frekvencija i aritmetička sredina	212
Ciljevi, ishodi, kompetencije	212
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	213
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	215
4.4. Analiza podataka	217
Ciljevi, ishodi, kompetencije	217
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	218
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	221
Aktivnosti za samostalno učenje	222
Ciljevi, ishodi, kompetencije	222

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	222
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	225
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	226
Ciljevi, ishodi, kompetencije	226
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	226
Modul 5: Vjerojatnost slučajnog događaja	229
Ciljevi, ishodi, kompetencije	229
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula	229
Digitalni alati i dodatni sadržaji	230
5.1. Pojam vjerojatnosti slučajnog događaja	232
Ciljevi, ishodi, kompetencije	232
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	233
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	235
5.2. Računanje vjerojatnosti slučajnog događaja	237
Ciljevi, ishodi, kompetencije	237
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	238
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	239
5.3. Primjena vjerojatnosti slučajnog događaja	241
Ciljevi, ishodi, kompetencije	241
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	242
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	244
Aktivnosti za samostalno učenje	246
Ciljevi, ishodi, kompetencije	246
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	246
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	249
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	251
Ciljevi, ishodi, kompetencije	251
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	251

Modul 6: Sličnost trokuta	254
Ciljevi, ishodi, kompetencije	254
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja modula.....	254
Digitalni alati i dodatni sadržaji.....	255
6.1. Proporcionalne dužine	257
Ciljevi, ishodi, kompetencije	257
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	258
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	260
6.2. Dijeljenje dužine u zadanom omjeru.....	262
Ciljevi, ishodi, kompetencije	262
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	263
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	265
6.3. Sličnost trokuta	267
Ciljevi, ishodi, kompetencije	267
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	268
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	270
6.4. Poučci o sličnosti trokuta	271
Ciljevi, ishodi, kompetencije	271
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	272
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	274
6.5. Primjena sličnosti trokuta	277
Ciljevi, ishodi, kompetencije	277
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	278
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	280
6.6. Opseg i površina sličnih trokuta.....	282
Ciljevi, ishodi, kompetencije	282
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	283
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	285

Aktivnosti za samostalno učenje	287
Ciljevi, ishodi, kompetencije	287
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	287
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	289
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	291
Ciljevi, ishodi, kompetencije	291
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	291
Modul 7: Mnogokuti.....	294
Ciljevi, ishodi, kompetencije	294
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	294
Digitalni alati i dodatni sadržaji	295
7.1. Osnovno o mnogokutima	300
Ciljevi, ishodi, kompetencije	300
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	301
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	303
7.2. Dijagonale mnogokuta	306
Ciljevi, ishodi, kompetencije	306
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	307
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	309
7.3. Kutovi mnogokuta	311
Ciljevi, ishodi, kompetencije	311
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	312
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	314
7.4. Prilini mnogokuti	316
Ciljevi, ishodi, kompetencije	316
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	317
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	320
7.5. Crtanje i konstrukcija pravih mnogokuta.....	321

Ciljevi, ishodi, kompetencije	321
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	322
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	325
7.6. Opseg mnogokuta.....	326
Ciljevi, ishodi, kompetencije	326
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	327
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	329
7.7. Površina mnogokuta	330
Ciljevi, ishodi, kompetencije	330
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	331
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	333
7.8. Mnogokuti u svakodnevnom životu.....	334
Ciljevi, ishodi, kompetencije	334
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	335
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	337
Aktivnosti za samostalno učenje	338
Ciljevi, ishodi, kompetencije	338
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	338
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	340
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.....	342
Ciljevi, ishodi, kompetencije	342
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	342
Modul 8: Kružnica i krug	345
Ciljevi, ishodi, kompetencije	345
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	345
Digitalni alati i dodatni sadržaji	346
8.1. Osnovno o kružnici i krugu	350
Ciljevi, ishodi, kompetencije	350

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	351
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	353
8.2. Određenost kružnice.....	355
Ciljevi, ishodi, kompetencije	355
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	356
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	358
8.3. Središnji i obodni kut	359
Ciljevi, ishodi, kompetencije	359
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	360
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	362
8.4. Kružnica i pravac.....	363
Ciljevi, ishodi, kompetencije	363
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	364
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	366
8.5. Opseg i duljina kružnog luka.....	367
Ciljevi, ishodi, kompetencije	367
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	368
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	370
8.6. Površina kruga i kružnog isječka	371
Ciljevi, ishodi, kompetencije	371
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	372
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	374
Aktivnosti za samostalno učenje	375
Ciljevi, ishodi, kompetencije	375
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	375
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	376
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.....	378

Ciljevi, ishodi, kompetencije	378
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	378
Modul 9: Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice	381
Ciljevi, ishodi, kompetencije	381
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	381
Digitalni alati i dodatni sadržaji	382
9.1. Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice	386
Ciljevi, ishodi, kompetencije	386
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	387
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	390
9.2. Metoda supstitucije	392
Ciljevi, ishodi, kompetencije	392
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	393
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	396
9.3. Metoda suprotnih koeficijenata	398
Ciljevi, ishodi, kompetencije	398
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	399
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	401
9.4. Svođenje sustava na standardni oblik.....	403
Ciljevi, ishodi, kompetencije	403
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	404
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	407
9.5. Primjena sustava dviju linearnih jednadžbi u algebarskim i geometrijskim zadacima	409
Ciljevi, ishodi, kompetencije	409
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	410
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	413
9.6. Primjena sustava linearnih jednadžbi u zadacima iz svakodnevnog života	415
Ciljevi, ishodi, kompetencije	415

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	416
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	418
Aktivnosti za samostalno učenje	420
Ciljevi, ishodi, kompetencije	420
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	420
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	422
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	424
Ciljevi, ishodi, kompetencije	424
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	424
Modul 10: Kružnica i krug	427
Ciljevi, ishodi, kompetencije	427
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	427
Digitalni alati i dodatni sadržaji	429
Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS	429
10.1. Opseg i površina kruga	431
Ciljevi, ishodi, kompetencije	431
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	432
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	433
10.2. Duljina kružnog luka i površina kružnog isječka	434
Ciljevi, ishodi, kompetencije	434
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	435
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	436
10.3. Poučak o središnjem i obodnom kutu kružnice	438
Ciljevi, ishodi, kompetencije	438
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	439
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	440
10.4. Talesov poučak	441
Ciljevi, ishodi, kompetencije	441

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	442
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	443
10.5. Tangenta kružnice.....	444
Ciljevi, ishodi, kompetencije	444
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	445
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	446
10.6. Tetivni i tangencijalni četverokut.....	447
Ciljevi, ishodi, kompetencije	447
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	448
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	449
10.7. Pravilni mnogokuti.....	450
Ciljevi, ishodi, kompetencije	450
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice.....	451
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	452
10.8. Primjena kruga i kružnice	453
Ciljevi, ishodi, kompetencije	453
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice.....	454
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	455
10.A. Aktivnosti za samostalno učenje	456
Ciljevi, ishodi, kompetencije	456
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	456
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	457
10.P. Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	459
Ciljevi, ishodi, kompetencije	459
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	459
Pojmovnik.....	460

Uvodni dio priručnika

Kako koristiti priručnik

Priručnik za primjenu DOS-a je prateći materijal uz digitalne obrazovne sadržaje (DOS) iz matematike za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred opće gimnazije (Matematika 7, Matematika 8, Matematika 1 i Matematika 2).

Sastoji se od dva bitno različita dijela: općeg dijela i dijela namijenjenog određenom razredu.

Prvi dio priručnika (prvih 7 poglavlja) priručnika daje uvod o digitalnim obrazovnim sadržajima i njihovoj ulozi u suvremenim metodama poučavanja. Ovaj dio je identičan za sve razrede.

Drugi dio priručnika daje preporuke nastavnicima za korištenje konkretnih jedinica DOS-a i multimedijalnih elemenata u odgojno-obrazovnom procesu, navodi dodatne digitalne alate i sadržaje koji će doprinijeti ostvarivanju odgojno-obrazovnih ishoda te daje smjernice i sadržaje za rad s učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (inkluzija).

Priručnik je dostupan u tri formata: PDF, ePub (format za elektroničke knjige, može se preuzeti i čitati na računalima i mobilnim uređajima) i OneNote (Microsoft OneNote 2016, digitalna bilježnica koja omogućuje na jednom mjestu održavanje bilješki i informacija s dodatnim prednostima; mogućnosti naprednog pretraživanja i umetanja multimedije).

U prvom poglavlju, koje je upravo pred Vama, navedene su upute kako koristiti priručnik na primjeru OneNote inačice.

OneNote inačica priručnika

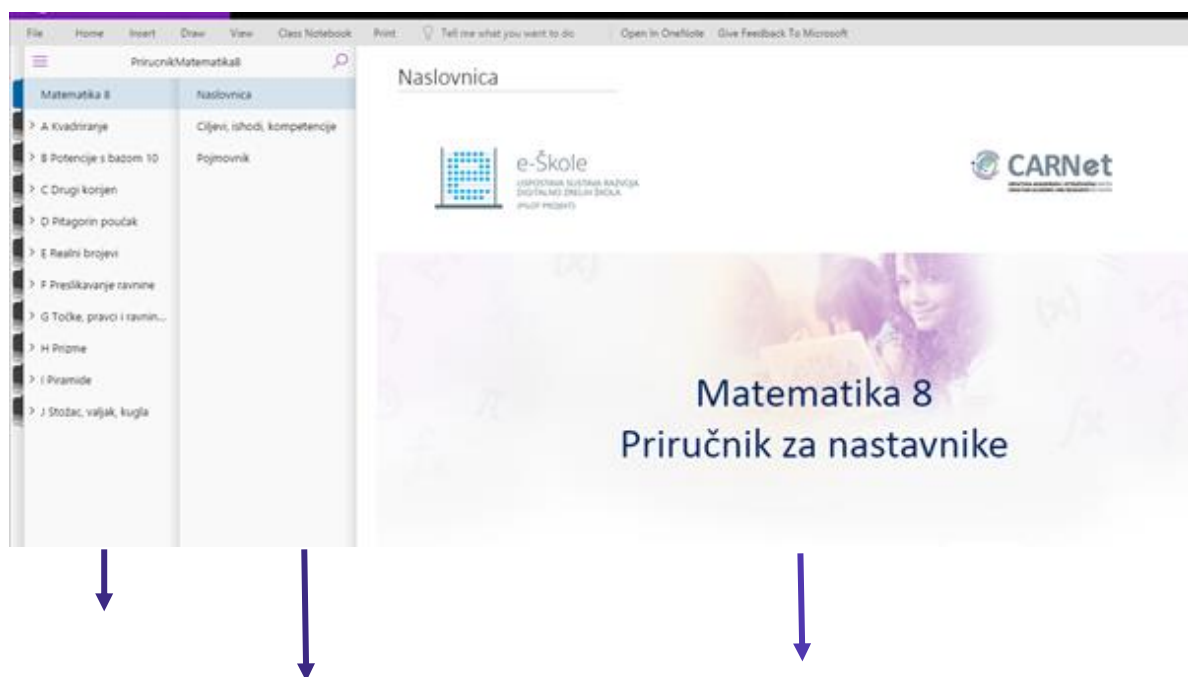
Osnovne značajke OneNote-a su:

- automatsko spremanje
- mogućnost pisanja na proizvoljnom mjestu svake stranice
- mogućnost ubacivanja svih vrsta sadržaja, dokumenata i poveznica
- mogućnost reorganiziranja i ponovnog korištenja stranica i odjeljaka
- pripadni moćni alati za označavanje i pretraživanje
- mogućnost spremanja poveznice na originalne sadržaje prilikom kopiranja
- brzo i pregledno kretanje kroz pojedine dijelove dokumenta.

OneNote inačica priručnika sadrži sve što i pdf inačica te dodatne stranice „Pomoćni interaktivni sadržaji“ na kojima su interaktivni i multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote. Tako pripremljene sadržaje učitelji i nastavnici mogu lako koristiti za nastavu te prema potrebi mijenjati i prilagoditi svojim potrebama.

U OneNote priručniku sadržaji su grupirani u odjeljke, sekcije i stranice unutar sekcija. Početni odjeljci sadrže poglavlja prvog, općeg dijela priručnika. Slijede odjeljci koji se odnose na konkretan DOS. Svaki DOS podijeljen je na module, a moduli na jedinice, što je detaljno opisano u sljedećem poglavlju.

Sadržaji koji se odnose na module konkretnog DOS-a nalaze se na stranicama odjeljka s naslovom modula, a sadržaji na razini jedinice se nalaze na stranicama sekcija s naslovima jedinica. Moduli su označeni slovima A, B, C, ..., a jedinice brojevima 1.1, 1.2 itd.



Odjeljci i sekcije

Stranice

Sadržaj stranice

Uvodni odjeljak (na slikama to je prvi odjeljak Matematika 8) ima stranice:

- **Naslovnica**
- **Ciljevi, ishodi, kompetencije**
 - Ovdje su navedeni ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini cjelovitog DOS-a prema kojima je izrađen DOS.
- **Pojmovnik**
 - U priručniku se nalazi pojmovnik ključnih pojmova prenesen iz konkretnog DOS-a.

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Matematika 8

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
 - Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
 - Rješavanje problemskih situacija
 - Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
 - Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
 - Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
 - Osjećivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu

Odgojno-obrazovni ishodi

- Primijeniti kvadriranje i korjenovanje pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
 - Primijeniti potenciranje s bazom 10 pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
 - Primijeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
 - Primijeniti realne brojeve pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnom životu
 - Primijeniti preslikavanja ravnine
 - Prepoznati prostorne oblike u jednostavnim situacijama izvan matematičkog konteksta koristeći se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
 - Koristiti se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
 - Riješiti problem iz matematike i svakodnevnog konteksta koristeći se mjernim obilježjima geometrijskih tijela

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
 - Donošenje odluka
 - Metakognicija
 - Suradnja
 - Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
 - Aktivno građanstvo

Slijede odjeljci koje obrađuju pojedine module (označeni slovima A, B, C ...). Svaki modul ima uvodnu sekciju (1.0. u modulu A, 2.0. u modulu B ...) i sekcije po jedinicama (1.1., 1.2. ... u modulu A; 2.1., 2.2. u modulu B itd.)

Uvodna sekcija svakog modula sadrži sljedeće stranice (na ilustracijama koje slijede to je modul *A Kvadriranje*):

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini modula.

Priručnik Matematika 8

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Metodički prijedlozi

Operativni plan

DOS Matematika 8

1. Kvadriranje

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanje te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvještavanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Kvadrirati racionalni broj
- Procijeniti vrijednost kvadrata
- Napisati umnožak kvadrata kao kvadrat umnoška te količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto
- Kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva
- Prepoznati u algebarskim izrazima kvadrat zbroja i kvadrat razlike
- Rastaviti razliku kvadrata na faktore
- Primijeniti kvadriranje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

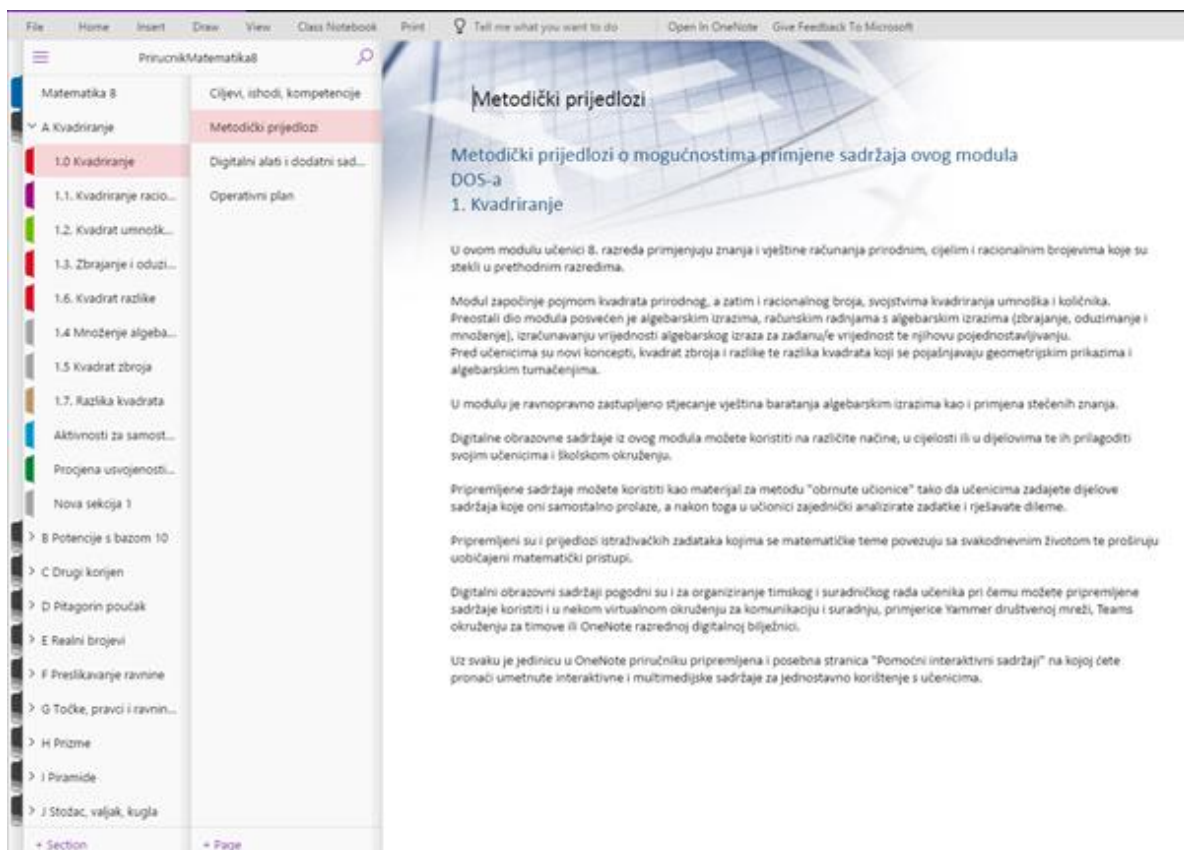
Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula. To je sažetak metodičkih prijedloga za korištenje jedinica ovog modula, odnosno preporuke koje su primjenjive na sve jedinice.

Neki metodički prijedlozi i preporuke identični su u više modula, no ta ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se isti u još nekom drugom modulu.



Digitalni alati i dodatni sadržaji

Informacije na ovoj stranici podijeljene su u tri grupe.

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

- Navedeni su digitalni alati koji su preporučeni u priručniku za korištenje u ovom modulu, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute.
- Većina preporučenih digitalnih alata spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

- Navedene su poveznice na sve sadržaje predložene u jedinicama modula kao pomoć u izvođenju nastave. Tako ih nastavnici mogu naći na jednom mjestu.

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnike

- Ovdje su predloženi izvori na kojima nastavnici sami mogu pronaći i odabrati sadržaje koji im mogu pomoći u izvođenju nastave. To su interaktivni sadržaji (animacije, simulacije...), video materijali, izvori na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te također stručni članci vezani uz područje matematike koje obrađuje modul.
- Veliki broj navedenih izvora spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul

sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

The screenshot shows a digital textbook interface for Mathematics 8. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is titled "Digitalni alati i dodatni sadržaji" and lists various digital tools and resources for learning quadratic equations, including GeoGebra, LearningApps, Polynomials Calculator, Kahoot, and Sway.

Operativni plan

To je popis jedinica unutar modula s predviđenim brojem sati za njihovu obradu.

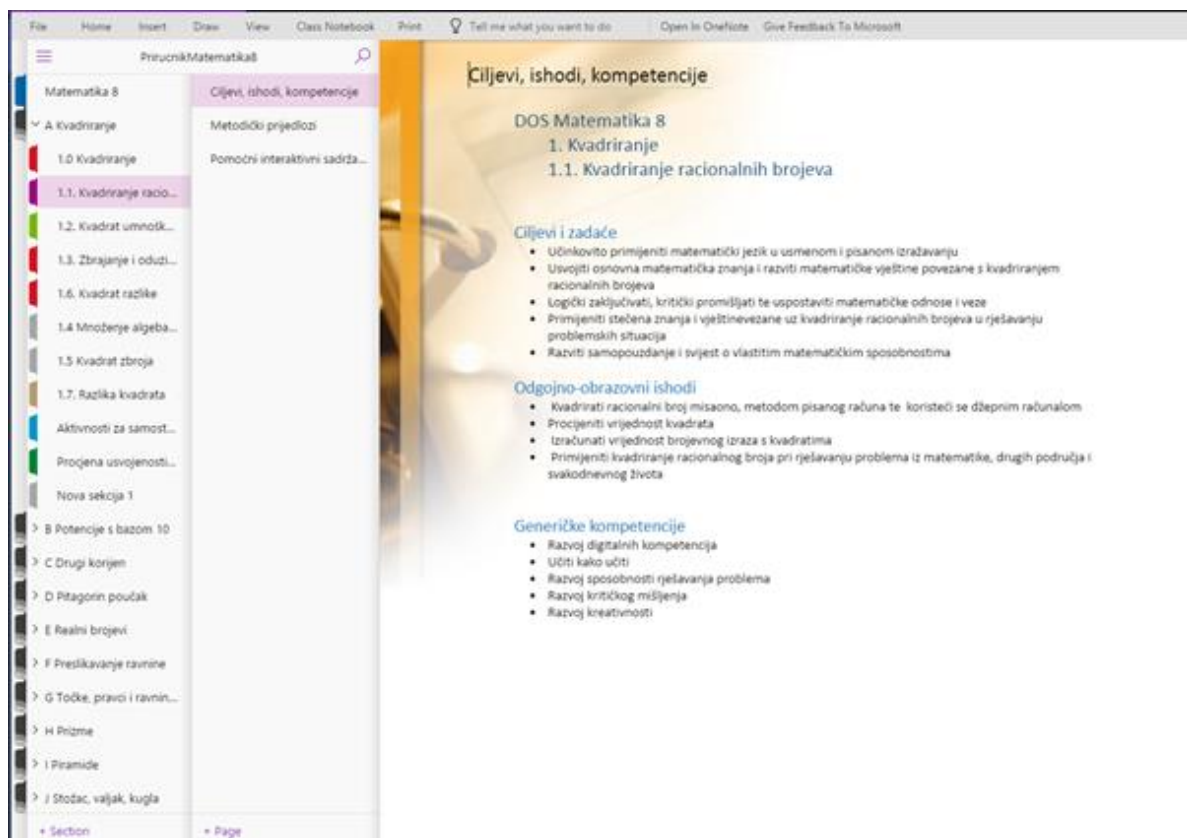
The screenshot shows a OneNote interface with a sidebar on the left containing a table of contents for 'Priručnik Matematika 8'. The main content area displays the 'Operativni plan' for 'DOS Matematika 8', specifically for the section '1. Kvadriranje'. Below the title is a table with the following data:

Modul	Jedinica DOS-a	Broj sati
1.	Kvadriranje	16 + 1
	1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva	3
	1.2. Kvadriranje umnoška i količnika	2
	1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	2
	1.4. Množenje algebarskih izraza	2
	1.5. Kvadrat zbroja	2
	1.6. Kvadrat razlike	2
	1.7. Razlika kvadrata	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

Sekcije uz svaku jedinicu modula (na ilustracijama to je jedinica *1.1 Kvadriranje racionalnih brojeva*) sadrže sljedeće stranice:

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije za konkretnu jedinicu. Prema njima je izrađen sadržaj jedinice.



Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja konkretne jedinice. Oni nisu pripreme za nastavnika za nastavni sat već prijedlozi nastavniku koje dijelove sadržaja može i na koji način koristiti u nastavi.

Pomoćni interaktivni sadržaji

Ovdje su interaktivni, multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote.

Sekcija "Metodički prijedlozi" podijeljena je na dva dijela:

(a) *Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice*

Započinje s općim uputama vezanim uz različite svrhe primjene jedinice (npr. obrada, ponavljanje ...), odnos prema ostalim jedinicama modula i eventualnu vezu s drugim modulima. Navedena je i preporuka koji se oblici učenja i poučavanja mogu primijeniti pri korištenju sadržaja jedinice.

Slijede prijedlozi primjene sadržaja jedinice:

- Uvod i motivacija
- Razrada sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak.

Ova podjela prati strukturu korištenu u DOS-u i tim redoslijedom izdvojeni su dijelovi sadržaja koje je pogodno koristiti u nastavi. Redoslijed nije sugestija organizacije nastavnog sata. Cjelovito osmišljavanje i priprema izvođenja nastave prepušteni su nastavniku, kao i izbor mjesta na kojima će uklopiti sadržaje jedinice DOS-a.

- Dodatni prijedlozi

Ovdje su navedeni dodatni prijedlozi koji mogu pomoći nastavniku u ostvarenju odgojno-obrazovnih ishoda predviđenih u jedinici. To su poveznice na digitalne sadržaje, ukazivanje na neka alternativna metodička rješenja i sl.

(b) *Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe*

- Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Svaka jedinica sadrži dijelove koji po složenosti ili sadržaju izlaze izvan okvira programa. Oni su na ovom mjestu u priručniku istaknuti, kao i prijedlozi nastavniku kako organizirati njihovo izvođenje i prezentaciju rezultata. Ponekad su u priručniku navedeni i prijedlozi zadataka/aktivnosti koji se ne nalaze u jedinici.

Aktivnosti za učenike koji žele znati više i za darovite učenike birane su kao projektni zadaci ili dodatne teme za samostalno istraživanje. Mogu se provoditi samostalno ili u manjim skupinama.

- Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje razradili su prijedloge i smjernice nastavnicima za svaku jedinicu.

The screenshot displays a digital textbook interface with a sidebar on the left and a main content area on the right. The sidebar contains a navigation menu for 'Priručnik Matematika 7' with sections A through J. The main content area is titled 'Metodički prijedlozi' and contains the following text:

Metodički prijedlozi

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

1. Kvadriranje

1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cjelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabran koncept površine kvadrata s duljinama stranica koje su prirodni brojevi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kvadrat prirodnog broja

Motivacijski je primjer poslužio za uvođenje pojma **kvadrata prirodnog broja**. Nakon toga je i definiran kvadrat nule. Kvadrat nule može se objasniti kao kvadrat kojemu je stranica duljine nula pa je i površina takva kvadrata jednaka nuli.

U nekoliko uvodnih primjera istaknute su važne činjenice o kvadratu prirodnog broja:

- Kvadrat je prirodnog broja prirodni broj.
- Od dva prirodna broja veći kvadrat ima onaj koji je veći.
- Postupak je kvadriranja broja različit od postupka množenja broja s dva.

Kvadrat racionalnog broja

Interaktivnim predloškom učenik **istražuje** postojanje kvadrata racionalnih brojeva. To čini postupno: prirodni brojevi s nulom, negativni cijeli brojevi, racionalni brojevi decimalnog zapisa, racionalni brojevi zapisa u obliku pravog razlomka.

Važni su naglasci u ovojme dijelu na sljedećem:

- zapis kvadrata racionalnog broja - upotreba zagrada za kvadriranje negativnih brojeva i razlomaka
- definicija kvadrata racionalnog broja
- kvadrat racionalnog broja veći ili jednak nuli
- jednakost kvadrata suprotnih racionalnih brojeva.

Važnost zagrada i upotreba zagrada

Istaknuta je i važnost **upotrebe zagrada** te njihov utjecaj na rezultat. Učenik to može provjeriti zadatcima u kojima su zadani razni položaji zagrada u odnosu na kvadriranje. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, a tek potom odgovoriti. Dva su tipa zadataka: točno/netočno i uparivanje.

Dilepno računalo

Kako bi se učenici znali služiti **dilepnim računalom** pri izračunavanju ili provjeri izračuna, ponuđena je 2D animacija koja im to pokazuje. Kvadrirati mogu na dva načina, množenjem broja sa samim sobom ili korištenjem tipke x^2 .

Procjena izmisa kvadrata racionalnog broja

Istraživanjem niza zadanih kvadrata pozitivnih racionalnih brojeva uočeno je ponašanje kvadrata brojeva većih od jednog cijelog i onih između nula i jedan.

Za pozitivne racionalne brojeve veće od jednog cijelog, zadan je problem iz svakodnevice – Teph s dječju sobu.

Jedan je od važnih koraka prihvatanja koncepta kvadrata racionalnog broja sposobnost smislene **procjene kvadrata racionalnog broja**. Procjena je uvedena primjerom Parkiraliste. Rješavanjem primjera pokazuje se postupak provođenja misaone ili računске procjene. Procjena, pomoću najbolje ponuđene, učenik može vježbati nizom zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom.

Kvadrat mješovitog broja

Poseban je primjer zadan za određivanje **kvadrata mješovitog broja** uz određivanje približne vrijednosti.

Istraživanje kvadrata prirodnih brojeva

Kako bi se **otkrio** je li neki prirodni broj kvadrat, treba koristiti postupak rastavljanja na proste faktore.

Dana su dva tipa zadataka: višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i točno/netočno. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek potom odgovoriti.

Važno je, također, snalažljivo ili **misaono određivanje** kvadrata nekih racionalnih brojeva pomicanjem decimalnog zarezka. Za uvježbavanje misaonog računanja nekih racionalnih brojeva, ponuđena su četiri zadatka.

Preračunavanje mjernih jedinica za površinu

Od ključne je važnosti **povezati** kvadriranje racionalnih brojeva te misaono/snalažljivo računanje s preračunavanjem kvadratnih mjernih jedinica. Trina je primjerima uz slikovnu podršku predstavljeno kako preračunavati kvadratne mjerna jedinice:

- o iz veće kvadratne mjerne jedinice u manju
- o iz manje kvadratne mjerne jedinice u veću.

U nivu zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom učenici mogu vježbati preračunavanje.

Redoslijed računskih operacija

Kako je kvadriranje računski radnja trećeg stupnja, potrebno je opisati **redoslijed računskih operacija** u zadatcima u kojima se pojavljuje kvadriranje, množenje/djeljenje i zbrajanje/oduzimanje racionalnih brojeva.

Za uvježbavanje izračuna izraza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva osmišljena je zabavna aplikacija na poveznici [kvadrat.broja](#). Kad učenik točno rješava zadatke, otvara se sličica. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti.

Osim te aplikacije, zadana su još dva zadatka uparivanja za izračunavanje računskih izraza s kvadratima.

Primjena

Dva primjera, od kojih jedan koristi 2D animaciju za objašnjenje postupka rješavanja, uvode učenika u niz zadataka **primjene naučenog** za rješavanje problemskih situacija iz matematike ili svakodnevice.

Ponuđeni su i posebno označeni zadatci **korrelacije**, koji u sebi sadrže i ishod primjene **postotnog računa**.

Zanimljivost

Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost** vezana za šahovska polja i promjer postolja šahovske figure pještaka. Ta je zanimljivost iskorištena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao **projektni** i **nagradni** zadatak za učenika.

Zanimljivost
Prije kraja, predstavljena je zanimljivost vezana za lahovske poja i promjer postojeća lahovske figure pješaka. Ta je zanimljivost iskorisćena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao projektni i nagradni zadatak za učenike.

Završetak
U završnom je dijelu dan osvrt na najvažnije ishode koje je učenik trebao ostvariti u ovoj jedinici.

Dodatni prijedlozi

- Motivacijski primjer može biti ideja za školski projekt Matematika u školskom vrtu. Prilikom kvadrati ne moraju biti jedan iznad drugog već jedan unutar drugog. Svaki razred može u svom dijelu zasaditi cvijeće, ljekovito bilje, itd.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

Pet načina za izračun kvadrata dvoznamenkastog broja:
<http://math-equation.com/methods-to-square-two-digit-numbers-in-seconds/>

Kako izračunati kvadrate velikih brojeva:
<http://wiredaboutmath.com/2007/11/04/how-to-square-large-numbers-quickly-part-1/>

Metode starih Veda za mentalno računanje kvadrata brojeva:
<http://brilliant.org/discussions/thread/vedic-maths-trick-to-find-squares-of-numbers-2/>

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da učenici koriste konkretne didaktičke materijale, dublje računalo i slično. Neka kvadratu samo prirodne brojeve i taj kvadrat i prikazuju stapanjem konkratna u obliku kvadrata.

Računalna igra:
<https://sites.google.com/site/ymvukovicmatematika/8-razred/8-1-kvadriranje-igra>
<https://www.mathlearningcenter.org/what-apps/zenobots/>
<https://www.mathsfun.com/qaqaq-root.html>

Za učenike s oštećenjem vida preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjenice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, lupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad ustrnu valja koristiti (tablica, šilo, štaci ekrana, itd.). U scenarjima valja odabrati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmenom ili predločnom s kratkom uputom na što učenik valja usmjeriti pozornost tijekom gledanja videopisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastave jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videopisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik govorne tehnologije, istu valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S izborom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stružnu podršku u vidu asistenta, preporuča se pomoć asistenta pri uvlačenju zaslona tijekom prolaska nastavnom jedinicom i označavanju količina na brojevnom pravcu.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prva tri zadatka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda. U radu s učenicima valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatak valja rastavljati na manje korake i usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videopisa. Učenici s intelektualnim teškoćama mogli bi dobiti prvi ishod učenja ove jedinice uz korištenje dubineg računala, te četviti ishod – primjeniti kvadriranje racionalnih brojeva pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Kad god je to moguće, zadatak valja popratiti vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz neomercerjalne galerije simbola: <http://www.arsapac.org/>

Za učenike s poremećajima govorno-jezično-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjenice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranje usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjenice učenici s disleksijom, dijagrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličnu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjenice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podcrtavanjem teksta. Valja voditi računa da im se pojednostave sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). U istaknutog definiciji kvadriranja potrebno je maknuti elekt odraz. Dopustiti im korištenje dubineg računala pri rješavanju zadataka.

Za učenike s poremećajima u ponašanju valja je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjenjena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Interaktivni sadržaji koji su umetnuti u OneNote navedeni su kao poveznice u popisu "Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS".

File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open in OneNote Give Feedback To Microsoft

PriručnikMatematika8

Matematika 8
A Kvadriranje
1.0 Kvadriranje
1.1. Kvadriranje racio...
1.2. Kvadrat umnoži...
1.3. Zbrajanje i oduzi...
1.6. Kvadrat razlike
1.4 Množenje algeba...
1.5 Kvadrat zbroja
1.7. Razlika kvadrata
Aktivnosti za samost...
Procjena usvojenosti...
Nova sekcija 1
B Potencije s bazom 10
C Drugi korijen
D Pitagorin poučak
E Realni brojevi
F Preslikavanje ravine
G Točke, pravci i ravnin...
H Prizme
I Piramide
J Stožac, valjak, kugla

Ciljevi, ishodi, kompetencije
Metodički prijedlog
Pomoćni interaktivni sadržaji

Tuesday, May 23, 2017 10:35 PM

Pomoćni interaktivni sadržaji

DOS Matematika 8
1. Kvadriranje
1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Geogebra:
Za usjetbavanje izračuna craza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva.

[Kvadrat broja](#)

U kućicu ispred zadatka upišite slovo kvadratića koji sadrži točan odgovor.

A	B	C
10	-20	1
D	E	F
54	20	2
G	H	I
-30	-49	0

odabir zadatka

- $1\frac{1}{4} - 0.5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 0.5^3$
- $\frac{-5}{100} (20)^2$
- $-0.25 + (-1.5)^2$
- $150 \cdot (0.4)^2$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1$
- $10.5^2 - 9.5^2$
- $14.4 \cdot (-1.2)^2$
- $[-(-3.5)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2] \cdot 1.2$
- $\frac{16}{25} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$

Opisani sadržaji identični su onima koji se nalaze u pdf inačici priručnika, razlika je djelomično u njihovom rasporedu.

Ukoliko vam treba pomoć u snalaženju s OneNoteom možete pročitati i ove kratke upute.



Hrvatski-ONENOTE
2016 WIN QUICK START

Što je DOS?

Što je DOS?

Pojam "digitalni obrazovni sadržaj" (DOS) je naziv za sadržaj namijenjen korištenju u obrazovanju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni u sklopu pilot projekta e-Škole namijenjeni su učenicima za samostalno učenje i samoprocijenu kod kuće i na nastavnom satu. Nastavnik će koristiti DOS zajedno s priručnikom kako bi obogatio svoj način poučavanja i primjenom novih strategija i metoda učeniku omogućio aktivno učenje.

Cilj DOS-a je poticati kod učenika aktivno učenje na inovativan, učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Nastavniku pak DOS omogućava ostvarivanje definiranih odgojno-obrazovnih ishoda uz primjenu raznolikih strategija, pristupa i metoda poučavanja.

U DOS-u su korištene sve prednosti digitalnih tehnologija poput interaktivnosti, nelinearnosti, multimedijalnosti, modularnosti i prilagodljivosti.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Struktura DOS-a

Digitalni obrazovni sadržaji iz matematike pokrivaju cjelokupni opseg trenutačno važećeg kurikuluma/nastavnog programa određenog razreda i obuhvaća ukupni godišnji fond školskih sati predviđenih za matematiku.

Svaki DOS je podijeljen na jedinstvene samostalne cjeline – module (po deset u svakom razredu). Moduli koji čine cjeloviti DOS realizirani su kao zasebni paketi sadržaja koje je, osim kao dio cjelovitog DOS-a, moguće koristiti neovisno o drugim modulima istog DOS-a.

Svaki modul se sastoji od nekoliko jedinica, a svaka jedinica obuhvaća sadržaj učenja i poučavanja za čije provođenje je predviđeno jedan do tri školska sata. Jedinice su međusobno povezane i nadovezuju se jedna na drugu. Odabrani redoslijed jedinica je prijedlog autora, no ponekad su moguća i drugačija rješenja.

Jedinice kao dio modula

Svaka jedinica ima sljedeće dijelove:

- uvod i motivaciju: Na početku...
- razradu sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak: ...i na kraju.

Na početku su navedeni odgojno-obrazovni ishodi za tu jedinicu DOS-a.

ŠTO ĆU NAUČITI?

Matematika 1 > Brojevi > 1.1. Skupovi

1.1. Skupovi

Europska unija
Zajedno do boljitka EU

ŠTO ĆU NAUČITI?

- ✓ Definirati osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Provesti osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Rabiti matematički jezik vezan za skupove
- ✓ Riješiti jednostavnije problemske zadatke sa skupovima

Uvod i motivacija

Na početku...

Jedinice započinju motivacijskim primjerom.

Na početku...

Obujam jedne Kuće-kocke u Rotterdamu je 422 m^3 . Kolika je duljina plošne dijagonale?



Kubuswoningen, Rotterdam

Označimo duljinu stranice kocke s a . Obujam kocke je $V = a^3$.

Plošna dijagonala je $d = a\sqrt{2} = \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{2}$.

Možemo li ovaj izraz srediti, svesti na jedan korijen?

Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada sadržaja učenja i poučavanja načinjena je sukladno načelima konstruktivističke nastave matematike u kojem se od učenika očekuje da uočavaju, istražuju, proučavaju, opažaju, povezuju i zaključuju kako bi izgradili vlastito matematičko znanje.

Pri tome se koriste multimedijски elementi:

- ilustracije/fotografije
- 2D i 3D animacije
- video zapisi
- interakcije (elementi koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem).

Primjer 1.

Primjeri sadrže pitanja ili računске zadatke koji su detaljno pojašnjeni i riješeni.



Zadatak 1.

Rješenje

Zadaci su dani u obliku interakcija u kojima učenik dobiva povratnu informaciju o točnosti rješenja ili se rezultat i dijelovi postupka dobivaju pomoću tipke Rješenje.



Praktična vježba

U jedinicama se nalaze opisi praktičnog rada učenika. Često su popraćeni crtežima, animacijama ili video zapisom.



Povezani sadržaji

Korelacije s drugim predmetima posebno su istaknute kao bi učenicima skrenuli pažnju na njih i potaknuli ih da povezuju znanja usvojena u pojedinim predmetima. Možete ih koristiti kao ideju za međupredmetne teme pogodne za učeničke projekte.



Projekt


Projekti i projektni zadaci su ponuđeni kao drugačiji pristup učenju. Kroz njih učenik kroz različite oblike rada uči i primjenjuje naučeno kako bi realizirao i ostvario ciljeve projekta. U radu na projektu i projektnim zadacima moguće je osmisliti zadatke za različite razine učeničkog znanja tako da u njima mogu sudjelovati svi učenici.

U priručniku su navedeni prijedlozi i preporuke kako organizirati rad na projektu i koje upute dati učenicima.



Kutak za znatiželjne

U "Kutku za znatiželjne" nalaze se obogaćeni sadržaji koji su izvan okvira obaveznog programa/kurikuluma. Prvenstveno su namijenjeni darovitim učenicima. Sadržaji se obogaćuju tako da se ishodi iz obaveznog kurikuluma proširuju sadržajima koji se inače rijetko dotiču pa se uči šire ili se postojeći ishodi dopunjavaju složenijima pa se uči dublje. Neki od sadržaja predstavljaju akceleraciju jer se nalaze u obaveznom kurikulumu viših razreda.



Zanimljivost

Ruski se matematičar Nikolai Grigorievich Chebotaryov (1894. – 1947.) bavio algebrom polinoma. Hobi mu je bio faktorizacija izraza $x^n - 1$ za razne vrijednosti cijeloga broja n . Svoja je razmišljanja i rezultate bilježio na papir jer u vrijeme kada je živio, nije bilo računala koja nam danas olakšavaju račun.

Jedinice sadrže niz zanimljivosti. Možete ih koristiti kao motivaciju u bilo kojem dijelu nastavnog sata.

Završetak

...i na kraju

Na kraju svake jedinice nalazi se podsjetnik na najvažnije dijelove jedinice, zadatci za ponavljanje, prijedlozi za daljnje istraživanje, ideje za suradničko učenje, igre ili prijedlozi za projekte.

Matematika 1 > Koordinatni sustav u ravni > 5.5. Primjena koordinatnog sustava

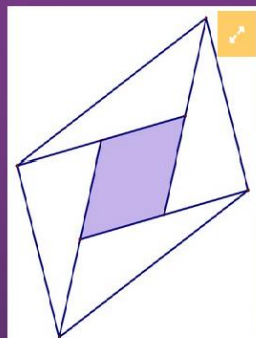
...i na kraju

Riješite ovaj geometrijski zadatak s pomoću analitičke geometrije.

Stranice romba produžite kao na skici za dužinu stranice romba. Spojite dobivene vrhove. Koliko je puta površina dobivenog četverokuta veća od površine romba?

Za početak ćemo zadati vrhove romba $A(2, 1)$, $B(7, 3)$, $C(9, 8)$ i $D(4, 6)$.

Pokušajte popočiti zaključak.



Rješenje

PROCIJENITE SVOJE ZNANJE



Rubrika *Procijenite svoje znanje* nalazi se na kraju odabranih jedinica. Sastoji se od niza konceptualnih pitanja i zadataka za učenje, vježbanje i samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Zadaci su oblikovani na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno;
- višestruki odabir s jednim točnim odgovorom;
- višestruki odabir s više točnih odgovora;
- unos točnog odgovora;
- uparivanje odgovora;
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, markera, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola);
- grupiranje elemenata;
- uređivanje poretka elemenata;
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora;
- umetanje riječi koje nedostaju upisom;
- unos rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Rubrika *Procijenite svoje znanje* namijenjena je učeniku za samostalni rad te mu služi kao alat za samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na razini jedne odnosno nekoliko jedinica. Učenik dobiva povratnu informaciju o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Aktivnosti za samostalno učenje

Matematika 1

Brojevi

1. Aktivnosti za samostalno učenje

1. Aktivnosti za samostalno učenje

U posebnoj jedinici *Aktivnosti za samostalno učenje* nalaze se aktivnosti namijenjene učenicima za samostalan rad koje pomažu u učenju i usvajanju odgojno-obrazovnih ishoda modula te aktivnosti koje učenicima nude da dodatno istraže teme vezane uz modul. Sadržavaju nekoliko vrsta zadataka, često s primjerima iz svakodnevnog života, u kojima su stopljena znanja i vještine usvojene u pojedinim jedinicama modula. Zadaci su različite razine složenosti te su neki namijenjeni svim učenicima, a neki učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima.

Jedinicom *Aktivnosti za samostalno učenje* možete se koristiti u cijelosti na nastavnom satu na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog ovim modulom ili u dijelovima koji dopunjavaju pojedine jedinice.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Matematika 1

Linearna funkcija

Procjena znanja

Procjena znanja

Posebna jedinica *Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda* sadržava zadatke za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula i učenike uputite na nju na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog modulom.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula. Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Pojmovnik

U svim jedinicama DOS-a pojmovi koje se željelo istaknuti pisani su podebljanim slovima.

Najvažniji pojmovi navedeni su i u Pojmovniku. Klik na pojam vodi na početak jedinice u kojoj je definiran.

Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS

Nastava je organizirana, cilju usmjerena odgojno-obrazovna djelatnost. Odnos triju čimbenika nastave: učenika, nastavnika i nastavnih sadržaja opisuje didaktički trokut. Pritom su učenik i nastavnik subjekti nastavnog procesa, a nastavni sadržaji (sadržaji učenja) su predmet nastave. Naglašavanje važnosti pojedinog čimbenika nastave označavaju sintagme kao nastava orijentirana na učenika, nastavnika ili nastavne sadržaje.

DOS kao nastavni sadržaj namijenjen je prvenstveno učeniku s ciljem poticanja aktivnog učenja na učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Stoga je u didaktičkom trokutu učenik - nastavnik - DOS naglašena važnost učenika i međudjelovanje učenika i nastavnog sadržaja (u našem slučaju DOS-a). Uloga nastavnika kao nužnog subjekta nastavnog procesa u ovom trokutu i njegovo međudjelovanje s učenikom i DOS-om još pojačavaju orijentiranost nastave na učenika.

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima, prikladan je za korištenje na nizu različitih platformi od mobilnih uređaja do stolnih računala, uključuje primjenu multimedijских elemenata, omogućava različite pristupe učenju i poučavanju. Mogućnost samoprocjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda i praćenje vlastitog napretka daje učeniku smjernice za daljnje učenje odnosno vraća ga na jedinice DOS-a čiji ishodi nisu u potpunosti usvojeni.

DOS slijedi suvremena nastavna načela:

- poticanje cjelovitog razvoja i dobrobiti učenika;
- povezanost sa životnim iskustvima, očekivanjima i usvojenim znanjima učenika;
- aktivna uloga učenika u učenju;
- izbornost i individualizacija;
- usmjerenost prema suradnji;
- osiguravanje poticajnog i sigurnog okruženja;
- relevantnost za sadašnji život;
- zanimljivost kao osnova pozitivne motivacije;
- poticanje inkluzije i uvažavanje različitosti;
- vertikalna povezanost sa sadržajima koji prethode i koji se nastavljaju te horizontalna povezanost s ostalim predmetima, međupredmetnim temama i modulima;
- odgovarajući omjer širine i dubine znanja i vještina.

Time DOS proširuje okvire didaktičkog trokuta i njegovom implementacijom nastavni proces postaje didaktički mnogokut.

Učenici uče u okruženju koje omogućuje konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te aktivnom i iskustvenom učenju usmjerenom prema pitanjima i istraživanju.

Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a

Današnji učenici, bitno više od prijašnjih generacija, odrastaju okruženi multimedijama, izloženi brzom protoku i dostupnosti informacija. Nove tehnologije sastavni su dio svakodnevnog života i nužno imaju utjecaj i na nastavni proces, kao što je već navedeno u prethodnom poglavlju.

Multimedijским elementima omogućuje se prezentacija obrazovnih sadržaja kombinacijom slike, zvuka i teksta te uključivanje interaktivnih elemenata koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem. Sve to doprinosi privlačenju pozornosti učenika, zainteresiranosti i motivaciji te razumijevanju sadržaja i primjeni stečenih znanja u novim situacijama.

Multimedijски i interaktivni elementi DOS-a

Multimedijски elementi DOS-a uključuju:

- zvučni zapis
- fotografije/ilustracije
- video zapis
- 2D i 3D animacije.

Ovo su elementi niske razine interaktivnosti, pri čemu interaktivnost uključuje pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa.

- Interaktivni elementi srednje razine interaktivnosti uključuju:
- pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom aktivnošću
- obrazac za ispunjavanje
- označavanje odgovora
- unos teksta, formula ili audio zapisa
- povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja (engl. zoom in) i sl.

Nalaze se u standardnim zadacima za učenje, ponavljanje i samoprovjeru odgojno-obrazovnih ishoda kao što su npr. da/ne pitalice, višestruki odgovori, povlačenje na sliku, uparivanje, grupiranje elemenata itd.

- Elementi visoke razine interaktivnosti uključuju:
- didaktične igre
- simulacije s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima
- mogućnost dobivanja povratnih informacija
- 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom, i sl.

Značajna uloga multimedijских elemenata u DOS-u je upravo interaktivnost. Interaktivni elementi omogućuju aktivno sudjelovanje učenika u nastavnom procesu. Kroz manipulaciju određenih elemenata učenici mogu uočavati pravilnosti, postavljati i provjeravati hipoteze te metodom nepotpune indukcije donositi opće zaključke. Interaktivni elementi visoke razine omogućuju uvođenje eksperimenta u nastavu matematike.

Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima

Znanje je oduvijek bilo jedan od osnovnih instrumenata razvoja društvenih zajednica i uspješnih nacionalnih gospodarstava. U suvremenim uvjetima, osobito globalizacijskim, novostvorena znanja kao rezultat istraživanja i inovacije, postaju ne samo temelj već i ključni čimbenik razvoja nekog društva. Za uspješnu tranziciju prema društvu utemeljenom na znanju uz tradicionalan pristup, nužni su novi pristupi obrazovanju i poučavanju.

Sve se više raspravlja o tzv. cjeloživotnom učenju, odnosno o aktivnosti učenja tijekom života, s ciljem unapređivanja znanja, vještina i sposobnosti unutar osobne, građanske, društvene i poslovne perspektive.

Osim formalnog obrazovanja u obrazovnim institucijama poput škola, veleučilišta i fakulteta, sve se veća pozornost pridaje neformalnom obrazovanju putem dodatne edukacije na tečajevima i seminarima te informalnom obrazovanju koje pojedinac stječe vlastitim radom, komunikacijom, čitanjem, razvijanjem vještina, iskustava i znanja.

Uz koncept cjeloživotnog učenja najčešće se vezuju ciljevi ekonomske prirode, primjerice postizanje veće konkurentnosti na tržištu rada. Međutim, cjeloživotno učenje usmjereno je prema osobi i njenim individualnim sposobnostima, poboljšanju njenog ponašanja, raspolaganju informacijama, povećanju znanja, razumijevanju, novim stavovima. Koncept cjeloživotnog učenja, razvijen u šezdesetim godinama prošlog stoljeća, odgovor je na problem neusklađenosti između obrazovanja mladih i odraslih osoba.

Da bi mogli ostvariti koncept cjeloživotnog učenja, do kraja obaveznog obrazovanja treba razviti određene kompetencije koje predstavljaju temelj za daljnje učenje.

Tradicionalni pristupi učenju i poučavanju dugo su bili obilježeni razredno-satnim i predmetno-satnim sustavom te frontalnom nastavom što ne može zadovoljiti zahtjeve koncepta cjeloživotnog učenja.

Nastavni proces treba omogućiti:

- uvođenje novih oblika učenja
- istraživačko i eksperimentalno poučavanje
- ispitivanje i procjenu različito postavljenih ishoda učenja
- doprinos općem sustavu obrazovanja
- doprinos razvoju svakog učenika prema njegovim sposobnostima.

DOS je razvijen na tragu ovih zahtjeva. Suvremena nastavna tehnologija ne negira tradicionalne pristupe nastavi već se na njima temelji i proširuje broj i značaj didaktičkih elemenata nastave sagledavajući ih u novim odnosima (didaktički mnogokut).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja u jedinicama DOS-a prati tradicionalnu metodiku poučavanja matematike.

U uvodu se opaža/uvodi problem pri čemu se u najvećoj mogućoj mjeri koriste primjeri iz svakodnevnog života. Nakon toga se, ovisno o problemu, upotrebljavaju različite znanstvene metode: analiziranje, sintetiziranje, apstrahiranje, induciranje, deduciranje, generaliziranje, specijaliziranje ili upotreba analogija. Da bi se u potpunosti usvojio sadržaj dan je niz primjera i zadataka s rješenjima. Sistematizacija i povezivanje sadržaja te procjena znanja, također su sastavni dio DOS-a. Samoprocjena daje učeniku samostalnost pri učenju, ali zahtjeva i odgovornost te smjernice za daljnje učenje.

Multimedijski elementi doprinose motivaciji, boljem razumijevanju sadržaja i aktivnom sudjelovanju učenika u nastavi.

U DOS-u se nastavnici susreću s digitalnim alatima i raznim digitalnim sadržajima. Radi lakše implementacije digitalnih tehnologija u nastavu matematike u ovaj priručnik je uključen popis digitalnih alata, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute. Navedeni su dodatni materijali i poveznice na sadržaje koji mogu pomoći u izvođenju nastave uz DOS te poveznice na izvore gdje nastavnici sami mogu pronaći i odabrati odgovarajuće sadržaje (animacije, simulacije, video materijale, izvore na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te stručne članke vezane uz područje matematike koje obrađuje modul).

To je pomoć nastavniku u uvođenju novih oblika učenja.

Implementacija digitalnih tehnologija u nastavu matematike dodatno motivira učenike i nastavu čini maštovitom i atraktivnom. Digitalni alati i sadržaji imaju značajnu ulogu u provođenju mjerenja i obradi rezultata, a simulacije zorno predočuju procese koje iz različitih razloga inače nismo u mogućnosti tako jasno vidjeti.

Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS

Motivacija je unutarnja snaga koja pokreće čovjeka na aktivnost i usmjerava ga k ostvarenju određenog cilja.

Motiviranje učenika za nastavu obuhvaća sve što potiče na učenje, usmjerava ga, i potiče osobni interes za određeni predmet ili područje te povećava osobnu razinu postignuća.

Motivacija u nastavi sastavni je dio uvodnog dijela nastavnog sata pri uvođenju i predstavljanju problema, no može biti prisutna u svim stadijima nastavnog sata: pri obradi, vježbanju ili ponavljanju nastavnih sadržaja.

Većina jedinica DOS-a započinje motivacijskim primjerom. Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

U razradi sadržaja naći ćete zanimljivosti koje možete koristiti kao motivacijske elemente u bilo kojem dijelu sata.

Interaktivnost i elementi igre također motiviraju učenike.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svakom modulu DOS-a osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda pojedinog modula. Samoprocjenom i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska.

Na kraju nekih jedinica je nekoliko konceptualnih pitanja i zadataka kojima se ostvaruje svrha ovakvih procjena. Dodatno, u posebnoj jedinici (Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda) možete pronaći više interaktivnih zadataka za provjeru usvojenosti svih odgojno-obrazovnih ishoda cijeloga modula.

Zadaci koji su sastavni dio procjene oblikovani su na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno
- višestruki odabir s više točnih odgovora
- odabir jednog točnog odgovora (uključujući i matematičke simbole i jednostavne formule)
- uparivanje odgovora
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola)
- grupiranje (razvrstavanje) elemenata
- uređivanje poretka elemenata
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora

- umetanje riječi koje nedostaju upisom
- numeričko umetanje (mogućnost zadavanja intervala brojeva u kojem se nalazi rješenje)
- povlačenje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora
- povlačenje rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Prilikom rješavanja zadataka kod kojih se očekuje od učenika upisivanje riječi koja nedostaje, obrazovni sadržaj neće, kao točno, prihvatiti rješenje koje je matematički točno, ako je riječ pogrešno napisana (pravopisna pogreška). Ova opaska nije unesena u obrazovne sadržaje kako se pažnja učenika ne bi skrenula s matematike na pravopis, no u takvim situacijama bit će potrebna pomoć nastavnika.

Suvremene nastavne metode i DOS

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima i različite pristupe učenju i poučavanju.

U školskom okruženju DOS je moguće koristiti za rad u učionici opće namjene. Poželjno je da učionice budu opremljene prijenosnim ili stolnim računalima, interaktivnom pločom ili pametnim ekranom i sl.

Osobitost DOS-a je mogućnost njegova korištenja na raznim uređajima (mobilni telefoni, tableti, prijenosna i stolna računala) te je pogodan i za rad izvan školskog okruženja.

Kroz aktivnosti za učenje, način prezentacije sadržaja i elemente za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda DOS stavlja težište na promicanje suvremenih nastavnih metoda, na strategije i pristupe kao što su rješavanje problema, istraživačka i projektna nastava i suradničko učenje te razvoj kritičkog mišljenja, sposobnosti rješavanje problema i donošenja odluka, metakogniciju, digitalnu pismenost i aktivno građanstvo.

U skladu s prirodom nastave matematike i matematike kao znanstvenog područja, DOS osobito snažan naglasak stavlja na aktivnosti koje potiču iskustveno učenje, projektno učenje i učenje kroz istraživanje. DOS sadrži interaktivne elemente u kojima učenici imaju mogućnost mijenjanja vrijednosti različitih parametara te na temelju rezultata uočavaju pravilnosti, postavljaju i provjeravaju hipoteze, a metodom nepotpune indukcije donose opće zaključke.

Multimedijski i interaktivni elementi omogućuju aktivno i iskustveno učenje usmjereno prema pitanjima, problemima i istraživanjima, konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te razvijanje učenikovih kompetencija za snalaženje u novim situacijama.

Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama

Kao što je na početku priručnika navedeno, metodičko-didaktički prijedlozi za učenike s posebnim obrazovnim potrebama koji uključuju darovite učenike kao i učenike s različitim teškoćama slijede svaku nastavnu jedinicu kao i aktivnosti za samostalno učenje. Inkluzivni pristup u procesu obrazovanja podrazumijeva učenje o različitosti od strane drugih kao i jedan podržavajući i ravnopravni odnos. U nas se već niz godina njeguje inkluzivni pristup u smislu uključenosti učenika s teškoćama u sustav obrazovanja na način da su uvažene njihove individualne potrebe putem uvođenja različitih prilagodbi i osiguravanja podrške.

Učenici s teškoćama su heterogena skupina pa tako zadatak koji je težak jednom učeniku s disleksijom neće biti težak drugome učeniku s istom teškoćom. Kako bi im se osigurala primjerena podrška prilikom obrazovanja, važno je prepoznavati te razumjeti njihova obilježja i poznavati osnovne vrste prilagodbi. Timski rad u okviru kojega surađuju predmetni nastavnici, stručni tim škole, pomoćnici i roditelji bi trebao iznjedrati različite mogućnosti prilagodbe za što učinkovitije usvajanje sadržaja iz matematike i fizike za svakog učenika ponaosob. Metodičko-didaktički prijedlozi koji se odnose na učenike s teškoćama su u početnim modulima i jedinicama napisani na način da obuhvate temeljne smjernice za svu djecu s teškoća te su kroz daljnje jedinice razrađeni specifično u odnosu na sadržaj same jedinice kao i na obilježja određene teškoće.

Primjerice, u matematici za osmi razred, u nastavnoj jedinici 1.2. koja se odnosi na uređene parove nastavnicima je sugerirano da obrate pažnju na jezično složenije zadatke koje valja pojednostaviti i popratiti vizualnim primjerima kako za učenike koji se školuju po prilagođenom programu tako i za učenike s disleksijom i/ili diskalkulijom:

PriručnikMatematika7

imaju stručnu pomoć asistenta, preporučuje se da asistent pomogne pri uvećanju zaslona u obradi nastave jedinice i u označavanju koeficijenta na brojevnom pravcu. Pojedine zadatke valja jezično prilagoditi i/ili skratiti i popratiti slikama (grafičkim simbolima: <https://www.arasaas.org/>). Zadatak Serpinj gradom može se predstaviti učenicima na sljedeći način:

Luna i Nikola sanjaju se kod (20,4), (8,14), prolazeć se do (20,22), (13,27). Razgledat će (29,4), (7,26), (36,62), (22,52), (18,13), (21,2), (23,8), (27,52) te na kraju (19,21), (30,15).

a) U kojem se gradu nalaze Luna i Nikola?

b) Imenuj ustanovu ispred koje su se našli i park pokraj te ustanove.

c) Na kojem trgu su pojeili sladoled?

d) Na kerti pronađimo i imenujmo znamenitosti koje su posjetili.

e) Ako ih baka želi odvesti na (5,02), (2,07), što bi tamo Luna i Nikola mogli raditi?

U prijedlozima se nastavnike podsjeća na uporabu funkcionalnosti koje su ugrađene u DOS-ove, a mogu olakšati praćenje nastave učenicima sa specifičnim teškoćama učenja kao i onima koji imaju teškoće vizualne obrade (promjena fonta, boje pozadine, uvećanje zaslona). Nadalje, ostvarene su poveznice između samoga gradiva i obilježja teškoća koje mogu probuditi učenikov interes za nastavne sadržaje, na primjeru iz fizike (sedmi razred, jedinice 1.5 i 1.7):

„Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se povezati masu tijela i mjerne jedinice s interesima učenika koji su često iznimno izraženi ili atipični u svim zadacima u kojima je to moguće. Primjerice, ako učenik voli kuhanje, može ostalim učenicima demonstrirati svoj omiljeni recept kao i mase pojedinih sastojaka.“

„Uvijek je važno uzeti u obzir moguću senzoričku preosjetljivost učenika s poremećajem iz spektra autizma na određene podražaje te u skladu s tim prilagoditi nastavnu jedinicu (miris svijeće s aromom vanilije).“

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće nisu zamišljeni na način da osiguravaju prilagođeni materijal za poučavanje niti svojevrсни „recept“, već nastavnike podsjećaju na prilagodbu načina poučavanja i one segmente nastavne jedinice koje bi trebalo dodatno pojasniti, ponoviti, pojednostaviti, predstaviti na drugačiji način ili na razinu složenosti zadatka od kojih valja odabrati one jednostavnije. U prijedlozima je naglašena važnost uporabe pomagala koja olakšavaju učenje te svih aspekata digitalne tehnologije.

Inkluzivni pristup podrazumijeva uvažavanje različitosti koje je izrazito važno razviti kao vrijednost kod učenika tipičnoga razvoja zbog čega se, uz ostale prijedloge, preporuča provoditi što više vršnjačke suradnje (primjerice u aktivnostima za slobodno učenje).



Matematika

za 7. razred osnovne škole

Modul 1: Koordinatni sustav

Priručnik za nastavnike

Modul 1: Koordinatni sustav

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s koordinatnim sustavom
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati ishodište, jediničnu dužinu, jedinične točke, koordinatne osi, kvadrante, uređeni par
- Razlikovati koordinatni sustav na pravcu i u ravnini
- Očitati koordinate točaka prikazanih u koordinatnom sustavu na pravcu i u ravnini
- Ucrtati točke zadanih koordinata s cjelobrojnim i racionalnim koordinatama u koordinatnom sustavu na pravcu i u ravnini
- Primijeniti koordinatni sustav na pravcu i pravokutni koordinatni sustav u ravnini pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

U ovom modulu učenici 7. razreda ponavljaju sadržaje o brojevnom pravcu, prirodnim, cijelim i racionalnim brojevima o kojima su učili u prethodnim razredima.

Postojeće znanje obogaćuje se novim znanjem o koordinatnom sustavu na pravcu i u ravnini te se povezuje s primjenama koordinatnog sustava u geografiji, fizici, povijesti te svakodnevnom životu.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete primijeniti na različite načine, bilo u cijelosti bilo u dijelovima te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete upotrijebiti kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koji oni samostalno usvajaju, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dvojbe.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te se proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje skupnog i suradničkog rada učenika, pri čemu se možete pripremljenim sadržajima koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice društvenoj mreži Yammer, okruženju za timove Teams ili razrednoj digitalnoj bilježnici OneNote.

Uz svaku jedinicu je u priručniku OneNote pripremljena i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavnu primjenu u nastavi.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

GeoGebra

GeoGebra je program dinamične matematike, namijenjen učenju i poučavanju. Povezuje područja interaktivne geometrije, algebre, tabličnih proračuna, statistike, analize i crtanja grafova. Dostupna je na hrvatskom jeziku.

Više o GeoGebri pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na stranicama GeoGebre.

Desmos

Desmos je online okruženje koje omogućava crtanje grafičkih prikaza funkcija i podataka, ali i istraživanje i rješavanje različitih oblika zadataka. Dva glavna elementa Desmosa su [grafički kalkulator](#) te [razredne aktivnosti](#). Više o Desmosu možete pročitati na službenim [stranicama](#) okruženja (na engleskom jeziku).

Googleove karte

Googleove karte možete upotrijebiti za pronalaženje mjesta zadanog geografskim koordinatama i za određivanje geografskih koordinata nekog mjesta te za određivanje udaljenosti, površine te dobivanje uputa za dolazak do nekog mjesta. Više savjeta za korištenje Googleovih karata možete potražiti na njihovim stranicama [Pomoći](#). Stranica je dostupna na hrvatskom jeziku.

MapsZoom

Za određivanje koordinata nekog mjesta na Zemlji, za pronalaženje mjesta zadanog geografskim koordinatama ili određivanje udaljenosti i površina, možete pogledati i stranicu [MapsZoom](#). Stranica prikazuje razne geografske podatke i automatski je prevedena na hrvatski jezik.

Sutori

Sutori je online alat za suradničko stvaranje tijekom vizualne priče te posredno i lente vremena. Priče izrađene u Sutoriju mogu sadržavati slike, videomaterijale, tekst te zadatke za kviz pa se mogu koristiti i za izrađivanje interaktivnih obrazovnih sadržaja. Pogledajte primjer matematičkog sadržaja Graphing Rational Functions te lente vremena [Kronologija korejskog rata](#) izrađenih u Sutoriju.

Scratch

[Scratch](#) je programski jezik osmišljen u MIT Media Labu za učenje programiranja. Koristi se vizualnim okruženjem i omogućava različite razine pisanja programa, od jednostavnih naredbi kretanja do multimedijских, interaktivnih priča.

Isprobajte okruženje za [pisanje programa u Scratchu](#), a ako vam zatreba pomoć, pročitajte [Vodič za korisnice i korisnike](#). Više informacija, različite upute i projekte pronaći ćete na [glavnim stranicama Scratcha](#) (stranice su djelomično dostupne na hrvatskom jeziku).

Sway

[Sway](#) je *online* alat za izradu, organizaciju i dijeljenje sadržaja u obliku interaktivne mrežne stranice; svojevrsan hibrid prezentacije i uobičajene mrežne stranice. S pomoću Swaya možete raditi prezentacije, interaktivne sadržaje, izvještaje, fotoalbume, radne materijale za nastavu i slično. Izrada i organizacija sadržaja pojednostavnjena je gotovim predlošcima rasporeda i dizajna.

Više o Swayu pročitajte u [CARNET-ovom e-laboratoriju](#) ili na stranici [Početak rada s aplikacijom Sway](#).

Office Mix

[Office Mix](#) je besplatni dodatak za Microsoft PowerPoint koji omogućava dodavanje interaktivnih sadržaja u prezentacije. Uz pomoć Office Mixa u prezentaciju možete umetnuti ankete, kvizove, interaktivne simulacije kao što su GeoGebra i Phet, snimanje zvuka, videa te označavanje na slajdovima. Tako pripremljene prezentacije ostaju interaktivne i nakon objave u [Office Mix galeriji](#) pa se mogu upotrijebiti i za formativno praćenje.

Više o Office Mixu možete pročitati na stranicama o njegovoj primjeni u obrazovanju [Office Mix for teachers](#).

Prezi

[Prezi](#) je online alat za izradu interaktivnih prezentacija uporabom mrežnog preglednika. Omogućava izradu i prikaz prezentacija na dinamičan način, a može se koristiti i kao alat za suradnički rad učenika.

Više o Preziju pročitajte u [CARNET-ovom e-laboratoriju](#).

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

U zbirci e-škole scenarija poučavanja dostupan je i scenarij [Smjesti me u koordinatnu mrežu](#) koji je osmišljen za 1. razred srednje škole, ali neke aktivnosti možete uspješno realizirati i u osnovnoj školi, primjerice:

- [Čekaj... da o koordinati razmislim!](#)
- [Četiri u vrsti](#)
- [Simetrije u koordinatnoj ravnini za učenike koji žele znati više](#)
- [igra Policajci i lopovi \(na engleskom jeziku\)](#).

Igre s koordinatnim sustavom na pravcu

- [Upecaj racionalni broj \(GeoGebra\)](#)
- [Racionalni brojevi i brojevnj pravac \(GeoGebra\)](#)
- [Potapanje brodova na brojevnom pravcu \(Adobe Flash, engleski jezik\)](#).

Aplikacija za izradu brojevnog pravca [Number line](#) (engleski jezik).

Aplikacija za prikazivanje razlomaka [Fractions](#) (engleski jezik).

[Šah uz školu](#) sadrži 68 lekcija prema kojima učenici mogu naučiti igrati šah. *Online* lekcije dostupne su uz AAI identitet.

Kako bi učenici još bolje razvili svoju vještinu snalaženja u koordinatnom sustavu, predlažemo i sljedeće igre:

- [Krtica](#) (engleski jezik, Adobe Flash Player)
- [Izvanzemaljac](#) (engleski jezik, Adobe Flash Player)
- [7.r Koordinatni sustav](#) (Adobe Flash Player)
- [Majmunčić i skriveni zalogaj](#) (Adobe Flash Player)
- [Vježbalica koordinate](#) (GeoGebra)
- [Pogodi točku](#) (GeoGebra).

Ako smatrate da vašim učenicima treba osvježavanje znanja o linearnim jednadžbama, predlažemo da iskoristite neke od sljedećih obrazovnih sadržaja:

- [Linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom, 6. razred](#)
- [Linearne jednadžbe](#)
- [Operacije s razlomcima, 6. razred.](#)

Igre s koordinatnim sustavom (engleski jezik):

- Stock the Shelves <http://mrnussbaum.com/stockshelves/> (Adobe Flash Player)
- Billy Bug http://coolsciencelab.com/graphing_coordinates_harder.html (Adobe Flash Player)
- Battle Ship <http://www.someschoolgames.com/kids-games/battle-ship/> (Adobe Flash Player)

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- [Koordinatni sustav u ravnini](#); Matematika Plus, Element
- [Koordinatni sustavi](#), Hrvatska enciklopedija, Leksikografski zavod Miroslav Krleža
- [Nebeski koordinatni sustavi](#), e-Škola astronomije, Zvezdarnica Zagreb
- [Koordinatni sustav](#), Andreja Halavuk, Ivana Kontrec i Ana Paradi, Math.e broj 10
- [Različite igre i aktivnosti](#) s koordinatnim sustavom, NRICH, University of Cambridge (engleski jezik)
- [Modifying the Flipped Classroom: The "In-Class" Version](#), Jennifer Gonzalez, Edutopia (engleski jezik).

Operativni plan

	Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
1.	Koordinatni sustav		11 + 1
		1.1. Koordinatni sustav na pravcu	3
		1.2. Uređeni par	3
		1.3. Pravokutni koordinatni sustav s cjelobrojnim koordinatama	2
		1.4. Pravokutni koordinatni sustav s racionalnim koordinatama	3
		Aktivnosti za samostalno učenje	1
		Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

1.1. Koordinatni sustav na pravcu



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s koordinatnim sustavom na pravcu
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgajno-obrazovni ishodi

- Nacrtati koordinatni sustav na pravcu odabirom prikladne jedinične dužine
- Očitati koordinate točaka na brojevnom pravcu
- Pridružiti racionalnim brojevima točke brojevnog pravca.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života u kojem se prisjećamo oznaka katova u dizalu i njihova redoslijeda. Povezujemo oznake katova s brojevima na brojevnom pravcu.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Uvođenje koordinatnog sustava na pravcu

Nastavljamo s matematičkim uvođenjem koordinatnog sustava na pravcu, isticanjem ishodišta, jedinične točke i pripadne jedinične dužine. Povezujemo strelicu na kraju brojevnog pravca sa smjerom rasta brojeva na brojevnom pravcu kako bismo još jedanput podsjetili učenike kako mogu vizualizirati uspoređivanje racionalnih brojeva.

Slijedi **animacija** kojom pokazujemo kako se nanošenjem jedinične dužine udesno dobivaju točke pridružene pozitivnim cijelim brojevima, odnosno ulijevo za negativne cijele brojeve. Ističemo da je svakom racionalnom broju pridružena točno jedna točka brojevnog pravca te uvodimo pojam koordinate točke.

Cjelobrojne koordinate na brojevnom pravcu

U **Primjeru 1** ucrtavamo nekoliko točaka s cjelobrojnim koordinatama u koordinatni sustav na pravcu, a zatim naučeno uvježbavamo u sličnim zadacima.

Zadatkom s vodostajima rijeka povezujemo matematiku sa svakodnevnim životom i pokazujemo primjer brojevnog pravca koji učenici mogu uočiti ako žive blizu neke mjerne postaje na rijeci. Tim zadatkom potičemo ih na razmišljanje o posljedicama visokog i niskog vodostaja rijeka te im dajemo informaciju o mrežnim stranicama Hrvatskih voda na kojima mogu pratiti aktualne podatke o vodostajima te o pripremi za obranu od poplava.

U **Primjeru 2** govori se o čitanju koordinata točaka na brojevnom pravcu; slijedi interaktivna vježba.

Decimalne koordinate na brojevnom pravcu

Primjer 3 uvodi i decimalne brojeve u koordinatni sustav na pravcu te ističe promišljanje o prikladnoj duljini jedinične dužine kako bi se što preglednije prikazale zadane točke i njihove koordinate.

Slijedi zadatak s još jednim primjerom brojevnog pravca - na starijim primjerima **analognih vaga**. Ako imate sličnu vagu u školi, predložimo da je pokažete učenicima kako bi se okušali u vještini vaganja.

Uz zadatak koji slijede pripremljeni su predlošci koordinatnih sustava pa učenici mogu odabrati okruženje za rješavanje zadataka, primjerice u GeoGebri, digitalnoj bilježnici OneNote ili u papirnatj bilježnici.

Svi predlošci dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice razrednoj bilježnici OneNote.

Zadatak s temperaturama donosi informacije o najnižim i najvišim izmjerenim temperaturama te pokazuje još jedan način primjene koordinatnog sustava na pravcu u svakodnevnom životu. Kako su u zadatku temperature u rasponu od -89.2 °C do $+60$ °C, učenici trebaju promisliti o tome koju duljinu će odabrati za jediničnu dužinu kako bi mogli prikazati sve točke.

Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka.

Prikazivanje razlomaka u koordinatnom sustavu na pravcu

Primjeri i zadaci u ovom modulu svakim podnaslovom postaju složeniji, od cijelih brojeva do razlomaka. Ako smatrate da vašim učenicima treba osvježavanje znanja o razlomcima, predložimo da iskoristite neke od ovih obrazovnih sadržaja:

- [Razlomci, 5. razred](#)
- [Razlomci](#)
- [Operacije s razlomcima, 6. razred.](#)

U primjerima i zadacima s razlomcima važno je da se učenici prisjete kako se cjelina dijeli na jednake dijelove te kako odrediti između koja dva cijela broja je zadani razlomak. Sve to zatrebat će im i pri uporabi koordinatnog sustava u ravnini.

U zadacima se izmjenjuju različite metode rješavanja: od uobičajenog rješavanja, rješavanja uz digitalni predložak te rješavanja interaktivnih zadataka u kojima učenici odmah dobivaju povratne informacije o točnom rješenju.

Uz zadatak koji slijede pripremljeni su predlošci koordinatnih sustava pa učenici mogu odabrati okruženje za rješavanje zadataka, primjerice u GeoGebri, digitalnoj bilježnici OneNote ili u papirnatj bilježnici.

Svi predlošci dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pripremljeni su zadaci s uparivanjem, upisivanjem odgovora, odabirom točnog rješenja te "beskonačni" interaktivni zadatak u kojem povezujemo smještanje točaka na brojevni pravac s koordinatama skrivenog blaga u dvorcu Trakošćan.

Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Uvježbajmo

Niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih aspekata primjene koordinatnog sustava na pravcu. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju te mogu vježbe ponavljati koliko god puta žele.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Uz zadatke koji slijede pripremljeni su predlošci koordinatnih sustava pa učenici mogu odabrati okruženje za rješavanje zadataka, primjerice u GeoGebri, digitalnoj bilježnici OneNote ili u papirnatj bilježnici.

Svi predlošci dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice za razrednu bilježnicu OneNote.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a te prijedlog istraživačkog zadatka kojim povezujemo sadržaje iz matematike s ueničkim okruženjem i interesima.

Završavamo s nekoliko zadataka za samovrednovanje te kratkom procjenom usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Dodatni prijedlozi

Brojevni pravac pojavljuje se u svakodnevnom životu u različitim oblicima, od kojih smo neke spomenuli u ovoj jedinici. Potaknite učenike da istraže još neke primjene te da ih prezentiraju u obliku digitalnog ili uobičajenog, papirnato plakata.

U dogovoru sa sustručnjacima iz Povijesti možete učenicima zadati projektni zadatak prikazivanja tjeka povijesnih događaja na brojevnom pravcu, odnosno lenti vremena. Predlažemo vam aplikaciju [Sutori](#) za izradu *online* lente vremena.

Igre s koordinatnim sustavom na pravcu:

- [Upecaj racionalni broj](#) (GeoGebra)
- [Racionalni brojevi i brojevni pravac](#) (GeoGebra)
- [Potapanje brodova na brojevnom pravcu](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik).

Aplikacija za izradu brojevnog pravca [Number line](#) (engleski jezik).

Aplikacija za prikazivanje razlomaka [Fractions](#) (engleski jezik).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo projektne zadatke povezane s primjenom koordinatnog sustava na pravcu u svakodnevnom životu. U digitalnom obrazovnom sadržaju spomenuti su primjeri primjene u mjerenju vodostaja rijeka, a u priručniku je prijedlog za prikazivanje tijeka povijesnih događanja primjenom digitalnog alata Sutori.

Učenici mogu istražiti i druge primjene pa informacije o tome prenijeti vršnjacima uporabom nekoga od programa za izradu interaktivnih prezentacija, primjerice Office Mix, Sway ili Prezzi.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama učenja, uvijek valja imati na umu da su oni heterogena skupina i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Za *učenike s oštećenjem vida* preporučuje se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja), kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto tako je važno imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablica, šilo, čitači ekrana..). U scenarijima valja birati one elemente koji imaju zvučni zapis, kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što valja usmjeriti pozornost prilikom gledanja videozapisa.

Za *učenike s oštećenjem sluha* preporučuje se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika na gledanje videozapisa. Također se savjetuje pripremanje predloška na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Treba uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća u razumijevanju definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama u učenju.

Za *učenike s motoričkim teškoćama* preporučuje se prilagodba vremena izvođenja aktivnosti, posebno pri uporabi digitalnih obrazovnih materijala i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, njome se valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori pomažući se uređajem). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu potporu asistenata, preporučuje se da asistent pomogne pri uvećanju zaslona kad se obrađuje nastavna jedinica i u označavanju količina na brojevnom pravcu. Pojedine zadatke valja jezično prilagoditi i/ili skratiti, primjerice zadatak 4.

Tata peče čupavce.

Recept:

0.25 kg šećera

0.30 kg brašna

0.05 kg maslaca

0.35 kg šećera

0.20 kg maslaca

0.16 kg čokolade

0.45 kg kokosa

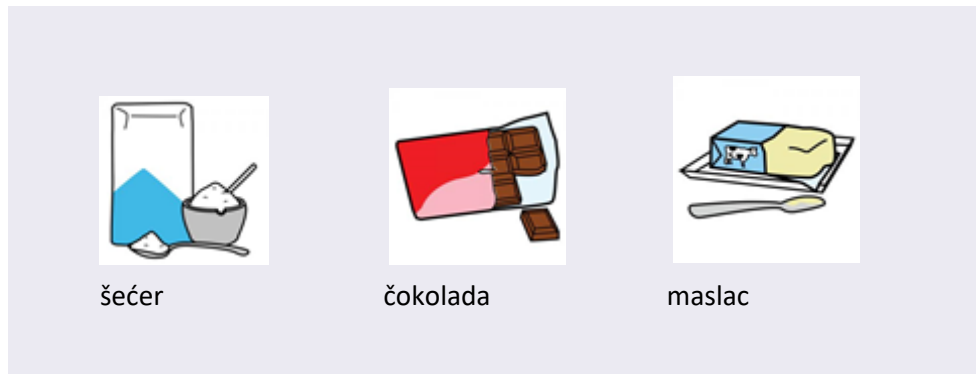
Označi količine na brojevnom pravcu.

Ako se uz nastavnu jedinicu planiraju preslike radnih materijala, one moraju biti uvećane. Ako se učenik školuje prema prilagođenom planu i programu, ne valja inzistirati na tome da učenik obradi sve zadatke koji su planirani nastavnom jedinicom, već valja odabrati ključne zadatke. Tijekom ove nastavne jedinice treba nastojati na razumijevanju primjenjivosti koordinatnog sustava u stvarnom životu (lenta vremena, toplomjer, termometar) više negoli na očitavanju i upisivanju točaka na brojevni pravac. Crtanje koordinatnog sustava na pravcu odabirom prikladne jedinične dužine navedeno je kao ishod jedinice, no veći dio učenika s motoričkim teškoćama ne može doseći taj ishod. Učenik s motoričkim teškoćama može dobiti zadatak da druge učenike usmeno informira o vodostajima rijeka u Hrvatskoj ili da izradi lentu vremena; na taj način pridonosi nastavnoj temi i zadržava samopouzdanje.

Za *učenike s intelektualnim teškoćama* valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale i sadržaje u skladu s obrazovnim programom prema kojem se učenik školuje. Važno je odabrati zadatke koje učenik može riješiti, ali ne tako da učenik jednostavno rješava prva tri zadatka, već valja odrediti ključne zadatke (primjerice 1, 2, 4, 7, 9, 11) koji će mu omogućiti da usvoji tri izdvojena odgojno-obrazovna ishoda. U radu s učenikom možete primijeniti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu koordinatnog sustava što više povezati sa

svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake te usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporučuje se više puta ponoviti gledanje videozapisa.

Kad god je moguće, zadatak valja popratiti vizualnim sadržajima, primjerice dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arasaac.org/>



Kod učenika s poremećajem pažnje valja voditi računa o jasnoj strukturi tijekom predstavljanja nastavne jedinice. Kad se prelazi sa zadatka na zadatak dobro je provjeravati je li učenik spreman za sljedeći zadatak te ga na to i usmjeriti. Upute valja ponoviti kad god se to pokaže potrebnim. Zanimanje učenika za nastavnu jedinicu moguće je održati postavljanjem pitanja koja su povezana s njihovim iskustvima. (Možete pitati: Koja je najniža temperatura koju si ti imao/la prilike osjetiti?)

Učenicima s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije kod kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja pristupiti individualno. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred ostalim učenicima i o ulozi učenika s takvim poteškoćama u grupnom radu. Učenike koji govore netečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i usmenom odgovaranju.

Za *učenike sa specifičnim teškoćama učenja* (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi dodatnih materijala savjetuje se: povećati razmak između redaka, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podebljanjem tiska. Valja voditi računa o tome da im se pojednostave sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama).

U 2. zadatku predložimo vizualno uređivanje teksta pa umjesto nabranjanja podatka jednog za drugim, bolje je svaki podatak staviti u poseban redak:

Vodostaji nekih hrvatskih rijeka izmjereni 5. svibnja 2017.:

Bednja (Ludbreg): —9 cm

Bosut (Vinkovci) : 150 cm

Cetina (Trilj žičara): 110 cm

Čabranka (Zamost): 50 cm

Česma (Čazma): –54 cm

Drava (Terezino Polje) :–250 cm

Ombla (Komolac): 4 cm

Raša (Potpićan): –9 cm

Sava (Jesenice): –123 cm.

Iste prilagodbe predlažemo za 4. i 6. zadatak.

Djeci sa specifičnim teškoćama učenja treba osigurati korištenje džepnog računala. Budući da često zaboravljaju neke matematičke postupke, u ovoj jedinici nije naodmet unaprijed ih podsjetiti na korake u odabiru zajedničkog višekratnika za razlomke.

DOSRJ 9. zadatka jezično je zahtjevno za razumijevanje pa se preporučuje sadržaj popratiti slikom.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi primjenom i nekih drugih aktivnosti, primjerice izradom plakata ili prezentacije na temu Hrvatskih voda ili neke druge teme povezane s koordinatnim sustavom. Nakon završetka nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za primjereno ponašanje, ali ne ga i kritizirati i uspoređivati s ostalima ako se ponašao neprimjereno.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se primjena vizualnih sredstava; npr. sadržaj jedinice unaprijed se najavi slikama ili natuknicama, kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporučuje se povezati koordinatni sustav s vrlo izraženim ili atipičnim interesima učenika, i to u svim zadacima u kojima je to moguće. Nastavnici su obično upoznati s opisanim interesima učenika. Primjerice, zadatak u kojem se pojavljuju majka i kći u trgovačkom centru može se prilagoditi tako da su glavni likovi umjesto majke i kćeri omiljeni likovi učenika (primjerice Dylan Dog) ili da se radnja događa u kontekstu; u zadatku u kojem otac peče čupavce mogu se zamijeniti navedene namirnice s namirnicama koje preferira sam učenik.

1.2. Uređeni par



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s uređenim parom
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Razlikovati uređeni par brojeva od para brojeva
- Opisati i pročitati uređeni par
- Pronaći primjere uređenih parova izvan matematičkog konteksta
- Izračunati nepoznati član uređenog para primjenom jednakosti uređenih parova

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerima** iz svakodnevnog života. U prvom primjeru opisujemo uređivanje ormara i uparivanje čarapa, čime učenike potičemo na prepoznavanje uređenih i neuređenih parova u svakodnevnom životu. U drugom primjeru vidimo kako je mjesto u nekom gledalištu, ovdje konkretno u košarkaškoj dvorani, zapravo uređeni par brojeva u kojem se točno zna što znači prvi broj, a što drugi na ulaznici. Povezujemo brojeve redova i sjedala na ulaznicama s prvim i drugim članom uređenog para.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Uređeni par

Nakon motivacijskih primjera slijedi definicija uređenog para koju možete dobiti i od učenika ponuđenim pitanjem.

Podsjećamo učenike na igru šah, u kojoj se prema uređenim parovima određuju položaji šahovskih figura, ali i na neke druge igre za koje trebaju uređeni parovi, primjerice za igru "potapanje brodova", koju možete odigrati s učenicima ili igru pripremiti za neku radionicu.

U **Primjeru 1** počinjemo s aktivnostima razvoja matematičke pismenosti, u ovom slučaju ispisujemo sve uređene parove sastavljene od ponuđena dva broja. Slijede dva zadatka za uvježbavanje ispisivanja parova, u kojima učenici vježbaju sposobnosti kombiniranja i logičkog zaključivanja te metodičkog zapisivanja podataka.

U **Primjeru 2** trebamo zapisati sve uređene parove koji zadovoljavaju neki uvjet, čime se uvježbava primjena i razumijevanje matematičkog jezika. Interaktivna vježba koja slijedi također provjerava matematičku pismenost, a učenik odabirom točnog odgovora može dobiti i povratnu informaciju o svojem rješenju, čime se razvija učenikovo samopouzdanje te svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Slijede dva zadatka za uvježbavanje naučenog.

Primjer 3 i zadatak nakon njega primjeri su primjene uređenih parova izvan matematičkog konteksta. Time učenicima pokazujemo konkretne primjere primjene matematičkog znanja.

Jednakost uređenih parova

U **četvrtom primjeru** učenici uočavaju jednakost dvaju uređenih parova. Slijedi zaključak u obliku definicije i interaktivni sadržaj pronalaženja jednakih uređenih parova. **Primjerom 5** pokazujemo učenicima kako izračunati nepoznati član uređenog para primjenom jednakosti uređenih parova. Slijede interaktivne vježbe određivanja nepoznatog člana uređenog para, u kojima učenici trebaju primijeniti naučeno znanje o rješavanju linearnih jednadžbi iz šestog razreda.

Uvježbajmo

Slijedi nekoliko **zadataka i interaktivnih vježbi** različitih razina složenosti za uvježbavanje pronalaženja uređenih parova i izračunavanje nepoznatog člana uređenog para. Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kao im ide rješavanja takvih zadataka.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Za one koji žele znati više

Slijedi blok zadataka s riješenim primjerom putem videa za učenike koji žele znati više. Primjeri i zadaci sada postaju složeniji i zahtijevaju od učenika pažnju i koncentraciju te znanje rješavanja linearnih jednadžbi s jednom nepoznanicom koje sadrže zagrade i razlomke.

Ako smatrate da vašim učenicima treba osvježavanje znanja o linearnim jednadžbama, predlažemo da uključite neke od ovih obrazovnih sadržaja:

- [Linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom, 6. razred](#)
- [Linearne jednadžbe](#)
- [Operacije s razlomcima, 6. razred.](#)

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a te prijedlog igara kojima povezujemo sadržaje iz matematike s učeničkim okruženjem i interesima.

Završavamo s nekoliko zadataka za samovrednovanje.

Dotatni prijedlozi

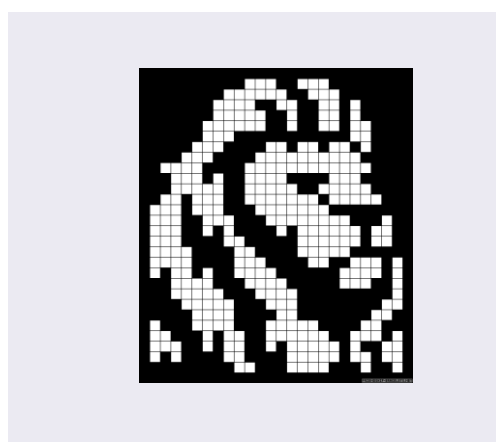
Računalne igre s uređenim parovima:

- [Potapanje brodova](#) (engleski jezik)
- [Online šah za djecu](#) (engleski jezik)
- [Online šah](#) (engleski jezik).

Šah uz školu sadrži 68 lekcija prema kojima učenici mogu naučiti igrati šah. *Online* lekcije dostupne su uz AAI identitet.

Igra šifriranja. Razred je podijeljen u dvije grupe ili više grupa. Svaki član ima papirnatu ili digitalnu mrežu 10 x 10 kvadrata koju upotrebljava za crtanje sheme (kao sheme za vezenje). Prvom članu svake grupe zadaje se shema izrađena u takvoj mreži i on je primjenom uređenih parova mora prepričati sljedećem članu grupe; taj član prepričava sliku sljedećem i tako do zadnjeg člana grupe. Kad sve grupe završe s prenošenjem slike, usporedite njihove krajnje slike s početnima.

Igra ujedno ilustrira prenošenje podataka računalnom mrežom, odnosno kako "šum u komunikaciji" utječe na rezultat.



Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite, predlažemo video u kojem je riješen primjer zadatka s jednakošću uređenih parova za čije se rješavanje koriste linearne jednadžbe. Nakon toga slijedi niz zadataka i interaktivnih vježbi u kojima učenici pokazuju znanje i vještine povezivanjem sadržaja o linearnim jednadžbama s uređenim parovima.

Za rješavanje tih zadataka možete učenike organizirati u grupe, tako da svaki od učenika riješi jedan zadatak, a zatim pojasni ostalima postupak rješavanja. Neka ponude pomoć ostalima nakon što su riješili svoj zadatak ili potraže pomoć ako im zatreba.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da su takvi učenici heterogena skupina i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Za *učenike s oštećenjem vida* preporučuje se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja), kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto tako je važno imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablica, šilo, čitači ekrana, itd.). U scenarijima treba birati one elemente koji imaju zvučni zapis, kao što su videozapisi, koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što valja usmjeriti pozornost prilikom gledanja videozapisa.

Za *učenike s oštećenjem sluha* preporučuje se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika na gledanje videozapisa; u sklopu toga također se savjetuje priprema predložka na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Treba uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća u razumijevanju definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama u učenju.

Za *učenike s motoričkim teškoćama* preporučuje se prilagodba vremena izvođenja aktivnosti, posebno u primjeni digitalnih obrazovnih materijala, kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, treba se njome koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori na pitanje koristeći se uređajem). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu pomoć asistenata, preporučuje se da asistent pomogne pri uvećanju zaslona u obradi nastavne jedinice i u označavanju količina na brojevnom pravcu. Pojedine zadatke valja jezično prilagoditi i/ili skratiti i popratiti slikama (grafičkim simbolima: <http://www.arasaac.org/>). Zadatak *Šetnja gradom* može se predstaviti učeniku na sljedeći način:

Luna i Nikola sastaju se kod (29.4, 8.14), prošetat će do (20.22, 13.27). Razgledat će (29.4, 17.26), (36.62, 22.52), (18.13, 23.2), (23.8, 27.52) te na kraju (19.21, 30.15).

a) U kojem se gradu nalaze Luna i Nikola?



b) Imenuj ustanovu ispred koje su se našli i park pokraj te ustanove.



c) Na kojem trgu su pojeli sladoled?

d) Na karti pronađimo i imenujmo znamenitosti koje su posjetili.



e) Ako ih baka želi odvesti na (9.02, 2.07), što bi tamo Luna i Nikola mogli raditi?

Ako se uz nastavnu jedinicu planiraju preslike radnih materijala, preslike moraju biti uvećane. Ako se učenik školuje prema prilagođenom planu i programu, ne valja inzistirati na tome da učenik riješi sve zadatke koji su planirani nastavnom jedinicom, nego valja odabrati ključne zadatke. Tijekom ove nastavne jedinice važno je razumijevanje primjenjivosti uređenih brojeva u svakodnevnom životu.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale i sadržaje u skladu s obrazovnim programom prema kojem se učenik školuje. Važno je odabrati zadatke koje učenik može riješiti, ali ne tako da učenik jednostavno rješava prva tri zadatka, nego treba odrediti ključne zadatke (primjerice 1, 2, 4, 7, 9, 11) koji će mu omogućiti da usvoji tri izdvojena odgojno-obrazovna ishoda. U radu s učenikom preporučuju se npr. ilustracije i fotografije, jer se na taj način tema uređenih brojeva povezuje sa svakodnevnim životom i iskustvima koja su bliska učeniku (primjerice položaj sjedala u kinu ili na utakmici). Bilo bi dobro unaprijed pripremiti ulaznice kojima će se učenicima predložiti primjenjivost uređenih brojeva ili same učenike zamoliti da nekoliko mjeseci prije toga čuvaju različite ulaznice koje će donijeti na nastavu.

Kad god je moguće, zadatke riječima valja:

1. Popratiti vizualno, tako da se ključni pojmovi pripreme u obliku grafičkih simbola (www.araasac.com): pojmovi dječaci, Europa, autobus, avion, brod



2. jezično prilagoditi, primjerice zadatak 6: Put po Europi

Noa i Ivan putuju Europom. Krenuli su od (1, 2) autobusom do (3, 3) pa su avionom stigli do (5, 5). Automobilom su stigli do (8, 6). Autobusom su nastavili do (10, 5) te unajmili automobil i prevezli se do (9, 4). Od tamo su avionom stigli do (9, 4) pa su brodom otplovili do (13, 1).

Zadatke valja rastavljati na manje korake te usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporučuje se više puta ponoviti gledanje videozapisa uz jasne upute na što učenik valja obratiti pozornost.

Ako se radi o težem stupnju intelektualnih teškoća, uvijek treba voditi računa o tome da učenik savlada primjenjive informacije iz same nastavne jedinice, primjerice da prema pripremljenoj ulaznici odredi mjesto sjedenja u kazalištu/kinu ili na utakmici na ilustraciji koja prikazuje tribine.

Kod *učenika s poremećajem pažnje* valja voditi računa o jasnoj strukturi tijekom predstavljanja nastavne jedinice. Pri prijelazu sa zadatka na zadatak valja provjeravati je li učenik spreman za zadatak koji slijedi te ga na to i usmjeriti. Upute valja ponoviti kad god se to pokaže potrebnim. Zanimanje učenika za nastavnu jedinicu moguće je održati postavljanjem pitanja povezanih s vlastitim iskustvima učenika (primjerice, neka učenik ispriča svoje iskustvo prilikom traženja mjesta sjedenja na utakmici ili u kazalištu/kinu).

Za *učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije* kod kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja primijeniti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred ostalim učenicima i o ulozi učenika s takvim teškoćama u grupnom radu. Učenike koji govore netečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i usmenom odgovaranju.

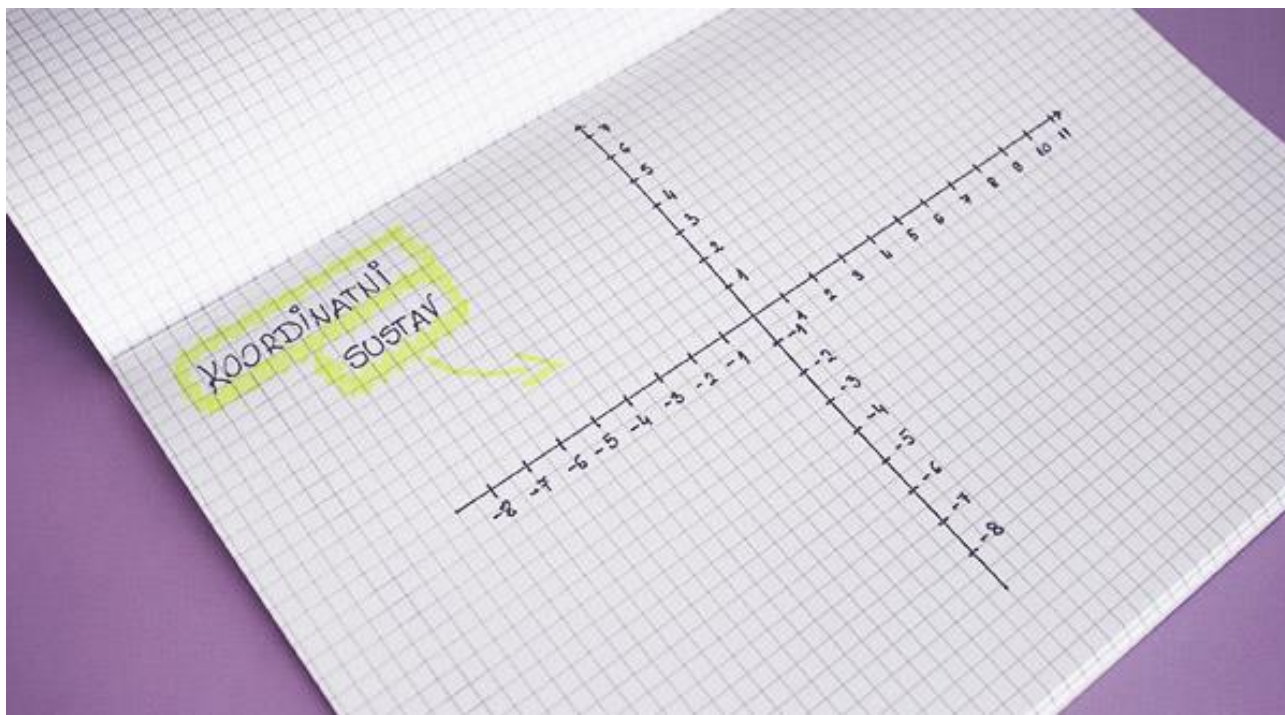
Za *učenike sa specifičnim teškoćama učenja* (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Verdana ili Dyslexia). U pripremi dodatnih materijala savjetuje se: povećati razmak između redaka, tekst poravnati na lijevu stranu te važne informacije ili ključne riječi istaknuti podebljanjem tiska. Valja voditi računa o tome da im se pojednostave sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). Kako bi lakše razumjeli uputu zadatka, jednostavnija je uputa „Napišite sve uređene parove brojeva koji se mogu sastaviti od brojeva“ od upute „Napišimo sve uređene parove brojeva čiji su članovi brojevi...“

Za *učenike s poremećajima u ponašanju* važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi. Primjerice, možete ih zadužiti da očitavaju koordinate gradova na karti ili da igraju šah prema uputama. Nakon završetka nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za primjereno ponašanje, ali ne ga i kritizirati i uspoređivati s ostalima ako se ponašao neprimjereno.

Za *učenike s poremećajem iz spektra autizma* preporučuje se primjena vizualnih pomagala, tako da se sadržaj jedinice unaprijed najavi slikama ili natuknicama, kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporučuje se povezivanje uređenih brojeva s vrlo izraženim ili atipičnim interesima učenika, i to u svim zadacima u kojima je to moguće. Nastavnici obično

znaju za opisane interese učenika. Primjerice, ako učenik s poremećajem iz spektra autizma raspolaže brojnim činjenicama, kao što su glavni gradovi svih država u Europi, onda se zadatak *Put po Europi* može proširiti pa se za učenika mogu dodati uređeni brojevi za druge države/gradove kako bi on dulje od ostalih učenika „uvježbavao“ uređene brojeve prema vlastitom zanimanju.

1.3. Pravokutni koordinatni sustav sa cjelobrojnim koordinatama



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s pravokutnim koordinatnim sustavom u ravnini
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Nacrtati pravokutni koordinatni sustav u ravnini odabirom prikladnih jediničnih dužina
- Očitati cjelobrojne koordinate točaka u pravokutnom koordinatnom sustavu
- Pridružiti točke u koordinatnoj ravnini uređenim parovima cijelih brojeva
- Primijeniti pravokutni koordinatni sustav u ravnini pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema

- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Motivacijski primjer povezuje pojmove *uređeni par* i *geografske koordinate*, uvodeći pojam uređenog para koordinata u smještanju nekoliko gradova na kartu Europe.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Otkrivamo koordinatni sustav

Nastavljamo s uvođenjem koordinatnog sustava **zanimljivošću** o Renéu Descartesu te **videom** koji detaljno pokazuje uvođenje pravokutnog koordinatnog sustava u ravnini. Najvažniji dijelovi videa posebno su istaknuti u obliku teksta i slike.

Primjer 1 pokazuje učenicima kako nacrtati nekoliko točaka u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini te skreće pozornost na orijentaciju desno i gore za pozitivne brojeve, lijevo i dolje za negativne brojeve. Slijede **zadaci** u kojima učenici ucrtavaju zadane točke ili ih povlačenjem smještaju na odgovarajuće mjesto u koordinatnom sustavu.

Uz zadatke koji slijede pripremljen je predložak koordinatnog sustava pa učenici mogu odabrati okruženje za rješavanje zadataka, primjerice u GeoGebri, digitalnoj bilježnici OneNote ili u papirnoj bilježnici.

Svi predlošci dostupni su i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice za razrednu bilježnicu OneNote.

Kvadranti

Uvodimo pojam kvadranta te **ilustracijom** potičemo učenike na uočavanje razlika između koordinata točaka u različitim kvadrantima. Učenici naučeno primjenjuju u interaktivnim zadacima koji slijede.

U **Primjeru 2** ističemo točke koje su smještene na koordinatnim osima, potičemo učenike na uočavanje pravila prema kojem prepoznaju na kojoj se koordinatnoj osi točka nalazi, a zatim uvježbavaju naučeno u **interaktivnim zadacima**.

Čitanje koordinata

Niz **interaktivnih zadataka** davanjem brze povratne informacije te mogućnošću ponovnog rješavanja sve dok učenici nisu zadovoljni postignutim rezultatima, olakšava učenicima usvajanje vještine čitanja koordinata zadanih točaka.

Dostupan je i jedan **kontekstualni zadatak** u kojem koordinatne točke prikazuju mjesečnu potrošnju u trgovačkom centru. Tim zadatkom učenici vještinu čitanja koordinata primjenjuju u složenijem zadatku jer se od njih traži i analiziranje prikazanih podataka. Taj zadatak ujedno je i uvod u naslov koji slijedi.

Primjene koordinatnog sustava

Pokazujemo primjene koordinatnog sustava u različitim **kontekstualnim zadacima** - grafikon gibanja, prikaz podataka o potrošnji vode – kojim se koristimo za podsjećanje na odgovornu uporabu energije i praćenje troškova kućanstva.

Kao zanimljivost uz zadatak spominjemo i tahograf te pružamo više informacija za učenike koje to zanima.

Uvježbajmo

Niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih aspekata primjene pravokutnog koordinatnog sustava u ravnini. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju te mogu vježbe ponavljati koliko god puta žele.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Uz zadatke koji slijede pripremljeni su predlošci koordinatnih sustava pa učenici mogu odabrati okruženje za rješavanje zadataka, primjerice u GeoGebri, digitalnoj bilježnici OneNote ili u papirnatu bilježnici.

Svi predlošci dostupni su i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice za razrednu bilježnicu OneNote.

Za učenike koji žele znati više pripremljen je Primjer 4 i prateći zadaci koji pokazuju crtanje osnosimetrične slike u pravokutnom koordinatnom sustavu.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a te kratku procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Procjenom interaktivnog oblika učenici odmah dobivaju informaciju o točnosti svojih rješenja.

Dodatni prijedlozi

Da bi učenici još bolje svladali vještinu snalaženja u koordinatnom sustavu, predložimo i sljedeće igre:

- [Krtica](#) (engleski jezik, Adobe Flash Player)
- [Vanzemaljac](#) (engleski jezik, Adobe Flash Player)
- [7.r Koordinatni sustav](#) (Adobe Flash Player)
- [Majmunčić i skriveni zaloga](#) (Adobe Flash Player)
- [Vježbalica koordinate](#) (GeoGebra)
- [Pogodi točku](#) (GeoGebra)
- [Boat Coordinate Game](#) (engleski jezik, Geogebra).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite, pripremljen je **Primjer 4** i prateći zadaci koji pokazuju crtanje osnosimetrične slike u pravokutnom koordinatnom sustavu. Učenici mogu samostalno proučiti primjer i riješiti zadatke koristeći se predloškom koordinatnog sustava te povratnim informacijama interaktivnih zadataka.

Kao istraživački zadatak možete učenicima predložiti i stranicu [Koordinate točaka na osima](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da su ti učenici heterogena skupina i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Za učenike s oštećenjem vida preporučuje se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja), kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto tako je važno imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad uistinu

valja koristiti (tablica, šilo, čitači ekrana..). U scenarijima treba birati one elemente koji imaju zvučni zapis, kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što valja usmjeriti pozornost prilikom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporučuje se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika na gledanje videozapisa, u sklopu čega se također savjetuje priprema predložka na kojem je tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća u razumijevanju definicija i uputa u zadacima, kao i učenici sa specifičnim teškoćama u učenju.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporučuje se prilagodba vremena izvođenja aktivnosti, posebno u primjeni digitalnih obrazovnih materijala kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, treba se njome koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori upotrebljavajući uređaj). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu pomoć asistenata, preporučuje se da asistent pomogne pri uvećanju zaslona u obradi nastavne jedinice i u označavanju količina na brojevnom pravcu. Pojedine zadatke valja jezično prilagoditi i/ili skratiti, kao i za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale i sadržaje u skladu s obrazovnim programom prema kojemu se učenik školuje. Važno je odabrati zadatke koje učenik može riješiti, ali ne tako da učenik jednostavno rješava prva tri zadatka, nego treba birati ključne zadatke koji će mu omogućiti da usvoji izdvojene odgojno-obrazovne ishode. U radu s učenikom svrhovito je primijeniti ilustracije i fotografije te na taj način temu koordinatnog sustava što više povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake te usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporučuje se više puta ponoviti gledanje videozapisa.

Kad god je moguće, zadatak valja popratiti vizualnim sadržajima, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arasaac.org/>

Za rad s učenicima s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije kod kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija, valja primijeniti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred ostalim učenicima i o ulozi učenika s takvim teškoćama u grupnom radu. Učenike koji govore netečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i usmenom odgovaranju.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi dodatnih materijala savjetuje se: povećati razmak između redaka, tekst poravnati na lijevu stranu i važne informacije ili ključne riječi (npr. pojmovi apscisa, ordinata, ishodište i sl.) istaknuti podebljanjem tiska.

Trebalo bi voditi računa i o tome da im se pojednostave sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama).

U zadatku 8. svaki podzadatak treba staviti u posebnu rečenicu, npr.

Sa slike očitajte u kojem je mjesecu potrošnja građana u trgovačkom centru bila najmanja, a u kojem najveća.

Kolika je bila potrošnja u tim mjesecima?

Očitajte u kojim su mjesecima građani potrošili jednako novca?

U zadacima 17., 18. i 20. potrebno je rastaviti uputu na više rečenica, tako da je svaki zadatak u posebnoj rečenici:

Paralelogram $ABCD$ zadan je koordinatama triju svojih vrhova:

1. Procijenite koordinate četvrtog vrha, D , zadanog paralelograma.
2. Ucrtajte dobiveni paralelogram u pravokutni koordinatni sustav.

Za *učenike s poremećajima u ponašanju* važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi uključivanjem nekih drugih aktivnosti, primjerice izradom plakata ili prezentacije o primjeni pravokutnog koordinatnog sustava u ravnini pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Nakon završetka nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za primjereno ponašanje, ali ne ga i kritizirati i uspoređivati s ostalima ako se ponašao neprimjereno.

Za *učenike s poremećajem iz spektra autizma* preporučuju se vizualna sredstva, tako da se sadržaj jedinice unaprijed najavi slikama ili natuknicama, kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporučuje se povezati koordinatni sustav s vrlo izraženim ili atipičnim interesima učenika, i to u svim zadacima u kojima je to moguće. Nekim učenicima s poremećajima iz autističnog spektra specifični interesi su poznavanje glavnih gradova država pa će im biti zanimljivo tražiti koordinate tih gradova na karti svijeta.

1.4. Pravokutni koordinatni sustav s racionalnim koordinatama



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s koordinatnim sustavom u ravnini
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Crtati pravokutni koordinatni sustav u ravnini odabirom prikladnih jediničnih dužina
- Očitati racionalne koordinate točaka u pravokutnom koordinatnom sustavu
- Pridružiti točke u koordinatnoj ravnini uređenim parovima brojeva iz skupa racionalnih brojeva
- Primijeniti pravokutni koordinatni sustav u ravnini pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Motivacijski primjer animacijom pokazuje situaciju u kojoj je poznavanje točnih koordinata izuzetno važno. Na taj način povezujemo matematičke sadržaje s konkretnim situacijama iz života, pokazujući isprepletenost životnih vještina s matematičkim kompetencijama. Tako odgovaramo i na vječno pitanje "A kad će to meni trebati?"

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Čitanje koordinata

U **Primjeru 1** počinjemo s aktivnostima razvoja matematičke pismenosti, u ovom slučaju čitanja podataka iz koordinatnog sustava. **Interaktivna vježba** koja slijedi povezuje razvoj digitalne i matematičke pismenosti i samoprocjene jer je zadatak osmišljen tako da učenici dobivaju povratnu informaciju osvjetljivanjem "kuglice na boru" ako su točno upisali koordinate.

Prilikom upisa koordinata upotrijebite decimalnu točku.

Ova interaktivna vježba dostupna je i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa je lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu.

Slijede **zadaci i interaktivne vježbe** u kojima učenici trebaju dopuniti tekst koordinatama točaka označenim na slikama.

Ucrtavanje točaka

Nakon čitanja nastavljamo s primjerom ucrtavanja točaka u koordinatni sustav. Učenicima skrećemo pozornost na pažljivo čitanje zadatka te promišljeni odabir jedinične duljine kako bi jednostavnije nacrtali zadane racionalne koordinate, ali i smjestili sve zadane točke u pravokutni

koordinatni sustav. Time razvijamo vještine procjene, čitanja s razumijevanjem i kritičkog procjenjivanja.

Uz zadatke koji slijede pripremljeni su predlošci koordinatnih sustava pa učenici mogu odabrati okruženje za rješavanje zadataka, primjerice u GeoGebri, digitalnoj bilježnici OneNote ili u papirnatoy bilježnici.

Svi predlošci dostupni su i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice za razrednu bilježnicu OneNote.

Zadaci su osmišljeni tako da razvijaju preciznost i procjenu; primjerice devetine i sedmine treba približno smjestiti u koordinatni sustav dok se za polovine i četvrtine očekuje precizno određivanje.

Primjene koordinatnog sustava

Koordinatni sustav primjenjuje se na različitim područjima, npr. za grafičko prikazivanje gibanja u fizici, za geografske koordinate u geografiji, za grafičko prikazivanje različitih statističkih podataka te veza među njima.

Učenicima pokazujemo primjenu koordinatnog sustava u **GPS-u**, uz postavljanje istraživačkog pitanja kojim učenike potičemo na samostalno pronalaženje dodatnih informacija i njihovo kritičko procjenjivanje.

Slijede primjeri s **geografskim koordinatama** i standardima za njihovo zapisivanje pri uporabi digitalnog alata i programa. Ako se koristite nekom posebnom aplikacijom za zadavanje ili očitavanje geografskih koordinata, predlažemo da proučite postavke te aplikacije te kojim se oblicima zapisivanja geografskih koordinata koristi.

U primjere uključujemo dva programa: [Googleove karte](#) i [MapsZoom](#).

Slijedi zadatak s primjerom uporabe koordinatnog sustava za **prikazivanje statističkih podataka** u kojem se koristimo aktualnim podacima Državnog zavoda za statistiku za indeks potrošačkih cijena u Republici Hrvatskoj za 2016. godinu. ([Izvor, DZS 2017.](#)) Uz zadatak je postavljeno i pitanje o uzrocima i promjenama indeksa potrošnje kojim želimo potaknuti učenike na promišljanje o svakodnevnom životu i na razvijanje kompetencija aktivnog građanstva.

Kao ilustraciju primjene koordinatnog sustava u **Fizici** upotrijebili smo kosi hitac, koji se u Fizici uči u srednjoj školi, no za potrebe čitanja podataka iz koordinatnog sustava razumljiv je i učenicima u 7. razredu. Zatreba li vam dinamičnija, digitalna ilustracija, možete učenike podsjetiti na igru Angry Birds.

Zadaci s primjenama koordinatnog sustava posebno su pogodni za suradničke i projektne aktivnosti.

Uvježbajmo

Niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih aspekata primjene pravokutnog koordinatnog sustava u ravnini. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju te vježbe mogu ponavljati koliko god puta žele.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Uz zadatke koji slijede pripremljeni su predlošci koordinatnih sustava pa učenici mogu odabrati okruženje za rješavanje zadataka, primjerice u GeoGebri, digitalnoj bilježnici OneNote ili u papirnatj bilježnici.

Svi predlošci dostupni su i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice za razrednu bilježnicu OneNote.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a te prijedlog istraživačkog zadatka kojim povezujemo sadržaje iz matematike s učeničkim okruženjem i interesima.

Završavamo s nekoliko zadataka za samovrednovanje.

Dodatni prijedlozi

Zadaci s primjenama koordinatnog sustava posebno su pogodni za suradničke i projektne aktivnosti pa predlažemo nekoliko ideja za povezivanje s Geografijom, Povijesti i Fizikom.

U dogovoru sa sustručnjacima iz Geografije ili Povijesti možete učenicima zadati projektni zadatak u kojem će se baviti koordinatama iz država koje u to vrijeme obrađuju na Geografiji, odnosno mjestima i događajima iz Povijesti.

U Fizici se učenici na samom početku modula 1 bave aktivnostima o mjerenju duljine i računanju površine. Stoga sa sustručnjacima možete dogovoriti zajedničku temu u kojoj se fizikalni podaci prikazuju u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini.

U zbirci e-škole scenarija poučavanja dostupan je i scenarij [Smjesti me u koordinatnu mrežu](#) koji je osmišljen za 1. razred srednje škole, ali neke aktivnosti možete uspješno realizirati i u osnovnoj školi, primjerice:

- Čekaj... da o koordinati razmislim!
- Četiri u vrsti
- Simetrije u koordinatnoj ravnini za učenike koji žele znati više
- igra Policajci i lopovi (engleski jezik)

Igre s koordinatnim sustavom (engleski jezik):

- Stock the Shelves <http://mrnussbaum.com/stockshelves/> (Adobe Flash Player)
- Billy Bug http://coolsciencelab.com/graphing_coordinates_harder.html (Adobe Flash Player)
- Battle Ship <http://www.someschoolgames.com/kids-games/battle-ship/> (Adobe Flash Player).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite, predlažemo sudjelovanje u projektnim zadacima koji povezuju sadržaje iz Matematike s ostalim područjima te uporabu različitih digitalnih alata za prikazivanje rezultata projekta.

Učenici primjerice mogu prezentirati tijekom projekta, aktivnosti i rezultate uporabom programa GeoGebra, Desmos, Sway, Office Mix ili u razrednoj bilježnici OneNote.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za učenike s oštećenjem vida preporučuje se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja), kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto tako je važno imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablica, šilo, čitači ekrana..). U scenarijima treba birati one elemente koji imaju zvučni zapis, kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što valja usmjeriti pozornost prilikom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporučuje se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika na gledanje videozapisa, u sklopu čega se također savjetuje priprema predložka na kojem je tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća u razumijevanju definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama učenja.

Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije nije potrebno prilagođavati nastavne materijale ni pojednostavnjivati zadatke. Važnije je voditi računa o načinu odgovaranja pred ostalim učenicima i o ulozi učenika s teškoćama u grupnom radu. Od učenika koji govore netečno (mucanje) ne treba tražiti da izlažu pred cijelim razredom.

Za učenike s *motoričkim teškoćama* preporučuje se prilagodba vremena izvođenja aktivnosti, posebno u primjeni digitalnih obrazovnih materijala, kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, njome se treba i koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori uz pomoć uređaja). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu pomoć asistenata, preporučuje se da asistent pomogne pri uvećanju zaslona u obradi nastavne jedinice i u označavanju količina na brojevnom pravcu. Pojedine zadatke valja jezično prilagoditi i/ili skratiti, kao i za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju.

Za učenike s *intelektualnim teškoćama* valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom prema kojem se učenik školuje. Važno je odabrati zadatke koje učenik može riješiti, ali ne tako da učenik jednostavno rješava prva tri zadatka, nego treba odrediti ključne zadatke koji će mu omogućiti da usvoji izdvojene odgojno-obrazovne ishode. U radu s učenikom dobro je uključiti ilustracije i fotografije te na taj način temu koordinatnog sustava što više povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake te usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporučuje se više puta ponoviti gledanje videozapisa.

Kad god je moguće, zadatak valja popratiti vizualnim sadržajima; primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simboli se mogu preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arasaac.org/>

Za učenike sa *specifičnim teškoćama učenja* potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti font sans serif i povećati razmak između redaka, a tekst poravnati na lijevu stranu. Važne informacije ili ključne riječi (npr. načini zapisivanja geografskih koordinata i sl.) istaknite podebljanjem tiska.

Zadatke u kojima se nabrajaju podaci važno je oblikovati tako da je svaki važan podatak u svojem retku. Npr. u zadatku 2 dobro je koordinate za svaki brod navesti u zasebnom retku:

Brodu *Marica* koji se nalazi na mjestu označenom točkom **A** pokvario se motor pa je poslao poziv za pomoć. U njegovoj blizini su četiri broda na sljedećim koordinatama:

Slavica B1 (4.2, 3.4)

Katica B2 (7.4, -1),

Milica B3 (1.2, 0),

Vikica B4 (-8.1, 3).

Najbliži od njih krenuo je pomoći brodu *Marica*. Koji je to brod?

I u 3. zadatku potrebno je svaku točku navesti u posebnom retku da bi točke bile preglednije:

Točke:

$$A\left(-1\frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right),$$

$$B\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right),$$

$$C\left(0, -\frac{2}{3}\right),$$

$$D\left(-1, -\frac{5}{6}\right)$$

ucrtajte u pravokutni koordinatni sustav.

Učenici sa specifičnim teškoćama u učenju često zaboravljaju neke matematičke postupke i procedure pa ih je, u ovoj jedinici, potrebno unaprijed podsjetiti na korake u odabiru zajedničkog višekratnika za razlomke i pretvaranje razlomkačkog oblika u decimalni.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi uključivanjem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izradom plakata ili prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života (npr. prezentacija o GPS-u). Nakon završetka nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za primjereno ponašanje, ali ne ga i kritizirati i uspoređivati s ostalima ako se ipak ponašao neprimjereno.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se primjena vizualnih pomagala. Dobro je sadržaj jedinice unaprijed najaviti slikama ili natuknicama, kao i svaku novu aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporučuje se povezati koordinatni sustav s vrlo izraženim ili atipičnim interesima učenika, i to u svim zadacima u kojima je to moguće, npr. traženje koordinata uz pomoć GPS-a.

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s koordinatnim sustavom
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati ishodište, jediničnu dužinu, jedinične točke, koordinatne osi, kvadrante, uređeni par
- Razlikovati koordinatni sustav na pravcu i u ravnini
- Očitati koordinate točaka prikazanih u koordinatnom sustavu na pravcu i u ravnini
- Ucrtati točke zadanih koordinata s cjelobrojnim i racionalnim koordinatama u koordinatnom sustavu na pravcu i u ravnini
- Primijeniti koordinatni sustav na pravcu i pravokutni koordinatni sustav u ravnini pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj sati: minimalno 1 sat

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadaci i primjeri koji omogućavaju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijских sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Tajna veza koordinata i programiranja

Primjerom pokazujemo primjenu koordinatnog sustava u programiranju. Naveden je primjer programskog jezika Scratch koji je osmislio MIT; jednostavan je za početno učenje programiranja.

Tema koordinatnog sustava i programiranja pogodna je i za učenički **istraživački**, odnosno **projektni rad**. Učenici mogu pokazati primjere iz različitih programskih jezika te ih upotrijebiti za pisanje raznovrsnih programa, već prema vlastitoj razini poznavanja programiranja.

Ako škola ima dodatne uređaje (roboti, micro:bit, arduino ili nešto slično), predlažemo da isprobate kako se na njima primjenjuju koordinate za određivanje položaja.

Riješi, provjeri i podijeli

Za uvježbavanje koordinatnog sustava u ravnini predlažemo nekoliko zadataka koje učenici mogu samostalno riješiti u bilježnici, uporabom digitalnog predloška koordinatnog sustava ili u nekoj aplikaciji za dinamičnu matematiku kao što su [GeoGebra](#) ili [Desmos](#).

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime dobivaju i povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Izmjenjuju se "obični", interaktivni te kontekstualni zadaci, tako da se promjenom dinamike dulje zadržava pozornost učenika na samim sadržajima, čime se potiče i ustrajnost i samostalnost u radu.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

Svi predlošci dostupni su i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice za razrednu bilježnicu OneNote.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za one koji žele znati više pripremljeni su složeniji zadaci, ali i videoisječak koji im može pomoći u rješavanju zadataka.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama učenja, uvijek valja imati na umu da su ti učenici heterogena skupina i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Za učenike s oštećenjem vida preporučuje se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja), kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto tako je važno imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablica, šilo, čitači ekrana..). U scenarijima valja birati one elemente koji imaju zvučni zapis, kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što valja usmjeriti pozornost prilikom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporučuje se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika na gledanje videozapisa, u sklopu čega se također savjetuje priprema predložka na kojem je tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća u razumijevanju definicija i uputa zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama u učenju.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporučuje se prilagodba vremena izvođenja aktivnosti, posebno u primjeni digitalnih obrazovnih materijala, kao i za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, treba se njome koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori uz pomoć uređaja). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu pomoć asistenata, preporučuje se da asistent pomogne pri uvećanju zaslona u obradi nastavne jedinice i u označavanju količina na brojevnom pravcu. Pojedine zadatke valja jezično prilagoditi i/ili skratiti, kao i za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale i sadržaje u skladu s obrazovnim programom prema kojem se učenik školuje. Važno je odabrati zadatke koje učenik može riješiti, ali ne tako da učenik jednostavno rješava prva tri zadataka, nego valja odrediti ključne zadatke koji će mu omogućiti da usvoji izdvojene odgojno-obrazovne ishode. U radu s učenikom dobro je uključiti ilustracije i fotografije te na taj način temu koordinatnog sustava što više povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake te usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporučuje se više puta ponoviti gledanje videozapisa.

Kad je to moguće, zadatak valja popratiti vizualnim sadržajima, primjerice dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simboli se mogu preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arasaac.org/>

Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije kod kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija, valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je

voditi računa o načinu odgovaranja pred ostalim učenicima i o ulozi učenika s teškoćama u grupnom radu. Učenike koji govore netečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i usmenom odgovaranju.

Za učenike sa *specifičnim teškoćama učenja* (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi dodatnih materijala savjetuje se: povećati razmak između redaka, tekst poravnati na lijevu stranu i važne informacije ili ključne riječi istaknuti podebljanjem tiska. Valja voditi računa o tome da im se pojednostave sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama).

Zadatke u kojima se nabrajaju podaci važno je oblikovati tako da je svaki važan podatak u svojem retku. Primjerice, u 4. zadatku potrebno je koordinate za svaki brod navesti u zasebnom retku kako bi bile preglednije:

U pravokutni koordinatni sustav ucrtajte točke i spojite ih abecednim redom:

A(-2,-3),

B(2,-3),

C(4,-2),

D(4,1),

E(3,2),

F(2,4),

G(1,2),

H(-1,2),

I(-2,4),

J(-3,2),

K(-4,1),

L(-4,-2).

Na kraju spojite i točke L i A.

Nakon toga podebljajte točku M(0,-1) i spojite je redom s točkama

N(2,-2),

P(3,-1),

R(2,0),

S(-2,0),

T(-3,-1) i

U(-2,-2).

Podobljajte još i točke V(-2,1) i Z(2,1).

Koji lik ste dobili?

Prije rješavanja zadataka važno je učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju podsjetiti na značenje pojmova koji se navode u zadacima, npr. polovište, polumjer, jednakokrani trokut i sl.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi uključivanjem nekih drugih aktivnosti, primjerice crtanjem u *Scratchu* ili traženjem gradova prema koordinatama u GPS-u. Nakon završetka nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za primjereno ponašanje, ali ne ga i kritizirati i uspoređivati s ostalima ako se ipak ponašao neprimjereno.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se uključivanje vizualnih sredstava; sadržaj jedinice dobro je unaprijed najaviti slikama ili natuknicama, kao i svaku novu aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporučuje se povezati koordinatni sustav s vrlo izraženim ili atipičnim interesima učenika, i to u svim zadacima u kojima je to moguće, npr. traženje koordinata uz pomoć GPS-a ili crtanje u *Scratchu*.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s koordinatnim sustavom
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati ishodište, jediničnu dužinu, jedinične točke, koordinatne osi, kvadrante, uređeni par
- Razlikovati koordinatni sustav na pravcu i u ravnini
- Očitati koordinate točaka prikazanih u koordinatnom sustavu na pravcu i u ravnini
- U crtati točke zadanih koordinata s cjelobrojnim i racionalnim koordinatama u koordinatnom sustavu na pravcu i u ravnini
- Primijeniti koordinatni sustav na pravcu i pravokutni koordinatni sustav u ravnini pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula Koordinatni sustav osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stavova s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća (reprodukcija, primjena i rješavanje problema), daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja zadataka koje je riješio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 7. razred osnovne škole

Modul 2: Proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine

Priručnik za nastavnike

Modul 2: Proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama
- Uočiti primjere proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i objasniti omjer i razmjer
- Odrediti nepoznati član razmjera
- Prepoznati i objasniti proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine
- Koristiti se svojstvima proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina pri rješavanju problema
- Primijeniti proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja modula

U ovom modulu učenici 7. razreda ponavljaju sadržaje vezane za racionalne brojeve, linearne jednadžbe, ali i koordinatni sustav u ravnini. Na postojeća znanja nadograđuju nova znanja o omjerima, razmjerima, proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama, grafičkom prikazu proporcionalnosti te primjeni proporcionalnosti i obrnute proporcionalnosti u različitim područjima i svakodnevnom životu.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete primjenjivati na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima, te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju. Sadržaje možete prilagoditi za samostalan, timski ili suradnički rad učenika, koji ćete kasnije zajednički provjeriti, ali i za rad na matematičkim izazovima i projektima, u kojima će učenici uočiti sinergiju matematike i svakodnevnog života.

Učenici će većinu zadataka moći riješiti direktno u digitalnim obrazovnim sadržajima. Onaj dio zadataka koji se treba riješiti u bilježnici učenicima možete predložiti da rješavaju u OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici te međusobno dijele u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, kao što su Yammer ili Teams.

Uz svaku je jedinicu u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji", na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavno korištenje s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis digitalnih alata i kratki savjeti za njihovu primjenu

GeoGebra

GeoGebra je program dinamične matematike namijenjen učenju i poučavanju. Povezuje područja interaktivne geometrije, algebre, tabličnih proračuna, statistike, analize i crtanja grafova. Dostupna je na hrvatskom jeziku.

Više o GeoGebri pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na stranicama [GeoGebre](#).

HAK-ove digitalne karte

Na mrežnim stranicama Hrvatskog autokluba (HAK) nalazi se interaktivna karta koja, osim što izračunava optimalnu rutu putovanja, precizno izračunava i sve putne troškove (procjenu troška za gorivo prema aktualnim cijenama goriva, cestarine i karte za trajekt). Uz kartu su dostupne i putne informacije, stanje na cestama, najbliže benzinske postaje, kao i udaljenost do različitih mjesta.

Digitalnu kartu možete pronaći na [HAK-ovim stranicama](#).

Piktochart

Piktochart je alat za izradu infografika, izvještaja, postera i prezentacija. Na raspolaganju su vam gotovi predlošci i grafički prikazi koje možete upotrijebiti za izradu različitih informativnih materijala.

Više o Piktochartu pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na [službenoj stranici](#) programa.

Moovly

Moovly je online alat za izradu animiranih sadržaja. Njime možete izraditi animacije, videomaterijale, promotivne poruke i prezentacije. Detaljnije upute za rad u Moovlyju možete pročitati u priručniku "[E-učitelj - suvremena nastava uz pomoć tehnologije](#)".

Više o Moovly alatu pročitajte u [CARNET-ovom e-laboratoriju](#) ili na službenoj [stranici programa](#).

PhET simulacije

PhET simulacije nastale su kao projekt Sveučilišta u Coloradu, tijekom kojega su izrađene online simulacije za različite prirodoslovne predmete i matematiku. Cilj projekta, kao i samih simulacija, bio je stvoriti suradničku, intuitivnu okolinu u kojoj učenici kroz simulacije koje podsjećaju na igru uče i istražuju. Primjer je takve simulacije i [simulacija s proporcijama](#). Dio simulacija dostupan je i na [hrvatskom jeziku](#).

Više o PhET online simulacijama pročitajte u [CARNET-ovom e-laboratoriju](#) te na [službenim stranicama](#).

eTwinning

eTwinning je međunarodna zajednica škola u okviru EU programa Erasmus +, a www.eTwinning.net portal je namijenjen međunarodnoj suradnji i usavršavanju nastavnog i nenastavnog osoblja od predškolskog obrazovanja do srednje škole. Portal služi nastavnicima i njihovim učenicima za upoznavanje i suradnju s kolegama iz europskih škola kroz različite oblike usavršavanja te rad na zajedničkim virtualnim projektima. Više o eTwinningu možete pročitati i na stranicama [Agencije za mobilnost i programe EU](#).

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

U zbirci e-škole scenarija poučavanja dostupan je i scenarij [Linije vrijednosti](#) koji je osmišljen za 7. razred osnovne škole, a odnosi se na grafički prikaz proporcionalnih veličina. Odaberite aktivnosti prema mogućnostima svojih učenika i škole.

Pogledajte i scenarij poučavanja "Kad bih ja bio/la kao..." pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Mrežne stranica za pretvorbu mjernih jedinica:

- [Convert World](#)
- [Metric conversions](#).

Projekti i dodatni sadržaji:

- **Eratostenov eksperiment:** projekt u kojem se pomoću štapa i metra mjeri opseg Zemlje na ravnodnevicu.
- **Matematika u kuhinji:** učenicima zadajte recepte za palačinke ili kolačiće koje će oni najprije prilagoditi broju učenika u svom razredu ili broju uzvanika na nekoj svečanosti.

- **Gradimo s matematikom:** učenici odabiru neku zgradu ili drugi objekt u svome mjestu, mjere ili procjenjuju stvarne dimenzije te naprave maketu proporcionalnu stvarnoj građevini.
- **Matematika u okolini:** pronaći kip, zid ili drvo u okolini i procijeniti visinu pomoću sjene.
- **Proporcionalna animacija:** osmisliti scenarij i u Moovly aplikaciji napraviti animaciju o dva lika koja se proporcionalno povećavaju i smanjuju.

Možete upotrijebiti i ove sadržaje za dodatna pojašnjavanja ili uvježbavanje

- [Proporcionalnost i obrnuta proporcionalnost - kviz](#) (autorica A-M. Vuković)
- [Proporcionalnost i obrnuta proporcionalnost](#) - eduvizija.hr.

Igre s omjerima, proporcijama i obrnutim proporcijama:

- [Miješamo boje](#) (GeoGebra)
- [Determine the ratio](#) (engleski jezik)
- [Ratio rumble](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Ratios Coloring game](#) (engleski jezik)
- [Ratio Blaster](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Dirt bike proportions](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Ratio stadium](#) (Adobe Flash, engleski jezik).

Različiti kvizovi i interaktivni sadržaji o proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama na engleskom jeziku:

- [Internet4Classrooms](#)
- [Solving Proportions](#)
- [Marcellus the Giant](#) na mrežnim stranicama Desmosa
- [Tile Pile](#) na mrežnim stranicama Desmosa
- Khan Academy [Omjeri, razmjeri, proporcije](#)

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- [Zlatni rez u arhitekturi i umjetnosti](#), Matematika Plus, Element
- [Proporcija](#), Hrvatska enciklopedija, Leksikografski zavod "Miroslav Krleža"
- [Tečajna lista](#), Hrvatska narodna banka
- [Zanimljive priče o matematičarima](#), Cool School
- [Mala škola GeoGebre](#), Damir Belavić
- [GLOBE program](#)
- [Nacionalni portal za učenje na daljinu Nikola Tesla](#)
- [Različite igre i aktivnosti](#) s omjerima i proporcionalnim veličinama, NRICH, University of Cambridge (engleski jezik)
- [Sparking Curiosity and Solving Real-World Problems](#), Edutopia (engleski jezik)
- [Upravljanje projektima](#)

Operativni plan

	Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
2.	Proporcionalnost i obrnuta proporcionalnost		18+ 1
		2.1. Omjeri	3
		2.2. Proporcije ili razmjeri	2
		2.3. Proporcionalne veličine	2
		2.4. Primjena proporcionalnih veličina u stvarnom životu	2
		2.5. Grafički prikaz proporcionalnih veličina	2
		2.6. Obrnuto proporcionalne veličine	2
		2.7. Primjena obrnuto proporcionalnih veličina u svakodnevnom životu	2
		2.8. Primjena proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina u stvarnom životu	3
		Aktivnosti za samostalno učenje	1
		Procjena usvojenosti ishoda	

2.1. Omjeri



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s omjerima
- Uočiti primjere omjera u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati omjer i njegove članove
- Objasniti omjer i vezu između različitih zapisa omjera
- Izračunati vrijednost omjera
- Pojednostavniti omjer
- Primijeniti svojstva i značenje omjera pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija

- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života u kojem povezujemo miješanje soka i vode s matematičkim omjerom. Ističu se usporedbe količine vode i soka te način dobivanja jednakog omjera s drugom količinom. Miješanje soka nešto je što učenici najčešće rade intuitivno, bez mnogo razmišljanja, a ovim im primjerom želimo pokazati kako je matematika u pozadini različitih svakodnevnih postupaka.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Omjer

Nastavljamo s matematičkim uvođenjem omjera i njegovim pravilnim zapisivanjem te čitanjem. Skreće se pozornost na to da omjer dviju veličina možemo pisati u obliku $a : b$. Učenici kroz interaktivne zadatke uvježbavaju uočavanje i zapisivanje omjera, a korelacijski ih povezujemo s primjenama u različitim područjima.

U prvom primjeru vidimo da nije isti omjer gledamo li omjer postignutih koševa prema primljenim koševima ili omjer postignutih koševa prema ukupnom broju koševa na utakmici. Za uvježbavanje zapisa omjera imamo jednu zabavnu interaktivnu simulaciju u kojoj stavljam u omjer visinu kućice prema visini stabla. Slijedi napomena da u omjer možemo stavljati istovrsne veličine, uz uputu da moramo paziti na mjerne jedinice, te nekoliko primjera i zadataka s omjerima istovrsnih veličina. U omjer možemo stavljati i raznovrsne veličine, tada, primjerice, omjer izražava brzinu (km/h) ili gustoću (kg/m³). Kada kupujemo neki proizvod, onda imamo kn/kg ili kn/kom. Kada u omjer stavljamo raznovrsne veličine, moramo pisati mjerne jedinice. Slijedi primjer i niz zadataka i interaktivnih sadržaja s omjerima raznovrsnih veličina koji su u korelaciji s gradivom Fizike i Kemije, ili su iz svakodnevnog života.

Vrijednost omjera

Uvodimo oznake za članove i vrijednost omjera pa kroz niz zadataka i primjera te interaktivnih zadataka potičemo učenike da ih prepoznaju i izračunaju. Uočimo da omjer možemo pisati u obliku razlomka, a da je vrijednost omjera količnik prvog i drugog člana omjera, te stoga drugi član omjera ne može biti nula.

U prvom primjeru i zadatcima koji ga slijede računamo vrijednost omjera. Iz zadataka se vidi u kojim nam situacijama u svakodnevnom životu treba vrijednost omjera. Zatim slijedi primjer i nekoliko zadataka u kojima računamo prvi ili drugi član omjera. Ovdje primjenjujemo znanje iz matematike naučeno u prethodnim razredima: linearne jednačbe. Slijedi nekoliko problemskih zadataka u kojima se računa naizmjenično vrijednost omjera ili nepoznati član omjera.

Kao zanimljivost i zadatak za suradnički, istraživački rad, predlažemo **temu zlatnog reza** - omjera koji susrećemo u prirodi.

Pojednostavnjivanje omjera

Kroz zanimljivosti i zadatke učenici uvježbavaju pojednostavnjivanje omjera te pritom otkrivaju i primjene omjera u svakodnevnom životu (smjese, mjerilo karte, podjela nasljedstva).

U primjeru se može vidjeti i provjeriti da se vrijednost omjera neće promijeniti ako oba člana pomnožimo ili podijelimo istim brojem, pa zahvaljujući tome možemo omjere zapisati u jednostavnijem obliku.

Uporabom **PhET interaktivne simulaciju omjera** različitih konkretnih materijala (perlice, boje, jabuke, likovi) učenici mogu uočiti i istražiti pojednostavnjivanje omjera. Učenicima koji imaju poteškoća s razumijevanjem omjera pružite priliku da se dulje "igraju" sa simulacijom kako bi povezali matematički zapis s konkretnim objektima. S učenicima koji imaju poteškoće nužno je prije igre proći sadržaje.

Klizač u simulaciji može biti postavljen lijevo - jedan objekt (omjeri), ili desno - dva objekta (razmjeri). Simulacija razmjera koristi se u sljedećoj jedinici.

Slijedi niz zadataka i interakcija kojima uvježbavamo pojednostavnjivanje omjera. Uz zadatak sa slitinom mjedi nalazi se kratko objašnjenje s poveznicom na informacije o mjedi koje su iznimno zanimljive i u korelaciji s gradivom Kemije. Zatim slijedi zadatak iz pravnog područja, dijeljenje nasljedstva koje u dokumentima piše u omjerima koji su lakše čitljivi ako se pojednostave. Slijedi niz zadataka za vježbu. Nakon toga slijede zadatci čiji su sadržaji vezani uz Geografiju, s mjerilom karte. Mjerilo znači omjer u kojem je karta nacrtana.

Učenicima je ponuđena praktična vježba u kojoj mogu istražiti udaljenosti od svog mjesta do nekog grada u koji žele otputovati. Točne udaljenosti između gradova mogu vidjeti na stranici [Udaljenosti](#).

Pravedna raspodjela

Kroz nekoliko primjera i zadataka učenicima se pojašnjava primjena omjera u pravednoj podjeli zarade ili nasljedstva.

Učenicima možete zadati i **projektni zadatak** s istraživanjem prikaza i pronalaženjem vlasničkih čestica u Katastru: <http://www.katastar.hr/dgu/>. Nakon što pronađu određeni posjed mogu za njega osmisлити zadatak s podjelom nasljedstva.

PREGLED KATASTARSKOG OPERATA PREGLED ČESTICA PREGLED STATUSA PREDMETA PREGLED STATUSA DRUGOSTUPANJSKOG PREDMETA

Pretraživanje po podacima o čestici

Katastarski ured*:

Katastarska općina*:

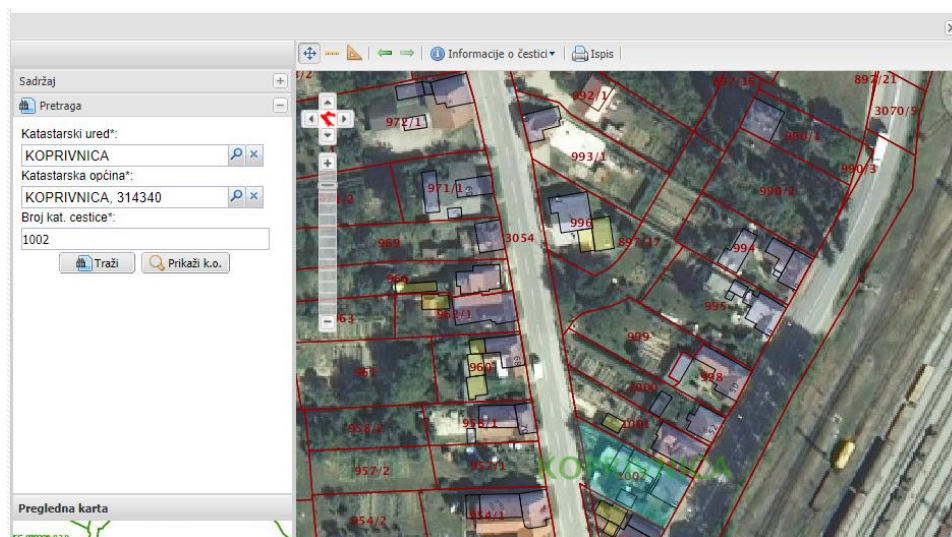
Broj kat. čestice*: /

Pretraživanje po podacima o posjedovnom listu

Broj posjedovnog lista:

GRAFIKA Pregledaj PL/BZP Pregledaj ZKU/BZP

Zgr	Broj k. č.	Broj PL	Broj D.L.	Adresa katastarske čestice/ Način uporabe katastarske čestice/ Način uporabe zgrade, naziv zgrade, kućni broj zgrade	Površina/m2	Pravo građenja
	1002	216	10	ZAGREBAČKA	476	<input type="checkbox"/>
		216		DVORIŠTE	328	
		216		KUĆA I ZGRADE	148	



Primjeri iz Katastra

Uvježbajmo

Slijedi niz interaktivnih zadataka za uvježbavanje omjera, a uključeni su i zadatci s učeničkim kontekstom (broj učenika u razredu).

Za one koji žele znati više pripremljeni su sadržaji o produženim omjerima.

Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice te prijedlog projektnog zadatka kojim povezujemo sadržaje iz matematike s učeničkim okruženjem i interesima.

Završavamo s nekoliko zadataka za samovrednovanje.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u OneNote razrednoj bilježnici.

Pogledajte i scenarij poučavanja "Kad bih ja bio/la kao..." pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Igre s omjerima i razmjerima:

- [Miješamo boje](#) (GeoGebra)
- [Determine the ratio](#) (engleski jezik)
- [Ratio rumble](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Ratios Coloring game](#) (engleski jezik)
- [Ratio Blaster](#) (engleski jezik)
- [Buddy system](#) (engleski jezik).

Pogledajte i lekciju [Tile Pile](#) na mrežnim stranicama Desmosa.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo nekoliko primjera i zadataka s produženim omjerima i njihovom primjenom u različitim područjima te projektne istraživačke zadatke o uporabi omjera u svakodnevnom životu (nasljedstvo, zarada, smjese) i različitim područjima (kemija, geografija). U prvom primjeru i zadatku poslije njega osnovni je omjer triju sastojaka, a treba vidjeti kako se mijenja količina sastojaka kada se jedan od njih poveća ili smanji nekoliko puta. Slijedi jedan zadatak iz geometrije, gdje se učenici moraju sami dosjetiti zbroja kutova u trokutu. U sljedećim se zadacima naučeno o produženim omjerima primjenjuje u problemima iz svakodnevnog života.

Zadaci s proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama često se pojavljuju na Državnoj maturi pa predlažemo da pogledate i ove zadatke:

- [Državna matura, ljetni rok 2016./2017. godina, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 15](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2014./2015. godina, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 8](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2013./2014. godina, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 3](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2010/2011. godina, Matematika, viša razina, A, zadatak 16.](#)

Učenicima su prijedlozi za rješavanje zadataka s Državne mature navedeni u jedinici Aktivnosti za samostalno učenje.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama učenja, uvijek valja imati na umu da su oni heterogena skupina i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Za učenike s oštećenjem vida preporučuje se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja), kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klupu s nagibom). Isto tako važno je imati na umu da se pomagalicama koja učenicima olakšavaju rad uistinu valja koristiti (tablica, šilo, čitači ekrana..). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi, koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmeno ili predlošcima s kratkom uputom na što valja usmjeriti pozornost prilikom gledanja.

Za učenike s oštećenjem sluha preporučuje se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika na gledanje videozapisa u okviru koje se također savjetuje pripremiti predložak na kojem se nalazi tekst koji će ostali učenici slušati. Potrebno je uzeti u obzir da će učenici s oštećenjem sluha imati teškoća s razumijevanjem definicija i uputa u zadacima, kao i učenici sa specifičnim teškoćama učenja.

Za učenike s motoričkim teškoćama preporučuje se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, osobito pri uporabi digitalnih obrazovnih materijala te za pokretanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik asistivne tehnologije, njome se valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S obzirom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku asistenata, preporučuje se pomoć asistenta pri uvećanju zaslona tijekom prolaženja kroz nastavnu jedinicu i pri upisivanja rezultata u pripremljene zadatke. Ako su uz nastavnu jedinicu planirane preslike radnih materijala, one moraju biti uvećane. Ako se učenik školuje po prilagođenom planu i programu, ne valja inzistirati na tome da učenik prođe kroz sve zadatke koji su planirani nastavnom jedinicom, već valja napraviti odabir onih ključnih (primjerice, zadatci s cijelim brojevima, brojevi u okviru tablice množenja kao što su zadaci 1,4,38, a za zadatke 5,6,9,10, 11,12,14,15,26 i 39 dozvoliti uporabu džepnog računala te naglasiti da je omjer količnik, odnosno rezultat dijeljenja).

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale i sadržaje u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne tako da učenik jednostavno rješava prva tri zadataka, već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti da usvoji izdvojene odgojno-obrazovne ishode (više se usredotočiti na zadatke bez teksta ili lako razumljive interaktivne zadatke iz svakodnevnog života primjerice 1, 5, 6, 15). U radu s učenikom valja se

koristiti elementima kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu omjera što je moguće više povezati sa svakodnevnim životom (npr. u 1. primjeru im možemo pripremiti sliku 70 i 73 košarkaške lopte koje će simbolizirati koševе). Preporučuje se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Nakon prvog videozapisa potrebno je na više primjera provjeriti sjećaju li se zapisivanja omjera (iz gradiva 5. razreda). Učenicima treba dopustiti korištenje džepnim računalom i tablicom množenja pri rješavanju zadataka (primjerice zadaci 5,6,9,10, 11, 12, 14,15, koji se mogu riješiti običnim dijeljenjem pomoću kalkulatora). Kada je god to moguće, zadatak valja popratiti vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: www.araasac.org.

Za učenike s poremećajima glasovno-jezično-govorne komunikacije nije potrebno prilagođavati nastavne materijale niti pojednostavnjivati zadatke. Više je važno voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji govore netečno (mucanje) ne valja dovoditi u situaciju da izlažu pred cijelim razredom. Ukoliko učenici koji govore netečno nemaju teškoća s izlaganjem pred razredom potrebno im je dati dovoljno vremena te ne završavati riječi ili rečenice umjesto njih.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti font sans serif, povećati razmak između redova, a tekst treba biti poravnan na lijevu stranu. Važne informacije ili ključne riječi istaknite podebljanjem tiska. U ovoj jedinici moguće je da će učenike s disleksijom trebati podsjetiti kako se pretvaraju mjerne jedinice iz zadataka, kako se računa s decimalnim brojevima i mješovitim razlomcima te je moguće da će se trebati dodatno objasniti pojednostavljivanje omjera. U zadacima u kojima je zadano više elemenata potrebno je provjeriti je li ih učenik sve točno pročitao i koristio prilikom rješavanja zadatka (npr. 1., 23. zadatak i sl.). U 1. zadatku jedan za drugim nabraja se više elemenata koji nisu vizualno istaknuti u tekstu pa se može dogoditi da ih učenici previde. Takve zadatke možete im unaprijed pripremiti u tiskanom obliku na način da su svi važni dijelovi zadatka istaknuti kao npr.:

Na ispitu znanja iz matematike u 7. razredu učenici su dobili sljedeće ocjene:

5 učenika je dobilo **odličan** (5),

4 učenika **vrlo dobar** (4),

6 učenika **dobar** (3),

4 učenika **dovoljan** (2),

1 učenik **nedovoljan** (1).

Omjer broja učenika s ocjenom nedovoljan i ukupnog broja učenika koji su pisali ispit je 1:20.

Također, vizualno nepregledan mogao bi im biti 24. zadatak pa im nastavnik može prstom pokazati na koju crtu se upisuje koji rezultat ili ga mogu rješavati u paru s učenikom bez teškoća koji će onda upisivati rezultat.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi pomoću nekih drugih aktivnosti, primjerice, pomoću izrade plakata ili prezentacije u Powerpointu pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Učenicima s poremećajima u ponašanju možemo zadati računanje omjera uspjeha iz matematike svih učenika iz razreda (kao što je zadano u Zadatku 1.) ili zadati im da prezentiraju računanje udaljenosti od mjesta u kojem žive do grada koji bi željeli posjetiti (Praktična vježba). Zadaci za aktivno sudjelovanje uz korištenje kalkulatora mogu biti uz 1., još i 4,5,6, 9,10, 11,12,14,15,26,30,38 i 39 jer su povezani sa svakodnevnim životom ili se mogu jednostavno i brzo riješiti dijeljenjem, što kod učenika daje osjećaj uspješnosti.

Po završetku nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjerena ponašanja, a ne valja ga kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se primjena vizualne podrške tako da se sadržaj jedinice unaprijed najavi pomoću slika ili natuknica, kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (primjerice videozapis). Preporučuje se povezati temu ove jedinice s interesima učenika u svim zadacima u kojima je to moguće npr. računanjem omjera djevojčica i dječaka u školi ili različitih omjera na geografskim kartama.

2.2. Proporcije ili razmjeri



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s razmjerima
- Uočiti primjere razmjera u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati proporciju ili razmjer
- Zapisati i pročitati razmjere
- Odrediti nepoznati član razmjera
- Primijeniti svojstva i značenje razmjera pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života u kojem spominjemo tečajnu listu te preračunavamo iznos novca u kunama u iznos u eurima.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Proporcija ili razmjer

Na osnovi uvodnog primjera i naučenog u prethodnoj jedinici definiramo pojam razmjera ili proporcija. Skrećemo pozornost učenicima na elemente razmjera te čitanje i zapisivanje razmjera.

Uporabom **PhET interaktivne simulaciju omjera i razmjera** različitih konkretnih materijala (perlice, boje, jabuke, likovi) učenici mogu uočiti i istražiti jednakost omjera tj. postavljanje razmjera.

Učenicima koji imaju poteškoća s razumijevanjem razmjera pružite priliku da se dulje "igraju" sa simulacijom kako bi povezali matematički zapis s konkretnim objektima.

Klizač u simulaciji može biti postavljen lijevo - jedan objekt (omjeri), ili desno - dva objekta (razmjeri). U ovoj jedinici postavljamo ga desno kako bismo radili s razmjerima.

Primjer i zadatak nadovezuju su na motivacijski zadatak, a u primjeru treba izračunati koliko ćemo eura dobiti za određeni iznos kuna ako znamo početni omjer eura prema kuni. Pomoću primjera učenici uviđaju da se razmjer može rješavati kao jednakost dvaju razlomaka, ali i jednostavnije, tako da pomnožimo vanjske članove i napišemo ih s jedne strane jednakosti, potom pomnožimo unutarnje članove i napišemo ih s druge strane jednakosti. Dalje rješavamo dobivenu linearnu jednadžbu s jednom nepoznicom. Slijedi interaktivni zadatak za vježbu.

Nepoznati član proporcije

Nastavljamo s primjerima i zadacima određivanja nepoznatog člana razmjera, s dvama zadacima s tečajnom listom te praktičnom vježbom s uporabom aktualne tečajne liste za rješavanje razmjera s promjenom valute.

Razmjeri u svakodnevnom životu

Slijedi videosnimka kojom pokazujemo primjenu razmjera u određivanju visine objekta koji ne možemo direktno izmjeriti. U odjeljku zanimljivosti govorimo o Talesu iz Mileta te nastavljamo s različitim zadacima primjene i računanja razmjera u svakodnevnom životu.

Ističemo korelacije s Geografijom, pomoću primjera i niza zadataka i interakcija s mjerilom u kojem je napravljena karta, te računanjem različitih udaljenosti između gradova pomoću tog mjerila. Također, podsjećamo učenike da pri rješavanju zadataka trebaju pripaziti na mjerne jedinice (Fizika).

Primjer s miješanjem boja možete upotrijebiti kao podlogu za **projektni zadatak**. Učenici trebaju potražiti kartice s nijansama boje i raspitati se u obližnjoj trgovini kako mogu dobiti određenu nijansu. Možete u zadatak dodati i uspoređivanje cijena boja te izračunati potrebnu količinu boje ovisno o površini. Takav projektni zadatak ujedno povezuje ovu jedinicu sa sljedećom. Možda vam mogu pomoći i sadržaji s ove stranice: [Boje i sve što o njima morate znati](#).

Slijedi nekoliko zadataka s raznim smjesama koje su sveprisutne u svijetu oko nas. Primjerice miješanje cementa i šljunka da se dobije beton, miješanje bakra i cinka za mjed, šećera i kupina za žele, šećera i maslaca za kolače.

Potičite učenike da prije rješavanja zadatka procijene rješenje i onda svoju procjenu usporede s točnim rješenjem. Sposobnost što točnije procjene korisna je vještina u životu.

Predlažemo **igru procjene** koju lagano možete provesti u razredu. Prije nego što učenici riješe zadatak, neka dvoje učenika pred pločom pročita zadatak i pokuša što točnije procijeniti rješenje. Svoju procjenu neka zapišu na ploču. Nakon toga zadatak se riješi točno i pobjednik je onaj učenik čija je procjena bila bliža točnom rješenju. Ovdje je i prilika da učenike naučimo kako da što točnije procijene neko rješenje, prije točnog rješavanja. Ponekad nam je u svakodnevnom životu potrebna dobra procjena, kada nismo u mogućnosti izračunati točno rješenje. Osim vježbanja procjene, igrom potičemo i natjecateljski duh kod učenika. Kako je to zahtjevan zadatak za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (diskalkulijom), o tome treba voditi računa.

Za one koji žele znati više pripremljeni su složeniji primjeri i zadatci koji za računanje nepoznatog člana razmjera uključuju i rješavanje malo složenije linearne jednadžbe. Nekima od tih složenijih razmjera koristit ćemo se u sljedećim jedinicama.

Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete podsjetnik što su razmjeri i gdje ih često susrećemo.

Završavamo s kratkom procjenom usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u OneNote razrednoj bilježnici.

Pogledajte i scenarij poučavanja "Kad bih ja bio/la kao..." pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Igre s omjerima i razmjerima:

- [Dirty bike proportions](#) (engleski jezik)
- [Thinking block](#) (engleski jezik)
- [Solving proportions](#) (Engleski jezik).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo projektne zadatke povezane s primjenom razmjera u pripremi boja ili istraživanje o tečajnim listama i valutama.

Također predlažemo problemski zadatak iz svakodnevnog života: Vesna je kupila sinu bazen obujma 880 litara. Na uputama piše u kojem se omjeru stavljaju algicidi, klor i pH granulat u bazen obujma 10 m³. Piše da na 10 m³ vode ide 100-150 ml algicida, 100 g klora i 100 g pH granula. Neka učenici pokušaju izračunati koliko koje tvari treba staviti u mali bazen.

Učenici mogu istražiti i druge primjene razmjera te ih predstaviti vršnjacima uporabom nekog od programa za izradu interaktivnih prezentacija, primjerice Office Mix, Sway ili Prezzi.

U samoj jedinici pripremljeno je nekoliko primjera i zadataka sa složenijim postupkom rješavanja.

Zadatci s proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama često se pojavljuju na Državnoj maturi pa predlažemo da pogledate i ove zadatke:

- [Državna matura, ljetni rok 2009./2010. godine, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 19](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2010./2011. godine, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 3](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2012./2013. godine, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 21.](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za učenike s motoričkim teškoćama kroz cijelu se jedinicu preporučuje posvetiti pozornost uvećanju zaslona, posebno slika. Ako se pokaže potrebnim, učeniku je važno osigurati uporabu džepnog računala. Formule za rješavanje proporcija treba prikazivati na zajedničkom zaslonu za vrijeme rješavanja određenih vrsta zadataka ili ih uvećati i postaviti na vidljivo mjesto u prostoru učionice. Kod zadataka koje učenik rješava uvijek treba voditi računa o osiguravanju produljenog vremena rješavanja.

Učenicima s intelektualnim teškoćama preporučuje se dodatno pojasniti uvodni primjer s još jednim zadatkom s jednostavnijim brojkama te korištenjem fotografija, slika ili crteža novčanica. Za zadatke računanja nepoznatog člana proporcije za svaki zadatak unaprijed pripremite im formulu u koju onda mogu uvrstiti brojke te izračunati sa džepnim računalom. Usmjeriti se na zadatke sa cijelim brojevima kao što su 2., 3., 4., 11. i 12. U zadacima 20, 21, 22 i 23 potrebno je decimalne brojeve zamijeniti prirodnim brojevima radi lakšeg računanja.

Za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice *Verdana* ili *Dyslexia*). Tijekom cijele nastavne jedinice treba voditi računa o ponavljanju i pojednostavnjivanju uputa. Primjerice, treba provjeriti je li učenik razumio objašnjenje proporcije ili razmjera te popratiti slikama kako bi lakše razumjeli (primjer mijenjanja kuna u eure). Kod pojedinih se zadataka (2. primjer) savjetuje povećati razmak između redova (u editoru uređaja) ili uvećati zaslon odnosno ispisati zadatak na papir (2. i 4. zadatak). Definicije treba prikazati na zaslonu za vrijeme računanja. U ovoj jedinici moguće je da će učenike s diskalkulijom trebati podsjetiti kako se računa s mješovitim razlomcima. U Praktičnoj vježbi trebat će im pomoć u iščitavanju potrebnih podataka iz tablice s internetske stranice HNB-a jer učenici sa specifičnom teškoćama učenja često imaju teškoća sa snalaženjem u tablicama. U zadacima 13, 14, 15, 18, 20, 21, 22 mogli bi previdjeti neki od ključnih informacija za zadataka pa im se oni mogu pročitati tako da se naglase važni podaci ili im se ti zadaci mogu unaprijed pripremiti na papiru s istaknutim ključnim informacijama.

Za sve učenike s teškoćama kako bi lakše rješavali zadatke razmjera u svakodnevnom životu može se napraviti praktična vježba u kojoj bi sami računali duljinu sjene učenika iz razreda ili primjerice škole.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se koristiti se vizualnom potporom tako da se sadržaj jedinice unaprijed najavi slikama ili natuknicama. Ako se učenik dobro snalazi u zadacima s računanjem proporcija, treba ga poticati da pokaže izračun i drugim učenicima.

2.3. Proporcionalne veličine



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s proporcionalnim veličinama
- Uočiti primjere proporcionalnih veličina u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati međusobno proporcionalne veličine
- Odrediti koeficijent proporcionalnosti
- Riješiti zadatke s proporcionalnim veličinama koristeći se koeficijentom proporcionalnosti
- Riješiti zadatke s proporcionalnim veličinama koristeći se razmjerima (proporcijama)

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija

- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Ilustracijom i interaktivnim zadacima u uvodnom dijelu skrećemo učenicima pozornost na različite veličine koje nas okružuju te na veze među njima. U zadacima su pomiješane veličine koje su proporcionalne, obrnuto proporcionalne, ali i one među kojima nema takve povezanosti. Naravno učenici još ne znaju nazive odnosa tih veličina, samo gledaju logičnu povezanost među njima. Takvim zadacima želimo učenike potaknuti na razmišljanje i uočavanje veza među pojavama i stvarima koje ih okružuju.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Povezanost veličina

Nastavljamo s prepoznavanjem proporcionalnih veličina i uočavanjem povezanosti među njima. Prije zadataka s računanjem važno je da učenici uoče kako su povezane proporcionalne veličine jer tu povezanost mogu poslije primijeniti u zadacima kako bi ih riješili napamet ili logičkim zaključivanjem i ako se ne sjete matematičkog zapisa - formule ili razmjera koji se koriste za proporcionalne veličine.

Interakcijskom simulacijom broja sendviča i iznosa novca koji se povećava s povećanjem broja sendviča ili smanjuje sa smanjenjem broja sendviča želimo da učenici utvrde pojam proporcionalnih veličina.

Slijedi niz zadataka i interaktivnih sadržaja u kojima učenici logički povezuju veličine i napamet računaju neke lakše zadatke.

Animacijom im pokazujemo nekoliko primjera proporcionalnih veličina pa zatim uvježbavamo prepoznavanje proporcionalnih veličina kroz nekoliko interaktivnih zadataka

Koeficijent proporcionalnosti

Na primjeru cijene za jediničnu količinu uvodimo pojam koeficijenta proporcionalnosti. Da bi učenici lakše uočili stalnost omjera veza između kupljenog soka i cijene koju za njega treba platiti, veličine su prikazane i tablicom. Također ukazujemo na značenje tog omjera, odnosno koeficijenta proporcionalnosti.

Zatim pokazujemo još nekoliko primjera značenja koeficijenta proporcionalnosti. Primjer i zadatak koji označava iznos cijene za jediničnu količinu proizvoda. Pokazujemo i nekoliko primjera određivanja povoljnije ponude također primjenom koeficijenta proporcionalnosti. Slijedi primjer i zadatak s veličinama kao što su potrebna količina nekog proizvoda i duljina, površina ili obujam koji treba popuniti tim proizvodom. Potom idu sadržaji koji su u korelaciji s gradivom Fizike, pokazuju da su proporcionalni duljina puta i vrijeme potrebno da se prijeđe taj put. Tada se koeficijent proporcionalnosti naziva brzina. Slijedi nekoliko zadataka i interaktivnih sadržaja s temom brzine. Tu je i jedan primjer i zadatak s potrošnjom goriva na 100 km, što je uobičajena tema u svakodnevnom životu.

Zatim uporabom koeficijenta proporcionalnosti rješavamo nekoliko primjera te interaktivnih zadataka. Naglasak je u tim zadacima na uočavanju povezanosti i razumijevanju značenja koeficijenta proporcionalnosti te njegovoj primjeni pri rješavanju zadataka.

Iz tih zadataka dolazimo do formule proporcionalnosti s apstraktnim veličinama $y = k \cdot x$. Slijedi nekoliko tablica u kojima učenici mogu povezati apstraktne veličine x i y sa stvarnim veličinama, kao što su, primjerice, količina banana i iznos novca za koji tu količinu dobijemo. U prvoj interaktivnoj tablici treba odrediti koeficijent proporcionalnosti pomoću veličina x i y za koje znamo da su proporcionalne. U sljedećim interaktivnim tablicama treba izračunati pripadnu veličinu y uz poznati koeficijent proporcionalnosti i veličinu x koja se mijenja. Sljedeća interaktivna tablica sa svakim novim zadatkom mijenja i koeficijent, a mijenjaju se i iznosi veličina x , pa učenici mogu vježbati prikaz proporcionalnih veličina pomoću tablice.

Na kraju ovog dijela nekoliko je zadataka i interaktivnih tablica u kojima se naizmjenično računaju proporcionalne veličine x ili y uz poznati koeficijent proporcionalnosti i drugu veličinu. Predlažemo da te zadatke radite s učenicima koji žele znati više.

Računanje proporcionalnih veličina

Do sada smo rješavali zadatke s proporcionalnim veličinama logički ili pomoću koeficijenta. U ovom dijelu kroz primjere i zadatke te interakcije pokazujemo učenicima kako se pomoću razmjera mogu rješavati zadatci s proporcionalnim veličinama.

Prvi je primjer tipičan primjer u kojem je optimalno koristiti se razmjerom, to su zadatci sa sjenom i visinom, koji su već rješavani u jedinici Proporcije ili razmjer. Visina objekta i njegova sjena proporcionalne su veličine. U primjeru vidimo kako proporcionalne veličine staviti u razmjer, čime naučeno u prethodnoj jedinici povezujemo s novim znanjima. Zatim slijedi nekoliko zadataka u kojima se razmjerom možete koristiti kao načinom rješavanja zadataka s proporcionalnim veličinama.

Uvježbajmo

Pri uvježbavanju važno je poticati učenike da razmisle je li im postavljeni zadatak lakše riješiti pomoću koeficijenta ili pomoću razmjera te ako zadatak mogu riješiti logičkim pristupom (npr. veličina se poveća 10 puta), neka primjenjuju i taj način. Važno je da učenici razumiju o kakvim se veličinama radi, kakva je povezanost među njima, te da znaju pojasniti i argumentirati svoju

strategiju rješavanja problemskog zadatka. Prije samog rješavanja zadatka potičite učenike da najprije procijene rješenje pa ga onda usporede s točnim rješenjem.

Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice te prijedlog istraživačkog zadatka kojim povezujemo sadržaje iz matematike s učeničkim okruženjem i interesima.

Završavamo s kratkom procjenom usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u OneNote razrednoj bilježnici.

Kako biste učenike potaknuli i na razvoj digitalne pismenosti, predlažemo **suradničku aktivnost "Proporcionalna animacija"** pomoću programa [Moovlyja](#) za izradu animacije s temom proporcionalnih veličina. Učenici najprije osmišljavaju scenarij u kojem će pojasniti neke karakteristike proporcionalnih veličina ili pokazati neke primjere uporabe proporcionalnih veličina. Zatim u grupama ili parovima izabiru likove i oblike, proporcionalno ih povećavaju i smanjuju te animiraju.

Suradničku aktivnost završavate predstavljanjem učeničkih radova, a prema mogućnostima ih i objavite na školskim mrežnim stranicama ili nekom drugom prikladnom online mjestu.

Pogledajte i lekciju [Marcellus the Giant](#) na mrežnim stranicama Desmosa (engleski jezik).

Igre s omjerima i razmjerima:

- [Map scale](#) (engleski jezik).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo interaktivne zadatke s tablicama u kojima se naizmjenično računaju veličina x ili y .

Zadatci s proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama često se pojavljuju na Državnoj maturi pa predlažemo da pogledate i ove zadatke:

- [Državna matura, ljetni rok 2009./2010. godina, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 4](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2011./2012. godina, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 17](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2014./2015. godina, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 20.](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s intelektualnim teškoćama potrebno je slikovno predočiti zadatke 1 i 3. U 3. zadatku potrebno je provjeriti razumijevanje riječi dvostruko, trostruko i peterostruko. U 1. videozapisu objasniti im kako su izračunali da 200 g odreska ima 541 kCal ili koliko košta 3 kg mahuna. U ovoj jedinici jednostavni zadaci su 1, 2 i 3 te primjeri 1, 2, 3, i 13. Dati im duže vrijeme za rješavanje zadataka te korištenje džepnog računala.

Za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice *Verdana* ili *Dyslexia*). Učenici s disleksijom i diskalkulijom možda će se teže snalaziti u zadacima u kojima se podaci moraju pronalaziti ili upisivati u tablice (zadaci 16, 17, 18, 19, 21, primjer 10, 11, 12). Ukoliko ćete im tablice dati u tiskanom obliku možete obojati svaki redak drugom bojom kako bi im se olakšalo snalaženje. Za rješavanje 18. zadatka možda će im trebati detaljnija uputa o tome što trebaju računati.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć od strane pomoćnika kod svih zadataka koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabira odgovora. U slučaju umora, posebno kod učenika s motoričkim teškoćama, preporuča se od svake skupine zadataka odabrati 2 jednostavnija zadatka koje učenik treba riješiti. Isti savjet je primjenjiv i na učenike s diskalkulijom.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se koristiti se vizualnom potporom tako da se sadržaj jedinice unaprijed najavi slikama ili natuknicama. Učenik može i prije nastavne jedinice dobiti zadatak da pripremi što više informacija o proporcionalnim veličinama iz svakodnevnice (primjerice, da pripremi popis proporcionalnih veličina s kojima se svakodnevno susreće npr. U dućanu, u prometu i sl.) .

2.4. Primjena proporcionalnih veličina u svakodnevnom životu



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s proporcionalnim veličinama
- Uočiti primjere primjene proporcionalnih veličina u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati probleme s proporcionalnim veličinama u svakodnevnom životu
- Procijeniti rješenje problema s proporcionalnim veličinama u svakodnevnom životu
- Riješiti problem iz svakodnevnog života primjenom proporcionalnih veličina

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja

- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo animacijom u kojoj je prikazan niz situacija iz svakodnevnog života, u kojima susrećemo i koristimo proporcionalne veličine.

U nastavku kroz primjere i zadatke pokazujemo uporabu proporcionalnih veličina u nekoliko čestih, karakterističnih primjena.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Mjerne jedinice

Osim za uvježbavanje primjene proporcionalnih veličina, ovi se zadatci koriste i za podsjećanje na veze među različitim mjernim jedinicama za duljinu, brzinu te korelaciju s gradivom Fizike, Geografije i ostalih područja. Slijedi interaktivna tablica pretvaranja mjernih jedinica za duljinu.

Kuhajmo zajedno

Recepti su vjerojatno prva primjena proporcionalnosti s kojom se učenici susreću, a koja ujedno pripada u skup životnih vještina. Ove zadatke koristimo i kako bismo kod učenika osvijestili matematičku pozadinu različitih svakodnevnih situacija.

Učenicima predlažemo da se i oni okušaju u primjeni proporcionalnosti u kuhanju, tako da zajednički od početka (recept, budžet) do kraja (počastimo se i prezentirajmo) prođu korake pripreme obroka i predstavljanja rezultata.

Putovanje

U ovom su dijelu pripremljeni različiti zadatci s potrošnjom goriva, brzinom kretanja, cijenom prijevoznih sredstava, duljinom puta i sl., tako da učenicima pružaju priliku da uoče poveznice između fizike, matematike i svakodnevnog života. U primjeru s planinarenjem potičemo učenike na zdrav način života u skladu s prirodom.

Predlažemo i projektni zadatak osmišljavanja putovanja u kojem učenici trebaju organizirati putovanje, planirati prijevozna sredstva, smještaj i troškove. Taj zadatak možete dodatno kontekstualizirati tako da učenici planiraju stvarno putovanje na kraju ove školske godine.

Uređenje doma

Primjene proporcionalnih veličina pri bojenju stana, nabavi zavjesa i sličnih poslova. Možete učenike potaknuti da osmisle svoje zadatke i planiraju preuređenje učionice ili neke druge prostorije u školi. Pritom mogu istražiti cijene različitih proizvoda, pronaći povoljnije ponude za boje i slično.

Financije

Na početku je motivacijska animacija s tržnice koja govori o svakodnevnim situacijama koje se mogu sresti u kupovini, isplativosti kupnje i dobrom planiranju.

U ovom je dijelu nekoliko zadataka koji uz proporcionalne veličine potiču i razvoj financijske pismenosti učenika pa je poželjno da odvojite vrijeme za detaljniju analizu zadataka, promišljanje o uvjetima zadatka te argumentaciju odabrane strategije rješavanja.

Slijedi interaktivna tablica s tečajnom listom u kojoj učenici mogu vježbati preračunavanje iz jedne valute u drugu. Za kraj je jedan zadatak s doniranjem 3 bicikla domu za nezbrinutu djecu, koji kod učenika potiče humanost i socijalnu osjetljivost.

Procjena visine

Pod ovim je naslovom obrađena primjena proporcionalnosti pri određivanju visine objekata koje ne možemo izmjeriti.

Na kraju slijedi prijedlog za provođenje Eratostenova eksperimenta računanja opsega Zemlje, u koji se uključuju škole diljem svijeta.

Uvježbajmo

Pri uvježbavanju važno je poticati učenike da razmisle je li im postavljeni zadatak lakše riješiti pomoću koeficijenta ili pomoću

razmjera te ako zadatak mogu riješiti logičkim pristupom (npr. veličina se poveća/smanji 10 puta), neka se koriste i tim načinom. Važno je da učenici razumiju o kakvim se veličinama radi, kakva je povezanost među njima te da znaju pojasniti i argumentirati svoju strategiju rješavanja problemskog zadatka.

Slijedi niz zadataka i interaktivnih sadržaja za uvježbavanje. Prije samog rješavanja zadatka potičite učenike da procijene rješenje i potom ga usporede s točnim rješenjem.

Za one koji žele znati više pripremljeni su složeniji zadatci iz svakodnevnog života u kojima treba međusobno povezati razne proporcionalne veličine.

Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a prisjećamo se različitih situacija u kojima se koriste proporcionalne veličine.

Slijedi procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u OneNote razrednoj bilježnici.

Prijedlozi projektnih, suradničkih aktivnosti:

- **Eratostenov eksperiment** globalni je eksperiment u koji se uključuju škole diljem svijeta, koje se spajaju i zajednički izračunavaju opseg Zemlje. Eksperiment se organizirano provodi 21. ožujka ili 21. rujna u lokalno podnevlje, kada se računa opseg Zemlje pomoću običnog štapa duljine 1 m i metra za mjerenje. Eksperiment se može izvesti i drugim danima, ali tada se provodi sa zamišljenom školom na Ekvatoru uz moguća manja odstupanja u mjerenju.
- Provedite ovaj zabavni eksperiment i u svojoj školi, a više informacija dostupno je na [CARNET-ovim stranicama](#).
- **Matematika u kuhinji:** učenicima zadajte recepte za palačinke ili kolačiće koje će oni najprije prilagoditi broju učenika u svom razredu ili broju uzvanika na nekoj svečanosti. Učenici trebaju procijeniti cijene sastojaka i usporediti ih sa stvarnim cijenama te ako postoji mogućnost, i pripremiti odabrano jelo. Učenici mogu i sami odabrati jelo po želji pa za njega sve izračunati i pribaviti.
- Tijekom rada na projektu učenici dokumentiraju korake, bilo fotografijom ili videosnimkom pa na kraju naprave izvještaj pomoću programa [Piktochart](#).
- **Gradimo s matematikom:** učenici odabiru neku zgradu ili drugi objekt u svome mjestu, mjere ili procjenjuju stvarne dimenzije te naprave maketu proporcionalnu stvarnoj građevini.
- Tijekom rada na projektu učenici dokumentiraju korake, bilo fotografijom ili videosnimkom pa na kraju naprave izvještaj pomoću programa [Piktochart](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo složenije zadatke iz svakodnevnog života u kojima povezujemo razne proporcionalne veličine.

Zadatci s proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama često se pojavljuju na Državnoj maturi pa predlažemo da pogledate i ove zadatke:

- [Državna matura, ljetni rok 2009./2010. godina, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 23](#)
- [Državna matura, zimski rok 2009./2010. godina, Matematika, viša razina, A, zadatak 5](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2010./2011. godina, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 24 i zadatak 26](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2010./2011. godina, Matematika, viša razina, A, zadatak 6](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2011./2012. godina, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 24](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2012./2013. godina, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 22.](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Sve učenike s teškoćama na početku ove jedinice trebamo podsjetiti na mjerne jedinice i njihove odnose te kako jednu mjernu jedinicu pretvaramo u drugu (primjerice, kilometre u metre). Neli učenici neće znati značenje riječi granola iz 5. zadatka pa je važno to provjeriti i objasniti učenicima.

Učenicima s intelektualnim teškoćama trebalo bi pustiti da pokušaju samostalno ili uz pomoć pomoćnika i kalkulatora sami riješiti jednostavnije zadatke, primjerice 7, 9, 11, 12, 18, 26. Ako treba dati im više vremena i vizualizirati im zadatke, te ih poticati da ih pokušaju riješiti pomoću razmjera ili logički. Ukoliko je potrebno, može se unaprijed pripremiti slikovni materijal koji će pratiti zadatke.

Za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju treba prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice *Verdana* ili *Dyslexia*). Učenicima sa specifičnim teškoćama učenja zadatak 5c) mogao bi biti nepregledan za upisivanje rezultata zbog navođenja podataka jednih do drugih. Nastavnik može sam pomoći učeniku tako da mu prstom pokaže gdje treba upisati koji podataka ili se taj zadatak može rješavati u paru s učenikom bez teškoća koji će upisivati rezultate. U zadacima u kojima se nabrajaju ključne informacije jedne za drugima učenici bi mogli izostaviti jedanu informaciju pa valja obratiti pažnju na takve slučajeve (od 6. do 15. zadatka). U 21. zadatku trebati će im pomoć u snalaženju u tečajnoj tablici.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć od strane pomoćnika kod svih zadatka koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabira odgovora. Također im je važno osigurati uporabu džepnog računala.

Učenicima s poremećajima u ponašanju možemo zadati računanje proporcionalnih veličina kao u 15. Zadatku, primjerice da izračuna koliko materijala za zastore bi trebalo kupiti za prozore u učionici ili koliko boje bi trebali kupiti ako bi htjeli obojati svoju sobu.

Učenicima s poremećajem iz autističnog spektra preporučuje se povezati temu ove jedinice s interesima učenika u svim zadacima u kojima je to moguće npr. kao u 11. zadatku, računanje goriva potrebnog kako bi automobil prešao određeni put ili dati im da unaprijed pripreme prezentaciju za Praktičnu vježbu (recept i izračun sastojaka potrebnih kako bi se jelo napravilo za cijeli razred).

2.5. Grafički prikaz proporcionalnih veličina



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s grafičkim prikazom proporcionalnih veličina
- Uočiti primjere grafičkog prikaza proporcionalnih veličina
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Napisati tablicu uređenih parova proporcionalnih veličina
- Grafički prikazati proporcionalne veličine u pravokutnom koordinatnom sustavu
- Povezati različite prikaze proporcionalnih veličina (tablično, grafički, formulom)
- Analizirati grafičke prikaze različitih proporcionalnosti u istom pravokutnom koordinatnom sustavu

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija

- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskim zadatkom** u kojem povezujemo sadržaje iz modula Pravokutni koordinatni sustav u ravnini s proporcionalnim veličinama. U zadatku potičemo učenike da istraže povezanost između koordinata točaka te pripadnog grafičkog prikaza, podsjećajući ih ujedno na pravac koji poznaju iz geometrije.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Različiti prikazi proporcionalnosti

Nastavljamo s interaktivnim sadržajem osmišljenim za istraživački rad učenika. Učenici na primjeru kupovine jabuka trebaju uočiti povezanost između vrijednosti u tablici i grafičkog prikaza. Nakon što su učenici samostalno istražili povezanost između tablice i grafičkog prikaza, pomoću primjera usustavljujemo te sadržaje te pokazujemo tri različita načina prikazivanja proporcionalnosti: tablično, formulom i grafički.

Usvojene sadržaje učenici će uvježbati i primijeniti kroz nekoliko interaktivnih zadataka koji slijede, a zatim i na zadacima koji povezuju različite načine zapisivanja proporcionalnih veličina s primjenama u svakodnevnom životu.

Analiziramo grafičke prikaze

Pomoću primjera i zadataka pokazujemo mogućnosti uporabe grafičkog prikaza za uspoređivanje proporcionalnih veličina te ujedno ponavljamo i utvrđujemo sadržaje iz modula Pravokutni koordinatni sustav u ravnini. Kako je čitanje podataka iz grafičkih prikaza jedna od važnih vještina, potičemo učenike da njome ovladaju te i sami postavljaju pitanja i analiziraju podatke.

Završetak

Završavamo s nekoliko zadataka za samovrednovanje.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u OneNote razrednoj bilježnici.

U skladu s mogućnostima učenika i školskog okruženja, učenike možete potaknuti da se za istraživanje ove teme samostalno ili u grupama služe programom GeoGebra, ili nekim sličnim. Učenici mogu samostalno odabrati neke proporcionalne veličine pa ih u GeoGebri prikazati na sva tri načina, a spretniji mogu povezati tablični i grafički način, ili sva tri načina, tako da oni samo zadaju formulu proporcionalnosti, a posljedično se prikaže tablica i graf u GeoGebri. Predložimo uz to i suradničko, vršnjačko učenje - učenici koji su otkrili kako se nešto može napraviti u programu pokazuju vršnjacima i pomažu im u snalaženju.

Pogledajte [Malu školu GeoGebre](#) koju je pripremio Damir Belavić, posebice primjer [Grafički prikaz proporcionalnosti](#). Više informacija potražite na stranici [Upute u savjeti o uporabi GeoGebre](#).

Pogledajte i aktivnosti predložene u scenariju poučavanja ["Linije vrijednosti"](#) pa neke upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predložimo istraživanje mogućnosti programa za dinamičnu geometriju, primjerice GeoGebra, Sketchpad ili Desmos. Osim već spomenutih načina prikazivanja podataka u GeoGebri, učenici mogu isprobati uporabu klizača za stvaranje [dinamičnih prikaza funkcija](#). Pojam funkcije uvodi se tek u modulu Linearna funkcija pa procijenite u kojoj su mjeri vašim učenicima potrebne dodatne informacije.

Pogledajte i aktivnosti predložene u scenariju poučavanja ["Linije vrijednosti"](#) pa odaberite one koji odgovaraju mogućnostima vaših učenika.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s intelektualnim teškoćama trebalo bi pustiti da pokušaju samostalno ili uz pomoć pomoćnika i kalkulatora sami riješiti jednostavnije zadatke, primjerice 1, 2, 3, 8, 10 a) i b). Omogućiti im duže vrijeme rješavanja te upotrebu džepnog računala.

Učenicima s jezičnim teškoćama, ali i drugim učenicima koji imaju nedostatne jezične sposobnosti, potrebno je dodatno, kroz primjer, pojasniti što točno moraju napraviti u zadatku Na početku. Također trebati će se pojasniti i uputa u 2. zadatku: da svaku vrijednost x trebaju pomnožiti s vrijednosti y tj. 19.3 .

Za učenike s motoričkim teškoćama i oštećenjem vida kroz cijelu se jedinicu preporučuje posvetiti pozornost uvećanju zaslona, slika i primjera u kojima se nalaze grafički prikazi.

U zadatku Na početku, kao i u 2. zadatku, zahtijeva se i ucrtavanje točaka u koordinatnom sustavu učenici s intelektualnim, motoričkim teškoćama te učenici s disgrafijom, disleksijom, diskalkulijom te oštećenjima vida trebati će dodatnu pomoć u snalaženju u koordinatnom sustavu. Za rješavanje tih zadataka može im se napraviti tiskani uvećani materijali s koordinatnim sustavom ili im dati da rješavaju te zadatke u grupi s drugim učenicima.

2.6. Obrnuto proporcionalne veličine



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama
- Uočiti primjere proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati međusobno obrnute proporcionalne veličine
- Riješiti zadatke s obrnuto proporcionalnim veličinama pomoću formule obrnute proporcionalnosti
- Riješiti zadatke s obrnuto proporcionalnim veličinama pomoću razmjera (proporcija)

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija

- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života koji je čest u školskom okruženju - učenički izlet. Učenici vjerojatno znaju iz vlastitog iskustva kako su cijena izleta i broj sudionika povezani pa na temelju tog iskustva nadograđujemo pojam obrnuto proporcionalnih veličina.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Obrnuto proporcionalne veličine

Nastavljamo s prepoznavanjem obrnuto proporcionalnih veličina i uočavanjem povezanosti među njima. Prije zadataka s računanjem važno je da učenici uoče kako su povezane obrnuto proporcionalne veličine jer kasnije mogu tu povezanost primijeniti u zadacima kako bi ih riješili napamet ili logičkim zaključivanjem i ako se ne sjete matematičkog zapisa.

U nizu zadataka učenici se potiču na prepoznavanje i razlikovanje proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina.

Neki zadatci imaju i odgojnu dimenziju, primjerice zadatak s izviđačima, koji osim na razmišljanje o obrnuto proporcionalnim veličinama, potiče učenike i na međusobnu suradnju i pomaganje jer ako ih se više prijavi za neki posao, svima će biti lakše i svi će biti zadovoljniji, što pokazuje i ilustracija. Na osnovi zadatka koji sadržava rečenicu "Ako se vozite većom brzinom, trebat će vam manje vremena za isti put" možete s učenicima povesti razgovor o tome da nije najvažnije što prije doći na cilj, da je važnija sigurnost u prometu. Da u prometu treba paziti na sebe i na druge, i kao vozači i kao pješaci. Ovdje možete kratko raspraviti s učenicima o situacijama u prometu, o dopuštenim brzinama, o načinu kretanja pješaka u prometu, što je učenicima blisko, te o ponašanju biciklista u prometu.

Koeficijent obrnute proporcionalnosti

Pomoću primjera s količinom voća i cijenom voća po kilogramu motiviramo učenike da uoče stalnost umnoška. Dječak kaže da je uočio da mama može kupiti više voća po nižoj cijeni ili manje voća po višoj cijeni. Budući da količinu voća koju kupujemo množimo s jediničnom cijenom, na tom se primjeru uočava stalnost umnoška i uvodi pojam koeficijenta obrnute proporcionalnosti.

Za bolje razumijevanje priložena je i animacija kojom se popunjava tablica s jediničnim cijenama voća i količinom voća. Uočavamo da je umnožak tih veličina, tj. iznos novca koji ćemo platiti za tu količinu voća uvijek isti, iznosi 50 kn. Taj broj 50 predstavlja koeficijent obrnute proporcionalnosti.

Potom se pomoću tipičnih primjera s brojem radnika i brojem sati učenik potiče da uoči značenje koeficijenta obrnute proporcionalnosti.

Značenje koeficijenta proporcionalnosti jest ukupan broj radnih sati, ukupna količina tereta koji treba prevesti, i slično. Objašnjavaju se neki pojmovi koji učenicima nisu bliski, ili ih većina učenika ne razumije, primjerice nosivost kamiona. Zatim slijede dvije interaktivne tablice. U prvoj treba odrediti koeficijent obrnute proporcionalnosti uz zadane veličine x i y za koje unaprijed znamo da su obrnuto proporcionalne. Učenici trebaju uočiti da u svim stupcima dobiju isti umnožak. U drugoj će tablici uočiti da u jednom stupcu nije isti umnožak, što znači da veličine nisu obrnuto proporcionalne.

Naglasak je u tim zadacima na uočavanju povezanosti i razumijevanju kako pomoću umnoška možemo prepoznati jesu li veličine obrnuto proporcionalne.

Budući da koeficijent obrnute proporcionalnosti nije spomenut u aktualnom planu i programu, ovaj dio možete obraditi s učenicima tako da umjesto pojma koeficijenta spominjete stalnost umnoška obrnuto proporcionalnih veličina.

Računanje obrnuto proporcionalnih veličina

Kroz primjere i zadatke pokazujemo učenicima kako se pomoću koeficijenta i razmjera mogu rješavati zadatci s obrnuto proporcionalnim veličinama.

Osim pomoću teksta, prvi je primjer detaljno objašnjen i pomoću videomaterijala, pa učenici koji nisu sve razumjeli na satu, ili nisu bili na satu, mogu pogledati videosnimku kod kuće koliko god puta žele i koje god dijelove žele, sve dok u potpunosti ne shvate zadatak i njegovo rješenje. U primjeru se objašnjava formula obrnute proporcionalnosti, koju smo intuitivno već rabili u zadacima prije ovog. Formula $xy = k$, obrnuto proporcionalnih veličina x i y slijedi iz činjenice da je umnožak veličina stalan i jednak koeficijentu obrnute proporcionalnosti. Zatim pomoću nekoliko interaktivnih zadataka uvježbavamo rješavanje zadataka s obrnuto proporcionalnim veličinama pomoću formule.

Na drugom primjeru pokazujemo drugi način rješavanja zadataka s obrnuto proporcionalnim veličinama: pomoću razmjera.

Taj je način u korelaciji s prethodnim jedinicama, u kojima smo učili omjere i razmjere. Na primjeru radnica koje uređuju cvjetnjak postavimo obrnuto proporcionalne veličine u razmjer: $x_1 : x_2 = y_2 : y_1$, jer onoliko puta koliko želimo smanjiti broj dana y , moramo povećati broj radnica x .

Učenicima valja naglasiti da način rješavanja s obrnuto proporcionalnim veličinama nije strogo uvjetovan zadatkom, nego da možemo birati način rješavanja.

Uvježbajmo

Pri uvježbavanju važno je poticati učenike da razmisle je li im postavljeni zadatak lakše riješiti pomoću koeficijenta ili pomoću

razmjera te ako zadatak mogu riješiti logičkim pristupom (npr. veličina se poveća/smanji 10 puta), neka se služe i tim načinom. Važno je da učenici razumiju o kakvim se veličinama radi, kakva je povezanost među njima te da znaju pojasniti i argumentirati svoju strategiju rješavanja problemskog zadatka.

Slijedi niz zadataka i interaktivnih sadržaja za uvježbavanje. Prije samog rješavanja zadatka potičite učenike da procijene rješenje i onda ga usporede s točnim rješenjem.

Za one koji žele znati više

Pripremljeni su složeniji primjeri i zadatci s obrnuto proporcionalnim veličinama u geometriji, koji ilustriraju povezanost između stranica i visina geometrijskih likova (pravokutnik, pravokutni trokut) te njihove površine. U primjeru je objašnjeno da će se pravokutniku iste površine kojemu povećamo duljinu jedne stranice, smanjiti duljina druge stranice. Radi boljeg razumijevanja, rješenje je pokazano slikom i tablicom. Nakon toga slijede dvije interaktivne tablice u kojima učenici za zadanu površinu trebaju izračunati duljine nepoznatih stranica. Prvi je primjer pravokutnik, drugi je pravokutni trokut. Učenike treba podsjetiti na formulu za površinu pravokutnog trokuta.

Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice te prijedlog istraživačkog zadatka u kojem učenici trebaju sami osmisliti problem iz svakodnevnog života koji bi se riješio kao zadatak s obrnuto proporcionalnim veličinama. Tim ih zadatakom ujedno potičemo i da zavire u sljedeću jedinicu i pogledaju koje su primjene ondje spomenute.

Završavamo s kratkom procjenom usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u OneNote razrednoj bilježnici.

Interaktivni sadržaji izrađeni u GeoGebri povezni su s kontekstom zadataka, ali ih možete iskoristiti i za neke drugačije zadatke od ponuđenih u DOS-u.

Možete upotrijebiti i ovaj primjer [korak po korak](#) rješavanja zadatka s obrnuto proporcionalnim veličinama.

[Ilustracija rješavanja zadatka](#) s obrnuto proporcionalnim veličinama u PowToonu može vam poslužiti kako biste učenicima dali primjer interaktivnog digitalnog sadržaja koji i sami mogu

napraviti. Ako s učenicima dulje vrijeme radite na takav način i sadržaje objavljujete na nekom zajedničkom mjestu (školske mrežne stranice, Edutorij i sl.), ubrzo ćete imati kolekciju radova s vršnjačkim poučavanjem.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predložimo složenije primjere i zadatke s obrnuto proporcionalnim veličinama u geometriji, koji ilustriraju povezanost između stranica i visina geometrijskih likova (pravokutnik, pravokutni trokut) te njihove površine.

Treba povezati da će se kod iste površine, ako duljinu jedne stranice pravokutnika smanjimo, povećati duljina druge. Kod pravokutnog trokuta to se događa s katetama. Učenike treba podsjetiti na formule za površine pravokutnika i pravokutnog trokuta.

Također, učenicima koji žele znati više može se pokazati graf obrnute proporcionalnosti. U jedinici o graf proporcionalnosti naučili smo kako se crta graf proporcionalnosti i što treba napraviti prije crtanja, odnosno da najprije treba napraviti tablicu s pripadnim veličinama koje ćemo onda unositi u pravokutni koordinatni sustav i povezati točke. Treba uzeti malo više podataka u tablici da dobijemo što više točaka koje treba spojiti. Tako će učenici bolje moći sami uočiti izgled hiperbole. Najbolje je početi od nekog konkretnog primjera, da ne bi učenicima bilo apstraktno i da bi povezali grafički prikaz s konkretnom situacijom. Pri pripremi takvih materijala možete si pomoći i s materijalima objavljenim na stranici Matematika na dlanu, kolegice Antonije Horvatek, posebice primjerom nastavne jedinice [Grafički prikaz proporcionalnosti i obrnute proporcionalnosti](#).

U skladu s mogućnostima vaših učenika i školskog okruženja, učenike možete potaknuti da se za istraživanje ove teme samostalno ili u grupama koriste programom GeoGebra, ili nekim sličnim. Učenici mogu samostalno odabrati neke obrnuto proporcionalne veličine pa ih u GeoGebri prikazati na sva tri načina tablicom, grafom i formulom, a spretniji mogu povezati tablični i grafički način, ili sva tri načina tako da oni samo zadaju formulu obrnute proporcionalnosti, a posljedično se prikaže tablica i graf u GeoGebri. Predložimo uz to i suradničko, vršnjačko učenje - učenici koji su otkrili kako se nešto može napraviti u programu pokazuju vršnjacima i pomažu im u snalaženju.

Pogledajte [Malu školu GeoGebre](#) koju je pripremio Damir Belavić. Više informacija potražite na stranici [Upute u savjeti o uporabi GeoGebre](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima sa teškoćama mogu se izraditi slikovni predlošci za svaki zadatak kako bi se mogla pojasniti razlika u proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama.

Nakon što se uvodni primjer predstavi svima, učenicima s teškoćama postaviti identična pitanja, ali umjesto da ne ide petero učenika, staviti petero učenika više koji idu. Učenici će na taj način dijeliti brojeve koji su višekratnici broja 100 i 10 i samim time će im biti olakšano. Sam rezultat ovdje i nije tako bitan, već uočavanje da se povećanjem broja učenika smanjuje cijena vožnje i obrnuto, smanjenjem broja učenika se povećava cijena vožnje.

Kako bi približili obrnuto proporcionalne veličini nastavnik može 1. primjer obraditi sa cijelim razredom tako da podjeli listiće koji će predstavljati listiće lutrije i na taj način potakne razgovor i razumijevanje obrnuto proporcionalnih veličina.

Učenici s motoričkim teškoćama, oštećenjem vida i disleksijom mogli bi imati teškoća pri rješavanju zadataka 1 i 4. Ove zadatke bi mogli rješavati u paru s učenicima bez teškoća ili na način da nastavnik naglas čita zadatak i ponuđena rješenja te da svi učenici zajedno rješavaju.

Učenicima s intelektualnim teškoćama odabrati slijedeće zadatke za rješavanje :Primjer 1, 2, zadatak 1, 2,4,5, 6, 7 koji se odnose na svakodnevne životne situacije. U zadacima pod podnaslovom Koeficijent obrnute proporcionalnosti učenicima sugerirati upotrebu džepnog računala.

Za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju treba prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice *Verdana* ili *Dyslexia*). Definicije uvijek treba dodatno vizualno naglasiti i prikazivati na zaslonu za vrijeme računanja. Učenicima s diskalkulijom treba omogućiti uporabu džepnog računala. Učenici s disleksijom i diskalkulijom teže se snalaze u tablicama pa će im biti potrebna pomoć pri rješavanju zadataka 10, 11, 20 i 21.

2.7. Primjena obrnuto proporcionalnih veličina u svakodnevnom životu



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s obrnuto proporcionalnim veličinama
- Uočiti primjere primjene obrnuto proporcionalnih veličina u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Uočiti obrnuto proporcionalnost u problemima iz svakodnevnog života
- Procijeniti rješenje problema s obrnuto proporcionalnim veličinama iz svakodnevnog života
- Predložiti postupak rješavanja problema iz svakodnevnog života pomoću obrnuto proporcionalnih veličina
- Riješiti problem iz svakodnevnog života primjenom obrnuto proporcionalnih veličina

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka

- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo s nekoliko fotografija koje ilustriraju karakteristične situacije u kojima srećemo obrnuto proporcionalne veličine. To su broj radnika na nekom poslu, ukupna količina tereta koji treba prevesti, rezanje cjeline na manje i veće dijelove, te ukupna količina koja se dijeli na broj sudionika.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Podsjetnik

Kroz nekoliko interaktivnih zadataka podsjećamo učenike kako prepoznati obrnuto proporcionalne veličine te koje su njihove karakteristike.

Obrnuta proporcionalnost oko nas

Niz zadataka u klasičnom i interaktivnom obliku pripremljeno je za uvježbavanje obrnuto proporcionalnih veličina. Dio je zadataka složeniji pa odaberite zadatke koji odgovaraju potrebama vaših učenika.

Primjer s usporedbom učinkovitosti možete iskoristiti kao osnovu za učeničke zadatke - učenici trebaju osmisliti zadatke s usporedbom učinkovitosti te argumentirati svoj odabir, pojasniti zašto su odabrane veličine obrnuto proporcionalne te pomoći ostalim učenicima u rješavanju svojeg zadatka. Učenicima s poteškoćama potrebno je pomoći sugestivnim pitanjima.

Osim za uvježbavanje primjene obrnuto proporcionalnih veličina, ovi zadatci služe i za podsjećanje na veze među različitim mjernim jedinicama za duljinu, brzinu te korelaciju s fizikom, geografijom i ostalim područjima. Neki zadatci imaju i odgojno značenje, potiču učenike na pomaganje drugima, primjerice zadatak s čišćenjem snijega, kao i na zdrav način života, primjerice zadatak s izviđačima. Prije samog rješavanja zadatka potičite učenike da procijene rješenje i potom ga usporede s točnim rješenjem.

Površina

Zadatci s popločavanjem i veličinom pločica često su zbunjujući za učenike. Uz primjere i zadatke u digitalnom obliku možete im donijeti konkretne primjerke manjih i većih pločica (ili papirnatu imitaciju) pa im zadati da poploče pod, stol ili komad papira.

Uz pripremljene zadatke učenici ponavljaju i računanje površine kvadrata i pravokutnika.

Interaktivna simulacija prikazuje ovisnost širine i duljine pravokutnika zadane površine.

Zadatci su primjenjivi u stvarnom životu, možete s učenicima malo porazgovarati o sličnim situacijama s kojima se susreću kod kuće, i uputiti ih da razmisle o tome kako bi riješili neku do sličnih situacija. Mogu se potaknuti i na to da se s roditeljima uključe u planiranje uređivanja svoga životnog prostora.

U interaktivnoj simulaciji postavlja se pitanje kakav bi vrt učenici izabrali, čime ih se potiče na zdrav život uz prirodu i potiče želja da sami nešto zasade kod kuće ili oko škole, ako su u mogućnosti.

Svijet rada

Slijedi primjer i nekoliko zadataka vezanih uz njega u kojima treba uočiti da je jedna veličina uvijek ista i da je stoga suvišan podatak. Dovoljno bi bilo reći da je podatak isti, ali ovdje pridonosi dinamici rješavanja zadatka i čini zadatke zanimljivijima. Ti zadatci navedeni su zato da učenici malo razmisle o veličinama i sami uoče koje su veličine potrebne za rješavanje zadatka.

Sljedeći primjer i nekoliko s njim povezanih zadataka za uvježbavanje malo su složeniji jer sada unutar zadatka imamo promjenu u veličinama. Pri rješavanju treba paziti na konačno rješenje i na odgovor u zadatku. Nerijetko učenici takve zadatke uspješno riješe, a onda se zbune pri odgovoru na postavljeno pitanje, pa ih treba uputiti kako da čitaju zadatak.

Pripremljene zadatke možete iskoristiti i kao podloge za projektne teme tako da učenici osmisle miniprojekt u kojem trebaju isplanirati i napraviti neki posao.

Za one koji žele znati više pripremljeni su složeniji zadatci, u kojima se treba prisjetiti i složenijih zadataka iz jedinice Proporcije ili razmjeri.

Završetak

Završavamo s nekoliko zadataka za samovrednovanje te prijedlogom dramske igre o obrnuto proporcionalnim veličinama. Dramska igra potiče učenike na verbalizaciju matematičkih sadržaja, pojašnjavanje, argumentiranje stavova te dublje razumijevanje naučenih sadržaja. Kako učenici s jezičnim teškoćama teško verbaliziraju i argumentiraju, potrebno je dobro osmisliti njihovu uključenost i voditi ih.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u OneNote razrednoj bilježnici.

Pripremljene zadatke možete iskoristiti i kao podloge za projektne teme tako da učenici osmisle miniprojekt u kojem trebaju napraviti neki posao. Jedan od važnih elemenata **projektnog pristupa** jest povezanost između broja ljudi koji na projektu rade, vremena u kojem projekt treba biti gotov te raspoloživog novca. Učenici mogu analizirati veze između tih triju elemenata i vidjeti kako promjena jednoga od njih utječe na druge. [Više informacija o upravljanju projektima.](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za one koji žele znati više pripremljen je primjer i različiti zadatci s promjenom broja radnika, površinom pločica te vezama između triju veličina (radnici, dani, broj radnih sati).

U primjeru i zadacima koji slijede naizgled su tri veličine, ali treba povezati dane i sate rada u jednu veličinu, ukupan broj radnih sati, množenjem, i tada staviti u razmjer s brojem radnika. Možda će biti potrebno podsjetiti učenike na jedinicu Proporcije ili razmjeri i ponoviti s njima rješavanje složenijih razmjera.

U interaktivnoj simulaciji [Ivin cvjetnjak](#) koja prikazuje ovisnost širine i duljine pravokutnika zadane površine, možete se nadovezati na grafički prikaz obrnute proporcionalnosti iz metodičkih prijedloga za rad s učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima iz jedinice 2.6 ovog modula, promatrajući vrh koji bi u standardnom zapisu vrhova pravokutnika bio vrh C, gornji desni vrh pravokutnika. Ako brzo pomičete klizač, vrh "se giba" po zamišljenoj krivulji oblika hiperbole.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

S učenicima s teškoćama potrebno je u dijelu Na početku porazgovarati o tome što se nalazi na slikama i kakve to veze ima sa obrnuto proporcionalnim veličinama. Ako je potrebno, izradite slikovne predloške za svaki zadatak kako bi se mogli pojasniti učenicima (npr. zadatak 3, 5, 6,7). Možemo olakšati učenicima čitajući im zadatke (kod učenika sa asistentom to može učiniti asistent), te im pomoći postaviti zadatak. Prije samog rješavanja zadatka nastavnici im mogu

pomoći da izvuku sve podatke koji su poznati i koji se traže, pomoći im neka se prisjete formula i na koji način podatke uvrstiti u formulu.

Učenicima s intelektualnim teškoćama za rješavanje odabrati jednostavnije zadatke (npr. 1, 2, 3, 4, 6, 7) te omogućiti im korištenje džepnog računala.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć od strane pomoćnika kod svih zadataka koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabira odgovora. U slučaju umora, posebno kod učenika s motoričkim teškoćama, preporuča se od svake skupine zadataka odabrati 2 jednostavnija zadatka koje učenik treba riješiti. Isti savjet je primjenjiv i na učenike s diskalkulijom.

2.8. Primjena proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina u svakodnevnom životu



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama
- Uočiti primjere proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Uočiti povezanost situacija iz svakodnevnog života s proporcionalnim ili obrnuto proporcionalnim veličinama
- Primijeniti svojstva proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Ova se jedinica može koristiti kao sadržaj za ponavljanje i uvježbavanje većeg dijela modula 2 pa se stoga na početku učenicima skreće pozornost na to da ako ne znaju riješiti neki od zadataka, slične primjere mogu potražiti u prethodnim jedinicama te i na taj način nadopuniti svoje znanje.

Motivacijska sličica pokazuje koliko su proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine svuda oko nas i odgovara na vječno pitanje učenika: "Gdje će meni to u životu trebati?"

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Prisjetimo se - proporcionalne veličine

Pomoću animacije podsjećamo učenike na neke karakteristične primjene proporcionalnih veličina. Majstori mjere površinu poda, jedan ima računalo, što upućuje na to da nam računala pomažu u svakom poslu. Animacija osim toga podsjeća i na formulu za površinu pravokutnika i upozorava na to da nam za površinu trebaju duljine okomitih stranica. Na kraju animacije majstori zaključuju i učenike podsjećaju na definiciju proporcionalnih veličina, za veću površinu poda trebamo više parketa. Nastavljamo s nizom zadataka i interakcija kojima ponavljamo prepoznavanje i izračunavanje proporcionalnih veličina. Potičemo učenike da promisle o strategiji rješavanja zadataka i primijene onu koja je za njih optimalna (po jednostavnosti ili po brzini dolaženja do rješenja).

U nekoliko zadataka imamo česte situacije iz kuhinje, imamo recept za određenu količinu kolača, u zadatku je primjer varaždinskih klipića, i onda se pojavi potreba da napravimo nekoliko puta manju ili veću količinu iz raznih razloga. Takvi su zadatci učenicima zanimljivi i poučni, pomoću njih učenici uočavaju vezu sa stvarnim životom koja ih motivira za daljnji rad.

Za ljubitelje nogometa tu je i jedan zadatak o travnjaku, uz malu zanimljivost o vrstama trava za travnjake.

Prisjetimo se - obrnuto proporcionalne veličine

Pomoću animacije podsjećamo učenike na neke karakteristične primjene obrnuto proporcionalnih veličina. Animacija ima i odgojnu komponentu, radnici jedni drugima pomažu i tako su prije gotovi s poslom. Nastavljamo s nizom zadataka i interakcija kojima ponavljamo prepoznavanje i izračunavanje obrnuto proporcionalnih veličina. Potičemo učenike da promisle o strategiji rješavanja zadataka i primijene onu koja je za njih optimalna (po jednostavnosti ili po brzini dolaženja do rješenja).

Prepoznajmo povezanost i riješimo

Animacija u dvije slike pokazuje da povezanost raznih veličina može biti proporcionalna ili obrnuto proporcionalna. U prvoj sceni imamo jedan automobil koji pokazuje vezu između prijeđenog puta i potrošnje goriva. U drugoj su sceni dva automobila koji voze svaki svojom brzinom, pri čemu se lijepo vidi kako onom koji vozi dvostruko manjom brzinom treba dvostruko više vremena za isti put. Odgojni je dio u činjenici da su oba automobila na kraju došla na isti cilj, što ponovno otvara mogućnost razgovora o sigurnosti u prometu i o tome da treba biti oprezan s brzinom u vožnji.

U ovom odjeljku pomiješani su zadatci s proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama pa je potrebno ponovno upozoriti učenike da najprije analiziraju postavljeni zadatak, promisle o kakvim se veličinama radi, odaberu strategiju rješavanja pa tek onda prionu na rješavanje zadatka.

Potičite učenike da najprije procijene rješenje, zatim zadatak riješe na način koji je njima optimalan, usporede svoje rješenje s ponuđenim i vide koliko su bili dobri u svojoj procjeni. Prije rješavanja zadatka u razredu možete odigrati igru procjene, kako je objašnjeno u prethodnim jedinicama.

Za kraj predložimo učenicima da ponove i uvježbaju proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine koristeći se [PhET simulacijom kupovine i utrivanja](#) koja je predložena u pomoćnim interaktivnim sadržajima.

Za one koji žele znati više pripremljeni su složeniji zadatci s više povezanih veličina i različitim mjernim jedinicama.

Završetak

Završavamo s informacijama o "većoj slici" tj. postojanja trojnog pravila u učenju matematike u osnovnoj i srednjoj školi.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u OneNote razrednoj bilježnici.

Prijedlozi projektnih, suradničkih aktivnosti:

- Matematika u okolini: učenici trebaju pronaći kip, zid, toranj, drvo ili neki drugi visoki objekt u svojoj okolini. Najprije mu procijene visinu, a zatim izračunaju pomoću sjene.
- Ako imate mjerne uređaje, možete njihove senzore za udaljenost iskoristiti za provjeru izračuna visine, naravno unutar ograničenja takvih uređaja.
- Ako je vaša škola članica [GLOBE programa](#), možda u školi imate priručne klinometre koje također možete iskoristiti za mjerenje visine nepoznatog objekta. Na tim klinometrima napisana je i tablica s vrijednostima tangensa očitano g kuta tako da učenici mogu očitati vrijednosti i izračunati visinu i bez poznavanja trigonometrijskih funkcija.
- U [Priručniku za mjerenje](#) GLOBE programa napisane su i upute za određivanje visine.
- Možete predložiti učenicima da zajednički napravite komplet klinometara prema ovim nacrtima: [Stranica s kutovima](#) i [Tablica tangensa kutova](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike pripremljeni su složeniji zadatci s više povezanih veličina i različitim mjernim jedinicama.

Predlažemo također da učenici pogledaju sljedeće sadržaje: Omjeri, Razmjeri, Razmjernost, Obrnuta razmjernost, koji su dostupni na [Nacionalnom portalu za učenje na daljinu Nikola Tesla](#). Iako su ti sadržaji pripremljeni za učenike srednjih škola, barem dio njih primjeren je i za učenike osnovnih škola. Učenici se na portal Nikola Tesla prijavljuju sa svojim AAI@skole.hr korisničkim podacima.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Ako je potrebno, izradite slikovne predloške za sve zadatke kako bi se mogli bolje pojasniti učenicima s teškoćama.

Učenici s motoričkim teškoćama, oštećenjem vida i disleksijom mogli bi imati teškoća pri rješavanju zadataka 2, 3, 4, 10 i 11. Ove zadatke bi mogli rješavati u paru s učenicima bez teškoća

ili na način da nastavnik naglas čita zadatak i ponuđena rješenja te da svi učenici zajedno rješavaju.

Učenicima s intelektualnim teškoćama ponuditi za rješavanje jednostavnije zadatke kao što su 5, 6, 12, 14, 20, 21, 22. Zadaci 5,9,12,14,16 ,19 mogu se jednostavno riješiti upotrebom džepnog računala.

Učenici sa specifičnim teškoćama učenja mogli bi imati teškoća u čitanju i razumijevanju riječi npr. trostruko, peterostruko i sl. Važno je provjeriti jesu li dobro pročitali i razumjeli značenje riječi.

Radi lakšeg računanja zadatka, neke je potrebno urediti u vidu skraćivanja rečenica zadatka i naglašavanja ključnih pojmova kao u npr. 7. zadatku:

Recept za varaždinske klipiće:

1 kg brašna

2,5 dL ulja

6 dL mlijeka

2 kocke svježeg kvasca

25 g soli.

Nikola ima samo **3 dL mlijeka** pa mora **umanjiti** i ostale količine u receptu.

Koliko mu je potrebno brašna, kvasca i soli?

Učenicima koji nemaju problema sa motoričkim sposobnostima i oštećenjem vida (zadatak se mora riješiti na računalu, ali ne zahtjeva se brzina, već samo korištenje logike) ponuditi korištenje PhEt simulacije kupovine i utrkivanja

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama
- Uočiti primjere proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i objasniti omjer i razmjer
- Odrediti nepoznati član razmjera
- Prepoznati i objasniti proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine
- Koristiti se svojstvima proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina pri rješavanju problema
- Primijeniti proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj sati: minimalno **1 sat**

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadatci i primjeri koji omogućavaju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijских sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Uvod i motivacija

Kada se pomnije prouči, uočava se da u motivacijskom zadatku veličine nisu proporcionalne, a pokazuje se praksa iz svakodnevnog života na tržištima kada prodavači kupljenu robu nerijetko naplate malo manje od stvarnog iznosa. Cjenkanje je dio kulturoloških običaja nekih zemalja, učenicima se sugerira da potraže kojih. U razredu se može kratko i porazgovarati o običaju trgovaca da cijene ne zaokružuju na cijeli broj, nego da pišu u decimalnom obliku 5.99 umjesto 6 kn.

Riješite, provjerite i podijelite

Za uvježbavanje proporcionalnosti i obrnute proporcionalnosti predlažemo vam nekoliko zadataka koje učenici mogu samostalno riješiti u bilježnicu ili u nekom interaktivnom elementu. Zadnjih je nekoliko zadataka za one koji žele znati više, ali predlažemo svima da ih pokušaju riješiti.

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime ujedno dobivaju i povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Izmjenjuju se "obični", interaktivni te kontekstualni zadatci, tako da se promjenom dinamike pažnja učenika duže zadržava na samim sadržajima, čime se potiče i ustrajnost i samostalnost u radu. Prije samog rješavanja zadatka potičite učenike da procijene rješenje, a onda ga usporede s točnim rješenjem. Neka odigraju igru procjene kako je objašnjeno u jedinici 2.2.

Zadatak s mjerilom karte, određivanjem udaljenosti i duljinom putovanja jest zadatak otvorenog tipa koji pruža učenicima mogućnost da matematičke sadržaje primijene u svojem kontekstu. Ako surađujete s nekom školom na međunarodnom projektu, primjerice **eTwinning projektu**, možete kontekst zadatka promijeniti tako da učenici određuju udaljenosti između škola koje surađuju na projektu, odnosno vrijeme i načine putovanja do partnerskih škola.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka te se prema potrebi vratiti na prethodne jedinice i ponoviti načine rješavanja zadataka.

Predlažemo i **projekt s temom uređenja prostora** koji može obuhvatiti različite primjene proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina u svakodnevnom kontekstu te i na taj način pokazati zašto je matematika važna. Kontekst projekta možete prilagoditi učeničkim željama ili aktualnoj situaciji u školi, primjerice, ako je u planu uređenje škole, učenici mogu biti aktivni sudionici - mjeriti potrebne veličine, izračunavati površine, potrebne količine boja, tapeta, prozora itd. te iznose novca koji je za to potreban.

Završni dio

Završavamo interaktivnom vježbom s mjernim jedinicama koja nam koristi za podsjećanje učenika na veze među različitim mjernim jedinicama te povezivanje sadržaja ovog modula sa širim kontekstom.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u OneNote razrednoj bilježnici.

Teme povezane s određivanjem udaljenosti i putovanjem prikladne su i za međunarodne i nacionalne projekte. Predlažemo da se uključite u zajednicu učitelja i nastavnika na eTwinning portalu pa neke od predloženih aktivnosti iz ove cjeline napravite u sklopu eTwinning projekta. Više o eTwinningu možete saznati na mrežnim stranicama [zajednice eTwinning](#) ili na stranicama [Agencije za mobilnost i programe EU](#).

Pogledajte i lekcije dostupne na stranicama Khan Academy [Omjeri, razmjeri, proporcije](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za one koji žele znati više pripremljen je niz složenijih zadataka. Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje, a interakcije povratnu informaciju pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

Zadatci s proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama često se pojavljuju na Državnoj maturi pa predlažemo da pogledate i ove zadatke:

- [Državna matura, ljetni rok 2010./2011. godine, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 18](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2013./2014. godine, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 15](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2014./2015. godine, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 28](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2016./2017. godine, Matematika, osnovna razina B, zadatak 15.](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala ili sadržaja. Prilagodbe valja odabirati temeljem specifičnih obilježja učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- – ponoviti ili pojednostavniti upute
- – jezično prilagoditi složenije zadatke
- – koristiti se vizualnom podrškom: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisak
- – razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- – povećati razmak između redova
- – formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- – omogućiti uporabu džepnog računala
- – voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta u odnosu na specifičnosti učenika
- – omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- – koristiti se različitim alatima koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama rabi asistivnu tehnologiju, valja je integrirati i u aktivnosti za slobodno učenje.

Pojedini se postupci primjenjuju kod određene skupine učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama:

- – povezati zadatke sa specifičnim interesima učenika u cilju osiguravanja motiviranosti, najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)
- – smanjiti zahtjeve za pisanjem ili prepisivanjem s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenucima zasićenosti, uporaba podsjetnika (poremećaj pažnje)
- – upotrijebiti font *sans serif* (ili *Verdana*, *Dyslexiu*), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno kod dodatnih materijala (specifične teškoće učenja)
- – osigurati češće pauze tijekom rada, povezivati sadržaje s primjerima iz svakodnevnog života (intelektualne teškoće)
- – usmeno prezentirati zadatak, omogućiti uporabu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- – ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu na izvor zvuka (oštećenje sluha)

U osmišljavanju prilagodbi uvijek treba raditi timski i kontinuirano surađivati sa stručnim timom škole, asistentom i roditeljima. Kod svih je učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama važno osigurati njihovo aktivno sudjelovanje tijekom aktivnosti za slobodno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u grupama gdje će učenik imati priliku surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima grupe).

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama
- Uočiti primjere proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i objasniti omjer i razmjer
- Odrediti nepoznati član razmjera
- Prepoznati i objasniti proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine
- Koristiti se svojstvima proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina pri rješavanju problema
- Primijeniti proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo
-

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula Proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stavova s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te dobivanja povratnih informaciju koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha je ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju pedagoško-motivacijska (formativna), a ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukcija, primjena i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja zadataka koje je riješio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 7. razred osnovne škole

Modul 3: Postotni i jednostavni kamatni račun

Priručnik za nastavnike

Modul 3: Postotni i jednostavni kamatni račun

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s postotnim i jednostavnim kamatnim računom.
- Uočiti primjere postotaka, postotnog i jednostavnog kamatnog računa u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.).
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati postotni iznos, postotak i osnovnu vrijednost te objasniti njihovu povezanost.
- Izračunati postotni iznos, postotak i osnovnu vrijednost.
- Objasniti vezu postotnog i jednostavnog kamatnog računa.
- Primijeniti postotni i jednostavni kamatni račun pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula

U ovom modulu učenici 7. razreda ponavljaju sadržaje vezane za racionalne brojeve, linearne jednadžbe, omjere, razmjere, proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine. Na postojeća znanja nadograđuju nova znanja o postocima, postotnom računu i jednostavnom kamatnom računu te primjene postotnog i jednostavnog kamatnog računa u različitim područjima i svakodnevnom životu.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete upotrijebiti na različite načine, bilo u cijelosti, bilo u dijelovima te ih prilagoditi učenicima i školskom okruženju. Sadržaje možete

prilagoditi za samostalan, timski ili suradnički rad učenika, koji ćete poslije zajednički provjeriti, ali i za rad na matematičkim izazovima i projektima, u kojima će učenici uočiti sinergiju matematike i svakodnevnog života.

Učenici će većinu zadataka moći odraditi izravno u digitalnim obrazovnim sadržajima. Dio zadataka namijenjen rješavanju u bilježnici, učenici mogu rješavati u razrednoj digitalnoj bilježnici OneNote ili međusobno dijeliti u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, kao što su Yammer ili Teams.

Učenici OŠ Veliki Bukovec 2013. izradili su svoj digitalni udžbenik o postocima pa vam njihovi sadržaji mogu poslužiti kao primjer kako biste potaknuli svoje učenike na izradu sličnih sadržaja na temu postotaka. Iako interaktivni kvizovi na tim stranicama više nisu dostupni, ostali su sadržaji (primjeri, zadaci, videozapisi) i dalje dostupni. Pogledajte [Postoci – udžbenik](#).

Uz svaku jedinicu je u priručniku OneNote pripremljena i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za rad s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

GeoGebra

GeoGebra je program dinamične matematike, namijenjen učenju i poučavanju. Povezuje područja interaktivne geometrije, algebre, tabličnih proračuna, statistike, analize i crtanja grafova. Dostupan je na hrvatskom jeziku.

Više o GeoGebri pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na stranicama [GeoGebre](#).

Animoto

Animoto je internetski alat koji služi za izradu videomaterijala na visokoj razini.

Više o Animotu pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na [službenoj stranici](#) programa.

PhET simulacije

PhET simulacije nastale su kao projekt Sveučilišta u Coloradu, tijekom kojega su izrađene *online* simulacije za različite prirodoslovne predmete i matematiku. Cilj projekta, kao i samih simulacija, bio je stvoriti suradničku, intuitivnu okolinu u kojoj učenici, u simulacijama koje podsjećaju na igru, uče i istražuju. Primjer takve simulacije je i [simulacija sa proporcijama](#). Dio simulacija dostupan je i na [hrvatskom jeziku](#).

Više o PhET *online* simulacijama pročitajte u [CARNET-ovom e-laboratoriju](#) te na [službenim stranicama](#).

Libar

Libar je usluga koja omogućava jednostavnu izradu, objavu i primjenu nastavnih sadržaja, kao što su multimedijски digitalni dokumenti, prezentacije i e-knjige u pdf i hpub formatu. Na [stranicama projekta e-Škole](#) u obrazovnim materijalima dostupan vam je i priručnik [Korištenje alata za izradu digitalnih obrazovnih sadržaja](#) u kojem možete pročitati detaljnije upute o radu u digitalnom alatu Libar.

Aplikaciju možete proučiti i isprobati na [službenim stranicama](#).

Piktochart

Piktochart je alat za izradu infografika, izvještaja, postera i prezentacija. Na raspolaganju su vam gotovi predlošci i grafički prikazi koje možete upotrijebiti za izradu različitih informativnih materijala.

Više o Piktochartu pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na [službenoj stranici](#) programa.

Canva

Canva je brzi i profesionalni alat za izradu infografika, izvještaja, postera i prezentacija. Na raspolaganju su vam gotovi predlošci i grafički prikazi koje možete upotrijebiti za izradu različitih informativnih materijala.

Više o alatu Canva pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na [službenoj stranici](#) programa.

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

U zbirci e-Škole scenarija poučavanja dostupni su scenariji:

- [Po100ci](#), namijenjen je učenicima 7. razreda uz jedinice o postocima.
- [Pametno sa svojim novcem](#), namijenjen je učenicima srednjih škola, ali pojedine aktivnosti, kao što je Biram štednju, primjenjive su i u radu s učenicima 7. razreda.
- Scenariji učenja: **Čist račun, duga ljubav**, namijenjen je učenicima 7. razreda, uz jedinicu Jednostavni kamatni račun.

Predlažemo da pogledate spomenute scenarije, odaberete aktivnosti prema mogućnostima svojih učenika i škole pa neke od aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Kalkulatori za izračun postotka:

- [Računanje postotaka](#)
- [Izračun postotka](#)
- [Percentage calculator](#), postoci, postotno povećanje i smanjenje (engleski jezik).

Projekti i dodatni sadržaji:

- **Matematika u trgovini:** pronaći postotke u trgovini (PDV na računu, sniženja, rabati...), fotografirati pronađeno. Uz Animoto aplikaciju snimiti video.
- **Digitalni obrazovni sadržaji o postocima** - učenici mogu kreirati vlastite obrazovne sadržaje o važnosti postotaka, s pomoću aplikacije Libar.
- **Ethika**, projekt za etičko obrazovanje i učenje o vrijednostima u školama i vrtićima.

Možete upotrijebiti i ove sadržaje za pojašnjavanja ili uvježbavanje:

- [Postoci, vježbalica](#), autor Damir Belavić
- [Postoci i računanje s postocima](#), Matematika, *online* matematički priručnik za školarce
- [Postoci](#), autorica Antonija Horvatek
- [Postoci, računanje s postocima](#), Eduvizija
- [Postoci na državnoj maturi](#), Moja matura, radni listovi
- [Izračun postotaka pomoću Excela](#), Microsoft
- [Jednostavni kamatni račun](#), Odrazi se.

Igre s postocima:

- [Postoci, invazija postotaka](#), (Adobe Flash, autorica A. M. Vuković)
- [What percentage is illustrated](#) (engleski jezik)
- [Percent shopping](#) (engleski jezik)
- [Balloon invaders percent](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Matching fraction percent](#) (engleski jezik)
- [Equivalence](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Percentage game](#) (engleski jezik)
- [Wise Park](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [The Legend of Dick and Dom](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Estimating Percentages](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Sale](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Town creator](#) (engleski jezik)
- [Percent - images](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Matching Percents to fractions or decimals](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Math games](#) - pogledajte odjeljak Percentages (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Percent Panic](#) (engleski jezik)
- [Mission Magnetite](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Fractions, decimals, percents - Jeopardy game](#) (engleski jezik).

Različiti kvizovi i interaktivni sadržaji o postotnom i kamatnom računu na engleskom jeziku:

- [Internet4Classrooms \(7th grade skills\)](#)
- [IXL-Estimate percent of numbers](#)
- [Khan Academy Postoci](#)
- [Pitanja za ponavljanje postotka](#)
- [Primjena postotaka](#)
- [Postoci i razlomci \(potrebna je prijava\)](#)
- [Ponavljanje postotaka](#)
- [Računanje postotka](#)
- [BBC Vježba sa razlomcima i postocima](#)
- [BBC Ponavljanje postotaka](#)
- [Nastavni listići](#)
- [Simple Interest Money Game](#)

- [Simple Interest](#)
- [Simple Interest Rates Battleship \(Adobe Flash\)](#)
- [The Cost of Being Late](#)

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- [Postoci](#), Antonija Horvatek, Miš
- [Hrvatski pravopis](#)
- [Kreditni kalkulator](#)
- [European Schoolnet Academy](#), portal za stručno usavršavanje i razvoj nastavnika
- [Različite igre i aktivnosti](#) s postocima, NRICH, University of Cambridge (engleski jezik)
- Mrežne stranice Antonije Horvatek: [Postoci](#).

Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
3.	Postotni i jednostavni kamatni račun	14 + 1
	3.1. Pojam postotka	1
	3.2. Izračun postotnog iznosa	2
	3.3. Izračun postotka	2
	3.4. Izračun cjeline	2
	3.5. Primjena postotnog računa	3
	3.6. Jednostavni kamatni račun	2
	3.7. Jednostavni kamatni račun u svakodnevnom životu	2
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

3.1. Pojam postotka



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s postocima.
- Uočiti primjere postotaka u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.).
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati postotak
- Objasniti pojam postotka i njegovu primjenu
- Povezati zapis decimalnog broja i razlomka sa zapisom u obliku postotka
- Prikazati udio nekog obilježja postotkom

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 1 **sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života koji je blizak učenicima, a to je postotak popunjenosti baterije mobitela. Učenici svakodnevno gledaju u svoje mobitele i intuitivno već znaju što znači 100 %, 50 % itd., tj. koliki postotak pokazuje da će im uskoro baterija biti prazna. I tim primjerom želimo pokazati kako je matematika u pozadini različitih svakodnevnih postupaka.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Prije prvog naslova učenike upućujemo na to kako čitati znak %, odakle potječe naziv te im preporučujemo da pogledaju što o postocima kažu učenici OŠ Slavka Kolara iz Hercegovca.

Postotak

Nastavljamo s postocima 100 %, 50 % i 25 %. Učenici će uočiti da 100 % znači cjelinu, a 50 % polovinu, što već znaju intuitivno. Slijedi GeoGebrina interaktivna vježba u kojoj učenici birajući sami omjer boja mogu prije nego išta nauče o postocima povezati vizualni prikaz s postotkom te omjere s postocima. U vježbi učenici mogu i sami pokušati prikazati postotkom popunjenost bočice spreja, tako da zbroje izabranu količinu jedne i druge boje i stave u omjer naprama 20, jer je ukupna količina mjerica boja 20 (10 jedne i 10 druge). Zatim trebaju procijeniti postotak popunjenosti bočice. Učenicima koji imaju poteškoća s razumijevanjem postotka pružite priliku da se dulje "igraju" u simulaciji kako bi povezali matematički zapis s konkretnim objektima.

Učenici u primjeru uočavaju i interaktivnim zadacima uvježbavaju da je zbroj postotaka jedne cjeline 100 %.

Postotak kao razlomak

Vratimo se na treći primjer i uočimo da postotak označava omjer količine nekih jedinica na sto takvih jedinica. Bitno je da učenici uoče da je 100 % jedna cjelina, tj. $100\% = 1$. Učenici trebaju zapamtiti za cijeli život neke osnovne postotke: 100 % je jedno cijelo, 50 % je pola, 25 % je četvrtina, 20 % je petina i 10 % je desetina cjeline. To je važno zapamtiti zato da bi mogli lakše procijeniti određeni postotak uočavanjem približnog zaokruživanja prema tim poznatim omjerima te određivanjem je li postotak malo veći ili malo manji.

Slijedi interaktivni sadržaj s vizualnim i brojčanim prikazom postotaka. Dio cjeline možemo zapisati s pomoću razlomka pa tu učenicima pokazujemo da je postotak omjer dijela i cjeline, odnosno nekog broja i broja 100. Kako smo naučili u prethodnom modulu, omjer možemo zapisati u obliku razlomka, u ovom slučaju u obliku razlomka s nazivnikom 100 pa zaključujemo da je postotak razlomak s nazivnikom 100.

Povezivanjem s omjerima omogućavamo učenicima proširivanje i nadogradnju postojećih znanja te povezivanje različitih matematičkih tema, što je važno za dublje razumijevanje.

Slijedi niz zadataka i interaktivnih vježbi o tome kako postotak zapisati u obliku omjera i razlomka. Učenike navikavamo da razlomke uvijek skraćuju do kraja.

Postotak kao decimalni broj

Prisjetimo se da decimalni broj dobijemo kad podijelimo brojnik razlomka s njegovim nazivnikom pa postotak možemo zapisati i u decimalnom obliku. Slijedi niz primjera za uvježbavanje zapisivanja postotka u decimalnom obliku.

Da bi učenici lakše zapamtili postupak promjene oblika zapisa, postoji i kratka uputa da postotak zapisujemo u decimalnom obliku tako da ga podijelimo sa 100.

Određivanje postotka s pomoću omjera

U primjeru povezujemo omjer dijela prema cjelini sa zapisom u obliku postotka. Na taj način dobije se postotak uspješnosti, koji kontekstualno povezujemo sa sportskim ili ispitnim uspjesima.

Omjer prikazujemo s pomoću razlomka ili decimalnog broja, pa ovdje pokazujemo kako odrediti postotak s pomoću razlomka ili decimalnog broja. U svakodnevnoj upotrebi češći je decimalni broj. Ako decimalni broj ima više decimala, postotak zaokružimo na cijeli broj ili na onoliko decimala koliko želimo. Dobro je učenicima skrenuti pažnju na kontekste primjene postotaka, odnosno u kojim situacijama nam je potrebna preciznija vrijednost.

Za uvježbavanje zapisa omjera u postotku pripremljena je interaktivna GeoGebrina simulacija koja uključuje i vizualni element, tako da učenicima zorno prikazuje postotak na tri načina (slika, postotak i omjer). Učenicima koji imaju poteškoća s razumijevanjem omjera i postotaka pružite priliku da se dulje "igraju" u simulaciji kako bi povezali matematički zapis s konkretnim objektima.

Slijedi niz zadataka i interakcija za uvježbavanje.

Učenicima će biti zanimljiv zadatak u kojem mogu u svojem razredu istražiti razne omjere te ih napisati u obliku postotka. Slijedi zanimljivost o humanitarnoj organizaciji koja se brine o pravima i potrebama djece, UNICEF-u, i pripadni zadatak. Tako učenicima dajemo priliku za uočavanje povezanosti naučenog sa stvarnim životom.

Za one koji žele znati više

Postoci veći od 100 %

Postoci mogu biti i veći od 100 %. Slijedi primjer i nekoliko zadataka s postotkom većim od 100 %. Cilj je poraditi na razumijevanju rečenica koje često čujemo u svakodnevnom životu. Ako je postotak veći od 100 %, znači da označava više od jednog cijelog. Bez obzira na to je li postotak manji ili veći od 100 %, s njim se uvijek isto računa.

Završetak

Na samom kraju ove kratke jedinice DOS-a pronaći ćete podsjetnik na najvažnije dijelove jedinice te kratki GeoGebra interaktivni zadatak u kojem treba pretvoriti decimalni broj u postotak ili postotak u decimalni broj. Nakon upisivanja rješenja, učenici trebaju pritisnuti tipku Enter za dobivanje povratne informacije.

Možete sugerirati učenicima i da donesu račune s različitim iznosima, kako bi usporedili PDV na svakome od njih.

Dodatni prijedlozi

Kako bi učenici mogli pratiti svoj napredak tijekom savladavanja postotaka (samovrednovanje), predlažemo uporabu "ljestvice napretka" u obliku plastificiranog plakata s ishodima cjeline prikazanim karakterističnim zadacima (ilustracija desno). Učenici neka izrade ukrašene naljepnice sa svojim imenom i stave ih na taj plakat. Kako koji ishod svladaju (znaju riješiti zadatak), svoju naljepnicu pomiču na sljedeći ishod.

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja [Po100ci](#) pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Igre s postocima:

- [What percentage is illustrated](#) (engleski jezik)
- [Matching fraction percent](#) (engleski jezik)
- [Percent - images](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Matching Percents to fractions or decimals](#) (Adobe Flash, engleski jezik).

Pogledajte i lekciju [Percents](#) na mrežnim stranicama Desmos.

[Invazija postotaka](#), Aleksandra-Maria Vuković.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo nekoliko složenijih primjera i zadataka s postocima većim od 100 %.

Cilj je poraditi na razumijevanju rečenica koje često čujemo u svakodnevnom životu. Ako je postotak veći od 100 %, on označava više od jednog cijelog. Bez obzira na to je li postotak manji ili veći od 100 %, s njim se uvijek isto računa.

Zadaci s postocima često se pojavljuju na Državnoj maturi pa predlažemo da pogledate i ove zadatke:

- [Državna matura, ljetni rok 2010./2011. godine, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 2.](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2011./2012. godine, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 2.](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju ili učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, valja imati na umu da učenici s teškoćama čine heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima učenika.

Upozorite u svim jedinicama na vidljivost simbola množenja i dijeljenja. Ako simboli nisu dovoljno istaknuti, učenicima s oštećenjem vida i diskalkulijom potrebno je izraditi tiskani materijal s tim zadacima u kojima će simboli biti dodatno istaknuti. Također, za svaku jedinicu učenicima možete pripremiti sažetak formula koji bi im stajao na vidljivom mjestu u učionici ili na njihovu stolu.

Uoči ove nastavne jedinice, savjetujte učenicima s teškoćama da ponove na koji se način skraćuju razlomci (do neskrativog) te kako razlomak pretvaramo u decimalni zapis.

Kako bi učenici s teškoćama mogli lakše rješavati zadatke procjene (primjerice, procjene koliko je sjedala zauzeto u kinodvorani u Primjeru 2 ili procjenu koliko je Ana potrošila u papirnici u Primjeru 3), važno je izraditi vizualne predloške za takve zadatke (slika kinodvorane sa sjedalima, slika novčanica koje je Ana dobila).

Kako bi se učenicima s teškoćama približio pojam postotka, može se izraditi više krugova, od kojih svaki može biti podijeljen na različite dijelove, npr. jedan na polovine, drugi na četvrtine..., a svaki može biti u drugoj boji.

Učenicima sa specifičnim teškoćama učenja i jezičnim teškoćama važno je dodatno vizualno objasniti što znači postotak veći od 100 %, za što može poslužiti primjer o porastu broja turista (Primjer 9).

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi za zadatke 4, 5 i 7, 13 (odabir odgovora i povlačenje zapisa), 8, 9, 10, 11 (upisivanje odgovora), 4 (odabir odgovora), 10 i 11 te je važno voditi računa o uvećanju ponuđenih odgovora u zadatku 2. U slučaju umora, posebno učenika s motoričkim teškoćama, preporučuje se od svake skupine zadataka odabrati dva jednostavnija zadatka koje učenik treba riješiti. Isti savjet primjenjiv je i na učenike s diskalkulijom.

Kad se iznosi glavna rečenica: 100 % znači sve, jedna cjelina, učenike s poteškoćama treba usmjeriti na konkretan primjer. Primjerice, 100 % jabuke je jedna cijela jabuka, 100 % lubenice je jedna cijela lubenica.

Zadatke s rješavanjem postotnog računa, kao što je zadatak 15, treba prilagoditi učenicima stavljajući im jednostavnije brojeve.

U zadatku 19 posebno napomenite učeniku na što treba usmjeriti pozornost ili mu riješite dio zadataka jer je zadatak prezahtjevan za učenike s motoričkim teškoćama i teškoćama vizualne percepcije.

3.2. Izračun postotnog iznosa



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s postocima.
- Uočiti primjere postotaka u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.).
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Procijeniti postotni iznos
- Izraziti postotni iznos s pomoću postotka i osnovne vrijednosti
- Izračunati postotni iznos
- Analizirati promjenu postotnog iznosa s obzirom na promjenu osnovne vrijednosti uz isti postotak.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 sata

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskom animacijom** iz svakodnevnog života (frizerski salon) u kojoj na pojednostavnjen način pokazujemo kako se obračunava porez na dodatnu vrijednost, PDV. U zanimljivostima objašnjavamo što je PDV i kako se izračunava. Također smo dodali [poveznicu o iznosu PDV-a](#) u drugim europskim državama.

Uvodnim primjerima izlaže se pojam postotnog iznosa.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Računanje postotnog iznosa napamet

Prije uvođenja formalnih matematičkih oznaka i formula za postotni račun, želimo učenike naviknuti i poučiti kako računanjem napamet i zaključivanjem mogu računati neke jednostavne postotke. Jedan korak u tom smjeru već je sadržan i u prethodnoj jedinici Pojam postotka.

U prvom primjeru govorimo o postotku 25 %, i prisjećamo se da je to četvrtina cjeline, odnosno ovdje su to četvrtine od 24 sata. Zatim računaju desetinu, polovinu, petinu itd. Završavamo definicijom pojma postotni iznos.

O čemu ovisi postotni iznos

I dalje se referiramo na motivacijski primjer, ali sada promatramo kako se mijenja postotni iznos ako mijenjamo osnovnu cijenu, a postotak ostaje nepromijenjen. Potičemo učenike na uočavanje da se postotni iznos proporcionalno mijenja s obzirom na veličinu od koje računamo postotak.

Slijedi nekoliko interaktivnih zadataka za utvrđivanje naučenog, kojima želimo potaknuti učenike na usvajanje načina razmišljanja i logičkog zaključivanja o postocima kako bi mogli kritički procjenjivati informacije u obliku postotaka koji se često pojavljuju u medijima.

Na sličan način učenicima skrećemo pozornost na vezu postotnog iznosa i postotka uz isti iznos veličine od koje računamo postotak. Zaključak o proporcionalnoj ovisnosti postotnog iznosa o postotku omogućava nam još jedno povezivanje već usvojenog znanja te nadgradnju. Iako u modulu o proporcionalnim veličinama nismo spominjali postotke, ovime pokazujemo učenicima da su postoci samo drugačiji način prikazivanja povezanosti među veličinama, o čemu već dosta znaju.

Iskoristite priliku pa učenicima istaknite te veze jer im tako omogućavate uočavanje "veće slike" te odmak od "pospremanja u ladice" odvojenih matematičkih tema.

Računanje postotnog iznosa razmjerom

Postotak je omjer naprama 100 pa iz poznavanja proporcionalnih veličina izvodimo zaključak o razmjeru dio : cjelina = postotak : 100. Razmjer rješavamo onako kako smo naučili u jedinici Proporcije ili razmjeri, modul Proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine.

Slijede zadaci i interakcije za uvježbavanje računanja postotnog iznosa s pomoću razmjera.

Ujedno je to prilika i za utvrđivanje sadržaja iz prethodnog modula.

U sklopu ovog podnaslova učenicima možete pokazati kako se postoci mogu računati i prema trojnom pravilu. U primjeru 3 i zadatku 6 primijenite trojno pravilo u rješavanju zadataka.

Računanje postotnog iznosa s decimalnim brojem ili razlomkom

Primjer izračuna postotnog iznosa bez razmjera objašnjavamo na dva načina. U jednom postotak pišemo u obliku razlomka, a u drugom u decimalnom obliku.

Kad računamo postotak od neke cjeline, dobijemo postotni iznos. Već otprije znamo da takve zadatke s riječju od računamo množenjem. Zaključak je da postotni iznos dobijemo množenjem postotka i veličine od koje računamo postotak.

U većini zadataka spominje se i prethodna procjena rezultata koja nam je potrebna kako bi učenici predvidjeli moguće rješenje te se mogli kritički osvrnuti na svoje postupke rješavanja i dobivene rezultate. Pri procjeni se oslanjamo na vještine koje su učenici usvojili na početku ove jedinice (računanje napamet i zaključivanje).

Nadalje procjenjujemo iznos za neke druge veličine od kojih računamo 30 %. Učenike upućujemo na to da je 30 % približno trećina, a to će im pomoći da što bolje procijene postotni iznos.

Kao zanimljivost i zadatak za suradnički, istraživački rad, predložimo **temu iz [Državnog zavoda za statistiku \(DZS\)](#)** – postotak muških i ženskih vozača u 2015. godini. Za suradnički rad predložimo da učenici pogledaju dodatne informacije Državnoga zavoda za statistiku u brošuri [Dan vozača](#) i osmisle vizualni prikaz za neke od navedenih postotaka. To mogu učiniti s pomoću digitalnih alata [Canva](#) ili [Piktochart](#). Oba alata imaju dobno ograničenje na 13 godina pa obavezno pripazite na zaštitu osobnih podataka djece. Predložimo da izradite razredne ili timske korisničke račune koji su povezani sa školskim ili učiteljskim računom kako biste ih mogli kontrolirati.

Osim navedenog primjera, na stranicama DZS-a možete naći niz podataka, tablica i grafičkih prikaza koje možete upotrijebiti za poučavanje matematike te učenicima i tako pokazivati primjenu matematike te relevantnost i pouzdanost izvora informacija na internetu.

Slijedi interaktivni zadatak u kojem treba izračunati postotni iznos tako da postotak prikažemo u obliku razlomka ili decimalnog broja.

Računanje postotnog iznosa prema formuli

Tek u ovom dijelu uvodimo formalne oznake i formulu postotnog računa. Na početku uvodimo pojam osnovne vrijednosti, označavamo postotni iznos s y , osnovnu vrijednost s x i postotak s p %.

Slijedi još jedan primjer, s formulom postotnog računa, u kojoj je postotak zapisan u obliku razlomka s nazivnikom 100.

Ovisno o karakteristikama razreda i mogućnostima vaših učenika, odlučite hoćete li učenicima pokazati obje formule ili samo jednu. No važno je istaknuti da su oba pristupa jednakovrijedna te da nije potrebno učenje napamet formula radi samih formula. Istaknite učenicima poveznice između omjera, proporcionalnosti i formule postotnog računa kako bi razumjeli povezanost veličina te uz razumijevanje usvojili i formule.

Zanimljivostima o planinarenju učenike potičemo na zdrav život i kretanje u prirodi. Pripadni zadatak preporučujemo riješiti na isti način kao i u primjeru, radi uvježbavanja.

Uvježbajmo

Uz zanimljivosti i zadatke učenici uvježbavaju računanje postotnog iznosa. Pritom vježbaju procijeniti postotni iznos te otkrivaju razne primjene postotnog računa u svakodnevnom životu.

Kod zadataka kao što je Zadatak 18, sugeriramo razgovor s učenicima o sniženjima te povezivanje svakodnevnog izraza "sniženje od 40 %" s iskazom zadatka u kojem je navedeno sniženje od 40 % od redovite cijene.

Na kraju ovog dijela je interaktivna igra ponavljanja u obliku društvene igre "Šašave kornjače". Zadaci su složeni na rubovima devet kartica koje treba složiti tako da svi zadaci i sva rješenja koja se dodiruju odgovaraju. Na vanjskim rubovima će biti viškovi koji nemaju par. Devet pločica (kvadratića) razbacano je i zaokrenuto. Učenicima su dani nesloženi kvadratići i mreža 3×3 u koju ih moraju posložiti tako da zadatak i rješenje međusobno odgovaraju. Iako ima višak zadataka i rješenja, postoji samo jedan način na koji se sve pločice mogu posložiti da bi sva rješenja i svi zadaci odgovarali. Pločice se mogu pomicati i rotirati.

Učenicima koji imaju problema s razumijevanjem postotaka i koji su malo sporiji, omogućite da se dulje "igraju" ili ih motivirajte da igru završe kod kuće.

Za one koji žele znati više pripremljeni su složeniji zadaci s računanjem postotnog iznosa.

Završetak

Na kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice te savjet učenicima kako sami mogu odabrati način rješavanja u kojem se najbolje snalaze te da nije važan

"recept" za rješavanje, nego razumijevanje odnosa veličina u postotnom računu. Također je bitno da učenici shvate da im je to znanje potrebno svakodnevno na različitim područjima. Završavamo s nekoliko zadataka za samovrednovanje.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja "[Po100ci](#)," pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Igre s postocima:

- [Postoci, invazija postotaka](#), (Adobe Flash, autorica A. M. Vuković)
- [Baloon invaders percent](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Percent game](#) (engleski jezik).

Pogledajte i objave dostupne na [facebook stranici DZS](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predložimo nekoliko složenijih zadataka. Prvi zadatak je izračun postotnog iznosa ako je zadan postotak veći od 100 %. Drugi uspoređuje iznose sniženja raznih osnovnih vrijednosti, a treći ima niz izračuna postotnih iznosa.

Na Državnoj maturi također ima zadataka s postocima, u DOS-u su neki zadaci s Državne mature popisani u jedinici Aktivnosti za samostalni rad, ali možete i ovdje uputiti učenike na zadatak [DM, ljetni rok šk. god. 2010./2011. osnovna razina, B, zadatak 28](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Pri rješavanju prvih dvaju zadataka, učenicima s teškoćama ponudite upotrebu krugova koji su podijeljeni na postotke, iz prethodne jedinice.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja potrebno je vizualno izdvojiti ključne informacije vezane uz zadatak. Primjerice u 5. zadatku bolji način zapisa zadatka bio bi ovaj:

Procijenite iznos PDV-a (25%) na neke druge osnovne cijene.

Upišite rješenje u prazno polje.

Provjerite svoju procjenu.

Rješenje upišite kao **prirodni broj**.

Zadatak 19 mogao bi biti težak učenicima sa specifičnim teškoćama učenja zbog razumijevanja upute zadatka. Potrebno im je dati više vremena kako bi mogli složiti kvadratiće te dodatna usmena pomoć, tj. objašnjenje upute zadatka i toga koje se informacije nalaze na kvadratićima.

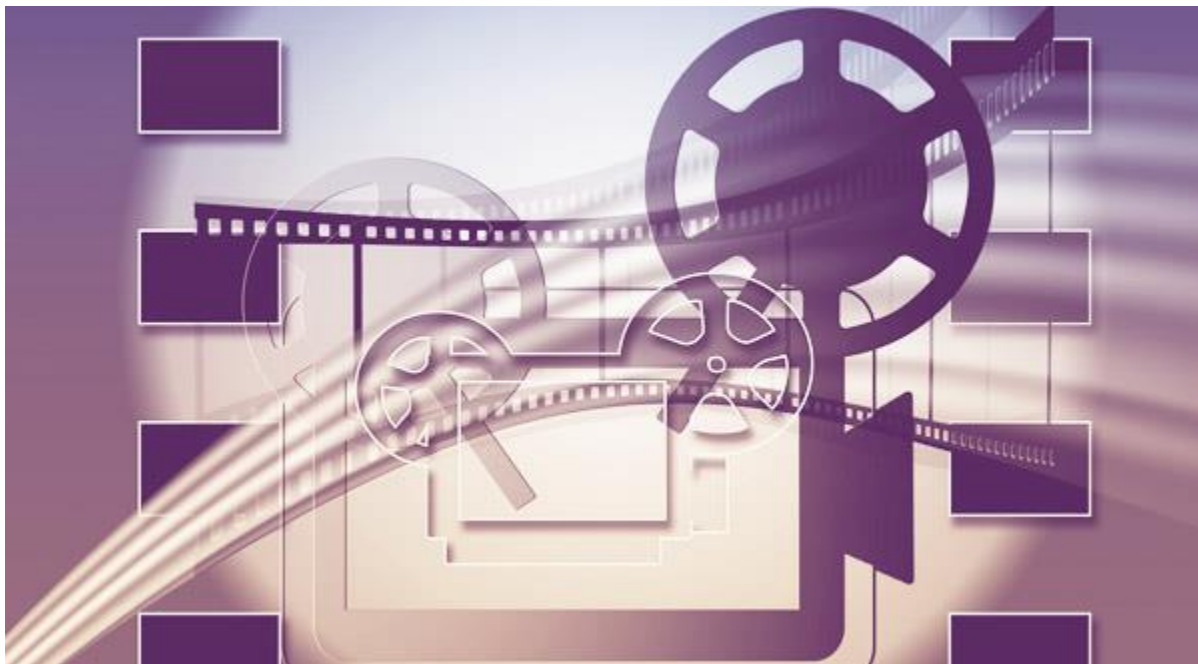
Isti zadatak mogao bi biti težak i učenicima s intelektualnim teškoćama pa predlažemo da im se smanji broj kvadratića i da se na njih stave smo dva podatka (umjesto četiri) koja bi spajali u stupac (kvadratić ispod kvadratića, pa bi se preklapala samo dva podatka).

Učenicima s intelektualnim teškoćama i diskalkulijom u zadatke treba uvrstiti jednostavnije brojeve, primjerice brojeve zaokružene na desetice ili stotice.

Da bismo dodatno zainteresirali učenike s poremećajem iz autističnog spektra za ovu lekciju, možemo u zadatke uvrstiti izračun postotnog iznosa za područja koja ih posebno zanimaju.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi za zadatke 3, 4, 5, 7, 8, 11, 15, 16 (upisivanje odgovora), te zadatke 19 i 22 (povlačenje).

3.3. Izračun postotka



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s postocima.
- Uočiti primjere postotaka u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.).
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Procijeniti postotak
- Izraziti postotak s pomoću postotnog iznosa i osnovne vrijednosti
- Izračunati postotak
- Analizirati promjenu postotka s obzirom na promjenu osnovne vrijednosti uz isti postotni iznos.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 sata

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerom** sa stvarnim podacima o posjećenosti [kinematografima u 2015.](#) godine preuzetim sa stranica DZS-a. Iz podataka sa slike slijedi uvodni primjer u kojem se prisjećamo da postotak pokazuje omjer dijela prema cjelini. Vrijednost tog omjera zapišemo u obliku postotka.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Računanje postotka napamet

Prisjećamo se polovina, četvrtina, desetina i njihova zapisa u obliku postotka u nekoliko interakcija. Kao zanimljivost ističemo kako brzo izračunati postotak, jer će to znanje učenike pratiti cijeli život, kojim god područjem se bavili, a svjedoci smo da mnogi odrasli nisu sigurni u to kako se računa postotak. Uvježbajte logično rješavanje zadataka u kojima se traži polovina, trećina ili desetina. Ako učenici imaju poteškoća s takvim načinom rješavanja, ponudite im rješavanje razlomcima.

Slijedi interaktivna igra u kojoj dvoje mladih prolazi dio od 20 označenih država Europe. Učenici trebaju odgovoriti na pitanje koliki su dio u obliku postotka u kojem putovanju prešli. Odabrano je nasumce 20 država od ukupno 44, radi lakšeg računanja postotka. Učenicima koji imaju poteškoća s razumijevanjem postotaka pružite priliku da se dulje "igraju" kako bi povezali matematički zapis s konkretnim objektima.

Nastavljamo s vježbom računanja postotaka nizom raznih interakcija i zadataka. U zadatku s košarkašem učenicima je vizualno prikazan omjer postignutih koševa i ukupnog broja gađanja na koš. Dalje učenici u interaktivnim zadacima uvježbavaju računanje postotka. Slijede zadaci s pripadnom napomenom o članicama [Europska unije](#) u kojima korelacijski povezujemo postotke s Geografijom i Povijesti. Postavljen je i zadatak i pripadni zanimljivi videozapis [Državnog zavoda za statistiku o natalitetu](#) te zanimljivost u kojoj se učenicima objašnjava kako se računa opća stopa nataliteta, u promilima.

Kako postotak ovisi o postotnom iznosu i osnovnoj vrijednosti

U sljedećim dvama primjerima najprije navodimo učenike na zaključak kako se mijenja postotak s obzirom na promjenu osnovne vrijednosti uz jednak postotni iznos, zatim kako se mijenja postotak s obzirom na promjenu postotnog iznosa uz jednaku osnovnu vrijednost.

U prvom slučaju zaključujemo da su osnovna vrijednost i postotak obrnuto proporcionalne veličine, a u drugom slučaju da su postotni iznos i postotak proporcionalne veličine. Time pokazujemo učenicima da su postoci samo drugačiji način prikazivanja povezanosti veličina, o čemu već dosta znaju.

Iskoristite priliku pa učenicima istaknite te veze jer im tako omogućavate uočavanje "veće slike" te odmak od "pospremanja u ladice" odvojenih matematičkih tema.

Slijedi niz interakcija i zadataka iz svakodnevnog života na kojima su te proporcionalnosti vidljive.

Predložimo da primjere i zadatke iskoristite kao podlogu za raspravu s učenicima o varljivosti postotaka.

Računanje postotka prema formuli

Formulu uvodimo primjerom iz učeničke svakodnevice: uspješnost na ispitu znanja. U zadatku je važno prepoznati veličine koje odgovaraju postotnom iznosu y , postotku $p\%$ i osnovnoj vrijednosti x . Povežemo intuitivni pristup s početka cjeline i zaključke o proporcionalnim veličinama i dobijemo formulu prema kojoj se računa postotak $p\% = y : x$. Slijedi napomena da dijeljenje možemo zapisati i u obliku razlomka. U sljedećem zadatku treba najprije procijeniti postotak, pa dajemo upute učenicima. Upućujemo ih na to da im je moć dobre procjene vrlo važna u budućnosti; da bi, kad se nađu u prilici da brzo i otprilike izračunaju postotak, bili uspješni u tome.

Slijedi još jedan zadatak sa stvarnim podacima iz arhiva DZS-a, a nakon toga zadatak u korelaciji s građanskim odgojem, o glasovima na izborima, gdje vidimo da jedan glas ima sasvim drugo značenje u postotku u odnosu na različite brojeve glasača. Nakon toga je još jedan zadatak o uspješnosti na ispitu, gdje će učenici uočiti da isti broj bodova ne znači istu ocjenu, tj. isti postotak riješenosti, nego da to ovisi i o ukupnom broju zadataka.

Uvježbajmo

Kad računamo postotak, možemo rješavati na bilo koji način: napamet, s decimalnim brojevima, razlomcima, s formulom ili bez nje. Učenicima treba ostaviti mogućnost da odaberu način koji im najbolje odgovara, ali da pripaze na točnost postupka i rješenja. Slijedi zadatak koji potiče na socijalnu osjetljivost, te uz njega zanimljivost o SOS dječjim selima. Zadatak je sa stvarnim podacima, a izvor podataka je Adopta, udruga za potporu u posvajanju. U zadacima sa stvarnim podacima često rješenja nisu "lijepa", pa učenicima napomenite da postotak zaokruže na cijeli broj ili na nekoliko decimala, ovisno o preciznosti koju želimo. Slijedi nekoliko zanimljivih interakcija i zadataka za uvježbavanje računanja postotka.

žele znati više je zadatak u kojem treba dva puta računati postotak.

Završetak

Na kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice. Ponovimo još jedanput da postotak računamo tako da podijelimo postotni iznos s osnovnom vrijednošću i pomnožimo sa 100.

Za kraj je pripremljena procjena znanja kojom učenici i sami mogu dobiti povratne informacije.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja "[Po100ci](#)," pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Igre i dodatni sadržaji s postocima:

- [Postoci i računanje s postocima](#), Matematika, *online* matematički priručnik za školarce
- [Postoci](#), Antonija Horvatek, videozapis
- [Postoci, računanje s postocima](#), Eduvizija.

Pogledajte i [YouTube kanal DZS](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo zadatak u kojem treba dva puta računati postotak. Uz njega je i poveznica na [pragove i zadatke s Državne mature](#).

Na Državnoj maturi također ima zadataka s postocima, u DOS-u su neki zadaci s Državne mature popisani u jedinici Aktivnosti za samostalni rad, ali možete i ovdje uputiti učenike na zadatak [DM, ljetni rok, šk.god. 2015./2016. viša razina, A, zadatak 1](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako bismo olakšali rješavanje 1. zadatka, ponovno možemo učenicima s teškoćama pripremiti vizualne predloške loptica, čarapa i ocjena u svjedodžbi.

Učenicima s jezičnim teškoćama, ali i drugim učenicima koji imaju nedostatne jezične sposobnosti, potrebno je tijekom gledanja drugog videozapisa objasniti nepoznate pojmove (npr. natalitet, živorođeni, fertilitet i dr.).

Učenici s disleksijom, ali i drugi učenici koji još nisu automatizirali tehniku čitanja, mogli bi imati teškoća u praćenju drugog videozapisa zbog fonta koji se koristi pa je važno provjeriti jesu li pročitali i razumjeli videozapis. Prema potrebi, može se izraditi pisani predložak ili učitelj može čitati tekst dok se prikazuje na videozapisu.

Potrebno je istaknuti ključne pojmove. Primjerice:

Ako imamo **jednak postotni iznos**, a **osnovna vrijednost raste**, **postotak** će se **smanjivati**.

Ako imamo **jednaku osnovnu vrijednost**, a **postotni iznos raste**, **postotak** će se **povećavati**.

Postotak je **proporcionalan** postotnom iznosu.

Postotak je **obrnuto proporcionalan** osnovnoj vrijednosti.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi za zadatke 2 i 8 (povlačenje zapisa) te 3, 4, 6 i 10 (upisivanje odgovora).

3.4. Izračun osnovne vrijednosti



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s postocima.
- Uočiti primjere postotaka u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.).
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Iskazati osnovnu vrijednost kao cjelinu
- Procijeniti osnovnu vrijednost
- Izraziti osnovnu vrijednost s pomoću postotka i postotnog iznosa
- Izračunati osnovnu vrijednost
- Izabrati način rješavanja problema u kojima treba odrediti osnovnu vrijednost.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 sata

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskom animacijom** s primjerom iz javnog prijevoza, kojom povezujemo računanje postotaka koje ljudi najčešće rade intuitivno, bez puno razmišljanja, a tim primjerom želimo pokazati kako je matematika u pozadini mnogih svakodnevnih postupaka. Vozač računa koliko je ukupno putnika u tramvaju ako mu je kontrolor rekao koliko putnika nema kartu i postotak putnika koji nemaju kartu.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Računanje cjeline napamet

Prvi primjer se referira na animaciju u tramvaju, odnosno objašnjavamo učenicima kako će vozač izračunati zadatak koji mu je postavio kontrolor. Učenike podsjetimo na to da je 20 % petina ukupnog broja putnika, pa je lako izračunati koliko ima putnika. Slijedi interakcija s postocima 10 %, 25 % i 20 % koje bi učenici već trebali znati iz prethodnih jedinica. Potičemo učenike da iz prethodno usvojenih načina određivanja postotnog iznosa i postotka te svojstava množenja i dijeljenja dođu do zaključka kako odrediti osnovnu vrijednost iz poznatog postotnog iznosa i postotka.

Rješavajući zadatke 2, 3 i 4, učenicima možete pokazati i kako dobiti rješenje s pomoću omjera udjela i cjeline.

Računanje cjeline dijeljenjem

Najprije se prisjećamo svojstava dijeljenja decimalnih brojeva (5. razred), konkretnije dijeljenja s decimalnim brojem između 0 i 1. Što je djelitelj manji, to je količnik veći. Slijedi primjer u kojem najprije treba procijeniti početnu cijenu ruksaka ako znamo postotak i iznos sniženja. Zatim računamo osnovnu vrijednost dijeljenjem postotnog iznosa i postotka. Slijedi nekoliko zadataka i interakcija za uvježbavanje.

Računanje osnovne vrijednosti prema formuli

U zadacima treba prepoznati postotni iznos, postotak i osnovnu vrijednost, te ih uvrstiti u dijeljenje koje smo dobili logičnim zaključivanjem na početku ove jedinice. Ako postotni iznos označimo s y , postotak s $p\%$ i osnovnu vrijednost s x , dobijemo formulu.

$x = y : (p \%)$. Podatke uvrstimo i riješimo. Postotak možemo iskazati i razlomkom s nazivnikom 100 pa formulu možemo zapisati i u razlomačkom obliku. Slijedi nekoliko zadataka i interakcija za uvježbavanje.

Računanje osnovne vrijednosti s pomoću razmjera

Već smo vidjeli u jedinici Izračun postotnog iznosa da su postotni iznos y i osnovna vrijednost proporcionalne veličine za koje vrijedi $y : x = p \%$ i da je postotak $p \%$ omjer naprama 100. Iz toga dobijemo jednakost dvaju omjera, $y : x = p : 100$. Kad postotni račun rješavamo s pomoću razmjera, samo iščitamo broj p . Razmjer riješimo onako kako smo naučili u jedinici Proporcije ili razmjeri, modul Proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine. Rješavamo primjer i zadatke s pomoću razmjera.

Primjer 2, zadatke 7 i 13 možete riješiti i prema trojnom pravilu te učenicima pokazati i takav način rješavanja.

Uvježbajmo

Na početku je **interaktivna igra** ponavljanja u obliku društvene igre "Šašave kornjače". Zadaci su složeni na rubovima devet kartica koje treba složiti tako da svi zadaci i sva rješenja koja se dodiruju odgovaraju. Na vanjskim rubovima bit će viškovi koji nemaju par. Devet pločica (kvadratića) razbacano je i zaokrenuto. Učenicima su dani nesloženi kvadratići i mreža 3×3 u koju ih moraju posložiti tako da zadatak i rješenje međusobno odgovaraju. Iako ima višak zadataka i rješenja, postoji samo jedan način na koji se sve pločice mogu posložiti tako da sva rješenja i svi zadaci odgovaraju. Pločice se mogu pomicati i rotirati.

Učenicima koji imaju problema s razumijevanjem postotaka i koji su malo sporiji, omogućite da se dulje "igraju" ili ih motivirajte da igru završe kod kuće.

Slijedi niz zadataka i interakcija za uvježbavanje, koje možemo rješavati na bilo koji način: napamet, prema formuli ili s pomoću razmjera. Učenicima treba ostaviti mogućnost da odaberu način koji im najbolje odgovara, ali da pripaze na točnost postupka i rješenja.

Za one koji žele znati više pripremljeni su zahtjevniji sadržaji s računanjem osnovne vrijednosti. U prvom zadatku treba se prisjetiti da je zbroj postotaka jedne cjeline 100 %. Sljedećih nekoliko zadataka je u korelaciji s Kemijom. Rješenje primjera detaljno je objašnjeno u **videozapisu** "Kiseline". Uz te zadatke je i poveznica na [kemijski rječnik](#).

Završetak

Na kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice. Za kraj je učenicima ponuđen još jedan zadatak sa stvarnim podacima sa stranice DZS-a. Učenicima treba objasniti da je ovdje rješenje 3 569 200 jer je riječ o stanovnicima, ljudima.

Na samom kraju je ponuđen **poster** s formulama postotnog računa, a učenicima možete ponuditi da i sami izrade sličan poster za svoju učionicu. Umjesto papirnatoz postera, učenici mogu izraditi i digitalnu inačicu, primjerice u obliku infografike napravljene alatima [Canva](#) ili

Piktochart. Oba alata imaju dobno ograničenje na 13 godina pa obavezno pripazite na zaštitu osobnih podataka djece. Predlažemo da izradite razredne ili timske korisničke račune koji su povezani sa školskim ili učiteljskim računom kako biste ih mogli kontrolirati.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja "[Po100ci](#)" pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Igre s postocima:

- [Postoci, invazija postotaka](#), (Adobe Flash, autorica A.-M. Vuković)
- [What percentage is illustrated](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Wise Park](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [The Legend of Dick and Dom](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Estimate percentage](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Fractions, decimals, percents - Jeopardy game](#) (engleski jezik).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike pripremljeni su zahtjevniji sadržaji s računanjem osnovne vrijednosti. U prvom zadatku treba se prisjetiti da je zbroj postotaka jedne cjeline 100 %. Sljedećih nekoliko zadataka je u korelaciji s Kemijom. Rješenje primjera detaljno je objašnjeno u videozapisu "Kiseline", pa učenici mogu pratiti postupak više puta, sve dok ga ne budu potpuno razumjeli. Uz te zadatke je i poveznica na [kemijski rječnik](#).

Na Državnoj maturi također ima zadataka s postocima, u DOS-u su neki zadaci s Državne mature popisani u jedinici Aktivnosti za samostalni rad, ali možete i ovdje uputiti učenike na zadatak [DM, ljetni rok, šk.god 2009./2010., osnovna razina, B, zadatak 17.](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Uoči ove nastavne jedinice savjetujte učenike s teškoćama da ponove računanje s pomoću razmjera. Također im omogućite upotrebu kalkulatora prilikom izračuna.

Zadatak 8 mogao bi biti težak učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju zbog razumijevanja upute zadatka. Treba im dati više vremena da bi mogli složiti kvadratiće te im dodatno usmeno pomoći u objašnjenju upute zadatka i toga koje se informacije nalaze na kvadratićima.

Isti zadatak mogao bi biti težak i učenicima s intelektualnim teškoćama pa predlažemo da im se smanji broj kvadratića i da se na njih stave samo dva podatka (umjesto četiri) koja bi spajali u stupac (kvadratić ispod kvadratića te bi se preklapala samo dva podatka).

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi za sve zadatke koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabir odgovora.

3.5. Primjena postotnog računa



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s postocima.
- Uočiti primjere postotaka u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.).
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgajno-obrazovni ishodi

- Procijeniti promjenu cijene uvjetovanu poskupljenjem ili sniženjem.
- Izračunati promjenu cijene uvjetovanu poskupljenjem ili sniženjem.
- Izračunati postotak promjene.
- Prepoznati primjene postotnog računa pri izračunu poreza i dohotka.
- Primijeniti postotni račun u rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija

- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života u kojem vidimo s jedne strane sniženja, a s druge strane poskupljenja. Iznos novih cijena je nešto što ljudi najčešće računaju intuitivno, bez puno razmišljanja, a ovim primjerom im želimo pokazati kako je matematika u pozadini mnogih svakodnevnih postupaka.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Sniženje i poskupljenje

Za početak smo pripremili **videozapis DZS-a** koji na zanimljiv i učenicima razumljiv način objašnjava kako se računa iznos sniženja i snižena cijena te ponavlja formule postotnog računa.

Na primjeru sniženja cijene sira, na dva načina ilustriramo učenicima kako možemo izračunati novu cijenu. Jedan način je da najprije izračunamo postotni iznos sniženja pa ga oduzmemo od početne cijene. Drugi način je prikazan i vizualno: ako je cijena snižena za 15 %, nova cijena iznosi 85 % početne cijene. Znači da cijenu nakon sniženja dobijemo tako da pomnožimo početnu cijenu s postotkom $100\% - p\%$. Slijedi nekoliko zadataka i interakcija za uvježbavanje. U nekim zadacima treba najprije procijeniti rješenje, onda točno izračunati, pa usporediti sa svojom procjenom.

Ovdje se možete poigrati s učenicima igre procjene kako je opisano u jedinici 2.2. Proporcije ili razmjeri, modul Proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine. Pri procjeni od 45 %, učenicima sugeriramo da se prisjete da je 45 % malo manje od 50 %, tj. malo manje od pola.

Uvodimo primjer izračunavanja cijene prije sniženja. Slijedi zadatak za vježbu, zatim primjer u kojem treba odrediti postotak sniženja. I tu učenicima pokazujemo dva načina rješavanja. Jedno je da najprije izračunamo razliku cijena, dobijemo iznos sniženja i onda za taj iznos izračunamo postotak u odnosu na početnu cijenu. Drugi način je da podijelimo novu cijenu i početnu cijenu i dobijemo postotak $100\% - p\%$. Za postotak sniženja, dobiveno rješenje oduzmemo od 100 %. Slijedi nekoliko zadataka i interakcija za uvježbavanje.

Osnovna vrijednost i postotni iznos su proporcionalne veličine pa zadatke možemo rješavati i s pomoću razmjera,

nova cijena : stara cijena = postotak : 100.

Učenicima ponudite sve načine rješavanja, a oni sami neka odaberu koji im više odgovara. Važno je da razumiju gradivo i da im postupak i rješenje budu točni.

Pripremljen je i **interaktivni katalog cijena** proizvoda na sniženju. U katalogu su zadane dvije veličine, a učenik mora izračunati treću, za razne prehrambene proizvode. Zadaci se izmjenjuju, tako da učenik uvježbava računanje i nove cijene, postotak i stare cijene.

Slijedi primjer s poskupljenjem. Postupak rješavanja zadataka prikazan je kao i kod sniženja. Slijedi nekoliko zadataka i interakcija za uvježbavanje.

Skrećemo učenicima pozornost na to da veličine koje se mijenjaju po postotnom računu ne moraju uvijek biti cijene. I druge veličine mogu se umanjivati ili uvećavati za neki postotak. Slijedi još nekoliko zadataka i interakcija s različitim veličinama.

Porez na dodanu vrijednost

PDV smo učenicima spominjali u jedinici Izračun postotnog iznosa. Budući da se osnovna cijena uveća za iznos PDV-a, novu cijenu računamo kao kod poskupljenja. Uvijek je nova cijena postotni iznos, stara cijena osnovna vrijednost, a postotak $100\% + p\%$. Slijedi nekoliko zadataka u kojima računamo cijene s PDV-om i bez PDV-a.

Zdravi život

Potičemo učenike, uz rješavanje zadataka, i na zdravu prehranu i kretanje u prirodi, i ponovo pokazujemo da je matematika u pozadini mnogih svakodnevnih prilika. Podsjećamo učenike na piramidu zdrave prehrane uz primjer koji su izradili učenici [OŠ Čavle](#).

Učenicima predložimo **projektni zadatak** izrade jelovnika zdrave prehrane u kojem će se koristiti postocima. Zatim učenicima uz pripadni zadatak govorimo o važnosti hidratacije organizma te o prednostima vožnje bicikla.

Svijet oko nas

Za uvježbavanje nudimo nekoliko interakcija i zadataka sa stvarnim podacima sa stranica DZS-a, uz pripadne zanimljivosti i poveznice.

Za one koji žele znati više pripremljeni su zahtjevniji sadržaji. Dva su detaljno riješena u videozapisima "Cijena tableta" i "Čips od jabuke".

Učenicima sugerirajte da zadatke iz ove jedinice rješavaju prema trojnom pravilu. To se prije svega odnosi na zadatke 4, 9, 11, 12, 13, 15 i 19.

Završetak

Na kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice te prijedlog projektnog zadatka sušenja voća kojim povezujemo sadržaje iz matematike sa stvarnim životom.

Završavamo s nekoliko zadataka za procjenu.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja "[Po100ci](#)" pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Igre s postocima:

- [Postoci, invazija postotaka](#), (Adobe Flash, autorica A.-M. Vuković)
- [What percentage is illustrated](#) (engleski jezik)
- [Percent shopping](#) (engleski jezik)
- [Balloon invaders percent](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Matching fraction percent](#) (engleski jezik)
- [Equivalence](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Percentage game](#) (engleski jezik)
- [Wise Park](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [The Legend of Dick and Dom](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Estimating Percentages](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Sale](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Town creator](#) (engleski jezik)
- [Percent - images](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Matching Percents to fractions or decimals](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Math games](#) - pogledajte odjeljak Percentages (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Percent Panic](#) (engleski jezik)
- [Mission Magnetite](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Fractions, decimals, percents - Jeopardy game](#) (engleski jezik)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo nekoliko primjera i zadataka sa zahtjevnijim sadržajima. Dva su detaljno riješena u videozapisima "Cijena tableta" i "Čips od jabuke". U primjeru s cijenom tableta, cijena se najprije uveća pa onda umanjuje za 15 %, što učenike navede na brzopletu pomisao da će početna i konačna cijena biti iste, pa se iznenade kad otkriju da cijene neće biti iste. Kod takvih zadataka dobro je učenike pustiti da pogrešno pretpostave pa da vlastitim istraživanjem i rješavanjem problema otkriju točno rješenje. Predlažemo da svakako nakon takvog zadatka zajednički prokomentirate zadatak, moguće načine rješavanja te zašto rješenje odgovara ili ne odgovara učeničkim pretpostavkama.

U zadacima kao što je zadatak s čipsom od jabuka trebaju uočiti da pri sušenju nekog proizvoda ostaje ista količina suhe tvari, ali se razlikuje udio te suhe tvari u proizvodu. Slijedi još nekoliko sličnih zadataka.

Na kraju predlažemo eksperiment s pravim sušenjem voća.

Na Državnoj maturi također ima zadataka s postocima, u DOS-u su neki zadaci s Državne mature popisani u jedinici Aktivnosti za samostalni rad, ali možete i ovdje uputiti učenike na zadatke

- [DM, ljetni rok, šk.god. 2014./2015., viša razina, A, zadatak 17](#)
- [DM, ljetni rok, šk.god. 2014./2015., osnovna razina, B, zadatak 21](#)
- [DM, ljetni rok, šk.god. 2013./2014., osnovna razina, B, zadaci 14 i 24](#)
- [DM, ljetni rok, šk.god. 2013./2014., viša razina, A, zadatak 6](#)
- [DM, ljetni rok, šk.god. 2012./2013., viša razina, A, zadatak 3](#)
- [DM, ljetni rok, šk.god. 2012./2013., osnovna razina, B, zadatak 13](#)
- [DM, ljetni rok, šk.god. 2011./2012., viša razina, A, zadatak 8](#)
- [DM, jesenski rok, šk.god. 2011./2012., viša razina, A, zadatak 9](#)
- [DM, ljetni rok, šk.god. 2010./2011., viša razina, A, zadatak 18](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s teškoćama možete unaprijed pripremiti formule u kojima bi bilo vizualno jednostavno objašnjeno na što se odnosi koji dio formule. Primjerice, formula za postotak povećanja osnovne vrijednosti:

postotak povećanja osnovne vrijednosti - $p\% = (y - x) : x$ - osnovna vrijednost

| |

nova vrijednost osnovna vrijednost

Učenicima s intelektualnim teškoćama pri rješavanju zadataka ponudite formule koje se primjenjuju u ovoj jedinici kako bi mogli samo odabrati traženu formulu i samo uvrstiti dobivene podatke i izračunati.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi za sve zadatke koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabir odgovora.

3.6. Jednostavni kamatni račun



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s jednostavnim kamatnim računom.
- Uočiti primjere jednostavnog kamatnog računa u učeničkom okruženju (škola, obitelj i sl.).
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati kamatu, glavnici i kamatnu stopu.
- Izračunati kamatu, glavnici, kamatnu stopu i vrijeme.
- Izraziti vrijeme u godinama.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života u kojem se pitamo je li bolje štedjeti novac u banci ili u kasi. Učenici najčešće ne znaju što su kamate, glavnica i kamatna stopa, pa im ovom jedinicom želimo pružiti osnove financijske pismenosti. Financijska pismenost je važan uvjet za postizanje cjeloživotne financijske sigurnosti pojedinca. Pojmovi kao što su kamatna stopa, kamate, kredit, štednja, depozit, glavnica, ukupna svota koja se vraća banci ili koja je na računu nakon isteka ugovora štednje važan su dio financijske pismenosti. Treba usmjeriti pozornost na to da učenici zaista shvate značenje tih financijskih pojmova. U ovoj jedinici svakako dopustite učenicima upotrebu džepnih računala.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Glavnica, kamate i kamatna stopa

Na početku s učenicima razgovarajte o štednji, zašto banka kad uložimo novac na štednju daje naknadu. Treba se osvrnuti i na sadašnje stanje u bankama i na vrlo malu kamatnu stopu na štednju. Potrebno je objasniti učenicima da se te kamatne stope mijenjaju, katkad su veće, katkad manje, što ovisi o situaciji u državi i svijetu. U zadacima u jedinici upisane su kamatne stope uglavnom onakve kakve su sada (ljetu 2017.).

Zatim se treba osvrnuti na kredite. Što znače kamate na kredit, zašto banka naplaćuje kamate i po kojim kamatnim stopama. Na više mjesta stavljena je poveznica na stranice Hrvatske narodne banke (HNB), središnje banke u Republici Hrvatskoj, na čijim se stranicama mogu naći vrlo jasno objašnjeni svi pojmovi vezani uz banke i poslovanje s bankom.

Nakon uvodnog dijela primjerom pokazujemo što je glavnica i kako je prepoznati u zadatku. Slijedi interakcija za vježbu pa primjer u kojem se pojavljuje i pojam godišnje kamate. Definiramo kamate i dajemo interakciju za vježbu. U nastavku uvodimo pojam godišnje kamatne stope i uočavamo proporcionalnost iznosa glavnice i iznosa godišnjih kamata.

Zatim učenike upućujemo na stranice Hrvatske narodne banke, da pogledaju koje vrste kamatnih stopa postoje u praksi. Spominjemo i to da se u 7. razredu uči samo jednostavni kamatni račun, a da se u bankama češće primjenjuje složeni kamatni račun. Za stjecanje osnovnih pojmova i osnovno razumijevanje u 7. razredu je to dovoljno, jer nemamo još ni dovoljno matematičkog alata da bismo mogli učenicima objasniti složeni kamatni račun. O njemu će učiti u srednjoj školi.

Slijede interakcije i zadaci kojima uočavamo proporcionalnost kamata s glavnicom i kamatnom stopom te polako dolazimo do formule za izračun kamata po jednostavnom kamatnom računu.

[Na mrežnim stranicama HNB-a](#) dostupne su aktualne i točne informacije o kamatama, štednji i kreditima te o zaštiti potrošača u financijskom poslovanju pa predlažemo da zajedno s učenicima posjetite te stranice.

Računanje kamata u jednostavnom kamatnom računu

Osim glavnice i kamatne stope, iznos kamata ovisi i o razdoblju štednje ili kredita. U primjeru se vidi da dulje obračunsko razdoblje nosi veće kamate. Napominjemo da se kamate u jednostavnom kamatnom računu obračunavaju godišnje. Tako smo došli do zaključka da su kamate proporcionalne glavnici, kamatnoj stopi i vremenu. Uvodimo standardne oznake: glavnica g , kamatna stopa s , vrijeme v i kamate k . Zapisujemo formulu $k = g \cdot s \cdot v$ prema kojoj jednostavnim kamatnim računom računamo iznos kamata, za zadano: glavnicu u nekoj valuti, kamatnu stopu u postotku i vrijeme u godinama. Slijedi nekoliko zadataka i interakcija u kojima najprije iščitamo podatke, uvrstimo u formulu i izračunamo iznos kamata.

Slijedi primjer i zadatak u kojima se osvrćemo na motivacijski primjer, odnosno uspoređujemo iznos štednje nakon tri godine ako je novac uložen u banku i ako je ostavljen u kasici. Ukupan iznos uštedevine ili vraćenog kredita na kraju obračunskog razdoblja dobije se tako da zbrojimo iznos glavnice s iznosom kamata.

Računanje glavnice u jednostavnom kamatnom računu

Često nas zanima koliko novca treba uložiti u banku ili koliki kredit ćemo podići ako želimo imati određene kamate, nakon određenog vremena, uz zadanu kamatnu stopu. Također pri usporedbi uvjeta u bankama, treba znati izračunati i ostale elemente jednostavnog kamatnog računa. Primjerom i zadacima pokazujemo kako se računa glavnica uz zadane kamate, kamatnu stopu i vrijeme. Iz toga slijedi formula, $g = k : (s \cdot v)$, koju možemo zapisati i u obliku razlomka. Ponovimo činjenicu iz dijeljenja decimalnih brojeva da će kad je djeljitelj između 0 i 1 količnik biti veći od djeljitelja. Također upozoravamo učenike da ne zaborave da zagrade određuju prednost pri računanju, pogotovo ako rade s džepnim računalom. Slijedi nekoliko zadataka i interakcija za vježbu.

Izračun kamatne stope u jednostavnom kamatnom računu

Počnimo primjerom i zadatkom u kojima računamo kamatnu stopu iz osnovne formule. S pomoću toga dolazimo do općenite formule za izračun kamatne stope u jednostavnom kamatnom računu, $s = k : (g \cdot v)$ ili u obliku razlomka. Slijedi niz zadataka i interakcija za vježbu.

Izračun vremena u jednostavnom kamatnom računu

Primjerom i zadatkom računamo vrijeme u godinama iz osnovne formule.

Slijedi **videozapis** "Izračun vremena u jednostavnom kamatnom računu" u kojem dolazimo do općenite formule za izračun vremena u godinama, $v = k : (g \cdot s)$ ili u razlomčkom obliku.

Uvježbavamo na nekoliko zadataka i interakcija. Na kraju su na jednom mjestu istaknute sve formule jednostavnog kamatnog računa radi preglednosti. Motivirajte učenike da izrade plakat za učionicu sa svim tim formulama. Također ih uputite na to da ako su već zapamtili osnovnu formulu, ostale veličine mogu dobiti izračunom prema formuli, ali im pokažite i kako će lakše zapamtiti sve ostale formule, da uoče da se u svima iznos kamata dijeli s umnoškom preostalih dviju veličina. Pri tome je važno da taj umnožak najprije izračunamo, odnosno da bude u zagradi.

Za vježbu smo pripremili **interaktivnu igru** ponavljanja u obliku društvene igre "Šašave kornjače". Upute su iste kao u jedinicama 3.2 i 3.4.

Vrijeme u mjesecima

U kamatnom računu kamate se obračunavaju godišnje, ali kredit ili štednja ne moraju trajati cijelu godinu. Ako je obračunsko razdoblje zadano u mjesecima, broj mjeseci preračunava se u godine. Godina ima 12 mjeseci pa da bismo vrijeme u mjesecima preračunali u godine, moramo broj mjeseci podijeliti s 12.

Slijedi napomena o raznim metodama preračunavanja dana u godine, uz napomenu da se to uči u srednjoj školi. U sljedećem zadatku slijedi još napomena kako zaokruživanje na različit broj decimala mijenja iznos kamata. Uz taj primjer skrenite pozornost učenicima na preciznost računanja ovisno o kontekstu.

Slijedi nekoliko zadataka i interakcija za vježbu.

Za one koji žele znati više pripremljeni su zahtjevniji sadržaji jednostavnog kamatnog računa.

Završetak

Na kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice te prijedlog projektnog zadatka u obliku plakata.

Za kraj možete učenike upoznati s [obilježjima euronovčanica](#).

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja "Čist račun, duga ljubav..." pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Možete upotrijebiti i ove sadržaje za pojašnjavanja ili uvježbavanje

- [Jednostavni kamatni račun](#), Odrazi se
- [Kreditni kalkulator](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima s jezičnim teškoćama, ali i drugim učenicima koji imaju nedostatne jezične sposobnosti trebalo bi pojasniti pojmove glavnica, štednja, kredit i kamate. Ti pojmovi su detaljnije objašnjeni u jedinici 3.7. U objašnjavanju im možete pomoći i vizualnim predočavanjem razlike između štednje i kredita.

U objašnjavanju formule jednostavnog kamatnog računa ima dosta teksta pa je jednostavnije objasniti elemente formule na sljedeći način:

iznos kamate - $k = g * s * v$ - trajanje (vrijeme)
kredita ili štednje

| |

iznos glavnice iznos kamatne stope

Zadatak 18 mogao bi biti težak učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju zbog razumijevanja upute zadatka. Treba im dati više vremena kako bi mogli složiti kvadratiće te im dodatno usmeno pomoći u objašnjavanju upute zadatka i toga koje se informacije nalaze na kvadratićima.

Isti zadatak mogao bi biti težak i učenicima s intelektualnim teškoćama pa predložimo da im se smanji broj kvadratića i da se na njih stave samo dva podatka (umjesto četiri) koja bi spajali u stupac (kvadratić ispod kvadratića te bi se preklapala samo dva podatka).

Učenicima s intelektualnim teškoćama pri rješavanju zadataka treba ponuditi formule iz jedinice koje se obrađuju kako bi mogli sami odabrati traženu formulu i samo uvrstiti dobivene podatke i izračunati.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi za sve zadatke koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabir odgovora.

3.7. Jednostavni kamatni račun u svakodnevnom životu



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s jednostavnim kamatnim računom.
- Uočiti primjere jednostavnog kamatnog računa u učeničkom okruženju (škola, obitelj i sl.).
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgajno-obrazovni ishodi

- Opisati značenje kredita, štednje, depozita, uloga i ukupnog iznosa.
- Odabrati povoljniji način kreditiranja ili štednje.
- Procijeniti iznos kamata na štednju ili kamata i mjesečne rate kredita.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija

- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo motivacijskim videozapisom u kojem vidimo da se jednostavnim kamatnim računom možemo koristiti u štednji i posuđivanju novca. Također ponavljamo pojmove koji se primjenjuju u jednostavnom kamatnom računu.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Štednja

Na početku objašnjavamo što znači štednja u nekoj kreditnoj instituciji, govorimo o važnosti štednje za razvoj financijske pismenosti. Svrha štednje je upravljanje svojim novcem i planiranje budućnosti. Objasniti ćemo učenicima da si štednjom osiguravaju manje zaduživanja i jednostavnije ostvarenje nekih materijalnih želja i potreba u budućnosti. Nadalje govorimo o vrstama štednje i učenike upućujemo na stranice HNB-a. Slijedi primjer s pomoću kojega učenicima pojašnjavamo što je to ulog, ukupan iznos i oročenje.

U sljedećim zadacima i interakcijama ponavljamo upute za procjenu te računamo ukupan iznos koji će štediša imati nakon obračunskog razdoblja. Nakon toga malo modificiramo zadatke, sad znamo ukupan iznos i ulog, a treba izračunati vrijeme ili kamatnu stopu.

Slijedi primjer u kojem treba odlučiti u kojoj je banci isplativija štednja. Isplativija za štednju je ona banka koja ima veću kamatnu stopu. Nakon toga je zadan niz zadataka i interakcija za vježbu.

Financijska pismenost je znanje i razumijevanje financijskih koncepata i rizika te uključuje vještine, motivaciju i samopouzdanje za primjenu takvog znanja i razumijevanja s ciljem donošenja učinkovitih odluka u nizu financijskih konteksta kako bi se poboljšala financijska dobrobit pojedinaca i društva te omogućilo sudjelovanje u ekonomskom životu (OECD, 2012.).

Upućujemo učenike na stranice OECD-a (*The Organisation for Economic Co-operation and Development*). Ta organizacija provela je 2012. i 2015. istraživanje o financijskoj pismenosti petnaestogodišnjaka, poznato pod imenom **PISA istraživanje**.

Financijska pismenost je jedna od ključnih životnih vještina. Cilj istraživanja PISA je ispitivanje koliko učenici u dobi od 15 godina mogu primjenjivati stečena znanja i vještine u novim i

nepoznatim situacijama. PISA je usmjerena na kompetencije koje će 15-godišnjacima biti potrebne u budućnosti, a to je - ,ne što znaju nego što mogu učiniti sa svojim znanjem. PISA se koristi kao pokazatelj kvalitete obrazovnog sustava. Provodi se u trogodišnjim ciklusima i tako omogućava praćenje promjena i učinaka obrazovnih reformi u zemljama sudionicama te usporedbu rezultata u tim zemljama. PISA ispituje pripremljenost mladih za primjenu znanja i vještina. Informacije o rezultatima na svjetskoj razini dostupne su na [mrežnim stranicama OECD](#), a hrvatske rezultate te detaljne informacije o financijskoj pismenosti i istraživanju PISA možete pročitati u [nacionalnim izvještajima](#).

Kalkulatori štednje:

- [Erste banka](#)
- [Moj bankar](#)
- [Hrvatska poštanska banka](#)
- [Zagrebačka banka](#).

Možete pogledati i druge oblike štednje: [štedni izračun investicijskih fondova](#) i [stambena štednja](#).

Kredit

Na početku ovog dijela objašnjavamo pojmove kredit i depozit te ističemo da se u primjerima i zadacima koristimo jednostavnim kamatnim računom. Tu se misli na depozit kao sredstvo osiguranja naplate kredita. Depozit je novac koji se polaže na račun u banci i ostaje u banci sve dok traje kredit; vraća se korisniku nakon otplate kredita. Više o vrstama kredita, uvjetima kreditiranja i načinima osiguravanja otplate kredita možete naći na mrežnim stranicama HNB-a. Slijedi primjer i prateći zadaci i interakcije u kojima računamo iznos depozita, iznos kamata i ukupnu svotu koja se na kraju treba platiti.

Također učenicima pojašnjavamo što znači "minus po tekućem računu", kojim se koriste mnogi roditelji. Preporučljivo je malo porazgovarati s učenicima, u sklopu financijske pismenosti, da se tom uslugom banke treba koristiti samo u iznimnim situacijama, a ne za svakodnevne troškove. Na tu uslugu su kamatne stope vrlo visoke. Slijedi zadatak u kojem učenici sami mogu uvidjeti koliko su visoke kamate u tom slučaju i da se to ne isplati, ako nije doista važno.

Slijede primjer i zadaci u kojima učenicima objašnjavamo što su i kako se računaju mjesečne rate kredita. Nakon toga u primjeru i zadacima uspoređujemo kredite, razmišljamo o njihovoj isplativosti, ali i o realnim mogućnostima odabiranja kredita.

Na mrežnim stranicama HNB-a učenici mogu pronaći objašnjenje izraza kreditna sposobnost i koji su rizici za potrošača u kreditnom odnosu. Učenicima možete i objasniti što je to cijena bez kredita (primjerice u Primjeru 7 i u zadatku 14), kao i cijena s kreditom, koje su dobiti, a koji rizici podizanja kredita.

Kreditni kalkulatori:

- [Privredna banka Zagreb](#)

- [Kreditna banka Zagreb](#)
- [Splitska banka](#)
- [Hrvatska banka za obnovu i razvoj](#)
- [Addiko bank.](#)

Za one koji žele znati više pripremljeni su sadržaji u kojima za izračun trebamo linearne jednadžbe.

Završetak

Prije završetka gradiva nudimo učenicima razne bankarske kalkulatore kredita i štednje, ali se ti kalkulatori računaju po složenom kamatnom računu, pa se naši računi neće poklapati s njihovima.

Na kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice te prijedlog projektnog zadatka kojim povezujemo sadržaje iz matematike sa stvarnim podacima. Učenici trebaju prikupiti podatke iz raznih banaka o kamatnim stopama na štednju ili na kredit i organizirati se u timove. Svim timovima zadajte istu glavniciu i obračunsko razdoblje, a svaki će tim odabrati vrstu štednje ili kredita. Na kraju učenici uspoređuju i razmatraju razloge različitih iznosa kamata te razmišljaju o tome zašto su na kredite kamatne stope mnogo veće nego na štednju.

Završavamo kratkom procjenom odgojno-obrazovnih ishoda.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja "Čist račun, duga ljubav..." pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Možete upotrijebiti i ove sadržaje za pojašnjavanja ili uvježbavanje:

- [Jednostavni kamatni račun](#), Odrazi se
- [Kreditni kalkulator](#).

Pogledajte i ove sadržaje na engleskom jeziku:

- [Simple Interest Money Game](#)
- [Simple Interest](#)
- [Simple Interest Rates Battleship](#) (Adobe Flash)
- [The Cost of Being Late](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike pripremljeni su sadržaji u kojima se za izračun moramo koristiti linearnim jednadžbama. U zadacima ne možemo samo izračunati sve potrebne veličine, nego nam treba i znanje linearnih jednadžbi. U prvom zadatku kamate izrazimo s pomoću glavnice, a u drugom ukupan iznos kredita s pomoću broja mjeseci trajanja kredita. Nakon uvrštavanja u formulu, dobijemo linearnu jednadžbu s jednom nepoznicom.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Rečenice u zadacima u kojima se navodi više informacija važno je razdijeliti u više rečenica. Primjerice, zadatak 3 možemo i ovako zapisati:

Ana je na štednom računu **nakon isteka oročenja** imala **13 176** kuna.

Njezin **ulog** bio je **12 000** kuna.

Kamatna stopa bila je **1.4 %**.

Koliko je trajalo oročenje? (Koliko je Ana dugo štedjela?)

Ili zadatak 14:

Janko je kupio kamper na kredit.

Kamatna stopa iznosila je **7 %**.

Mjesečna rata iznosila je **1245 kn**.

Cijena kampera je **90 000 kn**.

Koliko mjeseci će Janko otplaćivati kredit?

U zadatku 9 potrebno je objasniti pojam "minusa po tekućem računu".

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi za sve zadatke koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabir odgovora.

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s postotnim i jednostavnim kamatnim računom.
- Uočiti primjere postotnog i jednostavnog kamatnog računa u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.).
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati postotni iznos, postotak i osnovnu vrijednost te objasniti njihovu povezanost.
- Izračunati postotni iznos, postotak i osnovnu vrijednost.
- Objasniti vezu postotnog i jednostavnog kamatnog računa.
- Izračunati kamate, glavnice, kamatnu stopu i vrijeme.
- Primijeniti postotni i jednostavni kamatni račun u rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj sati: minimalno 1 sat

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadaci i primjeri koji omogućavaju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijских sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Uvod i motivacija

Motivacijski zadatak je zadatak koji uključuje stvarne podatke iz [Državnog zavoda za statistiku](#). Riječ je o stopi nezaposlenosti od 2007. do 2016. godine. Sugeriramo učenicima da porazgovaraju o mogućim uzrocima povećanja i smanjenja stope nezaposlenosti. Učenicima objasnite pojmove stopa nezaposlenosti i prosječna stopa nezaposlenosti.

Riješite, provjerite i podijelite

Za uvježbavanje postotnog i jednostavnog kamatnog računa predlažemo vam nekoliko zadataka koje učenici mogu samostalno riješiti u bilježnicu ili u nekom digitalnom okruženju. Posljednjih nekoliko zadataka je za one koji žele znati više, ali predlažemo svima da ih pokušaju riješiti.

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime dobivaju i povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim, socijalnim i emocionalnim kompetencijama.

Izmjenjuju se "obični", interaktivni te kontekstualni zadaci tako da se promjenom dinamike dulje zadržava pažnja učenika na samim sadržajima, čime se potiče i ustrajnost i samostalnost u radu. Prije rješavanja zadatka potičite učenike da procijene rješenje, a onda ga usporede s točnim rješenjem.

Podaci su u većini zadataka stvarni, što omogućava i raspravu o uzročno-posljedičnim vezama među njima te motivira učenike za uvježbavanje toga modula koji je cijeli primjenjiv u svakodnevnom životu.

U jedinici su ponuđene dvije tablice koje se mogu prepisati u običnu ili u **digitalnu bilježnicu** i zatim riješiti. Sugeriramo da najprije objasnite učenicima na primjeru jednog retka tablice na koji se način upisuje tablica, a potom ih pustite da ostatak tablice dopune samostalno.

Ponuđene su i dvije interaktivne GeoGebrine simulacije kojima učenici mogu ponoviti i uvježbati povezivanje omjera i postotaka te izračun postotnog iznosa, postotka ili osnovne vrijednosti. Učenicima koji imaju problema s razumijevanjem postotaka i koji su malo sporiji omogućite da se dulje "igraju" simulacijama.

Zadatak sa slikama s podacima iz DZS-a je zadatak otvorenog tipa koji pruža učenicima mogućnost da matematičke sadržaje primijene u svojem kontekstu.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje, a interakcije povratnu informaciju pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka te se prema potrebi vratiti na prethodne jedinice i ponoviti načine rješavanja zadataka.

Predlažemo u dijelu **za znatiželjne - projekt s obračunom plaća** koji može obuhvatiti različite primjene postotnog računa u svakodnevnom kontekstu te i na taj način pokazati zašto je matematika važna. Kontekst projekta možete prilagoditi učeničkim željama. Ako ste u mogućnosti, možete te zadatke, ali i ostale s postotnim i kamatnim računom sastaviti primjenom

nekoj programu za proračunske tablice, primjerice Microsoftov [Excel](#), Appleov [Numbers](#) ili Googleov [Tablice](#).

Bilo bi dobro učenicima objasniti pojmove bruto plaća, neto plaća, prirez, porez, doprinosi iz plaće i ostale spomenute pojmove ako su učenicima nejasni.

Završni dio

Završavamo računalnom PhET simulacijom s primjenom postotaka u Kemiji koja nam je korisna za korelaciju s Kemijom te povezivanje sadržaja ovog modula sa širim kontekstom.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Teme povezane s postocima i jednostavnim kamatnim računom prikladne su i za međunarodne i nacionalne projekte, kao i za projekte unutar škole. Možete napraviti projekt kao što je Kupujmo uz Matematiku, gdje ćete objasniti pojavu postotka u trgovini, a kao izvor inspiracije mogu vam poslužiti i videoisječci [Državnog zavoda za statistiku](#).

Učenici OŠ Veliki Bukovec su 2013. Izradili svoj digitalni udžbenik o postocima pa vam njihovi sadržaji mogu poslužiti kao primjer da i svoje učenike potaknete na izradu sličnih sadržaja na temu postotnog ili kamatnog računa. Iako interaktivni kvizovi na tim stranicama više nisu dostupni, ostali su sadržaji (primjeri, zadaci, videoisječci) i dalje dostupni. Pogledajte [Postoci – udžbenik](#). Vaši učenici mogli bi upotrijebiti digitalni alat [Libar](#) za izradu sličnih obrazovnih sadržaja.

Na [stranicama projekta e-Škole](#) u obrazovnim materijalima dostupan vam je i priručnik [Korištenje alata za izradu digitalnih obrazovnih sadržaja](#) u kojem možete pročitati detaljnije upute o radu u digitalnom alatu Libar.

Kako biste unaprijedili način na koji ćete odraditi ovaj modul, ali i sve ostale, preporučujemo *online* tečajeve [European Schoolnet Academy](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjena smjernica o prilagodbi okruženja, materijala ili sadržaja. Prilagodbe valja birati temeljem specifičnih obilježja učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- ponoviti ili pojednostavniti upute
- jezično prilagoditi složenije zadatke
- koristiti se vizualnim pomagalima: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisak
- razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- povećati razmak između redaka
- formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- omogućiti uporabu džepnog računala
- voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta u odnosu na specifičnosti učenika
- omogućiti dulje vrijeme rješavanja zadataka
- koristiti se različitim alatima koji olakšavaju učenje.

Ako je učeniku s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama potrebna asistivna tehnologija, valja je integrirati i u aktivnosti za slobodno učenje.

Pojedini se postupci primjenjuju za određene skupine učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama:

- povezati zadatke sa specifičnim interesima učenika u cilju osiguravanja motiviranosti, najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)
- prorijediti zahtjeve za pisanjem ili prepisivanjem s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenucima zasićenosti, primijeniti podsjetnike (poremećaj pažnje)
- upotrijebiti font *sans serif* (ili *Verdana*, *Dyslexiu*), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno u dodatnim materijalima (specifične teškoće u učenju)
- osigurati češće stanke tijekom rada, povezivati sadržaje s primjerima iz svakodnevnog života (intelektualne teškoće)
- usmeno prezentirati zadatak, omogućiti uporabu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu na izvor zvuka (oštećenje sluha).

U osmišljavanju prilagodbi uvijek treba raditi timski i kontinuirano surađivati sa stručnim timom škole, pomoćnikom u nastavi i roditeljima. Kod svih je učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama važno osigurati njihovo aktivno sudjelovanje u aktivnostima za slobodno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u grupama pa će učenik imati priliku surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima grupe).

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za one koji žele znati više pripremljeni su zadaci s obračunom plaće. Jedan zadatak ima i pripremljeno rješenje, a drugi je otvorenog tipa pa pruža učenicima mogućnost da matematičke sadržaje primijene u konkretnom kontekstu.

Zadaci s postocima često se pojavljuju na Državnoj maturi pa predlažemo da pogledate i ove zadatke:

- [DM, ljetni rok, šk.god. 2014./2015., osnovna razina, B, zadatak 15](#)
- [DM, ljetni rok, šk.god. 2012./2013., osnovna razina, B, zadatak 24](#)
- [DM, ljetni rok, šk.god. 2011./2012., osnovna razina, B, zadatak 10](#)
- [DM, zimski rok, šk.god. 2011./2012., viša razina, A, zadatak 4](#)
- [DM, ljetni rok, šk.god. 2010./2011., osnovna razina, B, zadaci 6 i 9](#)
- [DM, jesenski rok, šk.god. 2010./2011., viša razina, A, zadatak 20](#)
- [DM, ljetni rok, šk.god. 2009./2010., osnovna razina, B, zadatak 26](#)
- [DM, zimski rok, šk.god. 2009./2010., viša razina, A, zadaci 14 i 18](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s teškoćama trebat će pomoć prilikom iščitavanja priloženog grafikona. Taj bi zadatak mogli raditi u paru s učenicima bez teškoća.

Učenicima s motoričkim teškoćama trebat će unaprijed pripremiti tablice iz 4. i 25. zadatka. Učenicima s jezičnim teškoćama trebat će pojasniti te zadatke. Učenici s disleskijom i diskalkulijom često imaju teškoća u snalaženju u tablicama pa bi se ti zadaci također mogli zadati kao rad u paru te učenika s navedenim teškoćama spojiti s učenikom bez teškoća.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s postotnim i jednostavnim kamatnim računom.
- Uočiti primjere postotnog i jednostavnog kamatnog računa u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.).
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati postotni iznos, postotak i osnovnu vrijednost te objasniti njihovu povezanost.
- Izračunati postotni iznos, postotak i osnovnu vrijednost.
- Objasniti vezu postotnog i jednostavnog kamatnog računa.
- Izračunati kamate, glavnice, kamatnu stopu i vrijeme.
- Primijeniti postotni i jednostavni kamatni račun u rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

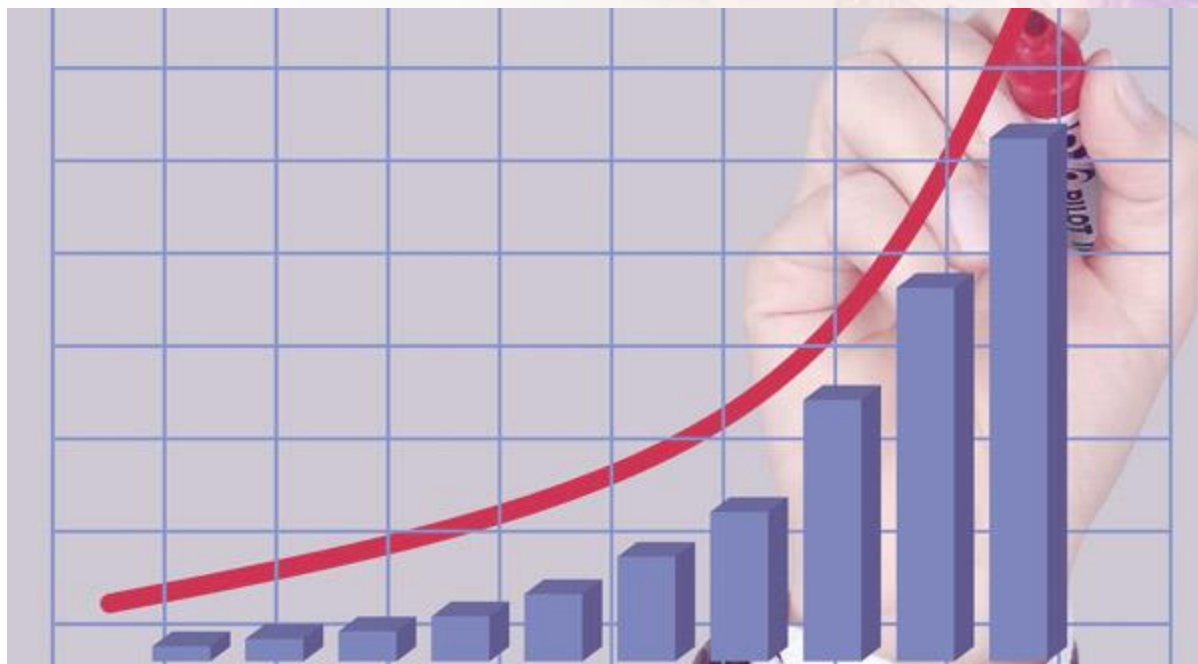
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula Postotni i jednostavni kamatni račun osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stavova s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informaciju koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha takvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukcija, primjena i rješavanje problema; daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja zadataka koje je riješio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 7. razred osnovne škole

Modul 4: Prikazivanje i analiza podataka

Priručnik za nastavnike

Modul 4: Prikazivanje i analiza podataka

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s postotnim i jednostavnim kamatnim računom.
- Uočiti primjere postotaka, postotnog i jednostavnog kamatnog računa u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.).
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati postotni iznos, postotak i osnovnu vrijednost te objasniti njihovu povezanost.
- Izračunati postotni iznos, postotak i osnovnu vrijednost.
- Objasniti vezu postotnog i jednostavnog kamatnog računa.
- Primijeniti postotni i jednostavni kamatni račun pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula

U ovom modulu učenici 7. razreda ponavljaju sadržaje vezane za racionalne brojeve, linearne jednadžbe, omjere, razmjere, proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine. Na postojeća znanja nadograđuju nova znanja o postocima, postotnom računu i jednostavnom kamatnom računu te primjene postotnog i jednostavnog kamatnog računa u različitim područjima i svakodnevnom životu.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete upotrijebiti na različite načine, bilo u cijelosti, bilo u dijelovima te ih prilagoditi učenicima i školskom okruženju. Sadržaje možete prilagoditi za samostalan, timski ili suradnički rad učenika, koji ćete poslije zajednički provjeriti,

ali i za rad na matematičkim izazovima i projektima, u kojima će učenici uočiti sinergiju matematike i svakodnevnog života.

Učenici će većinu zadataka moći odraditi izravno u digitalnim obrazovnim sadržajima. Dio zadataka namijenjen rješavanju u bilježnici, učenici mogu rješavati u razrednoj digitalnoj bilježnici OneNote ili međusobno dijeliti u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, kao što su Yammer ili Teams.

Učenici OŠ Veliki Bukovec 2013. izradili su svoj digitalni udžbenik o postocima pa vam njihovi sadržaji mogu poslužiti kao primjer kako biste potaknuli svoje učenike na izradu sličnih sadržaja na temu postotaka. Iako interaktivni kvizovi na tim stranicama više nisu dostupni, ostali su sadržaji (primjeri, zadaci, videozapisi) i dalje dostupni. Pogledajte [Postoci – udžbenik](#).

Uz svaku jedinicu je u priručniku OneNote pripremljena i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za rad s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

GeoGebra

GeoGebra je program dinamične matematike, namijenjen učenju i poučavanju. Povezuje područja interaktivne geometrije, algebre, tabličnih proračuna, statistike, analize i crtanja grafova. Dostupan je na hrvatskom jeziku.

Više o GeoGebri pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na stranicama [GeoGebre](#).

Animoto

Animoto je internetski alat koji služi za izradu videomaterijala na visokoj razini.

Više o Animotu pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na [službenoj stranici](#) programa.

PhET simulacije

PhET simulacije nastale su kao projekt Sveučilišta u Coloradu, tijekom kojega su izrađene *online* simulacije za različite prirodoslovne predmete i matematiku. Cilj projekta, kao i samih simulacija, bio je stvoriti suradničku, intuitivnu okolinu u kojoj učenici, u simulacijama koje podsjećaju na igru, uče i istražuju. Primjer takve simulacije je i [simulacija sa proporcijama](#). Dio simulacija dostupan je i na [hrvatskom jeziku](#).

Više o PhET *online* simulacijama pročitajte u [CARNET-ovom e-laboratoriju](#) te na [službenim stranicama](#).

Libar

Libar je usluga koja omogućava jednostavnu izradu, objavu i primjenu nastavnih sadržaja, kao što su multimedijски digitalni dokumenti, prezentacije i e-knjige u pdf i hpub formatu. Na [stranicama projekta e-Škole](#) u obrazovnim materijalima dostupan vam je i priručnik [Korištenje alata za izradu digitalnih obrazovnih sadržaja](#) u kojem možete pročitati detaljnije upute o radu u digitalnom alatu Libar.

Aplikaciju možete proučiti i isprobati na [službenim stranicama](#).

Piktochart

Piktochart je alat za izradu infografika, izvještaja, postera i prezentacija. Na raspolaganju su vam gotovi predlošci i grafički prikazi koje možete upotrijebiti za izradu različitih informativnih materijala.

Više o Piktochartu pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na [službenoj stranici](#) programa.

Canva

Canva je brzi i profesionalni alat za izradu infografika, izvještaja, postera i prezentacija. Na raspolaganju su vam gotovi predlošci i grafički prikazi koje možete upotrijebiti za izradu različitih informativnih materijala.

Više o alatu Canva pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na [službenoj stranici](#) programa.

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

U zbirci e-Škole scenarija poučavanja dostupni su scenariji:

- [Po100ci](#), namijenjen je učenicima 7. razreda uz jedinice o postocima.
- [Pametno sa svojim novcem](#), namijenjen je učenicima srednjih škola, ali pojedine aktivnosti, kao što je Biram štednju, primjenjive su i u radu s učenicima 7. razreda.
- Scenariji učenja: **Čist račun, duga ljubav**, namijenjen je učenicima 7. razreda, uz jedinicu Jednostavni kamatni račun.

Predlažemo da pogledate spomenute scenarije, odaberete aktivnosti prema mogućnostima svojih učenika i škole pa neke od aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Kalkulatori za izračun postotka:

- [Računanje postotaka](#)
- [Izračun postotka](#)
- [Percentage calculator](#), postoci, postotno povećanje i smanjenje (engleski jezik).

Projekti i dodatni sadržaji:

- **Matematika u trgovini:** pronaći postotke u trgovini (PDV na računu, sniženja, rabati...), fotografirati pronađeno. Uz Animoto aplikaciju snimiti video.
- **Digitalni obrazovni sadržaji o postocima** - učenici mogu kreirati vlastite obrazovne sadržaje o važnosti postotaka, s pomoću aplikacije Libar.
- **Ethika**, projekt za etičko obrazovanje i učenje o vrijednostima u školama i vrtićima.

Možete upotrijebiti i ove sadržaje za pojašnjavanja ili uvježbavanje:

- [Postoci, vježbalica](#), autor Damir Belavić
- [Postoci i računanje s postocima](#), Matematika, *online* matematički priručnik za školare
- [Postoci](#), autorica Antonija Horvatek
- [Postoci, računanje s postocima](#), Eduvizija
- [Postoci na državnoj maturi](#), Moja matura, radni listovi
- [Izračun postotaka pomoću Excela](#), Microsoft
- [Jednostavni kamatni račun](#), Odrazi se.

Igre s postocima:

- [Postoci, invazija postotaka](#), (Adobe Flash, autorica A. M. Vuković)
- [What percentage is illustrated](#) (engleski jezik)
- [Percent shopping](#) (engleski jezik)
- [Baloon invaders percent](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Matching fraction percent](#) (engleski jezik)
- [Equivalence](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Percentage game](#) (engleski jezik)
- [Wise Park](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [The Legend of Dick and Dom](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Estimating Percentages](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Sale](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Town creator](#) (engleski jezik)
- [Percent - images](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Matching Percents to fractions or decimals](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Math games](#) - pogledajte odjeljak Percentages (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Percent Panic](#) (engleski jezik)
- [Mission Magnetite](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Fractions, decimals, percents - Jeopardy game](#) (engleski jezik).

Različiti kvizovi i interaktivni sadržaji o postotnom i kamatnom računu na engleskom jeziku:

- [Internet4Classrooms \(7th grade skills\)](#)
- [IXL-Estimate percent of numbers](#)
- Khan Academy [Postoci](#)
- [Pitanja za ponavljanje postotka](#)
- [Primjena postotaka](#)
- [Postoci i razlomci](#) (potrebna je prijava)
- [Ponavljanje postotaka](#)
- [Računanje postotka](#)
- BBC [Vježba sa razlomcima i postocima](#)
- BBC [Ponavljanje postotaka](#)

- [Nastavni listići](#)
- [Simple Interest Money Game](#)
- [Simple Interest](#)
- [Simple Interest Rates Battleship](#) (Adobe Flash)
- [The Cost of Being Late](#)

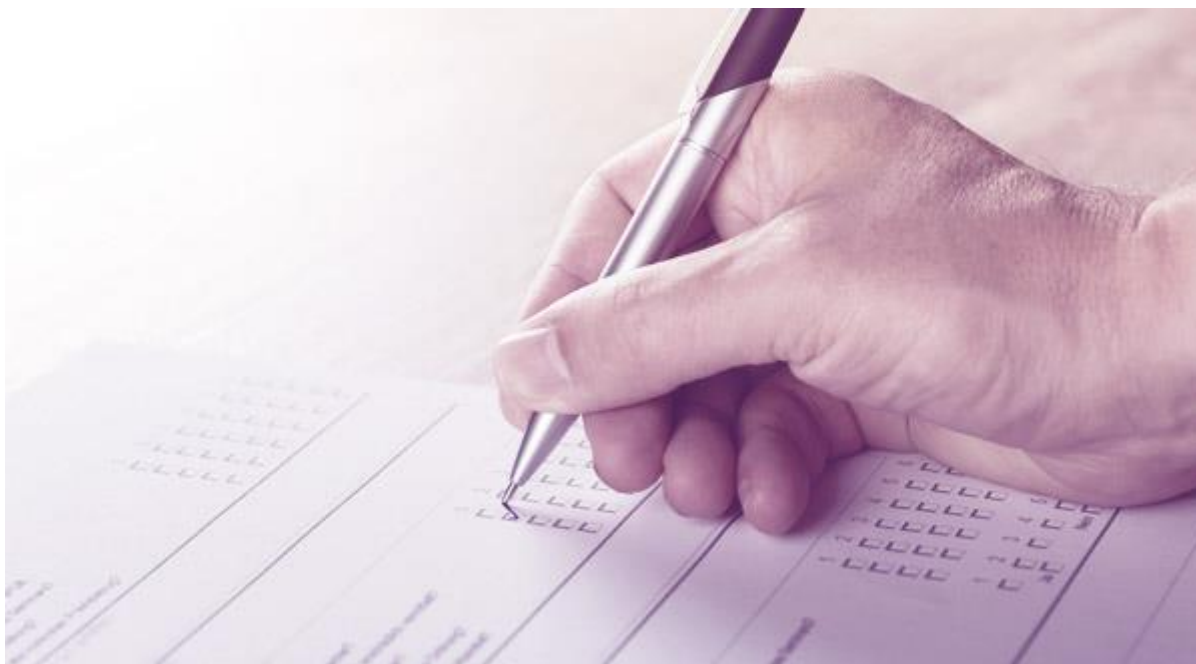
Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- [Postoci](#), Antonija Horvatek, Miš
- [Hrvatski pravopis](#)
- [Kreditni kalkulator](#)
- [European Schoolnet Academy](#), portal za stručno usavršavanje i razvoj nastavnika
- [Različite igre i aktivnosti](#) s postocima, NRIC, University of Cambridge (engleski jezik)
- Mrežne stranice Antonije Horvatek: [Postoci](#).

Operativni plan

	Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
4.	Prikazivanje i analiza podataka		9 + 1
		4.1. Prikupljanje podataka	1
		4.2. Prikazivanje podataka	3
		4.3. Relativna frekvencija i aritmetička sredina	2
		4.4. Analiza podataka	3
		Aktivnosti za samostalno učenje	1
		Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

4.1. Prikupljanje podataka



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pismenom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s prikupljanjem podataka
- Prikupiti podatke u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Upoznati se s pouzdanim izvorima podataka
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgajno-obrazovni ishodi

- Prepoznati obilježlje skupa podataka
- Odabrati podatke ovisno o zadanom tekstu
- Prikupiti podatke iz različitih izvora
- Kritički procijeniti izvore podataka
- Razvrstati podatke u tablice

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja

- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo videom iz serije Mala škola statistike "Anketa o potrošnji kućanstava", koji je pripremio Državni zavod za statistiku, a u kojem se objašnjava način i svrha prikupljanja podataka te njihova uporaba. Učenici kroz slikovit primjer upoznaju važnosti prikupljanja podataka te ih na taj način motiviramo za daljnji rad.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Podaci o nama i oko nas

Nakon videa o anketi o potrošnji kućanstava učenike upućujemo na činjenicu kako je video dio serijala Mala škola statistike i uvodimo pojam **statistika**. Upoznajemo učenike s informiranjem i pripremom za istraživanje. Naglašavamo kako je za provedbu istraživanja s maloljetnim osobama potreban pisani pristanak djeteta, kao i roditelja ili skrbnika, što ovisi o dobi maloljetnika. Kao dodatni izvor informacija dostupan je i Etički kodeks istraživanja s djecom.

Nastavljamo uvođenjem pojmova **ankete**, **ispitanici**, **uzorak** i **podaci**. Nastavljamo još jednim videom Male škole statistike, ovaj put o popisu stanovništva kućanstava i stanova. Razgovaramo o popisu stanovništva i motiviramo učenike neka razgovaraju s ukućanima o popisu stanovništva 2011. godine. Razgovorom o popisu stanovništva objašnjavamo važnost pouzdanog i relevantnog izvora podataka. Navodimo neke pouzdane izvore podataka, kao što su Državni zavod za statistiku, Državni hidrometeorološki zavod, Agencija za elektroničke medije, Državno izborno povjerenstvo Republike Hrvatske, Agencija za zaštitu okoliša, Portal otvorenih podataka. Osim njih, kao pouzdani izvori podataka mogu poslužiti i Eurostat i The GLOBE program na engleskom jeziku.

Učenicima svakako treba skrenuti pažnju na kriterije prema kojima procjenjujemo je li neki izvor podataka relevantan i pouzdan.

Temu o pouzdanim izvorima podataka možete proširiti i na temu kritičkog vrednovanja informacija na internetu, u medijima ili općenito. Ako imate mogućnosti, organizirajte s učenicima debatu na te teme.

Obilježja podataka

Objašnjavamo što su **metapodaci**, kako bi učenici što bolje razumjeli video Državnog zavoda za statistiku o metapodacima. Metapodatke nazivamo **obilježjima** skupa objekata. Učenici mogu riješiti interakciju kojom pronalaze obilježja koja opisuju stanovništvo. Promatramo obilježja podataka te ih razvrstavamo na **brojčana** i **nebrojčana** obilježja.

Uz primjere u zadacima potaknite učenike da sami smisle neka brojčana i nebrojčana obilježja podataka.

Kao zadatak za suradnički, istraživački rad predložimo osmisliti novi proizvod i raspraviti o tome na koji način istražiti tržište kako bismo ga pripremili za prodaju. Naglasiti kako pri prikupljanju podataka treba voditi računa o svrsi i obliku prikupljanja podataka, pitanjima koja će biti postavljena, kao i što učiniti s podacima.

Predložimo da učenicima date priliku da razgovaraju o idejama za istraživanje tržišta, da jedni drugima sugeriraju dobra pitanja ili argumentiraju zašto misle da su neka pitanja loša i slično.

Odabranu temu projekta učenici mogu razrađivati na svim satima ove cjeline te tako proći cijeli postupak od: osmišljavanja, pripreme, prikupljanja podataka, analiziranja te primjene zaključaka iz cijelog mini istraživanja.

Prikupljanje i tablični prikaz podataka

Nakon što su učenici raspravili o načinu na koji bi prikupili podatke o mišljenju korisnika o novome proizvodu, potrebno je odabrati skupinu ispitanika, smisliti pitanja za anketu i odabrati način na koji će ispitanici popunjavati anketu. Osim ispisivanja ankete na papir, rukom ili pisačem, predložimo i online alate za izradu obrazaca, anketa ili kvizova te prikupljanje podataka na takav način. Za izradu online anketa predložimo Googleove obrasce, Microsoft Forms, Survey Monkey i Kwiksurveys. Predložimo istražiti različite alate za ankete i kvizove pojašnjene u CARNET-ovom e-laboratoriju.

Odaberite jedan od navedenih programa ovisno o mogućnostima učenika i škole pa detaljnije istražite mogućnosti programa i upotrijebite ga u radu na projektu.

Slijedi nekoliko zadataka u kojima su već prikupljeni podaci svrstani u tablice. Analizirajući tablice učenici dolaze do odgovora na postavljena pitanja.

Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete zanimljivu aktivnost u kojoj je potrebno posjetiti mrežne stranice Državnog zavoda za statistiku i pronaći podatke Popisa stanovništva 2011. godine za svoju županiju prema obrazovnim obilježjima. Odabrani skup podataka potrebno je prikazati tablično.

U ovoj jedinici i cijelome modulu izrazito se pazilo na to da podaci i primjeri koji se rabe budu aktualni i stvarni, pa predlažemo da zajedno s učenicima istražite i ostale mogućnosti koje su dostupne na stranicama koje spominjemo.

Dodatni prijedlozi

Kako su vam interaktivni sadržaji dostupni i u OneNote metodičkom priručniku, lako ih možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

Pouzdani izvori podataka:

- [Državni zavod za statistiku](#)
- [Državni hidrometeorološki zavod](#)
- [Agencija za elektroničke medije](#)
- [Državno izborno povjerenstvo Republike Hrvatske](#)
- [Agencija za zaštitu okoliša](#)
- [Portal otvorenih podataka](#)
- [Eurostat](#) (engleski jezik)
- [The GLOBE program](#) (engleski jezik).

Programi za izradu anketa i prikupljanje podataka:

- [Google obrasci](#)
- [Microsoft Forms](#)
- [Survey Monkey](#) (engleski jezik)
- [Kwiksurveys](#) (engleski jezik).

Korisne poveznice o prikupljanju podataka:

- [Etičkog kodeksa istraživanja s djecom](#)
- [Engaging Students in Survey Design and Data Collection](#) (Engleski jezik)
- Skwirk: [Collecting statistical data](#) (Engleski jezik)
- Amrita Learning: [Collection and Presentation of Data](#) (Engleski jezik)
- Learn NC: [Collecting and organizing data](#) (Engleski jezik)
- Education.com: Worksheet: [Collecting Data](#)
- Discovernig Math: [Using and Collecting Data, Teacher's Guide](#)
- BBC Bitesize: [Collecting Data](#)
- Siyavula: [Collecting Data](#).

Kvizovi znanja vezani za prikupljanje podataka:

- Quizlet: [Collecting Data](#)
- Amrita Learning: [Collection and Presentation of Data, quiz](#) (Engleski jezik)
- Mathopolis: [Data Frequency](#) (Engleski jezik).

Igre s prikupljanjem podataka:

- [Venn Chart](#) (engleski jezik)
- [Carroll Diagram](#) (engleski jezik)
- [Fishing](#) (engleski jezik)

- [Sort of shapes](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Chance and Data](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Pogledajte scenarij poučavanja [Bogatstvo i raznolikost vrsta](#), gdje se za prikupljanje podataka možete poslužiti predloženim aktivnostima *Otkrivamo bogatstvo vrsta u Republici Hrvatskoj i Istražujemo naša staništa*.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s poteškoćama u razvoju ili učenicima sa specifičnim poteškoćama u učenju, valja imati na umu da učenici s poteškoćama čine heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinih učenika. Opće smjernice o prilagodbi okruženja, materijala i slično za svaku podskupinu učenika u razvoju i učenika sa specifičnim poteškoćama u učenju prikazane su u početnim jedinicama svakog modula.

Za učenike s disleksijom, kao i ostale koji još nisu automatizirali tehniku čitanja, uz videozapise treba pripremiti tekst kojim bi se videozapisi mogli pratiti. Učenici bi mogli imati poteškoća s čitanjem teksta u videozapisu zbog fonta koji se upotrebljava te zbog brzine prikaza. Nakon prikazivanja obaju videozapisa važno je provjeriti njihovo razumijevanje kod svih skupina učenika s poteškoćama. Ako nisu razumjeli pogledano, videozapise je potrebno dodatno pojasniti.

Cijela ova jedinica ima puno teksta. Predlažemo da napravite kratak sažetak tekstova (npr. dio Podaci o nama i oko nas), u kojima ćete izdvojiti samo najvažnije te istaknuti ključne riječi i dati ih učenicima s poteškoćama u tiskanom obliku.

Učenici s disleksijom i diskalkulijom teško se snalaze u tablicama, pa bi zadatke 3. i 4. mogli rješavati u paru s učenicima koji nemaju poteškoća. Također, učenici s diskalkulijom mogli bi imati poteškoća u procjeni veličine brojki u zadatku.

4. zadatak ima puno podataka, pa se učenicima s disleksijom umjesto u obliku tablice taj zadatak može pripremiti u tiskanom izdanju, primjerice da svaka županija i podaci o njoj budu na posebnom papiru ili na papiru bež boje, a da tekst bude u različitoj boji. Tada je važno paziti na font i veličinu fonta kojim ispisujemo te podatke.

Učenicima s jezičnim poteškoćama, ali i drugim učenicima koji imaju nedostatne jezične sposobnosti, trebaju se po potrebi razjasniti nepoznate riječi (npr. anketa – pokazati primjer ankete, brojčana/nebrojčana obilježja).

Provjeriti jesu li učenici s poteškoćama upoznati s programima za pouzdane izvore podataka (Državni zavod za statistiku, GLOBE program...).

Učenicima s motoričkim poteškoćama valja osigurati rad s pomoćnikom kod zadatka s povlačenjem zapisa.

4.2. Prikazivanje podataka



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pismenom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s prikazivanjem podataka
- Prikazati podatke prikupljene u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Prikazati podatke vezane za društvene teme
- Upoznati različite načine prikazivanja podataka
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati razne vrste grafičkih podataka
- Očitati podatke iz grafičkih prikaza
- Izraditi stupčasti dijagram prikupljenih podataka
- Prikupljene podatke prikazati kružnim dijagramom

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija

- Suradnja
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo s tri različita grafička prikaza istog skupa podataka. Na njima su podaci prikazani na različite načine i u različitim bojama. Učenici bi trebali primijetiti kako svi prikazuju iste podatke. Razlika je samo u načinu prikazivanja. Tijekom ove jedinice učenici će naučiti kako se ti načini prikazivanja nazivaju stupčasti, linijski i kružni dijagram.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Čitanje podataka iz grafičkih prikaza

Nastavljamo sa slikama stupčastih, linijskih i kružnih dijagrama. Očitavanjem podataka iz dijagrama učenici traže najmanje i najveće vrijednosti podataka, povećanje i smanjenje podataka, kao i određene vrijednosti. Stupčasti dijagram koji prikazuje broj zaposlenih u javnom sektoru u području prijevoza nudi usporedbu broja zaposlenih u područjima zaposlenja ali i tijekom tri godine.

Dijagrami su napravljeni prema stvarnim podacima preuzetima sa stranica Državnog zavoda za statistiku, što omogućuje prikaz primjene dijagrama u području statističkih mjerenja. Jedinicu nastavljamo interakcijom u kojoj na dijagram indeksa potrošačkih cijena treba povući vrijednosti. Slijedi zanimljiva interakcija izrađena u Geogebri, gdje je učenicima ponuđen linijski dijagram koji pokazuje prodaju jagoda jednoga obiteljskog poljoprivrednoga gospodarstva, a gdje treba iščitati određene podatke. Smještanjem dijagrama u stvaran, učenicima blizak kontekst, pridonosimo boljem razumijevanju gradiva.

Čitanje podataka povezujemo s prvim modulom, pa učenici mogu ujedno ponoviti i osnove o koordinatnom sustavu.

Grafičko prikazivanje podataka

Nastavljamo s tablicom o trajanju dnevne Sunčeve svjetlosti, preuzetom sa stranica Državnog hidrometeorološkog zavoda, čije podatke je potrebno prikazati u obliku stupčastog dijagrama. Vodimo učenike kroz crtanje stupčastog dijagrama nadograđujući novo na znanje o koordinatnom sustavu. Objašnjavamo što je stupčasti dijagram, na koji način staviti podatke na osi x i y.

Posebno ističemo primjene različitih vrsta grafičkih prikaza kako bi učenici, ovisno o podacima i daljnjim analizama, mogli samostalno odabrati primjeren grafički prikaz.

Pokazujemo učenicima kako postoje i drukčiji grafički prikazi, primjerice pokazivanje klimatskih promjena na geografskim kartama. Učenicima u zadacima dajemo priliku da i sami nacrtaju stupčaste dijagrame te iz njih iščitaju podatke. Kako bi cijela priča s crtanjem dijagrama bila zanimljivija, zadajemo podatke, a učenici trebaju odabrati kojim stupčastim dijagramom su ti podaci prikazani. Osim toga, učenicima su zadane četiri tablice i četiri dijagrama, a oni bi trebali odabrati koji dijagrami pripadaju kojoj tablici.

Kratkim tekstom objašnjen je linijski dijagram i njegove prednosti te kako ga nacrtati. Slijedi interaktivni zadatak izrađen u Geogebri, kojim se pokazuje kako izračunati vrijednosti proporcionalnih veličina uz tablični prikaz, kao i linijski dijagram. Naime pravac koji je graf proporcionalnih veličina ujedno je i linijski dijagram. Na taj način povezujemo ranija znanja s novima i omogućujemo učenicima stvaranje poveznica između različitih matematičkih područja.

Zadana je tablica s minimalnim i maksimalnim temperaturama, kao i s jačinom i smjerom vjetera, jedna od onih koje svakodnevno možemo vidjeti na raznim vremenskim prognozama. Izabiremo stupac s minimalnim temperaturama i prikazujemo ih linijskim dijagramom. Zadajemo i tablicu s prosječnim izdacima kućanstva za zdravlje tijekom 3 godine, a učenici bi trebali izabrati koji bi od ponuđenih linijskih dijagrama trebao prikazivati te podatke. Slijede tri tablice s brojem crtanih, dokumentarnih i igranih filmova tijekom godina, a učenici bi ih trebali upariti s dijagramima koji ih prikazuju. Podaci iz spomenutih zadataka preuzeti su s Državnog hidrometeorološkog zavoda i Državnog zavoda za statistiku te je na taj način prikazana primjena spomenutih dijagrama u stvarnim životnim situacijama i stvarnim istraživanjima.

Naučene vještine izrade grafičkog prikaza učenici mogu primijeniti za nastavak rada na projektu te podatke koje su prikupili u prošloj jedinici predočiti odgovarajućim grafičkim prikazom.

Kad učenici usvoje crtanje stupčastog i linijskog dijagrama, slijedi primjer u kojem pokazujemo kako se crta kružni dijagram. Podaci koje je potrebno prikazati bliski su učenicima: trebalo je kružnim dijagramom pokazati koliki udio njihovih vršnjaka voli koju boju. Učenicima je objašnjen način crtanja dijagrama, ali im je dana i interaktivna simulacija izrađena u Geogebri, koja će im izradu dijagrama prikazati i na slikovit način. Kratkim tekstom je objašnjeno što je to kružni dijagram te postavljen zadatak sličan primjeru u kojem bi učenici sami trebali nacrtati kružni dijagram. Slijedi još jedan zadatak s podacima preuzetim iz statističkog ljetopisa te ponuđeni kružni dijagrami od kojih treba izabrati jedan koji prikazuje spomenute podatke. Zadan je i zadatak s crtanjem kružnog dijagrama koji bi učenici najprije trebali sami riješiti, a potom iskoristiti i interaktivnu inačicu tog zadatka izrađenu u Geogebri.

Za crtanje kružnog dijagrama predlažemo uporabu nekog od računalnih programa za proračunske tablice, jer se kružni dijagrami vrlo rijetko crtaju "pješke".

Kako biste vidjeli razumiju li učenici koji je dijagram stupčasti, koji kružni, a koji linijski, zadan je interaktivni zadatak u kojemu učenici trebaju povezati dijagrame s pravilnim nazivima. Iskoristite

tu priliku i povedite raspravu o glavnim obilježjima svakog dijagrama te o prikladnosti dijagrama za prikazivanje i očitavanje podataka.

Za učenike koji žele znati više zadani su zadaci s histogramom, gdje je primjerom objašnjeno što je histogram i na koji način ga nacrtati. Nakon što uputimo učenike u to što je histogram, motiviramo ih da i sami nacrtaju jedan. Ti zadaci nisu dio redovnog gradiva, ali su izvrstan način za poticaj učenicima koji prethodne zadatke riješe brže od ostalih da nauče još nešto, a možete ih uvrstiti i u sadržaje na dodatnoj nastavi.

Za kraj učenicima sugeriramo da pogledaju programe koji im mogu olakšati crtanje grafičkih prikaza. Navodimo im i korake koje bi trebali slijediti pri crtanju na računalu. Odabiranje dijagrama prigodno je prikazano na primjeru Excela, budući da su svi dijagrami u ovoj jedinici, koji nisu preuzeti iz drugih izvora, crtani upravo u Excelu. Slijedi praktični zadatak u kojem bi učenici trebali grafički prikazati pripremljene podatke.

Odaberite jedan od navedenih programa ovisno o mogućnostima učenika i škole pa detaljnije istražite mogućnosti programa i primijenite ih u radu na projektu.

Provjeriti razumiju li učenici pojmove kao što je BDP. Ako ne razumiju, objasniti im njihovo značenje.

Završetak

Za kraj pripremljena je brošura "Život kroz spektar b(r)oja" Državnog zavoda za Statistiku, u kojoj učenici mogu pogledati što se sve može pročitati iz podataka i kako te podatke grafički prikazati.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku, pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

Pogledajte i scenarij poučavanja "[U šumi podataka](#)" pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Programi za matematiku i statistiku:

- [GeoGebra](#)
- [Wolfram Mathematica](#)
- [PSPP](#)
- [IBM SPSS Statistics](#).

Programi za proračunske tablice:

- [Google Tablice](#)
- [Microsoft Excel](#)
- [Libre Office Calc](#)
- [Apple Numbers](#).

Korisni linkovi za prikazivanje podataka:

- Državni zavod za statistiku ["Život kroz spektar b\(r\)oja"](#)
- MIŠ, L.Kralj, D.Glasnović Gracin: [Nastava statistike u osnovnoj školi](#).

Igre s prikazivanjem podataka:

- [Alien Snail Racing](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Fruit Fall](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Bugs in the System](#) (engleski jezik)
- K5 Learning: Dana Analysis. [Statistics-Line plots](#) (engleski jezik).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

U dijelu jedinice pod nazivom *Za one koji žele znati više* pripremljeni su zadaci s histogramom, gdje je primjerom objašnjeno što je histogram i na koji način ga nacrtati, te zadatak kojim se motivira učenike da nacrtaju jedan. Motivirajte učenike neka osmisle podatke koji bi bili prigodni za prikazivanje histogramom te neka ih prikažu grafički.

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo proširiti pojam prikazivanja podataka i pokazati im prikazivanje podataka s pomoću Vennovog dijagrama. U tu svrhu možete upotrijebiti aktivnost *Venn pomaže* scenarija poučavanja [Zajedno smo skup\(A\)](#), namijenjenog 1. razredu srednje škole.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Prijedlog: Na veći poslužavnik ravnomjerno rasporediti pijesak i neka učenici na njemu crtaju dijagrame. Napraviti im osi, postaviti podlogu i neka koncem označavaju dijagrame.

Učenici s disleksijom i diskalkulijom teže se snalaze u iščitavanju rezultata s grafikona, pa im je potrebna dodatna pomoć. Potrebno im je dati još primjera za svaku vrstu grafikona kako bi ih naučili ispravno iščitavati.

Prilikom opisivanja stupčastog dijagrama potrebno je učenicima s poteškoćama dati barem jedan primjer takvog dijagrama te im pokazivati na njemu koja os je x, a koja y i što prikazujemo na kojoj osi. Isto je važno i kod kružnog dijagrama.

Učenicima s motoričkim poteškoćama valja osigurati rad s pomoćnikom kod zadataka koji zahtijevaju upisivanje i odabir odgovora.

Učenicima s oštećenjem vida i motoričkim poteškoćama trebali bi se posebno pripremiti podaci (uvećati) za zadatke 12. i 15. Preporuka za ovu jedinicu za sve skupine učenika s poteškoćama je da im se svi grafikoni pripreme u tiskanom obliku i uvećani, kako bi mogli lakše čitati podatke s njih ili ih uspoređivati. Potrebno je obratiti pažnju na zadatke 2. i 3., u kojima se na jednom ekranu ne prikazuju i pitanja i podaci. U tom slučaju potrebno je učeniku pripremiti grafikone u tiskanom obliku, a na zaslonu mu prikazati pitanja iz zadatka.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć od strane pomoćnika kod zadatka koji zahtijevaju upisivanje i odabir odgovora.

Učenicima s oštećenjem vida i motoričkim teškoćama trebali bi se posebno pripremiti podaci (uvećati) za zadatke 12. i 15.

4.3. Relativna frekvencija i aritmetička sredina



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pismenom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s frekvencijom, relativnom frekvencijom i aritmetičkom sredinom
- Uočiti primjere računanja relativne frekvencije i aritmetičke sredine u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Riječima iskazati značenje frekvencije i relativne frekvencije
- Izračunati relativnu frekvenciju razvrstanih podataka
- Odrediti aritmetičku sredinu skupa brojčanih podataka

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Ilustracija na početku jedinice pokazuje parkiralište novih automobila ispred autosalona. Učenici trebaju analizirati ilustraciju i prikupiti tražene podatke.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Frekvencija

Nadovezujemo se na ilustraciju prikazujući automobile kao skup objekata, a njihova boja je obilježje koje promatramo. Uvodimo termin *frekvencija* za učestalost pojavljivanja određene boje, a tablicu u koju su zapisane frekvencije nazivamo tablicom frekvencija.

Na primjeru čitanja knjiga iz lektire radimo tablicu frekvencija te povezujemo grafičko prikazivanje podataka s frekvencijama uvodeći stupčasti dijagram frekvencija. Na primjeru vlasnika slastičarne koji rade istraživanje o narudžbama kolača crtamo tablicu frekvencija i pripadni stupčasti dijagram. Na istome primjeru objašnjavamo i vodoravni stupčasti dijagram. U nekoliko zadataka učenici mogu uvježbati crtanje tablice frekvencija i pripadnog stupčastog dijagrama te na taj način učvrstiti prethodna znanja.

Relativne frekvencije

Na početku je zadan zadatak 4. s učenicima bliskom temom udjela pojedinih ocjena u razredima. Ovdje ne treba računati pojedini udio, već samo usporediti broj odličnih učenika u pojedinim razredima kao i ukupan broj učenika te povesti raspravu o tome koji je razred najbolji s obzirom na odnos odličnih ocjena i ukupnog broja učenika. Osim same frekvencije, zanima nas i udio frekvencije u odnosu na ukupan broj pojavljivanja. Na primjeru ocjena računamo taj udio i nazivamo ga relativnom frekvencijom. Objašnjavamo što je relativna frekvencija i zadajemo interaktivan zadatak računanja relativne frekvencije. Učenicima skrećemo pažnju na to da je vrijednost relativne frekvencije uvijek između 0 i 1, dok zbroj svih relativnih frekvencija mora biti 1. Te informacije mogu im pomoći kod brzinske procjene točnosti rješavanja zadataka, pa ako dobiju prevelike ili premale rezultate, znat će da su pogriješili u računanju.

Nastavljamo sa zadacima za izračunavanje relativnih frekvencija, a potom zaključujemo kako relativnu frekvenciju možemo zapisati i u obliku postotka, kada je nazivamo i postotak učestalosti.

Kao zanimljivost, a ujedno i praktični zadatak, učenicima sugeriramo posjet mrežnoj stranici Državnog zavoda za statistiku *Imena i prezimena u Republici Hrvatskoj*, na kojoj je prikazana učestalost različitih imena i prezimena prema popisu stanovništva 2011. Taj zadatak omogućuje učenicima uočavanje primjene statistike u svakodnevnom životu te njezinu primjenu u njihovom osobnom kontekstu, izračunavanjem postotka učestalosti njihova imena u cijeloj hrvatskoj populaciji.

Slijedi zadatak u kojem je potrebno uočiti frekvenciju, izračunati relativnu frekvenciju i prikazati ju u obliku postotka. Spomenute podatke razvrstati i upisati u tablicu frekvencija.

Na primjeru računanja prosječne vrijednosti plaća navodimo učenike na zaključak kako aritmetička sredina mora biti između najveće i najmanje brojčane vrijednosti promatranog skupa podataka te kako ne mora biti jednaka ni jednoj od promatranih vrijednosti.

Aritmetičku sredinu možete dobro ilustrirati i podacima o prosječnoj temperaturi u nekom periodu te o prosječnom vodostaju rijeka u nekom periodu. Ujedno je to prilika za isticanje činjenice da poznavanje samo aritmetičke sredine ne daje dovoljno informacija za određivanje minimalne ili maksimalne vrijednosti. Slikovit primjer su poplave, kada aritmetička sredina može pokazivati razinu vode koja ne znači poplavu, a da je pritom najveća razina vode takva da je poplave bilo ([Poplave u istočnoj Hrvatskoj](#), [Vodostaji](#), [Stoljetna poplava na donjem toku rijeke Save](#)).

Razmislite i odgovorite

Zadacima i primjerima s određivanjem prosječne visine, prosječne plaće navodimo učenike na zaključak o matematičkom izrazu za određivanje prosječne vrijednosti, odnosno aritmetičke sredine.

Kao zanimljivost dodan je video Državnog zavoda za statistiku, Mala škola statistike: "Medijan i prosjek", u kojem učenici uz *prosjek* upoznaju i *medijan*, kao važan statistički pokazatelj. Napominjemo da medijan nije dio obveznih sadržaja za 7. razred, tako da je taj video samo informativan.

Učenici su i do sada intuitivno mogli izračunati prosječnu vrijednost te su je vjerojatno računali već mnogo puta na kraju školske godine pri izračunu prosjeka ocjena. Dajemo im formulu za izračun aritmetičke sredine. Na taj način im još jedanput pokazujemo kako njihova znanja, primjenjiva u svakodnevnim situacijama, imaju uporište u matematici. Slijedi nekoliko zadataka kojima će se naučeno o računanju aritmetičke sredine primijeniti u praktičnim situacijama.

U dijelu *Za one koji žele znati više* dani su zadaci sa zahtjevnijim sadržajem, što ih mogu riješiti učenici koji su prije ostalih usvojili sve nastavne sadržaje ove jedinice. Možete ih ponuditi učenicima i u sklopu dodatne nastave.

Završetak

Na samom kraju ove jedinice pronaći ćete podsjetnik na njezine najvažnije dijelove te prijedlog projektnog zadatka kojim povezujemo sadržaje iz matematike s učeničkim okruženjem i interesima.

Završavamo s nekoliko zadataka za samovrednovanje.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku, pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u OneNote razrednoj bilježnici.

Pogledajte i scenarij poučavanja [Kroz šumu podataka](#) pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Korisni linkovi:

- [Imena i prezimena u Republici Hrvatskoj](#)
- MIŠ, L. Kralj, [Nastava statistike u osnovnoj školi](#)
- B., Kovačić, [Grupiranje statističkih podataka](#)
- [Statistika](#), sažetak i popis formula
- [Uvod u statistiku](#)
- [Aritmetička sredina](#), kalkulator
- Math is Fun: [Relative Frequency](#) (engleski jezik)
- Mathgoodies, lessons: [Arithmetic Mean](#) (engleski jezik).

Igre i kvizovi s relativnom frekvencijom i aritmetičkom sredinom:

- [The Mean Machine](#) (engleski jezik)
- Algebra4children: [Arithmetic Mean](#) (engleski jezik).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za rad s učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima predložemo računanje nepoznatog podatka koji pripada skupu podataka kojem je poznata aritmetička sredina kao i vrijednosti ostalih podataka. Za njih su pripremljeni i složeniji zadaci, a možete im pokazati i određivanje medijana na temelju videa "Medijan i prosjek".

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U ovoj jedinici preporučujemo ne inzistirati na definicijama nego učenicima prikazati relativne frekvencije i aritmetičku sredinu putem konkretnih primjera.

U zadacima za učenike sa specifičnim poteškoćama u učenju važno je odijeliti ključne podatke. Primjerice, prikladniji zapis 1. zadatka bio bi:

Adrian je spremao ormar i otkrio da ima:

7 crvenih

5 plavih

6 žutih

12 bijelih i

4 zelene majice.

Napravite tablicu frekvencija za taj skup podataka.

Nakon 1. zadatka, a uz opis stupčastog dijagrama frekvencija, potrebno je slikovno prikazati taj dijagram.

Na taj način mogu se prikazati svi zadaci u ovoj jedinici. Osim učenika sa specifičnim poteškoćama u učenju, ovaj prikaz je prikladan i za učenike s intelektualnim poteškoćama.

- zadatak ima puno ključnih elemenata, te se mora pripaziti jesu li učenici pri računanju uvrstili sve rezultate skoka udalj.

4.4. Analiza podataka



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pismenom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s analizom podataka
- Analizirati podatke u učeničkom okruženju, ali i u primjerima iz svakodnevnog života
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prikazati podatke dijagramima relativnih frekvencija
- Tumačiti podatke prikazane raznim vrstama dijagrama
- Interpretirati dobivene podatke
- Odlučiti na osnovi analiziranih podataka
- Primijeniti prikazivanje i analizu podataka pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja

- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo razgovorom o statistici i statističkim podacima: na koji način se razvila statistika, koja je svrha statističkih podataka. Učenike potičemo na istraživanje interaktivnom simulacijom u GeoGebri s paketićima sličica ptica. Interaktivna simulacija je malo složenija, stoga predlažemo čitanje uputa prije rješavanja, a vjerujemo da će i prikazivanje točnog rješenja pomoći učenicima u "otkrivanju" kako se određuje aritmetička sredina u ovom primjeru. Bilo bi dobro da odvojite vrijeme za analizu simulacije i načina računanja jer je važno za razumijevanje aritmetičke sredine.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Dijagram relativnih frekvencija

Nastavljamo primjerom u kojem vlasnik restorana izrađuje tablicu frekvencija, relativnih frekvencija i relativnih frekvencija u obliku postotka za dnevne narudžbe pojedinih jela. Potičemo učenike na crtanje stupčastog dijagrama relativnih frekvencija te čitanje podataka iz njega.

Umjesto podataka iz jedinice učenicima možete dati zadatak sa stvarnim podacima kako bi se oni i sami okušali u crtanju stupčastog dijagrama relativnih frekvencija.

Slijedi primjer s crtanjem kružnog dijagrama relativnih frekvencija. Sugeriramo da prije toga ponovite s učenicima računanje središnjeg kuta kružnog isječka. Kako su tema primjera 2. Olimpijske igre 2016. u Rio de Janeiru, predlažemo da zajedno s učenicima pronađete imena hrvatskih sportaša koji su dobili medalje.

Statistika i okoliš

U ovom dijelu jedinice nalaze se zadaci sa stvarnim podacima vezanim za okoliš. Učenici trebaju iz stupčastog dijagrama očitati podatke, a potom im je dana i zanimljivost vezana za vodostaj rijeka i njegovo mjerenje. Dan je i dijagram prosječnih padalina za Rijeku, a učenici ga trebaju pažljivo pogledati i iz njega iščitati podatke.

Slijedi video Državnog zavoda za statistiku u kojem se objašnjava određivanje uzorka za prikupljanje podataka. Potom učenicima zadajemo zadatak vrlo blizak njihovoj svakodnevici. Naime, vjerojatno se još uvijek sjećaju vrućina koje su zabilježene u Hrvatskoj u srpnju 2017. godine. Dan je stupčasti dijagram koji uspoređuje temperature u srpnju 2017. s povijesnim prosjekom temperatura za srpanj. Učenici rješavaju interaktivni zadatak, a potom bi trebali i zaključiti je li ljeto 2017. zaista bilo najtoplije u povijesti i imaju li dovoljno podataka za takav zaključak.

Na temu ljetnih vrućina nadovezuje se tema šumskih požara. Osim rješavanja zadatka na tu temu, možete povesti i raspravu o gospodarskom značenju šumskih požara, uzrocima i posljedicama požara. Neka se učenici prisjete većih požara ljeta 2017. godine i osmisle zadatak na tu temu. Primjerice, mogu istražiti koje biljne vrste omogućuju širenje požara a koje ne, pa prikupljene podatke mogu prikazati grafički.

U videu Zavoda za statistiku mogli bi se pojaviti pojmovi koji učenicima nisu razumljivi, kao i izraz *povijesni prosjek* u zadatku 5. Sugeriramo da učenicima ukratko objasnite značenje tih pojmova ili ih uputite na tražilicu (kao što je primjerice Google), kako bi sami pronašli značenje tih izraza.

Stanovništvo i njegove aktivnosti

Slijede zadaci vezani za stanovništvo i aktualne probleme, kao što su: trend suživota mladih s roditeljima, broj zaposlenih u određenim sektorima, postotak nezaposlenosti u odnosu na razinu obrazovanja, kao i zadaci o zastupnicima Hrvatskog sabora. Dana je i zanimljivost u kojoj učenici mogu doznati više o Hrvatskom saboru. Projektnim zadatkom učenicima je sugerirano izrezati dijagrame i statističke podatke iz dnevnih novina, protumačiti ih i prikazati plakatom.

Analiziranje podataka iz medija dio je medijske pismenosti. Na stranici s interaktivnim sadržajima nekoliko je videa koji slikovito ilustriraju kako se može manipulirati podacima, njihovim grafičkim prikazom i statistikama da bi se stvorila lažna slika. Možete učenicima spomenuti i englesku frazu "Truth lies in Statistics", koja se može tumačiti na dva načina: istina **leži** u statistici ili istina **laže** u statistici.

Statistika u obrazovanju

O učenicima veoma bliskoj temi, temi obrazovanja, ima nekoliko zadataka, nakon kojih slijedi i zanimljivost o Državnom pedagoškom standardu osnovnoškolskog sustava odgoja i obrazovanja te o propisanom broju učenika u razredu. Učenicima je sugerirano da istraže koliko pojedini razredi u njihovoj školi imaju učenika te prikažu prikupljene podatke s pomoću dijagrama. Raspravite o tome uklapa li se to u Državni pedagoški standard. Neka učenici razmisle o tome što bi još mogao propisivati Državni pedagoški standard.

Osim aktualnog broja učenika u razredima učenici mogu istražiti kako se u njihovoj školi mijenja broj učenika u razredima tijekom godina. Je li prije 20, 50 godina bio jednak broj učenika kao sad, ili je bio manji/veći? U analizi tih zadataka predlažemo istražiti uzroke povećanja/smanjenja broja učenika te utjecaj tih promjena na lokalnu zajednicu.

Statistika u prometu

Slijedi nekoliko zadataka vezanih uz cestovni i zrakoplovni promet, kao i uz broj turista. U zadatku s frekvencijom gradova na koje su naslovljene automobilske registarske tablice na parkiralištu, učenici izabiru koje podatke će potražiti u stupčastom, a koje u kružnom dijagramu. Učenicima je sugeriran još jedan projektni zadatak, u kojem trebaju proučiti najfrekventniju prometnicu ili parkiralište u svojem mjestu te saznati stanovnici kojega grada (ili države) najviše vole automobilom posjećivati njihov grad.

Koji dijagram odabrati?

Nadovezujemo se na zadatak s registarskim tablicama, gdje su učenici očitavali podatke s dvaju dijagrama. Dan je video u kojem je dječak Marko u nedoumici koji dijagram odabrati za prikaz podataka koji su njemu bitni. Odgovarajući na majčina pitanja Marko dolazi do zaključka kako za određene podatke može bolje primijeniti jedan, dok za druge podatke može bolje primijeniti drugi dijagram, ovisno o vrsti pitanja koja su mu postavljena. Interaktivnim zadatkom učenici mogu upariti dijagrame s pitanjima čije odgovore treba iščitati iz dijagrama.

Učenike možete potaknuti da i sami naprave interaktivni, multimedijски sadržaj na temu analize podataka, kao što je ovaj video s Markom, koji je napravljen uporabom Office Mix dodatka za PowerPoint.

Ako ostane vremena, sugeriramo da učenicima pokažete i višestruke stupčaste dijagrame.

Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice te prijedlog projektnog zadatka kojim povezujemo sadržaje iz matematike s učeničkim okruženjem i interesima.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku, pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u OneNote razrednoj bilježnici.

Pogledajte i scenarij poučavanja [Kroz šumu podataka](#) pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Predlažemo uključivanje aktivnosti o kritičkom vrednovanju podataka i njihovih vizualizacija, koje učenici mogu vidjeti u različitim medijima. Skrenite učenicima pažnju na pojavu "filter mjehurića", kako se naziva efekt kad nam mrežni pretraživači prikazuju informacije koje smatraju relevantnijim za nas – tako nam šira slika postaje nevidljiva i ostajemo "zatvoreni u mjehuriću". Predlažemo [TED govor Eli Parisera](#) na tu temu.

Korisne poveznice:

- Carbon Brief: [How temperature has changed since 1900](#) (animacija korisna za izradu projektnog zadatka)
- Odrazi se: [Prikazivanje i analiza podataka](#)
- Pogled kroz prozor, M.Mesarić: [Prikazivanje i analiza podataka – primjer dobre prakse](#)
- Eduvizija: [Prikazivanje i analiza podataka](#).

Igra s analizom podataka:

- [Naruto, Line of the Best Fit](#) (engleski jezik).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predložimo nekoliko primjera i zadataka s produženim omjerima i njihovom primjenom u različitim područjima te projektne istraživačke zadatke o uporabi omjera u svakodnevnom životu (nasljedstvo, zarada, smjese) i različitim područjima (kemija, geografija). U prvom primjeru i zadatku poslije njega je osnovni omjer triju sastojaka i treba vidjeti kako se mijenja količina sastojaka kad se jedan od njih poveća ili smanji nekoliko puta. Slijedi jedan zadatak iz geometrije, gdje se učenici moraju sami dosjetiti zbroja kutova u trokutu. U sljedećim zadacima se naučeno o produženim omjerima primjenjuje u problemima iz svakodnevnog života.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Uz definicije o stupčastom dijagramu relativnih frekvencija, kružnom dijagramu potrebno je priložiti i sliku takvog dijagrama, kako bi se učenicima lakše objasnilo što se nalazi na kojoj osi.

Učenicima sa specifičnim poteškoćama u učenju jednostavniji i pregledniji zapis zadataka bio bi kada bi svaki podatak bio odijeljen u posebnoj retku. Primjerice, u zadatku 1 bolji zapis bi bio:

Hrvatski lovački savez **2011.** godine brojio je **62 129** lovaca.

- godine **64 617** lovaca.
- godine **65 399** lovaca.
- godine **62 704** lovca.
- godine **61 506** lovaca.

Učenicima s motoričkim poteškoćama valja osigurati rad s pomoćnikom u svim zadacima koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabir odgovora.

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pismenom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s prikazivanjem i analizom podataka
- Uočiti primjere prikazivanja i analize podataka u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prikupiti podatke uz kritičko procjenjivanje izvora
- Prikazati podatke različitim grafičkim prikazima
- Odrediti frekvenciju, relativnu frekvenciju i aritmetičku sredinu
- Analizirati prikupljene podatke i njihovu povezanost te kritički donositi odluke na temelju analize
- Primijeniti prikazivanje i analizu podataka pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj sati: minimalno 1 sat

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadaci i primjeri koji omogućuju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijских sadržaja koji omogućuju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te njihovo proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Uvod i motivacija

Aktivnosti za samostalno učenje počinjemo animacijom u kojoj djevojčice razgovaraju o anketama. Uvodna animacija može vam poslužiti kao podloga za razgovor s učenicima, a ako su od početka cjeline radili na svom projektu, onda u ovom koraku dodajemo aktivnosti za prezentiranje rezultata projekta. Predložimo i digitalne alate kojima učenici mogu vizualizirati svoje podatke i prezentirati cijeli projekt. U jedinici su spomenuti programi Piktochart i Canva, no vi sami procijenite koji su programi ili aplikacije odgovarajući za vaše učenike.

Riješite, provjerite i podijelite

Za uvježbavanje prikupljanja i analize podataka predložimo nekoliko zadataka koje učenici mogu samostalno riješiti u bilježnicu, u nekom interaktivnom elementu, odnosno u digitalnoj bilježnici. Zadnjih nekoliko zadataka je za one koji žele znati više, ali predložimo svima da ih pokušaju riješiti.

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime ujedno dobivaju i povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Izmjenjuju se "obični", interaktivni te kontekstualni zadaci, tako da se promjenom dinamike dulje zadržava pažnja učenika na samim sadržajima, čime se potiče i ustrajnost i samostalnost u radu. Prije samog rješavanja zadatka potičite učenike da procijene rješenje i onda ga usporede s točnim rješenjem.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje, pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka te se prema potrebi vratiti na prethodne jedinice i ponoviti načine rješavanja zadataka.

Osim rješavanja danih zadataka učenicima smo sugerirali i nekoliko praktičnih radova u kojima sami moraju prikupiti podatke iz preporučenih izvora, obraditi ih i prikazati.

Primijetite kako je većina podataka preuzeta od Državnog zavoda za statistiku. Predložimo istraživanje [Statističkog ljetopisa 2016. godine](#) i skrećemo pažnju učenicima na podatke o obrazovanju. Te podatke možete iskoristiti i za razgovor s učenicima o razinama obrazovanja u Hrvatskoj i njihovim planovima za buduće školovanje.

Za one koji žele znati više pripremili smo poveznice na zadatke iz ovog područja koji su se pojavljivali prošlih godina na državnoj maturi.

Sugeriramo da objasnite učenicima pojmove kao što je *odgovarajući dijagram* u zadatku 4., kao i geografske pojmove koji se spominju u zadacima, primjerice *sliv* i *vodostaj*. U zadatku 5. spominju se počinitelji kaznenih djela prema vrsti odluke. Ovdje sugeriramo da stavite naglasak na štetnost kriminala. Možete organizirati i projektni dan s predstavnicima policije, koji će učenicima odgovoriti na sva pitanja što ih zanimaju.

Završni dio

Završavamo zadatkom o dubinama jezera u Hrvatskoj te sugeriramo učenicima da neka od njih pokušaju tijekom ljeta istražiti i okupati se u njima.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku, pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

Teme povezane s anketama, prikupljanjem i analiziranjem podataka prikladne su i za međunarodne i nacionalne projekte – primjerice uspoređivanje prehrambenih, kulturoloških ili tehničkih navika trinaestogodišnjaka u različitim zemljama.

Predlažemo vam uključivanje u zajednicu učitelja i nastavnika na portalu eTwinning, pa neke od predloženih aktivnosti iz ove cjeline napravite u sklopu eTwinning projekta. Više o eTwinningu možete saznati na mrežnim stranicama [zajednice eTwinning](#) ili na stranicama [Agencije za mobilnost i programe EU](#).

Dodatne poveznice:

- A.M.Vuković: [Aritmetička sredina](#)
- OŠ Ljudevita Gaja, Zaprešić, [Prikazivanje i analiza podataka](#)
- Odjel za matematiku, Uvod u vjerojatnost i statistiku, [Statistika](#)
- Project Maths Development Team: [5 Week Modular Course in Statistics and Probability, Module 1](#) (Engleski jezik)
- Amrita learning activity: [Collection and presentation of data](#)
- Amstat: [Dana Analysis](#)
- Primaryresources: [Tally and Bar Charts](#)
- Solvemymaths: [Correlation Investigation Ideas](#).

Igre uz aktivnosti za samostalno učenje:

- [Data Analysis Explorer](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za one koji žele znati više sugerirani su zadaci sa državne mature. Možete ih dati učenicima koji su značajno prije svih dovršili sve što su trebali na satu, na dodatnoj nastavi Matematike ili za rješavanje kod kuće.

- [Državna matura, ljetni rok šk.god. 2014./2015., Matematika, osnovna razina B, zadatak 16.](#)
- [Državna matura, ljetni rok šk.god. 2013./2014., Matematika, osnovna razina B, zadaci 26. i 28.](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Sugestija: Prikazivanje dijagrama na različitim medijima. Dati prednost crtanju dijagrama na računalu (npr Excel) u odnosu na crtanje rukom. Koristiti končiče, pijesak i slično za crtanje. Pri izradi ankete, izraditi im anketu sa 5 pitanja kako bi lakše prikupili i obradili gradivo

Učenicima s disleksijom i diskalkulijom pružiti pomoć prilikom ispunjavanja ankete u početnom zadatku.

U zadatku 6. potrebno je objasniti nepoznate izraze – obustavljena istraga, odbačena prijava, podnesena optužnica.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć od strane pomoćnika kod svih zadataka koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabira odgovora.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pismenom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s prikazivanjem i analizom podataka
- Uočiti primjere prikazivanja i analize podataka u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prikupiti podatke uz kritičko procjenjivanje izvora
- Prikazati podatke različitim grafičkim prikazima
- Odrediti frekvenciju, relativnu frekvenciju i aritmetičku sredinu
- Analizirati prikupljene podatke i njihovu povezanost te kritički donositi odluke na temelju analize
- Primijeniti prikazivanje i analizu podataka pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula Prikazivanje i analiza podataka osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stavova, s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućuje provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukcija, primjena i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja zadataka koje je riješio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 7. razred osnovne škole

Modul 5: Vjerojatnost slučajnog događaja

Priručnik za nastavnike

Modul 5: Vjerojatnost slučajnog događaja

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s vjerojatnosti slučajnog događaja
- Uočiti primjere vjerojatnosti slučajnog događaja u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati vjerojatnost slučajnog događaja
- Procijeniti vjerojatnost slučajnog događaja
- Izračunati vjerojatnost slučajnog događaja
- Primijeniti vjerojatnost pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula

U ovom modulu učenici 7. razreda ponavljaju sadržaje povezane s omjerima, postotcima i analizom podataka. Na postojeća znanja nadograđuju nova znanja o elementarnom, slučajnom i povoljnom događaju, te o računu vjerojatnosti u različitim područjima i svakodnevnom životu.

Digitalnim obrazovnim sadržajima iz ovog modula možete se koristiti na različite načine, bilo u cijelosti bilo u dijelovima te ih možete prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju. Sadržaje možete prilagoditi za samostalan, timski ili suradnički rad učenika, koji ćete poslije zajednički provjeriti, ali i za rad na matematičkim izazovima i projektima, u kojima će učenici uočiti sinergiju matematike i svakodnevnog života.

Učenici će većinu zadataka moći odraditi izravno u digitalnim obrazovnim sadržajima. Učenicima možete predložiti da onaj dio zadataka koji rješavaju u bilježnici rješavaju u OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici te da ih mogu međusobno dijeliti u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, kao što su Yammer ili Teams.

Uz svaku jedinicu u OneNote priručniku pripremljena je i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavno korištenje s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

GeoGebra

GeoGebra je program dinamične matematike, namijenjen učenju i poučavanju. Povezuje područja interaktivne geometrije, algebre, tabličnih proračuna, statistike, analize i crtanja grafova. Dostupna je na hrvatskom jeziku.

Više o GeoGebri pročitajte u [CARNET-ovu e-Laboratoriju](#) ili na stranicama [GeoGebre](#).

PhET simulacije

PhET simulacije nastale su kao projekt Sveučilišta u Coloradu, tijekom kojeg su izrađene mrežne simulacije za različite prirodoslovne predmete i matematiku. Cilj projekta, kao i samih simulacija, bio je stvoriti suradničku, intuitivnu okolinu u kojoj učenici kroz simulacije koje podsjećaju na igru uče i istražuju. Primjer je takve simulacije i [simulacija s proporcijama](#). Dio simulacija dostupan je i na [hrvatskom jeziku](#).

Više o PhET mrežnim simulacijama pročitajte u [CARNET-ovu e-Laboratoriju](#) te na [službenim stranicama](#).

eTwinning

eTwinning je međunarodna zajednica škola u okviru programa EU-a Erasmus +

[www.eTwinning.net](#) je portal namijenjen međunarodnoj suradnji i usavršavanju nastavnog i nenastavnog osoblja od predškolskog obrazovanja do srednje škole. Portal služi nastavnicima i njihovim učenicima za upoznavanje i suradnju s kolegama iz europskih škola kroz različite oblike usavršavanja te rad na zajedničkim virtualnim projektima. Više o eTwinningu možete pročitati i na stranicama [Agencije za mobilnost i programe EU](#).

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

U zbirci scenarija poučavanja projekta e-Škole dostupan je i scenarij "[Moguće-nemoguće](#)" koji je osmišljen za 7. razred osnovne škole, a odnosi se na grafički prikaz proporcionalnih veličina. Odaberite aktivnosti prema mogućnostima svojih učenika i škole.

Igre s vjerojatnosti slučajnog događaja:

- [The number cubes](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Probfair](#) (engleski jezik)
- [Bright balloons](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Adjustable Spinner](#) (engleski jezik)
- [Probably a favourite teach](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [The number cubes](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Pond](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Simple Probability](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Popup](#) (engleski jezik)

Kvizovi s vjerojatnosti slučajnog događaja:

- BBC Bitesize [Probability quiz](#) (engleski jezik)
- Mangahigh [Probability, Relative frequency quiz](#) (engleski jezik)

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- M. Benšić, N. Šuvak: [Uvod u vjerojatnost i statistiku](#)
- A. Mikulić: [Metode poučavanja vjerojatnosti u školi](#), diplomski rad
- Math game time: [Probability](#) (engleski jezik)
- XP Math: [Dana Analysis&Probability](#) (engleski jezik)
- Turtle Diary: [Probability](#) (engleski jezik)
- Edumedia Sciences: [Probability and Statistics](#) (engleski jezik)
- Illuminations: [Adjustable Spinner](#) (engleski jezik)

Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
5.	Vjerojatnost slučajnog događaja	5 + 1
	5.1. Pojam vjerojatnosti slučajnog događaja	1
	5.2. Računanje vjerojatnosti slučajnog događaja	1
	5.3. Primjena vjerojatnosti slučajnog događaja	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

5.1. Pojam vjerojatnosti slučajnog događaja



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s pojmom vjerojatnosti
- Uočiti primjere vjerojatnosti u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati slučajni događaj, skup elementarnih događaja i povoljni događaj
- Opisati vjerojatnost slučajnog događaja
- Objasniti nemoguć i siguran događaj

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 1 **sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskim videozapisom** u kojem likovi dolaze do raskrižja i odlučuju se za smjer, sve je stilizirano pomoću ploče koja određuje šanse za određeni smjer. Svakodnevno odlučivanje nešto je što učenici rade intuitivno, bez mnogo razmišljanja, a ovim primjerom želimo im pokazati kako je matematika u pozadini različitih svakodnevnih postupaka.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Moguće, nemoguće ili sigurno

Podsjećamo na neke izreke iz svakodnevne komunikacije, koje znače da su šanse nikakve u toj situaciji, i tako uvodimo pojam nemogući događaj.

Na isti način uvodimo pojam sigurnog događaja.

Na primjeru ladica s čarapama učenike potičemo da na logičan način zaključe kada je događaj nemoguć, kada je siguran, kada su šanse velike, a kada su šanse male.

Svoju vještinu iskušavanja procjene šansa da će biti odabrana crvena boja učenici mogu provjeriti u **interaktivnoj GeoGebri**.

Vraćamo se na primjer s čarapama i procjenjujemo šanse postotkom, upućujući učenike na naučeno gradivo iz cjeline Postotni račun.

Slijedi zanimljivo pitanje za razmišljanje, i poticaj da učenici naprave pokus kod kuće.

Nastavljamo s nizom zadataka i interakcija za uvježbavanje procjene šansa da se neki događaj dogodi.

Elementarni događaj

Objašnjavamo učenicima da su bacanje novčića i bacanje kockice matematički pokusi. Naglašavamo da dva moguća događaja kod bacanja novčića, ishodi palo je pismo ili pala je glava, imaju jednaku mogućnost pojavljivanja. Također i kod bacanja kockice, svaki od šest mogućih ishoda ima jednaku mogućnost pojavljivanja.

Uvodimo pojam elementarni događaj pomoću bacanja novčića ili igraće kockice. U prvom slučaju učenici trebaju uočiti dva elementarna događaja, a u drugom šest.

Slijede zadatci u kojima učenici trebaju prepoznati elementarne događaje.

Slučajni događaj

Nadalje, opet pomoću bacanja kockice ili novčića, uvodimo pojam slučajnog događaja. Slijedi niz interakcija kojima učenici uvežbavaju prepoznavanje slučajnog događaja.

Slijedi napomena i primjer slučajnog događaja koji se sastoji od više elementarnih događaja.

Na tom primjeru uvodimo i pojam povoljni događaj. Slijedi niz zadataka i interakcija u kojima učenici trebaju prepoznati povoljni događaj.

Vjerojatnost

Povezujemo intuitivni pojam šansa da se nešto dogodi s matematičkim pojmom vjerojatnost slučajnog događaja. Ponovno naglašavamo da u matematici kada provodimo slučajne pokuse pretpostavljamo da su svi elementarni događaji jednako mogući.

Vraćamo se na neke početne primjere i učenike navodimo da logičkim zaključivanjem dođu do toga da je vjerojatnost sigurnog događaja 100 %, odnosno 1, te da je vjerojatnost nemogućeg događaja 0.

Iz toga slijedi zaključak da je vjerojatnost broj između 0 i 1. Nastavljamo s primjerom i nekoliko interakcija u kojima učenici na temelju znanja o postotcima računaju vjerojatnost slučajnog događaja bez formule.

Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a, kako bi učenici još bolje razumjeli pojam vjerojatnosti, pronaći ćete prijedlog interaktivne GeoGebre koja pokazuje kako se vrijednost vjerojatnosti mijenja od nemogućeg do sigurnog događaja.

Ponuđene su i dvije igre procjene vjerojatnosti na engleskom jeziku.

- Igra

Kolika je vjerojatnost da bude izabrana pojedina loptica? Smjestite plavu i crvenu lopticu na pravo mjesto na skali vjerojatnosti i kliknite "Done" (Gotovo).

Skala vjerojatnosti sastoji se od 5 razina: Impossible (nemoguće), Unlikely (mala mogućnost), Even chance (jednake šanse), Likely (velike šanse), Certain (vjerojatno).

<http://www.sciencekids.co.nz/gamesactivities/math/probability.html>

- Igra

Otkrijte je li izvlačenje pojedinog oblika iz vreće Certain (sigurno), Likely (vrlo vjerojatno) ili Impossible (nemoguće). Kada izaberete kakve su šanse za izvlačenje određenog oblika, upišite tu riječ u kvadratić i kliknite "Check" (Provjeri).

https://www.k6.thinkcentral.com/content/hsp/math/hspmth/ca/common/itools_int_9780153616334_/probability.html

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

Pogledajte i scenarij poučavanja "[Moguće-nemoguće](#)" pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Igre s vjerojatnosti slučajnog događaja:

- [The number cubes](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Probfair](#) (engleski jezik)
- [Bright balloons](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Adjustable Spinner](#) (engleski jezik)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo upravo te igre na engleskom jeziku. Također mogu pogledati logičke zagonetke na Riddle channel na engleskom jeziku, te problem [Posljednje banane](#) ili problem [Visećeg mosta](#) koji imaju titlove i na hrvatskom jeziku.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s teškoćama potrebno je detaljnije objasniti zašto su ploče na čovječuljcima u prvom videozapisu upravo onako označene. Poželjno bi bilo unaprijed im pripremiti na papirima tiskane čovječuljke.

Učenicima s jezičnim teškoćama, ali i drugim učenicima koji imaju nedostatne jezične sposobnosti prvi će zadatak biti jezično težak pa im se treba detaljno objasniti značenje metafora

iz zadatka te dodatno pojasniti kontinuum nemoguće-sigurno: je li moguće da na vrbi (ili *stablu*, moguće je da će pojam vrbe djeci s jezičnim teškoćama biti nepoznat) rodi (bolji je termin *naraste*) grožđe? To je nemoguće jer grožđe raste na vinovoj lozi – to je sigurno. Pojam vinove loze i grožđa nekoj djeci s jezičnim teškoćama možda neće biti poznat pa nastavnik može unaprijed pripremiti sliku vinove loze i grožđa.

Prije rješavanja 4. zadatka učenike treba podsjetiti kako se računa postotak (Modul 7.3.).

5.2. Računanje vjerojatnosti slučajnog događaja



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s vjerojatnosti
- Uočiti primjere vjerojatnosti u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Procijeniti vjerojatnost slučajnog događaja
- Izračunati vjerojatnost slučajnog događaja

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 1 sat

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskom animacijom** iz svakodnevnog života u kojoj se vraćamo na bacanje novčića iz cjeline Pojam vjerojatnosti.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Matematički pokusi

Sada izvodimo pokus bacanja novčića više puta. Najprije potičemo učenike da sami isprobaju pokus bacanja novčića 20 puta i zapišu ishode u tablicu frekvencija. Pokusom želimo da učenici vide koja strana novčića češće pada. Možete učenike podijeliti u grupe i neka svaka grupa odradi pokus i nacrtu svoju tablicu i dijagram, pa poslije neka usporede rezultate i prodiskutiraju dobivene tablice i dijagrame.

Nakon što učenici sami naprave tablice i odrade pokus 20-ak puta, predložimo im da u **interaktivnoj simulaciji** bacanja novčića vide što će se dogoditi ako novčić bacaju iznimno mnogo puta. Simulacija izrađuje tablicu frekvencije, računa relativne frekvencije u obliku postotka i crta dijagram. Na temelju tih pokusa dolazimo do zaključka da su šanse da padne pismo ili glava jednake, odnosno da je vjerojatnost svakog od tih događaja 50 % ili jedna polovina.

Učenicima naglašavamo da smo vjerojatnost dobili kao omjer povoljnog događaja i ukupnog broja elementarnih događaja.

Nastavljamo s drugim pokusom, bacanjem kockice. Sada sugeriramo učenicima da odmah pokus pogledaju u **interaktivnoj GeoGebrinoj simulaciji** i zaključite da je vjerojatnost pojavljivanja svakog broja, tj. svakog elementarnog ishoda bacanja kockice jedna šestina, odnosno približno 17 %.

Ponovno naglašavamo učenicima kako smo vjerojatnost dobili iz omjera povoljnog događaja i ukupnog broja elementarnih događaja.

Učenike podsjećamo i na to da je vjerojatnost broj između 0 i 1, pa zato vjerojatnost možemo pisati i u obliku postotka. Uvodimo oznaku $P(A)$ i dolazimo do formule za izračun vjerojatnosti.

Izračun vjerojatnosti

Slijedi niz primjera i interakcija kojima učenici uvježbavaju računanje vjerojatnosti slučajnog događaja. Prvi je primjer s čarapama u ladici, ali sada su 4 para u raznim bojama, izvlačimo jedan

i računamo vjerojatnost za svaku boju posebno. U e) podzadatku učenicima zadajemo da zbroje sve vjerojatnosti i zaključite da je zbroj vjerojatnosti svih pojedinih elementarnih događaja 1 ili 100 %.

Nastavljamo sa zadatkom bacanja ikosaedra. Uz taj zadatak učenici mogu pročitati zanimljivost o Platonovim tijelima.

Slijede primjeri i interaktivni zadatci u kojima učenici uvježbavaju računanje vjerojatnosti slučajnog događaja s više istih elementarnih događaja.

U nekim zadatcima učenici trebaju prvo procijeniti, pa tek onda izračunati vjerojatnost slučajnog događaja. Pomažemo im sugestijama da učvrste svoju vještinu procjene vjerojatnosti.

Za one koji žele znati više pripremljeni su sadržaji sa snopom karata.

Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice te jedan zadatak za samovrednovanje.

Dotatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

Pogledajte i scenarij poučavanja "[Moguće-nemoguće](#)" pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Igre s računanjem vjerojatnosti slučajnog događaja:

- [Probably a favourite teach](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [The number cubes](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predložimo nekoliko zadataka sa snopom igračih karata. Predložimo da učenici donesu snop karata od 52 igračice karte. U snopu od 52 igračice karte nalaze se 4 niza (herc, tref, pik i karo) po 13 karata s oznakama: as, brojevi 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 i 10 te oznake dečko, dama i kralj. Herc i karo su nizovi crvene boje, a tref i pik su nizovi crne boje. U zadatcima treba izračunati vjerojatnost izvlačenja određenih karata s

ukupnim brojem elementarnih događaja 52, a učenici mogu broj povoljnih događaja izravno prebrojiti ako donesu karte. Na kraju kada riješe zadatke, neka za nagradu odigraju i neku igru s kartama, primjerice remi, bridž ili običnu igru "magarca".

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Uoči ove nastavne jedinice preporučuje se s učenicima s teškoćama ponoviti značenje frekvencije.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja preporučuje se drugačije oblikovati tekst 3., 4. i 5. zadatka – istaknuti ključne riječi te skratiti rečenice. Primjerice, 3. zadatak možemo ovako postaviti:

U zdjeli se nalazi:

5 jabuka

3 kruške

7 šljiva

3 breskve

1 banana.

Jan uzima jedan komad voća iz zdjele, bez gledanja.

Kolika je **vjerojatnost** da će uzeti **jabuku**?

- Procijenite vjerojatnost događaja.
- Riješite zadatak.
- Usporedite svoju procjenu s rješenjem.
- Procjenu upišite na crtu.
- Provjerite na računalu.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi kod svih zadataka koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabiranje odgovora. U slučaju umora, posebno kod učenika s motoričkim teškoćama, preporučuje se od svake skupine zadataka odabrati 2 jednostavnija zadatka koje učenik treba riješiti. Isti savjet primjenljiv je i na učenike s diskalkulijom.

5.3. Primjena vjerojatnosti slučajnog događaja



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s vjerojatnosti
- Uočiti primjere vjerojatnosti u učeničkom okruženju, ali i primjerima iz svakodnevnog života
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgajno-obrazovni ishodi

- Prepoznati fer igru
- Primijeniti račun vjerojatnosti na situacije iz svakodnevnog života
- Odlučivati ovisno o procjeni vjerojatnosti slučajnog događaja

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života u kojem povezujemo vjerojatnost i vremensku prognozu. Vremenska prognoza nešto je što učenici prate svakodnevno, a ovim primjerom želimo im pokazati kako je matematika u pozadini različitih svakodnevnih postupaka.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Vrijeme, ne vrijeme

Slijedi napomena o subjektivnoj vjerojatnosti i zanimljivost o meteorologiji kao znanosti. Nastavljamo s nekoliko zadataka i interakcija na temu vremenske prognoze.

Za one koji žele znati više pripremljeni su primjeri i zadatci sa suprotnim događajem.

Dobitak ili gubitak

Nastavljamo s drugim temama iz svakodnevnog života u kojima se pojavljuje vjerojatnost, a to su igre na sreću. Učenike upozoravamo da prekomjerno igranje može izazvati ovisnost. Predložimo da s učenicima malo porazgovarate o toj temi kao o dijelu građanskog odgoja.

Slijedi **animacija s** nagradnom igrom bliskom učenicima koja prikazuje kako se računa vjerojatnost dobitka. Slijede zadatci i interakcije s tematikom dobitka za uvježbavanje procjene i računanja vjerojatnosti slučajnog događaja.

U primjeru sa šestarima učenici trebaju uočiti da za računanje vjerojatnosti nekog slučajnog događaja ne moramo znati ukupan broj elementarnih događaja ako znamo postotak za svaki elementarni događaj.

Kao zadatak za **istraživački rad** predložimo učenicima da istraže premije osiguranja automobila u Zagrebu i Daruvaru i promisle o mogućim razlozima njihove različitosti.

Fer igra

Učenici kroz zadatke i interakcije razmišljaju o tome jesu li neke igre fer, i kakva trebaju biti pravila fer igre. Predložimo još jedan **suradnički rad u timovima**. Učenici neka donesu u školu igraće kockice, na početku malo za vježbu računaju vjerojatnost izvlačenja određene boje, a

zatim neka svaki tim osmisli neku fer igru s kockicama i neka je odigra. Poslije neke zanimljivije igre možete odigrati na Večeri matematike ili za Dan škole s ostalim učenicima, a učenici koji su osmislili igru mogu biti voditelji igre.

Odlučivanje

Slijedi niz zadataka u kojima na temelju vjerojatnosti treba donijeti neku odluku. Učenici rješavaju zadatke s prodajom, nuspojavama lijeka i uspješnosti operacije. Na osnovi vjerojatnosti dobrih ishoda pojedinog događaja u zadatku učenici trebaju odlučiti treba li nešto napraviti ili ne treba.

Za one koji žele znati više pripremljeni su sadržaji složenijeg događaja bacanja dviju kockica.

Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice.

Završavamo s nekoliko zadataka procjene znanja.

Savjetujemo vam razgovarati s učenicima i o opasnostima kockanja, te o preventivnim mjerama sprečavanja ovisnosti.

Preventivni sadržaji:

- Pliva zdravlje: [Ovisnost o kockanju](#)
- Dr. Ante Bagarić: [Ovisnost](#)

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

Pogledajte i scenarij poučavanja "Kad bih ja bio/la kao..." pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Igre s primjenom vjerojatnosti slučajnog događaja:

- [Pond](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Simple Probability](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Popup](#) (engleski jezik)

Kvizovi s primjenom vjerojatnosti slučajnog događaja:

- BBC Bitesize: [Probability quiz](#) (engleski jezik)
- Mangahigh: [Probability, Relative frequency quiz](#) (engleski jezik)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike prvo predlažemo primjere i zadatke sa suprotnim događajem. Na kraju jedinice predlažemo zadatke složenijeg događaja bacanja dviju kockica. Broj elementarnih događaja i način rješavanja objašnjavamo **animacijom** da učenicima zornije prikažemo rješavanje takvih zadataka. Učenicima smo pripremili i tablicu elementarnih događaja za bacanje dviju kockica, i njome se mogu služiti u pripremljenim interaktivnim zadacima.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja trebali bi se urediti zadatci u kojima se nabrajaju ključne informacije. Te informacije bi, umjesto u istoj rečenici, trebale biti podijeljene u različite retke i trebale bi biti podebljane. Primjerice u 5. zadatku:

Na organiziranoj Večeri matematike u jednoj školi organizirana je **tombola**. U vreći se nalaze **kartice s bojama**.

Razne boje nose razne **nagrade**.

Ako izvučete **crvenu** karticu, **nećete** dobiti nagradu.

Za **plavu** karticu dobit ćete **bombon**.

Za **bijelu** karticu dobit ćete **jednu ispriku za usmeno ispitivanje iz matematike**.

Za **zelenu** karticu dobit ćete **jednu ispriku za nenapisanu zadaću iz matematike**.

U vreći se nalaze ove kartice:

10 crvenih

47 plavih

20 bijelih

3 zelene.

U 6. zadatku učenicima s jezičnim teškoćama nepoznata riječ mogla bi biti "kitnjast" pa je potrebno provjeriti razumiju li značenje te riječi.

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s vjerojatnosti
- Uočiti primjere vjerojatnosti u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati vjerojatnost slučajnog događaja
- Procijeniti vjerojatnost slučajnog događaja
- Izračunati vjerojatnost slučajnog događaja
- Primijeniti vjerojatnost pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj sati: minimalno 1 sat

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadatci i primjeri koji omogućavaju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijских sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Uvod i motivacija

Motivacijski zadatak zabavna je **animacija** u kojoj je, kada je se pomnije prouči, u pozadini napomena da unatoč većim šansama za pobjedu, ishod nekog događaja ne mora biti pobjeda. Porazgovarajte s učenicima o rizicima igara na sreću kao što smo već sugerirali na više mjesta.

Riješite, provjerite i podijelite

Za uvježbavanje računanja vjerojatnosti slučajnog događaja predložimo vam nekoliko zadataka koje učenici mogu samostalno riješiti u bilježnici ili u nekom interaktivnom elementu. Zadnjih nekoliko zadataka namijenjeno je onima koji žele znati više, ali predložimo svima da ih pokušaju riješiti.

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime ujedno dobivaju i povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Na početku je **interaktivni GeoGebrin zadatak** za računanje vjerojatnosti izvlačenja kuglice određene boje iz posude. Omogućite učenicima koji slabije razumiju gradivo ili žele bolje uvježbati gradivo dovoljno vremena za ponavljanje zadatka.

Izmjenjuju se raznovrsni interaktivni zadatci tako da se promjenom dinamike duže zadržava pozornost učenika na samim sadržajima čime se potiče i ustrajnost i samostalnost u radu. Prije samog rješavanja zadatka potičite učenike da procijene rješenje, a zatim da ga usporede s točnim rješenjem. Neka odigraju igru procjene kao što je objašnjeno u jedinici 2.2.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje, povratnu informaciju i uputu pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka te se prema potrebi vratiti na prethodne jedinice i ponoviti načine rješavanja zadataka.

U zadatku s ribolovom potičemo učenike na bavljenje sportom, zdrav život i boravak u prirodi.

Predložimo i **projekt** s temom fer igre sličan onome u jedinici 5.3., ali ovaj put učenici sami trebaju osmisliti i kartice i igru.

Završni dio

Na samom kraju Aktivnosti za samostalno učenje nalazi se prijedlog da učenici istraže vjerojatnost dobitka na igrama na sreću Hrvatske lutrije.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

Teme povezane s određivanjem udaljenosti i putovanjem prikladne su i za međunarodne i nacionalne projekte. Predložimo da se uključite u zajednicu učitelja i nastavnika na portalu

eTwinning pa neke od predloženih aktivnosti iz ove cjeline napravite u sklopu projekta eTwinning. Više o eTwinningu možete saznati na mrežnim stranicama [zajednice eTwinning](#) ili na stranicama [Agencije za mobilnost i programe EU](#).

Igre s vjerojatnosti slučajnog događaja:

- [The number cubes](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Probfair](#) (engleski jezik)
- [Bright balloons](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Adjustable Spinner](#) (engleski jezik)
- [Probably a favourite teach](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [The number cubes](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Pond](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Simple Probability](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Popup](#) (engleski jezik)

Kvizovi s vjerojatnosti slučajnog događaja:

- BBC Bitesize: [Probability quiz](#) (engleski jezik)
- Mangahigh: [Probability, Relative frequency quiz](#) (engleski jezik)

Igre s vjerojatnosti slučajnog događaja:

- [The number cubes](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Probfair](#) (engleski jezik)
- [Bright balloons](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Adjustable Spinner](#) (engleski jezik)
- [Probably a favourite teach](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [The number cubes](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Pond](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Simple Probability](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Popup](#) (engleski jezik)

Kvizovi s vjerojatnosti slučajnog događaja:

- BBC Bitesize [Probability quiz](#) (engleski jezik)
- Mangahigh [Probability, Relative frequency quiz](#) (engleski jezik)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za one koji žele znati više pripremljen je niz složenijih zadataka. Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje, a interakcije povratnu informaciju pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

Pripremljen je i mali **istraživački rad** koji učenici mogu odraditi u paru ili timu od više učenika. Treba bacati dva novčića i odrediti elementarne događaje za taj pokus, te osmisliti i riješiti neke zadatke računanja vjerojatnosti slučajnih događaja koji se mogu pojaviti pri bacanju dvaju novčića.

Učenicima koji žele znati više, kao i darovitim učenicima, možete ponuditi i [PhET simulaciju](#). Pročitajte upute za učitelje i prilagodite ju svojim učenicima.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala ili sadržaja. Prilagodbe valja odabirati temeljem specifičnih obilježja učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- ponoviti ili pojednostavniti upute
- jezično prilagoditi složenije zadatke
- koristiti se vizualnom podrškom: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisak
- razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- povećati razmak između redova
- formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- omogućiti uporabu džepnog računala
- voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta u odnosu na specifičnosti učenika
- omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- koristiti se različitim alatima koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama rabi asistivnu tehnologiju, valja je integrirati i u aktivnosti za slobodno učenje.

Pojedini se postupci primjenjuju kod određene skupine učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama:

- povezati zadatke sa specifičnim interesima učenika u cilju osiguravanja motiviranosti, najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)
- smanjiti zahtjeve za pisanjem ili prepisivanjem s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenucima zasićenosti, uporaba podsjetnika (poremećaj pažnje)
- upotrijebiti font *sans serif* (ili *Verdana*, *Dyslexiu*), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno kod dodatnih materijala (specifične teškoće učenja)
- osigurati češće pauze tijekom rada, povezivati sadržaje s primjerima iz svakodnevnog života (intelektualne teškoće)
- usmeno prezentirati zadatak, omogućiti uporabu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu na izvor zvuka (oštećenje sluha).

U osmišljavanju prilagodaba uvijek treba raditi timski i kontinuirano surađivati sa stručnim timom škole, pomoćnikom u nastavi i roditeljima. Kod svih je učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama važno osigurati njihovo aktivno sudjelovanje tijekom aktivnosti za slobodno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u grupama u kojima će učenik imati priliku surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima grupe). Važno je učenicima naglasiti da se oko svake nedoumice uvijek mogu obratiti nastavniku.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s vjerojatnosti slučajnog događaja
- Uočiti primjere vjerojatnosti slučajnog događaja u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati vjerojatnost slučajnog događaja
- Procijeniti vjerojatnost slučajnog događaja
- Izračunati vjerojatnost slučajnog događaja
- Primijeniti vjerojatnost pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula Vjerojatnost slučajnog događaja osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stavova s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha je ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukciju, primjenu i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja zadataka koje je riješio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 7. razred osnovne škole

Modul 6: Sličnost trokuta

Priručnik za nastavnike

Modul 6: Sličnost trokuta

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane sa Talesovim poučkom i sličnosti trokuta
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Podijeliti dužinu na jednake dijelove i u zadanom omjeru koristeći se Talesovim poučkom o proporcionalnim dužinama
- Izračunati nepoznatu duljinu dužine koristeći se Talesovim poučkom o proporcionalnim dužinama
- Opisati poučke sličnosti trokuta matematičkim jezikom
- Primijeniti sličnost trokuta pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja modula

U ovom modulu učenici 7. razreda ponavljaju sadržaje o omjerima, razmjerima, sukladnosti trokuta, opsegu i površini trokuta o kojima su učili u prethodnim modulima ili razredima.

Postojeće znanje obogaćuje se novim znanjem o proporcionalnim dužinama i sličnim trokutima te se povezuje s primjenama u geografiji, fizici te svakodnevnom životu.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete primijeniti na različite načine, bilo u cijelosti bilo u dijelovima te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete upotrijebiti kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno usvajaju, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dvojbe.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te se proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje skupnog i suradničkog rada učenika, pri čemu se možete pripremljenim sadržajima koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice društvenoj mreži Yammer, okruženju za timove Teams ili razrednoj digitalnoj bilježnici OneNote.

Uz svaku jedinicu u priručniku OneNote pripremljena je i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavnu primjenu u nastavi.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za primjenu digitalnih alata

GeoGebra

GeoGebra je program dinamične matematike, namijenjen učenju i poučavanju. Povezuje područja interaktivne geometrije, algebre, tabličnih proračuna, statistike, analize i crtanja grafova. Dostupna je na hrvatskom jeziku.

Više o GeoGebri pročitajte u [CARNET-ovu e-Laboratoriju](#) ili na stranicama GeoGebre.

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

U zbirci scenarija poučavanja projekta e-Škole dostupan je i scenarij [Slično sličnomu](#) koji je osmišljen za 7. razred osnovne škole.

Igre sa sličnosti trokuta:

- [Divide](#) (engleski jezik, Adobe Flash Player)
- [Congruent Similar](#) (engleski jezik)
- [Triangle Factory](#) (engleski jezik)
- [Similar and Congruency](#) (engleski jezik)
- [Area of Triangle](#) (engleski jezik)
- [Congruent Triangles](#) (engleski jezik)
- [Congruent Triangles](#) (engleski jezik)

Kvizovi sa sličnosti trokuta:

- Similarity of Triangles (engleski jezik)

- [Similarity and Congruence](#) (engleski jezik)
- [Similar Triangles](#) (engleski jezik)

Kalkulator dijeljenja dužina:

- [Kalkulator dijeljenja dužine](#) (engleski jezik)

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- Plovput, [Svjetionici](#)
- Udruga Normala, [Podjela dužine u danom omjeru](#)
- Odrazi se, [Dijeljenje dužine u danom omjeru](#)
- Matematički priručnik, [Dijeljenje dužine u zadanom omjeru](#)
- CARNET, Medusa, Antonija Horvatek, [Dijeljenje dužine u zadanom omjeru](#)
- Čulina, G. Paić, Ž. Bošnjak: [Pojam sličnosti u osnovnoj školi](#)
- Mladi nadareni matematičari "Marin Getaldić": [Sukladnost i sličnost](#)
- Osnove matematike: [Sličnost trokuta](#)
- Element: Proporcionalnost dužina, [Talesov poučak](#)
- Sysprint, [Petica 7](#), udžbenik za 7. razred osnovne škole
- [Minimundus](#) (engleski jezik)
- [Similarity and Congruence](#) (engleski jezik)
- [Proving Triangle Similarity](#) (engleski jezik)
- [Similar Triangles, ratio of area](#) (engleski jezik)
- [CCSS High School Geometry \(Similarity\)](#) (GeoGebra, engleski jezik)

Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
6.	Sličnost trokuta	14 + 1
	6.1. Proporcionalne dužine	2
	6.2. Dijeljenje dužine u zadanom omjeru	2
	6.3. Sličnost trokuta	1
	6.4. Presjek pravca i parabole	3
	6.5. Poučci o sličnosti trokuta	3
	6.6. Opseg i površina sličnih trokuta	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

6.1. Proporcionalne dužine



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s proporcionalnim dužinama
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati proporcionalne dužine
- Iskazati Talesov poučak o proporcionalnim dužinama
- Odrediti duljinu nepoznate dužine koristeći se Talesovim poučkom

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Motivacijski primjer je **animacija** kojom na učenicima zanimljiv način objašnjavamo omjer duljina (visina).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ponovimo

Na početku ponavljamo nekoliko pojmova iz modula Proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine. Nakon kratkog ponavljanja pomoću interaktivnih zadataka vraćamo se na uvodnu **animaciju**.

Kratko se osvrćemo na zaokruživanje rješenja na dvije ili tri decimale i potičemo učenike da uoče kako za preciznije mjerenje i računanje treba zaokruživati na što više decimala.

Napominjemo važnu razliku u rečenicama koliko puta i za koliko, te ponavljamo računanje postotka.

Proporcionalne dužine

U **primjeru 1** uvodimo izraz omjer dužina, koji iskazujemo omjerom njihovih duljina i to povezujemo s naučenim u modulu Proporcionalnost i obrnuta proporcionalnost. Slijedi **interaktivna GeoGebra** kojom pokazujemo što je omjer dužina, kako izračunati koeficijent proporcionalnosti duljina tih dužina, te uvodimo pojam proporcionalne dužine. Važno je naglasiti da duljine dužina moraju biti izražene istom mjernom jedinicom.

Slijedi nekoliko zadataka za vježbu.

Talesov poučak

Započinjemo anegdotom o Talesu iz Mileta, te dajemo poveznicu na kojoj učenici mogu pročitati više o njemu ako ih zanima. Predlažemo izradu plakata ili postera o Talesu za razredni pano.

Primjer 2 navodi učenike da uoče koje dužine vide ako neki kut presijeku parom usporednih pravaca. Odmah slijedi **primjer 3** u kojem treba izračunati i usporediti vrijednosti omjera uočenih duljina dužina. Dužine i omjeri duljina mogu se lakše uočiti u **interaktivnoj GeoGebri**, u kojoj

učenici mogu, mijenjajući položaj usporednih pravaca ili veličinu kuta, uočiti koji su omjeri jednaki, a koji nisu.

Slijedi zaključak i iskaz Talesovog poučka o proporcionalnim dužinama. Učenicima bi moglo biti zanimljivo saznati zašto je poučak dobio ime po Talesu te kako je on izmjerio visinu piramide pomoću poučka. Slijede **zadatci i interakcije** u kojima učenici provjeravaju razmjere i povezuju proporcionalne dužine.

Uz zadatke koji slijede pripremljen je predložak koordinatnog sustava pa učenici mogu odabrati okruženje za rješavanje zadataka, primjerice u GeoGebri, digitalnoj bilježnici OneNote ili u papirnatj bilježnici.

Svi predlošci dostupni su i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice za razrednu bilježnicu OneNote.

Računanje nepoznate duljine

Započinjemo zadatkom kojim ispisujemo proporcije koje vrijede za proporcionalne dužine dobivene presjekom kuta s dvama usporednim pravcima. **Primjer 4** povezuje proporcije iz prethodnog zadatka s pravilima računanja proporcija iz modula Proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine. Slijede zadatci kojima uvježbavamo računanje duljine nepoznate dužine pomoću Talesovog poučka. Učenici naučeno primjenjuju u interaktivnim zadacima na primjeru iz svakodnevnog života.

Uvježbajmo

Niz **interaktivnih vježba** različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih aspekata primjene pravokutnog koordinatnog sustava u ravnini. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju te mogu vježbe ponavljati koliko god puta žele.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Za učenike koji žele znati više pripremljen je **primjer 4** i prateći zadatak u kojima ima više nepoznanica. **Primjer 6** i prateći zadatak pokazuju da Talesov poučak vrijedi i ako je kut presječen s više od dviju paralela.

Završetak

Na kraju ćete pronaći **interaktivnu GeoGebru** u kojoj uz pomoć klizača učenici mogu odabrati željeni broj paralelnih pravaca koji presijecaju kut i dijele dužinu na manje dužine jednakih duljina. Zapravo je ta interakcija uvod u sljedeću jedinicu.

Dodatni prijedlozi

Odradite i neku od ponuđenih aktivnosti – u zbirci scenarija poučavanja projekta e-Škole dostupan je i scenarij [Slično sličnomu](#) koji je osmišljen za 7. razred osnovne škole.

Da bi učenici još bolje svladali proporcionalne dužine predložimo sljedeće sadržaje:

- [Divide](#) (engleski jezik, Adobe Flash Player) – igra
- [Kalkulator dijeljenja dužine](#) (engleski jezik)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više pripremljen je **primjer 5** i prateći zadatak u kojima ima više nepoznanica. **Primjer 6** i prateći zadatak pokazuju da Talesov poučak vrijedi i ako je kut presječen s više od dviju paralela.

Učenici mogu samostalno proučiti primjere i riješiti zadatke koristeći se povratnim informacijama u rješenjima zadataka.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da oni predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodaba valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) treba prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice *Verdana* ili *Dyslexia*). Kod pojedinih zadataka savjetuje se povećati razmak između redova (u editoru uređaja) ili uvećati zaslon. Djeci sa specifičnim teškoćama učenja treba osigurati uporabu džepnog računala.

Iako postoji ponavljanje ključnih pojmova iz jedinice Proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine učenike s teškoćama trebat ćete dodatno, kroz više zadataka, podsjetiti na činjenice iz te jedinice.

U zadatku Povezani sadržaji, prema potrebi, podsjetite učenike na računanje postotka.

U 3. primjeru učenicima s oštećenjem vida, intelektualnim teškoćama i specifičnim teškoćama učenja prstom pokažite svaku proporciju na grafu kako biste provjerili razumiju li na koje dužine se odnose omjeri.

Učenicima s oštećenjem vida i specifičnim teškoćama učenja potrebno je izraditi uvećane slikovne predloške za zadatke 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14 i primjer 4 kako bi lakše mogli očitati tražene podatke i riješiti zadatak.

6.2. Dijeljenje dužine u zadanom omjeru



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s dijeljenjem dužine u zadanom omjeru
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Podijeliti dužinu na jednake dijelove koristeći se Talesovim poučkom o proporcionalnim dužinama
- Podijeliti dužinu u zadanom omjeru koristeći se Talesovim poučkom o proporcionalnim dužinama
- Nacrtati trokut i pravokutnik koristeći se Talesovim poučkom o proporcionalnim dužinama

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

U **motivacijskom primjeru** uvodimo podjelu dužine na tri jednaka dijela na primjeru iz života. Povezujemo i podjelu s omjerom i crtanjem u umanjenom mjerilu. Naglasak je na podjeli dužine na tri jednaka dijela bez mjerenja.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ponovimo

Na početku ponavljamo nekoliko pojmova iz 5. razreda o skupovima točaka u ravnini pomoću interaktivnih zadataka. U zadnjem je dužina podijeljena na 6 jednakih dijelova i postavlja se pitanje kako to napraviti bez mjerenja.

Dijeljenje dužine na jednake dijelove

Započnemo podjelom dužine na dva jednaka dijela bez mjerenja i podsjećamo učenike **interaktivnom GeoGebrinom** simulacijom kako se konstruira simetrala dužine. Osim na dva jednaka dijela, na taj način možemo podijeliti dužinu na 4, 8, 16 i više dijelova, ali samo ako je broj na koji dijelimo dužinu potencija broja 2.

Prisjećamo se Talesovog poučka i proporcionalnosti dužina koje odsijecaju paralelni pravci na krakovima kuta. Ponovno gledamo **interaktivnu GeoGebru** u kojoj dužinu dijelimo na više jednakih dijelova.

Slijedi zadatak u kojem treba u **interakciji** dužinu podijeliti na 5 jednakih dijelova s 4 paralelna pravca. Treba pogledati što se događa s dobivenim duljinama na dužini AB, a što se događa na drugom kraku kuta s duljinama dobivenih odsječaka i odgovoriti na postavljena pitanja u interaktivnim zadacima.

Možemo zaključiti da podjela dužine na jednake dijelove ne ovisi o duljinama jednakih dužina na pomoćnom polupravcu.

Za one koji žele znati više slijedi vizualni **interaktivni** dokaz da su dobivene dužine sukladne.

Nastavljamo s interaktivnim zadatkom koji u prvom dijelu podsjeća na poučke o sukladnosti, a u drugom dijelu učenicima se nudi da sami pokušaju utvrditi redosljed crtanja elemenata kod dijeljenja dužine na jednake dijelove.

Nakon toga treba uzeti u ruke šestar, ravnalo, olovku i bilježnicu te podijeliti dužinu nacrtanu u bilježnici na 5 jednakih dijelova.

Slijedi **interaktivna GeoGebra** koja detaljno pokazuje korake konstrukcije. Nastavljamo sa zadatkom za vježbu u kojem treba podijeliti dužinu na 7 jednakih dijelova te pratećom interakcijom kojom određujemo vrijednosti zadanih omjera.

Dijeljenje dužine u zadanom omjeru

Nakon interakcije s određivanjem omjera slijedi još jedan primjer i prateći zadatci u kojima treba odrediti u kojem omjeru točka dijeli dane dužine.

Slijedi **interaktivna GeoGebrina animacija** u kojoj je detaljno prikazan postupak podjele dužine u omjeru 2 : 3 pomoću Talesovog poučka. Koracima konstrukcije može se upravljati pomoću klizača ili treba pokrenuti konstrukciju.

Nakon toga zadan je niz zadataka u kojima je dužina podijeljena po nekom omjeru i treba odrediti na koliko je jednakih dijelova podijeljena dužina.

Slijedi zadatak u kojem je dužina podijeljena na jednake dijelove, zadana je točka M na jednom od njih i treba odrediti omjer u kojem točka dijeli dužinu.

Zatim je dana **interaktivna simulacija** u kojoj pomoću klizača biramo prvi i drugi član omjera i vizualiziramo podjelu dužine u zadanom omjeru.

Slijedi još jedan zadatak u kojem treba podijeliti zadanu dužinu u omjeru dvjema točkama.

Kako iskoristiti Talesov poučak za konstrukciju geometrijskih likova?

Počinjemo **praktičnom vježbom** u kojoj učenici trebaju savijati žicu ili konop da dobiju likove, da iz toga shvate kako iz opsega dobiti određeni lik. Slijedi interakcija kojom ponavljamo formule za opsege nekih likova.

U primjeru konstruiramo jednakostranični trokut pomoću opsega i podjele dužine na tri jednaka dijela, a u **interaktivnoj GeoGebri** sami učenici mogu pomicati korake te prateći upute riješiti zadatak u svojoj bilježnici, uz napomenu da ovu vježbu mogu upotrijebiti za konstrukciju jednakostraničnog trokuta bilo kojeg opsega.

Slijedi zadatak u kojem treba primijeniti naučeno na primjeru iz svakodnevnog života.

Nastavljamo s konstrukcijom kvadrata i pravokutnika pomoću dijeljenja dužine u zadanom omjeru. Za te konstrukcije treba ponoviti formule za opseg tih likova.

Za učenike koji žele znati više pripremljeni su **primjer 4** i prateći zadatci koji pokazuju konstrukciju jednakokrakog trokuta pomoću podjele dužine u zadanom omjeru.

Završetak

Na kraju ćemo riješiti zadatak s početka priče, tj. podijeliti bakin vrt na tri jednaka dijela, ali na papiru u zadanom omjeru, i time napraviti uvod u iduću jedinicu u kojoj se govori o sličnosti trokuta.

Dodatni prijedlozi

Odradite i neku od ponuđenih aktivnosti u zbirci e-Škole scenarija poučavanja dostupan je i scenarij [Slično sličnomu](#) koji je osmišljen za 7. razred osnovne škole.

Da bi učenici još bolje svladali vještinu dijeljenja dužine u zadanom omjeru predlažemo sljedeće sadržaje:

Odradite i neku od ponuđenih aktivnosti – u zbirci scenarija poučavanja projekta e-Škole dostupan je i scenarij [Slično sličnomu](#) koji je osmišljen za 7. razred osnovne škole.

Da bi učenici još bolje svladali vještinu dijeljenja dužine u zadanom omjeru predlažemo sljedeće sadržaje:

- Udruga Normala, [Podjela dužine u danom omjeru](#)
- Odrazi se, [Dijeljenje dužine u danom omjeru](#)
- Matematički priručnik, [Dijeljenje dužine u zadanom omjeru](#)
- CARNET, Medusa, Antonija Horvatek, [Dijeljenje dužine u zadanom omjeru](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite, pripremljeni su **primjer 4** i prateći zadatci koji pokazuju konstrukciju jednakokračnog trokuta pomoću podjele dužine u zadanom omjeru.

Učenici mogu samostalno proučiti primjer i riješiti zadatke koristeći se povratnim informacijama zadataka.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U zadatku Na početku umjesto fotografije livade, učenicima s teškoćama napraviti sliku vrta pravokutnog oblika te označiti dimenzije kao što su zadane.

Učenicima s teškoćama pripremiti dodatne zadatke za ponavljanje gradiva o skupovima točaka u ravnini, a možete pripremiti i kratak sažetak toga gradiva. Također, provjerite razumiju li učenici značenje riječi sukladan.

Učenici s diskalkulijom mogli bi imati teškoća pri rješavanju 2. primjera i određivanja omjera. Provjerite jesu li shvatili na koji se način rješava taj zadatak.

U dijelu Praktične vježbe u kojoj učenici moraju prepoznati koja formula za opseg pripada kojem liku, učenicima možemo pomoći tako da na tiskanom materijalu ispišemo sve formule i napišemo kojem geometrijskom liku pripadaju pa da oni samo po tome traže odgovarajuće formule iz DOS-a i onda ih upišu u zadatak.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi kod svih zadataka koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabir odgovora.

6.3. Sličnost trokuta



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s pojmom sličnosti trokuta
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati slične likove
- Riječima iskazati sličnost trokuta
- Objasniti koeficijent sličnosti
- Pronaći slične trokute

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 1 **sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života u kojem uspoređujemo dva uzorka. Uočavamo da su jednaki po boji i obliku, ali nisu po veličini.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Izbacite uljeza

Počinjemo nizom interakcija u kojima moramo prepoznati da su tri sličice potpuno jednake, a da se četvrta razlikuje od ostalih. U prvim dvama zadacima sličica se razlikuje po veličini, a u jednom zadatku četvrta sličica razlikuje se i izgledom. Uvodimo izraz sličan lik. Slijedi zadatak iste vrste ali je sada u zadatku trokut. Podsjećamo se da su trokuti koji su jednaki oblikom i veličinom sukladni trokuti. Za trokut koji se razlikuje od ostalih napominjemo da su mu kutovi jednaki po veličini s ostalima, a duljine stranica kraće od duljina stranica preostalih trokuta.

U **primjeru 1** uspoređujemo geometrijske likove po obliku i veličini i primjećujemo da su jednaki po obliku, a da se jedan razlikuje po veličini od ostalih u svakom podzadatku.

Podsjećamo učenike da likove koji su istog oblika i veličine nazivamo sukladnima i navodimo ih na pojam sličnih likova.

Slični likovi

Vizualiziramo značenje sličnosti likova i upućujemo učenike da u matematici pojam sličnosti ima specifično značenje.

Slijedi definicija sličnosti.

U **primjeru 2** treba među ponuđenim likovima pronaći parove sličnih likova te u pripadajućim zadacima zaključiti ovisi li sličnost likova o njihovom položaju u ravnini.

Zadatkom s osnom simetrijom prisjećamo se gradiva 5. razreda i povezujemo naučeno gradivo s novim gradivom.

Slični trokuti

Primjer 3 je interaktivna **GeoGebra** kojom istražujemo svojstva sličnih trokuta. Nacrtna su dva trokuta u ravnini, na zaslonu se pojavljuju mjere kutova oba trokuta, zatim duljine stranica i omjeri odgovarajućih stranica, po veličini.

Uočava se da su odgovarajući kutovi jednakih veličina, i da su jednaki omjeri odgovarajućih duljina stranica.

Iz toga slijedi definicija sličnosti trokuta, i pojam koeficijenta sličnosti.

Nacrtna su dva slična trokuta i uvodimo oznake i način zapisivanja odgovarajućih duljina stranica i veličina kutova. Pokazujemo mali trik kako lakše odrediti parove odgovarajućih stranica ako je sličnost pravilno zapisana.

Primjerom 4 i pripadajućim zadatcima uvježbavamo ispravan zapis oznaka sličnih trokuta.

Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka.

Koeficijent sličnosti

Primjer 5 i prateći zadatak pokazuju kako odrediti koeficijent sličnosti ako su nam poznate duljine stranica dvaju sličnih trokuta.

Napominjemo kako prepoznati odgovarajuće stranice u dvama trokutima te što znači izraz manji ili veći trokut, iako to učenici već intuitivno vjerojatno i znaju.

Primjer 6 i prateći zadatak navode učenike da shvate vezu između koeficijenta sličnosti i povećanja ili smanjenja lika.

Slijedi jedan zadatak iz života, u kojem fotografiju povećavamo dva puta i povezujemo to povećanje s koeficijentom sličnosti.

Slijedi **animacija** pomoću koje učenici uočavaju da su sukladni likovi zapravo slični s koeficijentom 1.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a te prijedlog istraživačkog zadatka kojim povezujemo sadržaje iz matematike s učeničkim okruženjem i interesima.

Završavamo kratkom procjenom usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Dodatni prijedlozi

Odradite i neku od ponuđenih aktivnosti – u zbirci scenarija poučavanja projekta e-Škole dostupan je i scenarij [Slično sličnomu](#) koji je osmišljen za 7. razred osnovne škole.

Da bi učenici još bolje svladali vještinu pronalaženja sličnosti trokuta, predložimo sljedeće sadržaje:

- [Congruent Similar](#) (engleski jezik) – igra
- Čulina, G. Paić, Ž. Bošnjak: [Pojam sličnosti u osnovnoj školi](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predložimo projektne zadatke povezane pojmom sličnosti. Učenici mogu istražiti pojam sličnosti za druge likove ili za tijela u prostoru te napraviti plakat ili prezentaciju u PowerPointu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

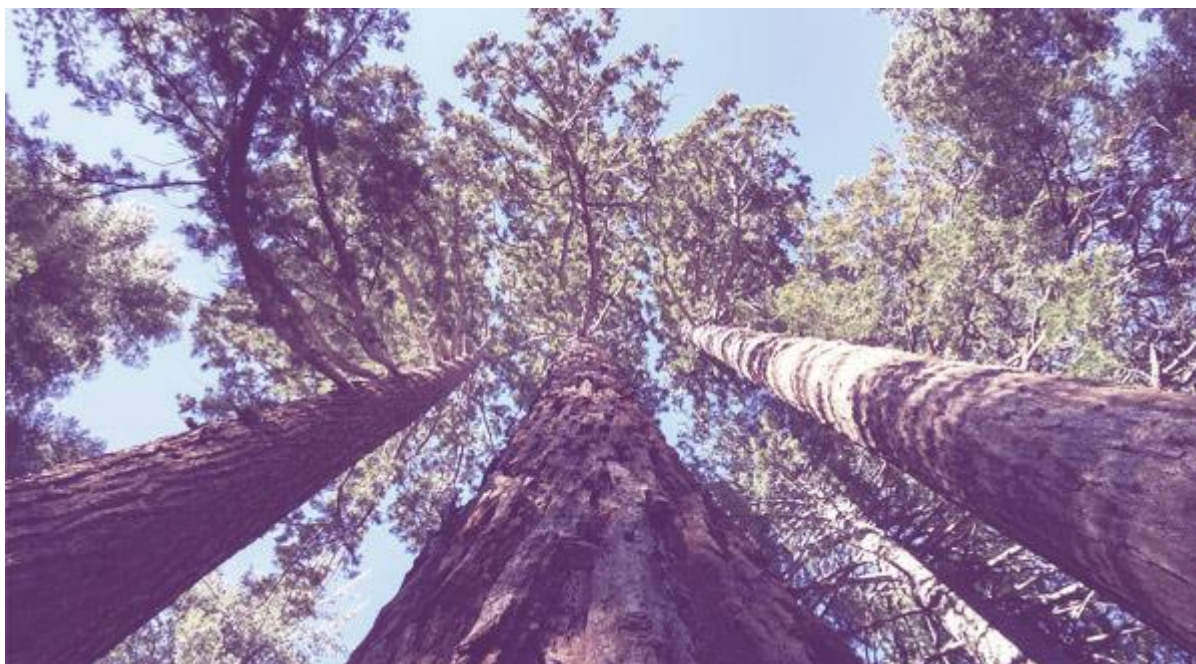
U zadatku Na početku učenicima s teškoćama potrebno je dati uvećani tiskani slikovni prikaz uzorka. Uzorak je složen pa učenici možda neće vidjeti sve dijelove u prikazu na zaslonu.

Učenicima s teškoćama u trećem je primjeru potrebno objasniti riječ aplet. Provjerite razumiju li značenje riječi uljez iz 1., 2. i 3. zadatka.

U dijelu jedinice u kojem se objašnjava koeficijent sličnosti parove odgovarajućih stranica trebalo bi obojiti istim bojama kako bi se učenicima jednostavnije mogla pojasniti teorija.

Učenicima s diskalkulijom potrebno je detaljnije objasniti rješavanje primjera 5 i 6 te 11. i 12. zadatka.

6.4. Poučci o sličnosti trokuta



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s poučcima o sličnosti trokuta
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Matematičkim jezikom opisati poučke sličnosti
- Izračunati duljine stranica sličnog trokuta koristeći se poučkom SSS
- Odrediti nepoznatu duljinu dužine sličnog trokuta koristeći se poučkom SKS
- Izračunati nepoznate duljine stranica i veličine kutova sličnih trokuta koristeći se poučkom KK

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 sata

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim videozapisom** iz svakodnevnog života u kojem pomoću sjene drveta te ravnala (štap) i njegove sjene mjerimo visinu drveta. Taj videozapis već smo vidjeli u jedinici Proporcije ili razmjeri. Sada ćemo uočiti dva trokuta koje čine drvo, njegova sjena i zamišljena zraka Sunca te štap, njegova sjena i zraka Sunca u isto vrijeme. **Animacija** koja slijedi pokazuje da su u tim trokutima dva kuta sukladna – oba trokuta imaju pravi kut, kut stabla i tla te kut štapa i tla, i vizualizira se preklapanje kuta zrake Sunca s tlom u oba trokuta. Pitamo se jesu li ti trokuti slični.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kut - Kut poučak o sličnosti trokuta

Naučili smo u prethodnoj jedinici da su dva trokuta slična ako imaju isti oblik, tj. ako su im parovi odgovarajućih kutova jednakih veličina. U animaciji smo dobili dva para kutova jednakih veličina. Prisjetimo se gradiva 6. razreda, da je zbroj kutova u svakom trokutu 180° .

U trokutima postoje dva para sukladnih kutova, pa je pomoću tog svojstva jednostavno zaključiti da će i treći par kutova biti sukladan. Time dolazimo do zaključka da je dovoljno znati dva para veličina odgovarajućih unutarnjih kutova da bismo mogli zaključiti jesu li ili nisu trokuti slični.

Sada učenici i sami mogu iskazati poučak KK.

Slijedi **primjer 1** i prateći zadatci u kojima pomoću poučka KK određujemo jesu li ili nisu trokuti slični. **Primjer 2** i prateći zadatak malo su zahtjevniji jer sada nisu zadane veličine kutova, nego učenici moraju sami zaključiti koji su kutovi sukladni prisjećajući se kutova uz presječnicu i vršnih kutova što su naučili u 5. i 6. razredu.

Na slici s dvama sličnim trokutima pokazujemo kako se zapisuje da su omjeri odgovarajućih duljina stranica jednaki koeficijentu sličnosti k i ponavljamo što su to veći i manji trokut.

U **primjeru 3** i pratećem zadatku zadana su dva trokuta s duljinama stranica i veličinama kutova te treba provjeriti sličnost i izračunati duljine nepoznatih stranica ako su trokuti slični.

Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka.

Stranica - Kut - Stranica poučak o sličnosti trokuta

U **animaciji** se pojavljuje zadatak u kojem treba izračunati širinu jezerca ispred hotela. Pitanje je jesu li trokuti slični ako znamo da su omjeri dviju odgovarajućih duljina stranica jednaki i ako se trokuti podudaraju u kutu koji se nalazi između tih dviju stranica. U animaciji pokazujemo pomoću Talesovog poučka da su pravci usporedni. A budući da su pravci usporedni, jednaki su im i odgovarajući kutovi uz presječnicu pa su trokuti slični.

Time smo došli do poučka SKS, koji sada učenici mogu pokušati i sami iskazati.

Primjer 4 i 5 i prateći zadatci provjeravaju sličnost trokuta koristeći se poučkom SKS.

U **primjeru 6** i zadatku koji slijedi zadana su dva trokuta s duljinama stranica i veličinama kutova te treba provjeriti sličnost i izračunati duljine nepoznatih stranica ako su trokuti slični.

Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka.

Prisjećamo se poučaka o sukladnosti dvaju trokuta i upućujemo na sličnost naziva i iskaza poučaka.

Stranica – Stranica – Stranica poučak o sličnosti trokuta

Predložimo projektni zadatak koji je prikazan u **animaciji**. Ako odrade zadatak ili pogledaju animaciju, učenici će uočiti da su trokuti slični ako su im odgovarajuće duljine stranica proporcionalne.

Tako dolazimo do trećeg poučka sličnosti SSS.

U zanimljivostima podsjećamo kako pronalazimo odgovarajuće stranice dvaju trokuta.

Slijedi **primjer 7** sa zadatcima u kojima pomoću poučka SSS provjeravamo sličnost dvaju trokuta.

Slijede primjeri i zadatci u kojima sličnim trokutima pomoću koeficijenta sličnosti određujemo duljine preostalih stranica ili pomoću duljina odgovarajućih stranica određujemo koeficijent sličnosti.

Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka.

Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Uvježbajmo

Niz interaktivnih vježba različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje poučaka o sličnosti trokuta. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju te mogu vježbe ponavljati koliko god puta žele.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Za one koji žele znati više pripremljeni su primjer i zadatci složenijeg sadržaja u kojima treba pokazati sličnost trokuta pomoću poučaka. Rješenja tih primjera i zadataka detaljno su objašnjena pa ih mogu pokušati riješiti svi učenici te provjeriti svoja razmišljanja u ponuđenim rješenjima.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a kao i interakciju kojom ponavljamo iskaze poučaka o sličnosti trokuta.

Dodatni prijedlozi

Odradite i neku od ponuđenih aktivnosti – u zbirci scenarija poučavanja projekta e-Škole dostupan je i scenarij [Slično sličnomu](#) koji je osmišljen za 7. razred osnovne škole.

Da bi učenici još bolje svladali poučke o sličnosti trokuta, predlažemo sljedeće sadržaje:

- [Triangle Factory](#) (engleski jezik) – igra
- [Similarity of Triangles](#) (engleski jezik) – kviz
- Mladi nadareni matematičari "Marin Getaldić": [Sukladnost i sličnost](#)
- Osnove matematike: [Sličnost trokuta](#)
- Element: Proporcionalnost dužina, [Talesov poučak](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike pripremljeni su primjer i zadatci složenijeg sadržaja u kojima treba pokazati sličnost trokuta pomoću poučaka. Rješenja tih primjera i zadataka detaljno su objašnjena pa ih mogu pokušati riješiti svi učenici te provjeriti svoja razmišljanja u ponuđenim rješenjima.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Ova cijela jedinica sadržava veliku količinu teksta što je posebno zahtjevno za učenike s teškoćama čitanja (disleksija, diskalkulija...). Potrebno je napraviti sažetak po kojemu mogu učiti – pojednostavniti tekstove te istaknuti ključne pojmove.

Primjer pojednostavnjenja:

Kut – poučak o sličnosti trokuta:

Dva trokuta su slična ako imaju isti oblik i ako su im parovi odgovarajućih kutova jednakih veličina.

Da bismo to provjerili, moramo **izračunati** sve **kutove trokuta** i **usporediti ih**.

Kako znamo da su trokuti iz videozapisa slični?

Prvi kut: Drvo i štap stoje pod **pravim kutom** uz tlo. Taj kut iznosi **90 stupnjeva**.

Drugi kut: Kut između zrake Sunca i tla isti je za oba kuta.

Treći kut: Sjetimo se da je **zbroj svih kutova** u trokutu **180** stupnjeva. Ako znamo 2 kuta trokuta, 3. ćemo izračunati tako da ta dva kuta **oduzmemo od 180** ($180 - a - b = c$).

Za trokute je dovoljno znati **iznos dvaju kutova** da možemo zaključiti **jesu li slični** jer treći uvijek možemo izračunati.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja u 3. primjeru te ostalim sličnim zadacima potrebno je ključne podatke iz zadatka odvojiti u posebne redove. To možemo napraviti na ovaj način:

Veličine kutova trokuta ABC iznose:

$$A = 40^\circ$$

$$B = 60^\circ$$

Duljina stranice je **a = 4 cm**.

Veličine kutova trokuta A'B'C' iznose:

$$A = 40^\circ$$

$$\Gamma = 80^\circ$$

Duljine stranica iznose:

$$A' = 2 \text{ cm}$$

$$B' = 3 \text{ cm}$$

$C' = 3,5 \text{ cm}$.

Jesu li ovi trokuti **slični**? Obrazložite odgovor.

Izračunajte nepoznate **duljine** stranica trokuta ABC.

U tekstu ispod 8. zadatka u kojem se navode poučci o sukladnosti potrebno je istaknuti ključne riječi (podebljati i podcrtati).

6.5. Primjena sličnosti trokuta



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane sa sličnim trokutima
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Primijeniti poučke sličnosti trokuta na matematičke probleme
- Primijeniti sličnost na crtanje uvećanih ili umanjениh likova
- Primijeniti sličnost na određivanje udaljenosti i visine
- Koristiti se sličnošću trokuta u rješavanju problemskih situacija iz svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerom** iz učionice, uočavamo da su veliki drveni trokuti iz geometrijskog pribora za ploču slični malim plastičnim trokutima za crtanje u bilježnicu, i to zorno pokazujemo preklapanjem kutova na slici. Učenicima nudimo istraživački zadatak u kojem trebaju izmjeriti potrebne podatke i odrediti koeficijent sličnosti svog trokuta i velikog trokuta za ploču u učionici matematike.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Sličnost u arhitekturi

Nastavljamo s uočavanjem sličnih trokuta. U interakcijama učenici trebaju uočiti slične trokute na krovu ili na prozoru. Potičemo učenike da se malo ogledaju oko sebe i u svojoj okolini pokušaju pronaći slične trokute.

U zraku

Niz zadataka i interaktivnih vježba različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje računanja visine objekata koje nije lako izmjeriti, pomoću sličnih trokuta.

U zadacima se izmjenjuju različite metode rješavanja: uobičajeno rješavanje i rješavanje interaktivnih zadataka u kojima učenici odmah dobivaju povratne informacije o točnom rješenju.

Za učenike koji žele znati više pripremljen je i detaljno objašnjen zadatak u kojem treba izmjeriti visinu objekta pomoću zrcala.

Za sve učenike predlažemo projektni zadatak kojim će pomoću zrcala stvarno izmjeriti neki viši objekt u školskom dvorištu.

Na tlu

Zadatak 8 nadovezuje se na mjerenje širine jezera uz hotel iz animacije u jedinici Poučci o sličnosti trokuta. Nadalje slijede interaktivne vježbe računanja udaljenosti pomoću sličnosti trokuta.

Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka.

Za učenike koji žele znati više pripremili smo nekoliko složenijih zadataka s udaljenostima, ali predlažemo svim učenicima da se okušaju u rješavanju tih zadataka.

Slijedi projektni zadatak u korelaciji s fizikom, u kojem učenici mogu istražiti što su leće i gdje su trokuti u fotografiranju. Uz projekt i zadnji zadatak dana je mala zanimljivost koja se odnosi na pojam *camera obscura*.

Mali-veliki

Slijede još neke primjene sličnih likova. Koeficijent sličnosti govori nam koliko je puta neki lik manji ili veći od drugog lika. Tako u prvom zadatku povećavamo malu bubu 200 puta i dobivamo čudovište za neki film.

Napominjemo da se, ako je koeficijent sličnosti veći od 1, lik povećava, ako je manji od 1, lik se smanjuje, a ako je jednak 1, likovi su sukladni.

Slijede dva zadatka, **interaktivna GeoGebra** i projektni zadatak u kojima vizualiziramo sličnost likova i potičemo učenike da bolje shvate pojam sličnosti.

Crtamo slične trokute

Učenicima samo informativno objašnjavamo što je homotetija, te koji su digitalni i mehanički alati za crtanje umanjjenih ili uvećanih likova u različitim granama gospodarstva.

Slijedi primjer 1 i prateći zadatci u kojima zadani trokut treba umanjiti ili uvećati s koeficijentom sličnosti. Predlaže se učenicima prvo sve izračunati pa onda nacrtati u bilježnicu. Nakon toga sve mogu nacrtati u interaktivnom GeoGebrinom predlošku.

Svi predlošci dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Za one koji žele znati više pokazali smo kako se pomoću dijeljenja dužine u zadanom omjeru mogu crtati slični trokuti. I uz to predlažemo projektni zadatak da se i sami u bilježnici okušaju u crtanju sličnih trokuta na taj način.

I još malo matematike

Niz zadataka i interaktivnih vježba različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih tipova zadataka sa sličnim trokutima.

Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju te ih mogu ponavljati koliko god puta žele.

Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Završetak

Završavamo s nekoliko zadataka za samovrednovanje.

Dodatni prijedlozi

Odradite i neku od ponuđenih aktivnosti – u zbirci scenarija poučavanja projekta e-Škole dostupan je i scenarij [Slično sličnomu](#) koji je osmišljen za 7. razred osnovne škole.

Da bi učenici još bolje svladali primjenu sličnosti trokuta predlažemo sljedeće sadržaje:

- [Similar and Congruency](#) (engleski jezik) – igra
- [Similarity and Congruence](#) (engleski jezik)
- [Proving Triangle Similarity](#) (engleski jezik)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo zadatak u kojem treba izmjeriti visinu objekta pomoću zrcala.

Zatim smo pripremili nekoliko složenijih zadataka s udaljenostima, ali predlažemo svim učenicima da se okušaju u rješavanju tih zadataka.

Slijedi projektni zadatak u korelaciji s fizikom, u kojem učenici mogu istražiti što su leće i gdje su trokuti u fotografiranju. Uz projekt i zadnji zadatak dana je mala zanimljivost koja se odnosi na pojam *camera obscura*.

Pokazali smo kako se pomoću dijeljenja dužine u zadanom omjeru mogu crtati slični trokuti. I uz to predlažemo projektni zadatak da se i sami u bilježnici okušaju u crtanju sličnih trokuta na taj način.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

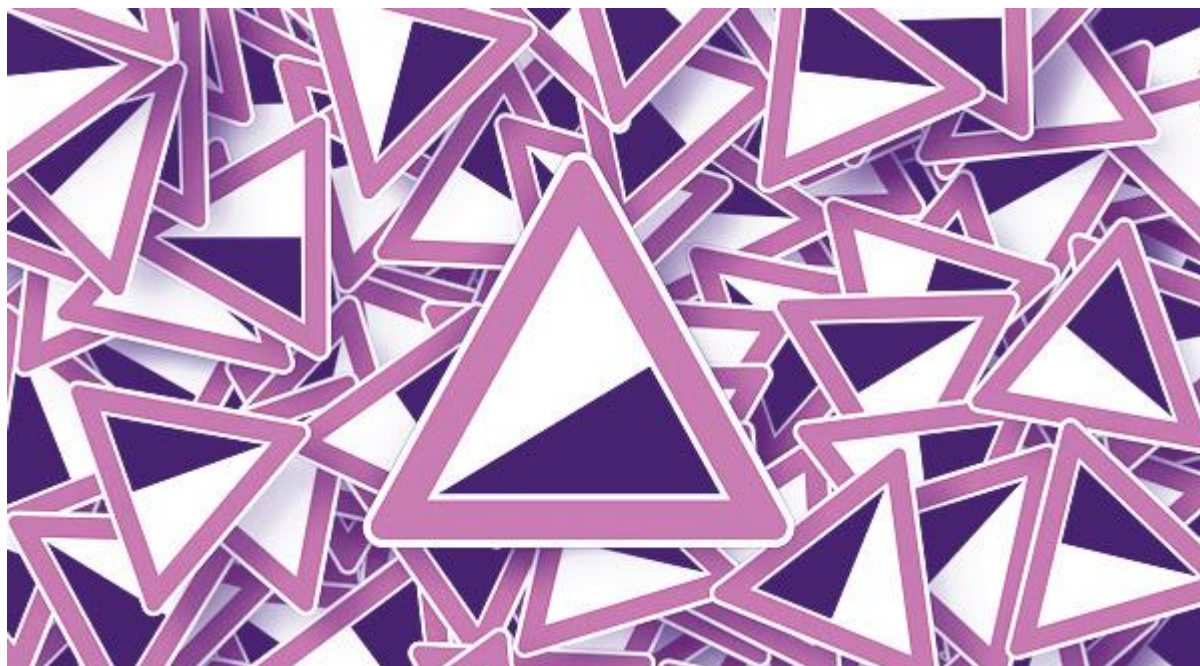
Učenicima s teškoćama, ako im je samima teško riješiti 2. i 3. zadatak, pomoći pri rješavanju i pokazati gdje sve možemo pronaći trokute.

U definiciji koeficijenta sličnosti te u navodima ispod same definicije važno je istaknuti ključne riječi.

U 1. primjeru podnaslova *Crtamo slične trokute* kao i u 18., 19., 20. i 22. zadatku potrebno je učenicima izdvojiti ključne podatke iz zadatka kako bi bili uočljiviji.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi kod svih zadataka koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabir odgovora.

6.6. Opseg i površina sličnih trokuta



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s opsegom i površinom sličnih trokuta
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Odabrati i preračunati prikladne mjerne jedinice za duljinu i površinu
- Izračunati opseg sličnih trokuta
- Odrediti omjere površina sličnih trokuta
- Izračunati površinu sličnih trokuta
- Primijeniti svojstva opsega i površine sličnih trokuta na probleme iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija

- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života u kojem ponavljamo kako prepoznati slične likove. Također se prisjećamo što je opseg lika i kako ga izračunati.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Opseg sličnih likova

Nastavljamo s ponavljanjem definicije sličnosti i značenja koeficijenta sličnosti, te istraživačkim zadatkom u kojem učenici računaju opsege sličnih trokuta i stavljaju ih u omjer, te zaključuju da je omjer opsega sličnih trokuta jednak koeficijentu sličnosti tih trokuta.

Slijedi **interaktivna simulacija** kojom se učenici mogu uvjeriti da zaključak nije slučajan samo za ta dva trokuta, već da vrijedi i za druge slične trokute.

Zapisujemo tvrdnju riječima i matematičkim oznakama.

Slijede **primjeri** i prateći zadatci za uvježbavanje u kojima za zadani koeficijent sličnosti dvaju trokuta računamo opsege tih trokuta.

U zadacima se izmjenjuje uobičajen način rješavanja s rješavanjem interaktivnih zadataka u kojima učenici odmah dobivaju povratne informacije o točnom rješenju.

Takvim pristupom zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Zadatak 5 interaktivni je zadatak u kojem se ponavlja značenje koeficijenta sličnosti.

Površina sličnih trokuta

Započinjemo **motivacijskim primjerom** s prometnim znakom u obliku trokuta na kojem su nacrtani slični trokuti i navodimo učenike na razmišljanje o površini sličnih trokuta.

Slijedi **istraživački zadatak** koji se može pripremiti i prije, u učionici u suradnji s učiteljem tehničke kulture, pri čemu učenici mogu izraditi različite prometne znakove od kartona u pravoj veličini. A mogu se mjeriti i potrebne duljine na pravom znaku uz cestu.

Prisjećamo se formula za površinu trokuta i učenici pomoću interaktivnog zadatka istražuju što se događa s visinama sličnih trokuta.

Ovdje opet predlažemo **istraživački zadatak** kojim se učenici uvjeravaju u svoje zaključke o omjeru visina na različitim trokutima koje su sami nacrtali.

Zapisujemo zaključak i slijedi interaktivni zadatak za vježbu koji učenici mogu samostalno riješiti i svoje rješenje provjeriti u povratnim informacijama, a ako ima kakvih nejasnoća pripremljene su i detaljne upute za rješavanje zadatka.

Slijedi interakcija ponavljanja mjernih jedinica za površinu. Nastavljamo sa zadatkom u kojem učenici primjećuju da omjer površina sličnih trokuta nije jednak koeficijentu sličnosti, ali zadnjim podzadatkom navodimo učenike da razmisle o kvadratu koeficijenta. U sedmom razredu još se ne uči kvadriranje pa zasada to pišemo samo kao množenje dvaju istih brojeva, ali ćemo ipak uputiti učenike da to znači kvadrat nekog broja i pokazujemo kako se zapisuje kvadrat broja.

Slijedi **interaktivna GeoGebra** kojom se učenici uvjeravaju da zaključak vrijedi i za druge slične trokute.

Zapisujemo tvrdnju riječima i matematičkim simbolima.

Nastavljamo sa zadatcima i interakcijama računanja omjera površina sličnih trokuta, te razumijevanja značenja povećanja ili smanjenja površine sličnih trokuta.

Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka.

Uvježbajmo

Na početku ovog dijela napominjemo učenicima vezu mjernih jedinica za opseg i površinu i omjer opsega i površine sličnih likova. U zanimljivostima idemo dimenziju više i podsjećamo na mjerne jedinice za obujam, te opisujemo kakav bi bio omjer sličnih tijela.

Niz zadataka i interaktivnih vježba iz svakodnevnog života različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih aspekata primjene opsega i površine sličnih trokuta. Interaktivne vježbe mogu izvršno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju te mogu vježbe ponavljati koliko god puta žele.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Za one koji žele znati više pripremljeni su zadatci u kojima iz površine ili omjera površina učenici trebaju izračunati koeficijent sličnosti. Učenici ovdje logičkim razmišljanjem i znanjem tablice množenja zaključuju od kojeg je broja zadan kvadrat.

Prije kraja ponuđen je još jedan **projektni zadatak**, kojim povezujemo sadržaje iz matematike s učeničkim okruženjem i interesima.

Učenici mogu nacrtati tlocrt svoje sobe u omjeru 1 : 100, izračunati površinu svoje sobe te malo ponoviti računanje postotaka.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a. Završavamo kratkom procjenom usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Dodatni prijedlozi

Odradite i neku od ponuđenih aktivnosti – u zbirci scenarija poučavanja projekta e-Škole dostupan je i scenarij [Slično sličnomu](#) koji je osmišljen za 7. razred osnovne škole.

Da bi učenici još bolje svladali opsege i površine sličnih trokuta, predlažemo sljedeće sadržaje:

- [Area of Triangle](#) (engleski jezik) – igra
- [Similar Triangles, ratio of area](#) (engleski jezik)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo zadatke u kojima iz površine ili omjera površina učenici trebaju izračunati koeficijent sličnosti. Učenici ovdje logičkim razmišljanjem i znanjem tablice množenja zaključuju od kojeg je broja zadan kvadrat.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Na početku jedinice podsjetimo učenike kako računamo površinu i opseg trokuta.

U definiciji opsega sličnih trokuta potrebno je istaknuti ključne pojmove.

Interaktivni zadatak u sklopu 1. zadatka vizualno je nepregledan i zahtijeva pomoć nastavnika, pomoćnika u nastavi ili drugog učenika.

Učenicima s diskalkulijom potrebno je izraditi slikovni predložak odgovarajućeg trokuta u 1. i 2. primjeru te 2. i 3. zadatku.

U Projektima je mnogo teksta pa je, ako ih budete radili, potrebno tekst pročitati učenicima koji imaju teškoće čitanja.

U 16. zadatku potrebno je ponoviti pretvaranje mjernih jedinica (metri u centimetre...).

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane sa sličnim trokutima
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Podijeliti dužinu na jednake dijelove i u zadanom omjeru koristeći se Talesovim poučkom o proporcionalnim dužinama
- Izračunati nepoznatu duljinu dužine koristeći se Talesovim poučkom o proporcionalnom dužinama
- Opisati poučke sličnosti trokuta matematičkim jezikom
- Primijeniti sličnost trokuta pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj sati: minimalno 1 sat

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadatci i primjeri koji omogućavaju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijских sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Uvod i motivacija

Na početku je zabavna **animacija** kojom na šaljiv način želimo pokazati primjenu sličnosti u svakodnevnom životu.

Riješi, provjeri i podijeli

Za uvježbavanje koordinatnog sustava u ravnini predlažemo nekoliko zadataka koje učenici mogu samostalno riješiti u bilježnici, uporabom digitalnog predloška koordinatnog sustava ili u nekoj aplikaciji za dinamičnu matematiku kao što su [GeoGebra](#) ili [Desmos](#).

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime dobivaju i povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Izmjenjuju se "obični", interaktivni te kontekstualni zadatci, tako da se promjenom dinamike dulje zadržava pozornost učenika na samim sadržajima, čime se potiče i ustrajnost i samostalnost u radu.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

Predložak za crtanje sličnog trokuta dostupan je i u [OneNote metodičkom priručniku](#), pa ga lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice za razrednu bilježnicu OneNote.

U Aktivnostima za samostalno učenje predlažemo dva **projektna zadatka**. Prvi je da učenici odaberu u okolini neki objekt, izmjere njegovu visinu, pomoću sličnosti odrede koliko su udaljeni od tog objekta te provjere svoj izračun mjerenjem.

Drugi je da naprave model neke građevine u mjerilu 1 : 25 te naprave izložbu radova.

Za one koji žele znati više pripremljeni su složeniji zadatci sličnosti trokuta. Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

Završni dio

Na samom kraju Aktivnosti za samostalno učenje pronaći ćete podsjetnik na najvažnije dijelove modula Sličnost trokuta, te prijedlog da učenici istraže i nacrtaju trokut Sierpinskog.

Dodatni prijedlozi

Odradite i neku od ponuđenih aktivnosti – u zbirci scenarija poučavanja projekta e-škole dostupan je i scenarij [Slično sličnomu](#) koji je osmišljen za 7. razred osnovne škole.

Da bi učenici još bolje svladali vještinu pronalaženja sličnosti trokuta, predlažemo sljedeće sadržaje:

- [Minimundus](#) (engleski jezik)
- Plovput, [Svjetionici](#)
- [Congruent Triangles](#) (engleski jezik) – igra
- [Congruent Triangles](#) (engleski jezik) – igra
- [Similarity and Congruence](#) (engleski jezik) – kviz
- [Similar Triangles](#) (engleski jezik) – kviz

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za one koji žele znati više i darovite učenike pripremljeni su složeniji zadatci sličnosti trokuta. Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

Na Državnoj maturi također ima zadataka s postotcima, u DOS-u su svi zadatci koji su u jedinicama modula 3 popisani ovdje u Aktivnostima, ovdje su samo oni koji nisu u prethodnim jedinicama.

- [DM, ljetni rok, šk. god. 2009./2010., osnovna razina, B, zadatak 24](#)
- [DM, jesenski rok, šk. god. 2010./2011., osnovna razina, B, zadatak 4](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala ili sadržaja. Prilagodbe valja odabirati temeljem specifičnih obilježja učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- ponoviti ili pojednostavniti upute
- jezično prilagoditi složenije zadatke
- koristiti se vizualnom podrškom: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisak
- razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- povećati razmak između redova
- formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- omogućiti uporabu džepnog računala
- voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta u odnosu na specifičnosti učenika
- omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- koristiti se različitim alatima koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama rabi asistivnu tehnologiju, valja je integrirati i u aktivnosti za slobodno učenje.

Pojedini se postupci primjenjuju kod određene skupine učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama:

- povezati zadatke sa specifičnim interesima učenika u cilju osiguravanja motiviranosti, najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)
- smanjiti zahtjeve za pisanjem ili prepisivanjem s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenucima zasićenosti, uporaba podsjetnika (poremećaj pažnje)
- upotrijebiti font *sans serif* (ili *Verdana*, *Dyslexiu*), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno kod dodatnih materijala (specifične teškoće učenja)
- osigurati češće pauze tijekom rada, povezivati sadržaje s primjerima iz svakodnevnog života (intelektualne teškoće)
- usmeno prezentirati zadatak, omogućiti uporabu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu na izvor zvuka (oštećenje sluha).

U osmišljavanju prilagodaba uvijek treba raditi timski i kontinuirano surađivati sa stručnim timom škole, pomoćnikom u nastavi i roditeljima. Kod svih je učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama važno osigurati njihovo aktivno sudjelovanje tijekom aktivnosti za slobodno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u grupama u kojima će učenik imati priliku surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima grupe).

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane sa sličnosti trokuta
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Podijeliti dužinu na jednake dijelove i u zadanom omjeru koristeći se Talesovim poučkom o proporcionalnim dužinama
- Izračunati nepoznatu duljinu dužine koristeći se Talesovim poučkom o proporcionalnom dužinama
- Opisati poučke sličnosti trokuta matematičkim jezikom
- Primijeniti sličnost trokuta pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula Sličnost trokuta osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stavova s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha je procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća (reprodukcija, primjena i rješavanje problema), daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja zadataka koje je riješio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 7. razred osnovne škole

Modul 7: Mnogokuti

Priručnik za nastavnike

Modul 7: Mnogokuti

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Spoznavanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina povezanih s mnogokutima.
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i pisanom izražavanju.
- Rješavanje problemskih situacija.
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja.
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina.
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito.
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njezine uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i opisati mnogokute i njihove elemente.
- Konstruirati i nacrtati pravilne mnogokute.
- Izračunati broj dijagonala i zbroj unutarnjih kutova mnogokuta.
- Izračunati opseg i površinu mnogokuta.
- Primijeniti svojstva mnogokuta pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

U ovom modulu učenici 7. razreda ponovit će sadržaje o trokutu i četverokutu o kojima su učili u prethodnim razredima, posebice o njihovim unutarnjim i vanjskim kutovima, opsegu i površini. Na postojeća znanja nadograđivat će se nova znanja o osnovnim elementima mnogokuta, dijagonalama i kutovima mnogokuta te pravilnim mnogokutima. Učenici će samostalno otkriti vezu broja vrhova mnogokuta i zbroja veličina unutarnjih kutova te ukupnog broja dijagonala.

Skicirat će, crtati i konstruirati pravilne mnogokute, izračunavat će opseg i površinu mnogokuta, a stečena znanja o svojstvima mnogokuta primjenjivat će u rješavanju problema iz matematike i svakodnevnog života.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete primijeniti na različite načine, bilo u cijelosti bilo u dijelovima te ih prilagoditi učenicima i školskom okruženju. Sadržaje možete prilagoditi za samostalan ili suradnički rad učenika, koji ćete poslije zajednički provjeriti, ali i za rad na matematičkim izazovima i projektima, u kojima će učenici uočiti povezanost matematike i svakodnevnog života.

Pripremljene sadržaje možete upotrijebiti i kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koji oni samostalno usvajaju, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dvojbe.

Učenici će većinu zadataka moći riješiti izravno u digitalnim obrazovnim sadržajima. Možete predložiti učenicima da konstrukcije pravilnih mnogokuta uvježbavaju, osim u bilježnici, koristeći se nekim programima dinamične geometrije.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te se proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje skupnog i suradničkog rada učenika, pri čemu se možete pripremljenim sadržajima koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice društvenoj mreži Yammer, okruženju za timove Teams ili razrednoj digitalnoj bilježnici OneNote.

Uz svaku jedinicu je u priručniku OneNote pripremljena i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavnu primjenu u nastavi.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za primjenu digitalnih alata

GeoGebra

GeoGebra je program dinamične matematike, namijenjen učenju i poučavanju. Povezuje područja interaktivne geometrije, algebre, tabličnih proračuna, statistike, analize i crtanja grafova. Dostupna je na hrvatskom jeziku.

Više o GeoGebri pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na stranicama GeoGebre.

Libar

Libar je usluga koja omogućava jednostavnu izradu, objavu i korištenje nastavnih sadržaja kao što su multimedijски digitalni dokumenti, prezentacije i e-knjige u pdf i hpub formatu. Na [stranicama projekta e-Škole](#) u obrazovnim materijalima dostupan vam je i priručnik [Korištenje alata za izradu digitalnih obrazovnih sadržaja](#) u kojem možete pročitati detaljnije upute o radu u digitalnom alatu Libar.

Aplikaciju možete proučiti i isprobati na [službenim stranicama](#).

Piktochart

Piktochart je alat za izradu infografika, izvještaja, postera i prezentacija. Na raspolaganju su vam gotovi predlošci i grafički prikazi koje možete upotrijebiti za izradu različitih informativnih materijala.

Više o *Piktochartu* pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na [službenoj stranici](#) programa.

Canva

Canva je brzi i profesionalni alat za izradu infografika, izvještaja, postera i prezentacija. Na raspolaganju su vam gotovi predlošci i grafički prikazi koje možete upotrijebiti za izradu različitih informativnih materijala.

Više o alatu *Canva* pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na [službenoj stranici](#) programa.

Hot Potatoes

Hot Potatoes je alat koji omogućava stvaranje interaktivnih kvizova, a sadrži šest aplikacija (višestruki izbor, križaljka, kratki odgovor, dopuna teksta, isprepleteni redoslijed, uparivanje pojmova). Više o alatu *Hot Potatoes* pročitajte [ovdje](#) ili na [službenoj stranici](#) programa.

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

Uz metodičke prijedloge svake jedinice bit će navedeni dodatni materijali i poveznice. Neke od njih navodimo i ovdje.

Ako smatrate da učenicima treba osvježavanje znanja o trokutu i četverokutu, predložimo da iskoristite neke od sljedećih obrazovnih sadržaja:

- [Zbroj unutarnjih kutova trokuta i četverokuta](#) (Željka Dijanić, GeoGebra)
- [Zbroj kutova u četverokutu](#) (Aleksandra-Maria Vuković, GeoGebra)
- [Četverokut](#), autor stranice Ivan Nađ, autori apleta: Željka Dijanić, Ivan Nađ, Željko Vrabc, Damir Belavić, Aleksandra-Maria Vuković, Suncokret (pseudonim)

U zbirci e-Škole scenarija poučavanja dostupan je i scenarij [Arhitekti u košnici](#) koji je osmišljen za 7. razred osnovne škole, stoga se uspješno mogu realizirati sljedeće aktivnosti:

- "Pravilnik o mnogokutima"
- U potrazi za mnogokutima
- Popločavanje ravnine
- Pogodi tko sam.

Za samostalno uvježbavanje gradiva mogu se iskoristiti i igre/vježbalice s mnogokutima:

- [Zbroj kutova u trokutu](#) (Aleksandra-Maria Vuković, GeoGebra)
- [Kutovi trokuta](#) (Aleksandra-Maria Vuković, GeoGebra)
- [Zbroj kutova u mnogokutu](#) (Boris Pein, GeoGebra)
- [Dijagonale mnogokuta](#) (Aleksandra-Maria Vuković, GeoGebra).

Možete upotrijebiti sljedeće sadržaje za dodatna pojašnjenja i uvježbavanje ili ih preporučiti učenicima za samostalno ponavljanje:

- [Dijagonale mnogokuta](#) (Željka Dijanić, GeoGebra)
- [Kutovi mnogokuta](#) (Željka Dijanić, GeoGebra)
- [Opseg i površina mnogokuta](#) (Aleksandra-Maria Vuković, GeoGebra)
- [Površina mnogokuta](#) (Jelena Crnjac, GeoGebra)
- [Mnogokuti](#), Odrzi-se.org, animirana matematika za osnovnu školu
- [Pojam mnogokuta](#), Eduvizija
- [Dijagonale mnogokuta](#), Eduvizija
- [Izračunavanje veličine nepoznatog kuta mnogokuta](#) (Antonija Horvatek, CARNET Medusa)
- [Zbroj kutova mnogokuta, 1.dio](#) (Antonija Horvatek, CARNET Medusa)
- [Zbroj kutova mnogokuta, 2.dio](#) (Antonija Horvatek, CARNET Medusa)
- [Zbroj kutova mnogokuta, 3.dio](#) (Antonija Horvatek, CARNET Medusa)
- [Veličina kuta pravilnog mnogokuta](#) (Antonija Horvatek, CARNET Medusa).

Kvizovi se mogu iskoristiti za ponavljanje gradiva:

- [Sličnost i mnogokuti](#) (Željka Dijanić)
- [Mnogokuti](#) (Željko Brčić).

Kako bi učenici još bolje razvili vještinu prepoznavanja mnogokuta i popločavanje ravnine, predložimo sljedeće igre (engleski jezik):

- [Block the pig](#) (Adobe Flash Player)
- [Shape guess](#) (Adobe Flash Player)
- [Geoboard](#) (Adobe Flash Player)
- [Area Blocks](#) (Adobe Flash Player)
- [Four piece Tangrams](#) (Adobe Flash Player).
- [Šah uz školu](#) sadrži 68 lekcija prema kojima učenici mogu naučiti igrati šah. *Online* lekcije dostupne su uz AAI identitet.

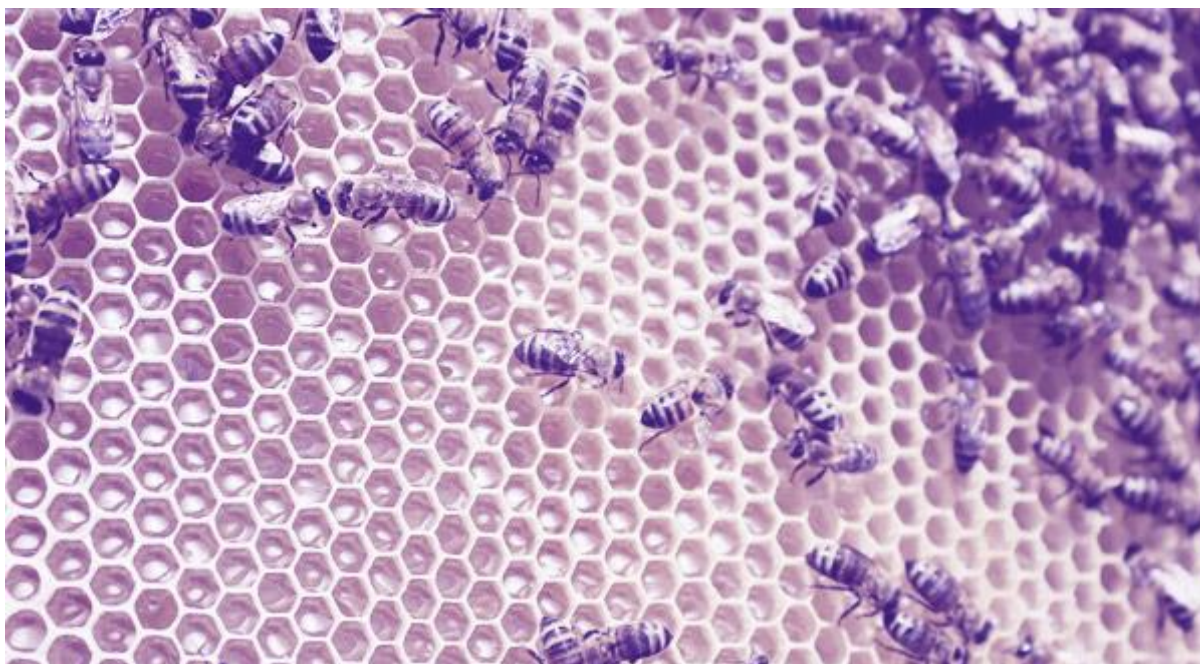
Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- [Projekt Hrvatsko nazivlje u matematici](#)
- [Mnogokut](#), Hrvatsko nazivlje u matematici
- [Pravilni mnogokuti](#), Matematika plus, Element
- [Tangram](#), Tangram Channel (engleski)
- [Matematičke slagalice](#), Ljerka Jukić, Osječki matematički list
- [Mala škola GeoGebre](#), Damir Belavić, GeoGebra
- [Origami mnogokuti](#), How to origami polygons (engleski)
- [Origami - pravilni šesterokut](#), videozapis (bez riječi)
- [Kako pčele grade saće](#), Apikultura (mrežna stranica)
- [Zašto pčele grade saće u obliku šesterokuta](#), mrežna stranica MyBeeLine
- [Petica +7](#), L. Kralj, M. Stepić, D. Glasnović Gracin, S. Banić, Z. Ćurković, udžbenik

Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
7.	Mnogokuti	16 + 1
	7.1. Osnovno o mnogokutima	2
	7.2. Dijagonale mnogokuta	2
	7.3. Kutovi mnogokuta	2
	7.4. Pravilni mnogokuti	2
	7.5. Crtanje i konstrukcija pravilnih mnogokuta	2
	7.6. Opseg mnogokuta	2
	7.7. Površina mnogokuta	2
	7.8. Mnogokuti u svakodnevnom životu	2
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

7.1. Osnovno o mnogokutima



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Spoznavanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina povezanih s osnovnim elementima mnogokuta.
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i pisanom izražavanju.
- Rješavanje problemskih situacija.
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja.
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina.
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito.
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njezine uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati različite vrste mnogokuta.
- Uočiti primjere mnogokuta izvan matematičkog konteksta.
- Opisati mnogokut i njegove elemente.
- Razlikovati susjedne i nesusjedne stranice i vrhove.
- Skicirati mnogokut.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema

- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Na početku jedinice učenici će u svojoj okolini uočiti geometrijske likove o kojima su već učili. Povezat će naziv mnogokuta s brojem njegovih stranica.

Želite li taj motivacijski primjer navesti na nastavnom satu, unaprijed pripremite plakate ili fotografije većeg formata kojima možete ukrasiti učionicu (neka budu izrezani u obliku raznih mnogokuta). Za fotografije se mogu iskoristiti razni kalendari, a možete i već postojeće učeničke plakate izrezati na drugačiji način te vrlo jednostavno od pravokutnika kreirati neki drugi mnogokut.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Mnogokut

U nastavku, učenici će samostalno usvojiti pojam mnogokuta i naučiti pravilno opisati njegove vrhove, stranice i unutarnje kutove. Nakon upoznavanja pojma mnogokuta (n-terokuta) slijedi zadatak u kojemu će učenici provjeriti razumijevanje usvojenoga. Taj zadatak potiče učenike na uočavanje bitnih svojstava mnogokuta i razlikovanje od ostalih ravninskih likova.

Osnovni elementi mnogokuta

U prva dva primjera učenici će naučiti pravilno označiti vrhove i stranice mnogokuta te razlikovati susjedne i nesusjedne vrhove i susjedne i nesusjedne stranice. Moći će imenovati vrhove na dva načina (abecednim redom ili s pomoću indeksa), a svakako predložimo raspravu o svrhovitosti odabira jednoga od njih. Bilo bi dobro učenike potaknuti na razmišljanje o načinu označavanja duljina stranica mnogokuta te na raspravu o sličnosti i razlikama u odnosu na obilježavanje kod trokuta i četverokuta, uz isticanje uzroka tih razlika.

Nekonveksni mnogokuti

Treći primjer, praćen videozapisom, govori o nekonveksnim mnogokutima. Slijede interaktivni zadaci kojima će učenici uvježbati razlikovanje konveksnih i nekonveksnih mnogokuta. Treba istaknuti činjenicu da će predmet daljnjeg proučavanja i poučavanja biti isključivo konveksni mnogokuti.

Uvježbajmo

Niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih aspekata primjene. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju te mogu vježbe ponavljati koliko god puta žele. Učenicima slabijeg predznanja bit će potrebna potpora i poželjno je omogućiti im ozračje u kojem će se osjećati slobodno zatražiti pomoć u rješavanju zadataka.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad. Osim predviđenih zadataka, preporučujemo poticati učenike na prostoručno skiciranje mnogokuta te na korištenje programa dinamične geometrije, primjerice GeoGebre.

Zadatak sa **pčelinjim saćama** poticajan je za raspravu o iskoristivosti površine i može se primijeniti kao motivacijski zadatak u jedinici *Površina mnogokuta*. Sljedeća poveznica može vam dati informacije o tome [Kako pčele grade saće](#) (engleski jezik). Potaknite učenike na istraživački rad ili izradu modela papirnatih saća, tako da svaki učenik napravi po jedan pravilni šesterokut, a zatim ih sve zalijepe na plakat. Ako prihvatite tu ideju, praktična je i izrada **origami pravilnog šesterokuta**, s obzirom na to da učenici još nisu ovladali konstrukcijom pravilnih likova, a postupak možete proučiti [ovdje](#).

Kako bi učenici mogli zadatke rješavati u digitalnom okruženju i na taj način razvijati i te kompetencije, pripremljen je predložak za crtanje mnogokuta u GeoGebri. Svi predlošci dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#), pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice za razrednu bilježnicu OneNote.

U zadacima se izmjenjuju različite metode rješavanja: od uobičajenog rješavanja, rješavanja uz digitalni predložak te rješavanja interaktivnih zadataka u kojima učenici odmah dobivaju povratne informacije o točnom rješenju.

Pripremljeni su zadaci s uparivanjem, upisivanjem odgovora, odabirom točnog rješenja, ali i zadaci koje učenici trebaju riješiti na uobičajen način, u bilježnicu. Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Završetak

Na kraju se nalazi podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice te nekoliko zadataka za samovrednovanje u kratkoj procjeni usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ove jedinice DOS-a.

Dodatni prijedlozi

Mnogokuti su zaista dio našeg okruženja, nailazimo na njih u svakodnevnom životu. Potaknite učenike da istraže koji se mnogokuti nalaze u njihovu domu, u školi i školskom dvorištu te da predstave istraženo u obliku digitalnog ili uobičajenog, papirnatog plakata.

Predložemo da učenike potaknete na raspravu o važnosti mnogokuta, o tome što smatraju da je potrebno znati o mnogokutima te o stvaranju pretpostavki o njihovoj primjeni.

Primjeri i zadaci u ovom modulu svakim podnaslovom postaju složeniji, od upoznavanja i opisivanja osnovnih elemenata mnogokuta do zadataka u kojima nalazimo primjenu u svakodnevnom životu.

U primjerima i zadacima o trokutu i četverokutu važno je da se učenici prisjete pravilnog označavanja vrhova, unutarnjih kutova, duljina stranica, zbroja veličina unutarnjih i vanjskih kutova. Sve to zatrebat će im pri usvajanju ishoda koji slijede.

Ako smatrate da učenicima treba osvježavanje znanja o trokutu i četverokutu, predložemo da iskoristite neke od sljedećih obrazovnih sadržaja:

- [Zbroj unutarnjih kutova trokuta i četverokuta](#), Željka Dijanić, GeoGebra
- [Zbroj kutova u četverokutu](#), Aleksandra-Maria Vuković, GeoGebra
- [Četverokut](#), autor stranice Ivan Nađ, autori GeoGebrina apleta: Željka Dijanić, Ivan Nađ, Željko Vrabc, Damir Belavić, Aleksandra-Maria Vuković, Suncokret (pseudonim).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predložemo projektni zadatak u kojemu će učenici detaljnije istražiti mogućnost crtanja mnogokuta u nekom od programa dinamičke geometrije ([GeoGebra](#), The Geometer's Sketchpad, Sweet Home 3D itd.). Ciljeve projekta postavite ovisno o zanimanjima nadarenih učenika, ali svakako predložemo upoznavanje i primjenu alata kojima će učenici pravilno označiti osnovne elemente mnogokuta, preimenovati

ih po potrebi, mijenjati svojstva nacrtanih objekata i slično. Za samostalno učenje učenici se mogu koristiti nizom [video](#) uradaka Mala škola GeoGebre, autora Damira Belavića.

Informacije učenici mogu prenijeti vršnjacima primjenom GeoGebre na interaktivnoj ploči ili u obliku radionice u informatičkom kabinetu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da su oni heterogena skupina i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima učenika.

U zadatku e) potrebno je provjeriti vidi li učenik sva tri zadana prozora. Može se dogoditi da učenici previde prozor s *n-terokutom* te da neće znati riješiti zadatak.

Nakon rješavanja 1. zadatka, potrebno s učenicima prokomentirati zašto su neki likovi mnogokuti, a neki nisu. Učenicima s teškoćama mogu se izraditi različiti mnogokuti (primjerice od kartona ili dati još slika primjera iz svakodnevnog života) kako bi im se približio pojam mnogokuta.

Učenicima s disleksijom i jezičnim teškoćama, kako bi lakše razumjeli i upamtili definiciju o osnovnim elementima mnogokuta, možemo je pojednostavniti. Potrebno je i provjeriti razumijevanje svakog pojma.

Osnovni **elementi** mnogokuta su: **1. vrhovi**

2. stranice

3. unutarnji kutovi.

Primjer 1. možemo urediti tako da bude pregledniji za učenike s teškoćama:

Kako nacrtati mnogokut: **1. označimo točke** u ravnini – one su **vrhovi** mnogokuta.

Pazimo! Ako **tri točke leže na istom pravcu**, one nisu dio mnogokuta (pokazati primjer).

Vrhove mnogokuta **označavamo VELIKIM TISKANIM SLOVOM (A, B, C i sl.) suprotno od smjera kazaljke na satu**. Možemo ih zapisati i **indeksima** – A1, A2, A3...

Važno je s učenicima provjeriti razumiju li zapisivanje suprotno od kazaljke na satu u dodatnim primjerima. Ta je formulacija često djeci s teškoćama nerazumljiva.

Učenicima s motoričkim teškoćama, diskalkulijom i oštećenjem vida moglo bi biti problematično rješavanje 3. zadatka pa taj zadatak mogu rješavati u paru s učenicom bez teškoća.

Prije gledanja videozapisa, uz definicije konveksnog i nekonveksnog mnogokuta, dobro je učenike podsjetiti na to kakvi kutovi su izbočeni i ispruženi.

Od 4. do 13. zadatka učenici s motoričkim teškoćama trebat će pomoć u rješavanju.

7.2. Dijagonale mnogokuta



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Spoznavanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina koje su povezane s dijagonalama mnogokuta.
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i pisanom izražavanju.
- Rješavanje problemskih situacija.
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja.
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina.
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito.
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njezine uloge u svakodnevnom životu.

Odgajno-obrazovni ishodi

- Opisati karakteristike dijagonala mnogokuta.
- Istražiti vezu broja vrhova i broja dijagonala.
- Izračunati broj dijagonala iz jednog vrha i ukupan broj dijagonala mnogokuta.
- Primijeniti svojstva dijagonala mnogokuta na rješavanje problemskih situacija iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema

- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika. Jedinica je pogodna za metodu obrnute učionice jer sadrži dijelove u kojima učenici samostalno istražuju i zaključuju o ovisnosti broja dijagonala o broju vrhova mnogokuta.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerom**, slikom triju mnogokuta kojima su istaknute sve dijagonale. U uvodu će se učenici prisjetiti pojma dijagonala četverokuta, a zatim ga poopćiti i usvojiti pojam *dijagonala mnogokuta*. Rješavajući zadatke, učenici će zaključiti da broj dijagonala koje se mogu nacrtati iz jednog vrha mnogokuta ovisi o broju vrhova mnogokuta. Slijedi najava cilja, istraživanje naslućene veze.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Broj dijagonala iz jednog vrha mnogokuta

Učenici će interaktivnim sadržajem [Dijagonale mnogokuta \(iz jednog vrha\)](#) istražiti vezu broja vrhova i broja mogućih dijagonala iz jednog vrha. Slijede interaktivni zadaci u kojima će učenici provjeriti usvojenost i razumijevanje izvedenog zaključka o vezi promatranih veličina. Predložimo povremeni povratak na uvodni zadatak i prisjećanje na postavljeni cilj: pronalaženje veze, ako postoji, između ukupnog broja dijagonala i broja vrhova zadanog mnogokuta.

Ukupan broj dijagonala mnogokuta

Na početku, interaktivno-demonstracijski GeoGebrin aplet [Dijagonale mnogokuta](#) navodi učenike na pronalaženje tražene veze broja vrhova nekog mnogokuta i ukupnog broja dijagonala. Pretpostavljamo da neće svi učenici jednako brzo uočiti traženu vezu pa predložimo nakon izvjesnog vremena nastavak rada učenika u parovima ili pokretanje rasprave o zadanom problemu. Nakon izvođenja zaključka i zapisivanja tražene veze u obliku formule, predložimo da i dalje potičete učenike na usmeno obrazlaganje i iskazivanje ovisnosti riječima.

Slijede interaktivni zadaci kojima će učenici provjeriti usvojenost i razumijevanje izvedenog zaključka o ovisnosti promatranih veličina, a potom i nekoliko zadataka u kojima treba primijeniti

svojsva dijagonala mnogokuta na rješavanje problemskih situacija iz svakodnevnog života. Predlažemo da potaknete učenike na skiciranje situacija opisanih u zadacima, pri čemu se učenici mogu koristiti uobičajenom (papirnatom) bilježnicom, ali i predloškom za crtanje mnogokuta.

Uvježbajmo

Niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih aspekata primjene. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju i vježbe mogu ponavljati više puta. Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad. Osim predviđenih zadataka, preporučujemo da potičete učenike na prostoručno skiciranje mnogokuta te na korištenje programa dinamične geometrije, primjerice GeoGebre.

Zadatak o **šahu** poticajan je za upoznavanje osnova te drevne igre, a pravila možete naći [ovdje](#). Pravila šaha, ali i mogućnost igranja partije šaha možete naći [ovdje](#).

Kako bi učenici mogli zadatke rješavati u digitalnom okruženju i tako razvijati i te kompetencije, pripremljen je [predložak za crtanje mnogokuta](#) u GeoGebri. Svi predlošci dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#), pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu.

U zadacima se izmjenjuju različite metode rješavanja: od uobičajenog rješavanja, rješavanja uz digitalni predložak te rješavanja interaktivnih zadataka u kojima učenici odmah dobivaju povratne informacije o točnom rješenju.

Pripremljeni su zadaci s upisivanjem odgovora, odabirom točnog rješenja, ali i zadaci koje učenici trebaju riješiti na uobičajen način, u bilježnicu. Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Završetak

U završnom dijelu učenici će se prisjetiti najvažnijih činjenica o dijagonalama mnogokuta, a kratkom procjenom usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ove jedinice DOS-a moći će sami provjeriti svoje znanje.

Dodatni prijedlozi

Predlažemo da i dalje potičete učenike na rasprave o važnosti poznavanja mnogokuta te o stvaranju pretpostavki o njihovoj primjeni. Primjeri i zadaci u ovom modulu svakim podnaslovom postaju složeniji, od upoznavanja i opisivanja pojma dijagonale mnogokuta do zadataka u kojima nalazimo primjenu u svakodnevnom životu.

Ako smatrate da učenicima trebaju dodatni sadržaji za uvježbavanje, predlažemo da iskoristite neke od sljedećih obrazovnih sadržaja:

- [Dijagonale mnogokuta](#) (Vježbalica), Aleksandra-Maria Vuković
- [Dijagonale mnogokuta](#) (GeoGebraBook Sličnost i mnogokuti), Željka Dijanić
- [Dijagonale mnogokuta](#), Eduvizija
- [Broj dijagonala iz jednog vrha](#), Aleksandra-Maria Vuković
- [Ukupan broj dijagonala](#), Aleksandra-Maria Vuković
- [Vježba: Dijagonale mnogokuta](#), Aleksandra-Maria Vuković.

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- [Mala škola GeoGebre](#), Damir Belavić, GeoGebra
- [Petica +7](#), L. Kralj, M. Stepić, D. Glasnović Gracin, S. Banić, Z. Čurković, udžbenik
- [Kako igrati šah - pravila i osnove](#) i [Šah igre](#)
- [Dijagonale mnogokuta](#), interaktivno istraživanje, DOS autori
- [Dijagonale mnogokuta \(iz jednog vrha\)](#), interaktivno istraživanje, DOS autori

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo rješavanje zadataka s matematičkih natjecanja u kojima se zahtijeva primjena svojstava dijagonala mnogokuta na problemske situacije iz matematike i iz svakodnevnog života, kao i projektne zadatke povezane s primjenom računanja broja dijagonala mnogokuta. Projekt "Zadaj zadatak" predviđa osmišljavanje zadataka iz svakodnevnog života, u kojima je potrebno primijeniti poznate činjenice o broju dijagonala mnogokuta te broju stranica mnogokuta. Učenici mogu učinjeno prenijeti vršnjacima primjenom nekog programa za izradu interaktivnih prezentacija, primjerice Office Mix, Sway ili Prezzi.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U definiciji broja dijagonala iz jednog vrha te ukupnog broja dijagonala mnogokuta potrebno je dodatno istaknuti formule (primjerice: $dn = n - 3$). Formule možete ispisati i staviti negdje gdje su dostupne učenicima s teškoćama.

Učenicima s diskalkulijom možete savjetovati da pri rješavanju 16. zadatka i 5. primjera naprave vizualni predložak kako bi ih lakše riješili.

Učenicima s teškoćama dopustite upotrebu džepnog računala.

Učenicima s motoričkim teškoćama trebat će pomoć pri upisivanju ili odabiru rezultata u zadacima te u interaktivnim zadacima.

7.3. Kutovi mnogokuta



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Spoznavanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina povezanih s kutovima mnogokuta.
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i pisanom izražavanju.
- Rješavanje problemskih situacija.
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja.
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina.
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito.
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njezine uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Razlikovati unutarnje i vanjske kutove mnogokuta.
- Istražiti vezu broja stranica i veličina kutova mnogokuta.
- Izračunati zbroj veličina unutarnjih i vanjskih kutova u mnogokutu.
- Povezati veličinu unutarnjeg i njemu susjednog vanjskog kuta mnogokuta.
- Primijeniti formulu za zbroj veličina unutarnjih kutova mnogokuta na određivanje broja vrhova mnogokuta.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika. Jedinica je pogodna za metodu obrnute učionice jer sadrži dijelove u kojima učenici samostalno istražuju i zaključuju o zbroju veličina unutarnjih i zbroju veličina svih vanjskih kutova nekog mnogokuta.

Uvod i motivacija

Nakon opisivanja stranica, vrhova i dijagonala mnogokuta, učenici će upoznati i kutove mnogokuta, unutarnje i vanjske. Jedinica počinje najavom cilja, prirodnim prijelazom s trokuta i četverokuta na mnogokute te će se u nekoliko uvodnih zadataka učenik samostalno prisjetiti poznatih činjenica o zbroju veličina kutova trokuta i četverokuta. U uvodni dio ponavljanja uvedena je animacija. Predlažemo da se **animacija** iskoristi i kao motivacija i ohrabrenje učenicima da se okušaju u crtanju kratkih stripova koji bi prikazivali matematičke tvrdnje, poučke, definicije i slično.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Istraživanje o vezi broja vrhova i zbroja veličina unutarnjih kutova mnogokuta

Učenici će interaktivnim sadržajem, GeoGebrinim istraživačkim apletom, **istražiti** vezu zbroja veličina svih unutarnjih kutova i broja vrhova mnogokuta. Predlažemo da nakon samostalnog istraživanja učenici raspravom obrazlože ideje i potvrde svoje zaključke. Rasprava je izuzetno važan dio nastave jer njome učenici obogaćuju precizni matematički izražaj.

Zbroj veličina unutarnjih kutova mnogokuta

Nakon izvođenja zaključka o vezi zbroja veličine unutarnjih kutova mnogokuta i broja njegovih vrhova te zapisivanja tražene veze u obliku formule, predlažemo da i dalje potičete učenike na usmeno obrazlaganje i iskazivanje te ovisnosti riječima. Izuzetno je važno da učenik zna objasniti značenje izraza $(n - 2)$ u zapisanoj formuli jer na taj način potičemo učenje s razumijevanjem, a izbjegavamo doživljaj formule kao tvrdnje koju treba naučiti napamet.

Učenici će u tri primjera upoznati različite tipove zadataka koji su povezani s veličinama kutova zadanog mnogokuta (računanje zbroja veličina unutarnjih kutova, izračunavanje veličine nepoznatog kuta mnogokuta i određivanje mnogokuta kojemu je zadan zbroj veličina unutarnjih kutova), a potom će rješavati **interaktivne zadatke** kojima će provjeriti usvojenost i razumijevanje ovisnosti promatranih veličina.

Predlažemo poticanje učenika na skiciranje situacija opisanih u zadacima, pri čemu učenici mogu upotrijebiti uobičajenu (papirnatu) bilježnicu, ali i [predložak za crtanje mnogokuta](#).

Kao **zanimljivost**, upućujemo učenike na grčki alfabet. Važno je istaknuti razliku između načina zapisivanja slova pisanih rukopisom i tiskanih slova u udžbenicima (razni fontovi).

Vanjski kutovi mnogokuta

Učenici će se prisjetiti pojma vanjskog kuta mnogokuta, pa slijedi samostalno [istraživanje uz GeoGebrin aplet](#). Otkrit će još jedno važno svojstvo mnogokuta, koje će zatim primjenjivati u interaktivnim zadacima.

Uvježbajmo

Niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje mnogih aspekata primjene. Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine. U zadacima se izmjenjuju metode rješavanja: od uobičajenog rješavanja, rješavanja uz digitalni predložak te rješavanja interaktivnih zadataka u kojima učenici odmah dobivaju povratne informacije o točnom rješenju. Na taj način vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju i vježbe mogu ponavljati neograničen broj puta.

Kako bi učenici mogli zadatke rješavati u digitalnom okruženju pa tako razvijati i te kompetencije, pripremljen je [predložak za crtanje mnogokuta](#) u GeoGebri. Svi predlošci dostupni su i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice za razrednu bilježnicu OneNote.

Završetak

Učenici će ponoviti najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a u obliku dvaju kratkih interaktivnih zadataka. Predlažemo da se ti zadaci iskoriste za usmeno ponavljanje značenja zapisanih formula.

Dodatni prijedlozi

Ako smatrate da učenicima trebaju dodatni sadržaji za uvježbavanje, predlažemo da iskoristite neke od sljedećih obrazovnih sadržaja:

- [Vanjski kutovi mnogokuta](#), vježbalica, Boris Pein
- [Vanjski kutovi mnogokuta](#), vježbalica 2, Boris Pein
- [Zbroj veličina vanjskih kutova mnogokuta](#), Aleksandra-Maria Vuković

- [Zbroj veličina unutarnjih kutova mnogokuta](#), Aleksandra-Maria Vuković
- [Vježbalica: Zbroj kutova mnogokuta](#), Boris Pein.

Ako smatrate da učenicima treba osvježavanje znanja o trokutu i četverokutu, predlažemo da iskoristite neke od sljedećih obrazovnih sadržaja:

- [Vanjski kutovi trokuta](#), Željko Vrabec
- [Zbroj veličina unutarnjih kutova trokuta i četverokuta](#), Željka Dijanić
- [Igra: Kutovi trokuta](#), Aleksandra-Maria Vuković.

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- [Mala škola GeoGebre](#), Damir Belavić, GeoGebra
- [Petica +7](#), L. Kralj, M. Stepić, D. Glasnović Gracin, S. Banić, Z. Ćurković, udžbenik
- [Radni listić za uvježbavanje grčkog alfabeta](#), Antonija Horvatek

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici koji žele znati više i daroviti učenici mogu rješavati zadatke s matematičkih natjecanja koji su povezani s mnogokutima. Jedan od njih dan je u DOS-u: Zbroj broja dijagonala i broja stranica konveksnog mnogokuta je 903. Odredite omjer zbroja svih vanjskih kutova i zbroja svih unutarnjih kutova tog mnogokuta. Rješenje zadatka je $2 : 41$.

U DOS-u nije dano rješenje zadatka, ali predlažemo da svakako pomognete učeniku ako bude potrebno. Važno je zadatak ne rješavati prema kvadratnoj jednadžbi, nego izlučivanjem broja n svesti jednadžbu na umnožak dvaju uzastopnih prirodnih brojeva te rastavljanjem na proste faktore riješiti zadatak.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima sa specifičnim teškoćama učenja i oštećenjem vida potrebno je usmeno pojasniti prvi videozapis. Pod Zanimljivostima se nalaze slova grčkog alfabeta. Učenici s teškoćama se mogu zainteresirati za alfabet na način da nauče kako prvo slovo njihovog alfabeta glasi u grčkom alfabetu (npr. posebno učenici s intelektualnim teškoćama).

Učenici s diskalkulijom mogli bi imati teškoća pri radu u prvoj interakciji te pri upisivanju podataka u tablicu pa taj zadatak možete organizirati kao rad u paru, kako bi učenik bez teškoća pomogao učeniku s diskalkulijom.

U 5. i 9. zadatku učenicima s teškoćama treba pripremiti ispisanu sliku mnogokuta kako bi im se olakšalo rješavanje zadatka.

Učenicima s motoričkim teškoćama trebat će pomoć pri upisivanju ili odabiru rezultata u zadacima te u interaktivnim zadacima.

7.4. Pravilni mnogokuti



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Spoznavanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina povezanih s osnovnim elementima pravilnih mnogokuta.
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i pisanom izražavanju.
- Rješavanje problemskih situacija.
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja.
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina.
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito.
- Osvješćivanje važnosti matematike i prepoznavanje njezine uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati pravilni mnogokut.
- Izračunati veličinu unutarnjeg i vanjskog kuta pravilnog mnogokuta.
- Konstruirati opisanu i upisanu kružnicu pravilnog mnogokuta.
- Uočiti primjere pravilnih mnogokuta izvan matematičkog konteksta.
- Opisati karakteristični trokut pravilnog mnogokuta i odrediti veličine unutarnjih i vanjskih kutova.
- Izračunati središnji kut i kut uz osnovicu karakterističnog trokuta.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerom** slagalice u kojoj uočavamo mnogokute o kojima smo prije učili. Povezujemo ih u jedan novi mnogokut. Želite li taj motivacijski primjer upotrijebiti na nastavnom satu, unaprijed pripremite od papira u boji izrezane pravilne mnogokute koje ćete zajedno s učenicima slagati na ploči ili na panou.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Mnogokut

Nastavljamo ponavljanjem stečenog znanja o mnogokutima zadatkom o osnovnim elementima mnogokuta da bismo provjerili razumijevanje pojma mnogokut.

Pravilni mnogokuti

Pojam pravilnog mnogokuta uvodimo primjerom u kojem uspoređujemo tri peterokuta, od kojih prvi ima sve stranice različite duljine i sve kutove različite veličine, drugi sve stranice jednake duljine i sve kutove različite veličine i treći sve stranice jednake duljine i sve kutove jednake veličine. Na taj način želimo učenike potaknuti na razmišljanje i raspravu o sličnosti i razlikama u odnosu na duljine stranica i veličine kutova u mnogokutima koji imaju jednak broj stranica.

Takvim primjerom želimo poticati učenike na uočavanje bitnih svojstava mnogokuta i razlikovanje pravilnih mnogokuta od ostalih mnogokuta. Slijede interaktivni zadaci kojima uvježbavamo razlikovati pravilne mnogokute koje učenici poznaju otprije.

Unutarnji kut pravilnog mnogokuta

Ponavljamo stečeno znanje o zbroju veličina unutarnjih kutova u mnogokutu i izvodimo formulu za izračunavanje veličine unutarnjeg kuta pravilnog mnogokuta te uz primjer pojašnjavamo pojam unutarnjeg kuta pravilnog mnogokuta. Niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih aspekata primjene. Interaktivne vježbe mogu poslužiti za samoprocjenu usvojenosti novoga gradiva jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju i mogu vježbe ponavljati koliko god puta žele.

Vanjski kut pravilnog mnogokuta

Nastavljamo ponavljanjem stečenog znanja o zbroju veličina vanjskih kutova u mnogokutu i izvodimo formulu za izračunavanje veličine vanjskog kuta pravilnog mnogokuta te uz primjer pojašnjavamo pojam vanjskog kuta pravilnog mnogokuta. Slijede interaktivni zadaci kojima uvježbavamo stečeno znanje.

Opisana kružnica

Na primjeru konveksnog i nepravilnog četverokuta uvodimo pojam opisane kružnice mnogokuta, a konstrukcijom kvadrata i njemu opisane kružnice pojašnjavamo pojam opisane kružnice.

Upisana kružnica

Na primjeru pravilnog peterokuta uvodimo pojam upisane kružnice mnogokuta, a konstrukcijom kvadrata i njemu upisane kružnice pojašnjavamo pojam upisane kružnice. Nastavljamo primjerom pravilnog šesterokuta i uočavanjem činjenice da se pravilnim mnogokutima može opisati i upisati kružnica i da imaju zajedničko središte. Stečeno znanje uvježbavamo na primjeru jednakostraničnog trokuta.

Karakteristični trokut pravilnog mnogokuta

Nastavljamo uvođenjem pojma karakterističnog trokuta i oznakama njegovih kutova. Podsjećajući na stečeno znanje, izvodimo formule za izračunavanje veličina kutova karakterističnog trokuta. Primjerom pojašnjavamo izračunavanje kutova karakterističnog trokuta, a interaktivnim zadatkom uvježbavamo stečeno znanje.

Uvježbajmo

Niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih aspekata primjene. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti gradiva jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju te mogu vježbe ponavljati koliko god puta žele.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad. Osim predviđenih zadataka,

preporučujemo da potičete učenike na prostoručno skiciranje mnogokuta te na primjenu programa dinamične geometrije, primjerice GeoGebre.

Kako bi učenici mogli zadatke rješavati u digitalnom okruženju i na taj način razvijati i te kompetencije, pripremljen je [predložak za crtanje mnogokuta](#) u GeoGebri. Svi predlošci dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#), pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice za razrednu bilježnicu OneNote.

U zadacima se izmjenjuju različite metode rješavanja: od uobičajenog rješavanja, rješavanja uz digitalni predložak te rješavanja interaktivnih zadataka u kojima učenici odmah dobivaju povratne informacije o točnom rješenju.

Pripremljeni su zadaci s uparivanjem, upisivanjem odgovora, odabirom točnog rješenja, ali i zadaci koje učenici trebaju riješiti na uobičajen način, u bilježnicu. Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice, nekoliko zadataka za samovrednovanje te kratku procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ove jedinice DOS-a.

Dodatni prijedlozi

Pravilni mnogokuti su dio našeg okruženja, nailazimo na njih u svakodnevnom životu. Potaknite učenike da istraže koji se pravilni mnogokuti nalaze u njihovu domu, školi i mjestu u kojem žive. Prezentacije njihovih istraživanja prikažite na nastavi ili plakatima ukasite panoe u učionici ili školi.

Predložemo da učenike potaknete na raspravu o važnosti pravilnih mnogokuta, o tome što smatraju da je potrebno znati o mnogokutima i njihovoj primjeni.

- [Pravilni mnogokuti - autor Toni Milun](#)
- [Pravilni mnogokuti](#) Antonija Horvatek

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo projektni zadatak u kojemu će učenici detaljnije istražiti mogućnost popločavanja površine pravilnim mnogokutima. Prijedloge popločavanja mogu prikazati i nekim programom dinamičke geometrije (GeoGebra, The Geometer's Sketchpad, Sweet Home 3D itd.). Informacije o tome mogu prenijeti vršnjacima primjenom nekog programa za izradu interaktivnih prezentacija (Office Mix, Sway ili Prezzi) ili uz pomoć učitelja osmisliti radionicu u informatičkom kabinetu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Potrebno je dodatno istaknuti formule za unutarnji i vanjski kut kako bi bile uočljivije.

Učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju možete olakšati učenje razlike između upisane i opisane kružnice tako da jednom bojom (primjerice zelenom) nacrtate opisanu kružnicu te slovo "o" u "opisana" također obojite zelenom.

Prije rješavanja 4. primjera podsjetite učenike na značenje pojma simetrale.

7.5. Crtanje i konstrukcija pravilnih mnogokuta



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Spoznavanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina povezanih s osnovnim elementima crtanja i konstrukcije pravilnih mnogokuta.
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i pisanom izražavanju.
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja.
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina.
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito.
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njezine uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Nacrtati pravilni mnogokut uz pomoć karakterističnog trokuta.
- Konstruirati pravilni mnogokut sa 6, 8 i 12 stranica.
- Primijeniti konstrukcije mnogokuta pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija

- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **3D animacijom** kojom želimo ponoviti razliku između geometrijske konstrukcije i geometrijskog crteža. Nakon uvodne animacije slijede zadaci u kojima treba nacrtati, odnosno konstruirati pravilni trokut i četverokut koje učenik poznaje otprije.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Nastavljamo uvođenjem pojma konstrukcije, odnosno crtanja pravilnog mnogokuta uz pomoć karakterističnog trokuta i analizom karakterističnog trokuta.

Nakon toga najavljujemo dva tipa konstrukcija:

Konstrukcija ili crtanje pravilnog mnogokuta ako mu je zadana duljina polumjera opisane kružnice.

Konstrukcija ili crtanje pravilnog mnogokuta ako mu je zadana duljina stranice.

Konstrukcija pravilnog mnogokuta ako mu je zadan polumjer opisane kružnice

Analiziramo karakteristični trokut pravilnog šesterokuta i opisujemo njegovu konstrukciju. Slijede zadaci u kojima učenici trebaju samostalno konstruirati jednakostranični trokut i pravilni dvanaesterokut kojima su zadane duljine polumjera opisane kružnice. Tim zadacima potičemo učenike na uočavanje bitnih svojstava mnogokuta i njihovih karakterističnih trokuta te na konstrukciju pravilnog mnogokuta uz pomoć konstrukcije pravilnog šesterokuta.

Analizom karakterističnog trokuta pravilnog četverokuta i njegovom konstrukcijom učenici uočavaju bitne elemente konstrukcije pravilnog osmerokuta.

Crtaње pravilnog mnogokuta ako mu je zadan polumjer opisane kružnice

Primjerom crtanja pravilnog peterokuta ističemo važnost uočavanja osnovnih elemenata karakterističnog trokuta za crtanje mnogokuta. Slijedi zadatak u kojem bi bilo dobro potaknuti

učenike na razmišljanje o konstrukciji bilo kojeg pravilnog mnogokuta kojem je zadan polumjer opisane kružnice.

Crtanje i konstrukcija pravilnog mnogokuta ako mu je zadana duljina stranice

Kao i u prethodnim primjerima, analizom karakterističnog trokuta učenike potičemo na razmišljanje o crtanju pravilnog peterokuta.

Uvježbajmo

Niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih aspekata primjene. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti gradiva jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju i mogu vježbe ponavljati koliko god puta žele.

Osim predviđenih zadataka, preporučujemo da potičete učenike na prostoručno skiciranje mnogokuta te na primjenu programa dinamične geometrije, primjerice GeoGebre.

Kako bi učenici mogli zadatke rješavati u digitalnom okruženju i na taj način razvijati i te kompetencije, pripremljen je [predložak za crtanje mnogokuta](#) u GeoGebri. Svi predlošci dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#), pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice za razrednu bilježnicu OneNote.

U zadacima se izmjenjuju različite metode rješavanja: od uobičajenog rješavanja, rješavanja uz digitalni predložak te rješavanja interaktivnih zadataka u kojima učenici odmah dobivaju povratne informacije o točnom rješenju.

Pripremljeni su zadaci s uparivanjem, upisivanjem odgovora, odabirom točnog rješenja, ali i zadaci koje učenici trebaju riješiti na uobičajen način, u bilježnicu. Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice, nekoliko zadataka za samovrednovanje te kratku procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ove jedinice DOS-a.

Dodatni prijedlozi

Primjeri i zadaci u ovom modulu svakim podnaslovom postaju složeniji, od upoznavanja i opisivanja osnovnih elemenata mnogokuta do zadataka u kojima nalazimo primjenu u svakodnevnom životu. Ako smatrate da učenicima treba osvježavanje znanja o trokutu i četverokutu, predlažemo da iskoristite neke od sljedećih obrazovnih sadržaja:

- [Konstrukcija pravilnog šestokuta i petokuta](#), Ivana Šogović
- [Konstrukcija pravilnog osmerokuta](#), Damir Belavić

- [Petica +7](#), L. Kralj, M. Stepić, D. Glasnović Gracin, S. Banić, Z. Ćurković, udžbenik
- [Četverokut](#) , autor stranice Ivan Nađ, autori GeoGebrina apleta: Željka Dijanić, Ivan Nađ, Željko Vrabec, Damir Belavić, Aleksandra-Maria Vuković, Suncokret (pseudonim)
- [Pravilni mnogokuti](#) , kreirala: M. Mikulić.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo projektni zadatak u kojemu će učenici detaljnije istražiti mogućnost crtanja mnogokuta u nekom od programa dinamičke geometrije (GeoGebra, The Geometer's Sketchpad, Sweet Home 3D itd.). Ciljeve projekta postavite ovisno o zanimanjima nadarenih učenika, ali svakako predlažemo da upoznaju i primijene alate kojima će pravilno označiti osnovne elemente mnogokuta, preimenovati ih po potrebi, mijenjati svojstva nacrtanih objekata i slično.

Učenici informacije o tome mogu prenijeti vršnjacima primjenom nekog programa za izradu interaktivnih prezentacija (Office Mix, Sway ili Prezzi) ili uz pomoć učitelja osmisliti radionicu u informatičkom kabinetu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenici s većim motoričkim teškoćama neće moći sami konstruirati mnogokute. Možete ih upariti s učenikom bez teškoća, tako da učenik s motoričkim teškoćama govori sve korake u konstrukciji, a drugi ih učenik izvodi. Tijekom cijele nastavne jedinice je važno osigurati podršku za učenike s motoričkim teškoćama i/ili voditi računa o produljenju vremena koje imaju na raspolaganju za rješavanje pojedinog zadatka.

Mnogi učenici s teškoćama teško ovladavaju šestarom pa uzmite u obzir da će im trebati više vremena za konstrukciju mnogokuta ili im pomozite tako da im netko drugi nacrtaju kružnicu, a oni da sami riješe ostatak zadatka.

7.6. Opseg mnogokuta



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Spoznavanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina povezanih s opsegom mnogokuta.
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i pisanom izražavanju.
- Rješavanje problemskih situacija.
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja.
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina.
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito.
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njezine uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Odabrati i preračunati prikladne mjerne jedinice za duljinu.
- Odrediti vezu između duljine stranice, broja stranica i opsega pravilnog mnogokuta.
- Izračunati opseg mnogokuta.
- Izračunati duljinu stranice pravilnog mnogokuta uz zadani opseg.
- Primijeniti opseg mnogokuta u rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **interaktivnim zadacima** kojima želimo ponoviti stečeno znanje o opsegu trokuta i četverokuta.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Opseg mnogokuta

UZ 2D animaciju nastavljamo matematičkim uvođenjem pojma opsega mnogokuta, a nakon definiranja opsega mnogokuta (n-terokuta) slijedi zadatak u kojemu provjeravamo razumijevanje pojma opsega mnogokuta. Tim zadatkom potičemo učenike na uočavanje bitnih svojstava mnogokuta i primjene u svakodnevnom životu.

Opseg pravilnog mnogokuta

Učenike bi trebalo navesti na to kako će glasiti formula za izračunavanje opsega pravilnog mnogokuta, a nakon toga primjerom pojasniti pojam.

Uvježbajmo

Niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih aspekata primjene, ali i za upućivanje na primjenjivost u svakodnevnom životu. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti gradiva jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju i mogu vježbe ponavljati koliko god puta žele.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad. Osim predviđenih zadataka, preporučujemo da potičete učenike na prostoručno skiciranje mnogokuta te na primjenu

programa dinamične geometrije, primjerice GeoGebre, kako bi sami osmislili zadatke u kojima će primijeniti stečeno znanje.

Kako bi učenici mogli zadatke rješavati u digitalnom okruženju i na taj način razvijati i te kompetencije, pripremljen je [predložak za crtanje mnogokuta](#) u GeoGebri. Svi predlošci dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#), pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice za razrednu bilježnicu OneNote.

U zadacima se izmjenjuju različite metode rješavanja: od uobičajenog rješavanja, rješavanja uz digitalni predložak te rješavanja interaktivnih zadataka u kojima učenici odmah dobivaju povratne informacije o točnom rješenju.

Pripremljeni su zadaci s uparivanjem, upisivanjem odgovora, odabirom točnog rješenja, ali i zadaci koje učenici trebaju riješiti na uobičajen način, u bilježnicu. Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice te nekoliko zadataka za samovrednovanje. Kratkom procjenom provjerava se usvojenost odgojno-obrazovnih ishoda ove jedinice DOS-a.

Dodatni prijedlozi

Predlažemo da učenike potaknete na raspravu o važnosti mnogokuta, o tome što smatraju da je posebno znati o mnogokutima te o stvaranju pretpostavki o njihovoj primjeni.

Primjeri i zadaci u ovom modulu svakim podnaslovom postaju složeniji, od upoznavanja i opisivanja osnovnih elemenata mnogokuta do zadataka u kojima nalazimo primjenu u svakodnevnom životu. Ako smatrate da učenicima treba osvježavanje znanja o trokutu i četverokutu, predlažemo da iskoristite neke od sljedećih obrazovnih sadržaja:

- [Opseg i površina mnogokuta](#), Aleksandra-Maria Vuković, GeoGebra
- [Petica +7](#), L. Kralj, M. Stepić, D. Glasnović Gracin, S. Banić, Z. Ćurković, udžbenik
- [Opseg i površina mnogokuta](#), Toni Milun.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo projektni zadatak u kojemu će učenici detaljnije istražiti mogućnost crtanja mnogokuta u nekom programu dinamičke geometrije (GeoGebra, The Geometer's Sketchpad, Sweet Home 3D itd.). Ciljeve projekta postavite ovisno o zanimanjima nadarenih učenika, ali svakako predlažemo da upoznaju i primjenjuju alate kojima će pravilno označiti osnovne elemente mnogokuta, preimenovati ih po potrebi, mijenjati svojstva nacrtanih objekata i slično.

Učenici informacije o tome mogu prenijeti vršnjacima primjenom nekog programa za izradu interaktivnih prezentacija (Office Mix, Sway ili Prezzi) ili uz pomoć učitelja osmisliti radionicu u informatičkom kabinetu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

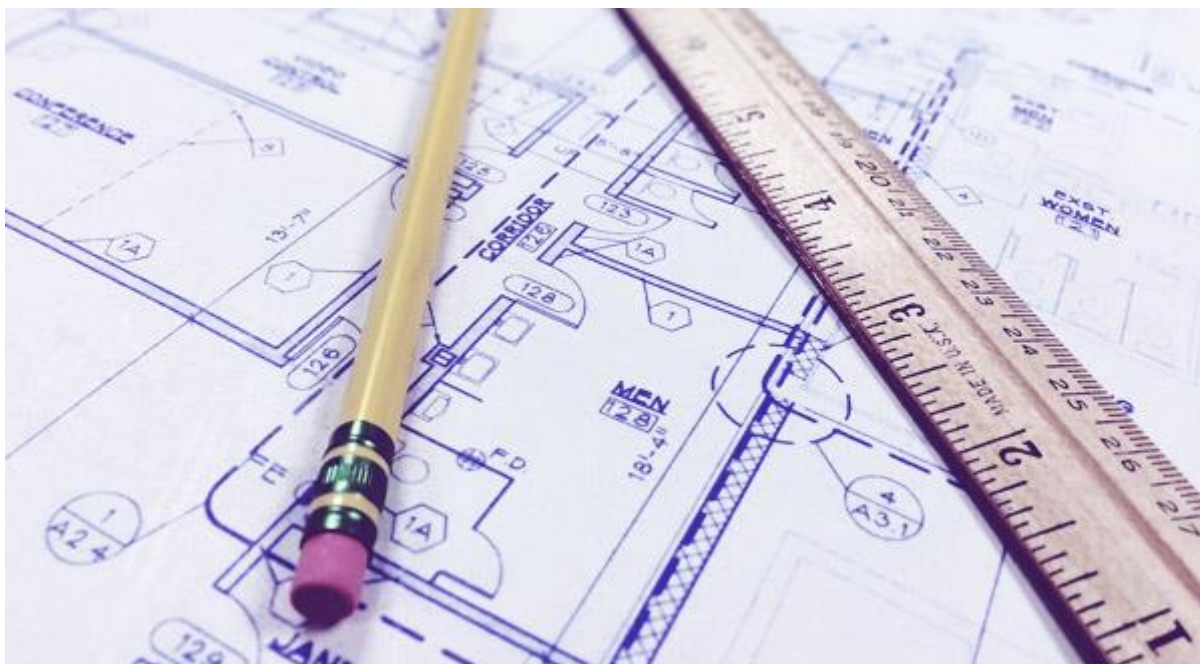
U 2., 3., 5. i 9. zadatku potrebno je učenicima s teškoćama dati na papiru iscrtane trokute kako bi lakše rješavali zadatke.

Prvi videozapis treba i usmeno popratiti za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju te s oštećenjem vida.

Preporučljivo je dodatno istaknuti formulu za opseg pravilnog mnogokuta $o = n * a$.

Učenici s teškoćama u jezičnom razumijevanju i s diskalkulijom neće moći potpuno razumjeti što treba i kako nacrtati u 9. zadatku pa im pomozite vi ili netko od učenika.

7.7. Površina mnogokuta



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Spoznavanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina povezanih s površinom mnogokuta.
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i pisanom izražavanju.
- Rješavanje problemskih situacija.
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja.
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina.
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito.
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njezine uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Odabrati i preračunati prikladne mjerne jedinice za duljinu i površinu.
- Odrediti površinu mnogokuta razdjeljivanjem mnogokuta na geometrijske likove čije površine znamo izračunati.
- Izračunati površinu pravilnog mnogokuta.
- Primijeniti postupke računanja površine mnogokuta izvan matematičkog konteksta.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema

- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **interaktivnim zadacima** kojima želimo ponoviti znanje o površini trokuta i četverokuta.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Površina mnogokuta

Nastavljamo matematičkim uvođenjem pojma površine mnogokuta tako da ga razdijelimo na likove kojima znamo izračunati površinu. Primjerima objašnjavamo postupak računanja površine. Slijede zadaci kojima provjeravamo razumijevanje pojma površine mnogokuta razdiobom na manje likove. Tim zadacima potičemo učenike na uočavanje likova kojima otprije znaju izračunavati površinu.

Površina pravilnog mnogokuta

Prije nego što uvedemo formulu za računanje površine pravilnog mnogokuta, predlažemo da provedete raspravu o karakterističnom trokutu i na osnovi uočenih činjenica dođete do tražene formule.

Uvježbajmo

Niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih aspekata primjene. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti gradiva jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju te mogu vježbe ponavljati koliko god puta žele.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad. Osim predviđenih zadataka, preporučujemo da potičete učenike na prostoručno skiciranje mnogokuta te na primjenu programa dinamične geometrije, primjerice GeoGebre.

Zadatak sa **pčelinjim saćama** poticajan je za raspravu o iskoristivosti površine i može se dati kao motivacijski zadatak u ovoj jedinici. Sljedeća poveznica može vam dati informacije o tome [Kako pčele grade saće](#) (engleski jezik). Potaknite učenike na istraživački rad ili izradu modela papirnatih saća tako da svaki učenik izradi jedan pravilni šesterokut.

Kako bi učenici mogli zadatke rješavati u digitalnom okruženju i na taj način razvijati i te kompetencije, pripremljen je [predložak za crtanje mnogokuta](#) u GeoGebri. Svi predlošci dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#), pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice za razrednu bilježnicu OneNote.

U zadacima se izmjenjuju različite metode rješavanja: od uobičajenog rješavanja, rješavanja uz digitalni predložak te rješavanja interaktivnih zadataka u kojima učenici odmah dobivaju povratne informacije o točnom rješenju.

Pripremljeni su zadaci s uparivanjem, upisivanjem odgovora, odabirom točnog rješenja, ali i zadaci koje učenici trebaju riješiti na uobičajen način, u bilježnicu. Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice, nekoliko zadataka za samovrednovanje te kratku procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ove jedinice DOS-a.

Dodatni prijedlozi

Mnogokuti su zaista dio našeg okruženja, nailazimo na njih u svakodnevnom životu. Potaknite učenike da istraže koji se mnogokuti nalaze u njihovom domu, školi i školskom dvorištu te da izlože istraženo u obliku digitalnog ili uobičajenog, papirnato plakata.

Predlažemo da učenike potaknete na raspravu o važnosti mnogokuta, o tome što smatraju da je potrebno znati o mnogokutima te o stvaranju pretpostavki o njihovoj primjeni.

Primjeri i zadaci u ovom modulu svakim podnaslovom postaju složeniji, od upoznavanja i opisivanja osnovnih elemenata mnogokuta do zadataka u kojima nalazimo primjenu u svakodnevnom životu. Ako smatrate da učenicima treba osvježavanje znanja o trokutu i četverokutu, predlažemo da iskoristite neke od sljedećih obrazovnih sadržaja:

- [Četverokut](#), autor stranice Ivan Nađ, autori GeoGebrina apleta: Željka Dijanić, Ivan Nađ, Željko Vrabec, Damir Belavić, Aleksandra-Maria Vuković, Suncokret (pseudonim)
- [Opseg i površina mnogokuta](#), Aleksandra-Maria Vuković, GeoGebra
- [Opseg i površina mnogokuta](#), Toni Milun
- [Površina mnogokuta](#), Jelena Crnjac, GeoGebra
- [Petica +7](#), L. Kralj, M. Stepić, D. Glasnović Gracin, S. Banić, Z. Ćurković, udžbenik
- [Površina jednostavnijih likova](#), Aleksandra-Maria Vuković.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo projektni zadatak u kojemu će učenici detaljnije istražiti mogućnost crtanja mnogokuta u nekom programu dinamičke geometrije (GeoGebra, The Geometer's Sketchpad, Sweet Home 3D itd.). Ciljeve projekta postavite ovisno o zanimanjima nadarenih učenika, ali svakako predlažemo da upoznaju i primijene alate kojima će pravilno označiti osnovne elemente mnogokuta, preimenovati ih po potrebi, mijenjati svojstva nacrtanih objekata i slično.

Učenici informacije o tome mogu prenijeti vršnjacima uporabom nekog programa za izradu interaktivnih prezentacija (Office Mix, Sway ili Prezzi) ili uz pomoć učitelja osmisliti radionicu u informatičkom kabinetu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U ovoj jedinici ponovite formule za izračun površine trokuta i četverokuta.

Učenici sa specifičnim teškoćama u učenju i jezičnim teškoćama često teško pamte značenja nekih matematičkih pojmova kao što su umnožak, razlika i zbroj pa će možda biti nesigurni u rješavanju definicije o površini trokuta. Možete im pomoći tako da objasnite te pojmove.

Možete dodatno vizualno istaknuti formulu za površinu pravilnog mnogokuta.

7.8. Mnogokuti u svakodnevnom životu



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Rješavanje problemskih situacija.
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i pisanom izražavanju.
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja.
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina.
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito.
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njezine uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Pronaći i opisati mnogokute koji se pojavljuju u okolini.
- Primijeniti svojstva mnogokuta, opsega i površine mnogokuta na probleme iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života.
- Upotrijebiti digitalnu tehnologiju u primjeni svojstava mnogokuta na probleme iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija

- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**.

Zbog sadržaja, ova je jedinica pogodna za samostalan rad, suradnički ili projektni rad učenika. Svaki dio jedinice može se nadograditi dodatnim pitanjima i zadacima. Preporučujemo da motivirate učenike na samostalno osmišljavanje zadataka uz ponuđenu temu, ovisno o njihovim zanimanjima.

Uvod i motivacija

Uvodni dio nudi kratku najavu jedinice. Umjesto zadanog motivacijskog zadatka, predlažemo da zadate učenicima kreativni zadatak s temom Mnogokuti u svakodnevnom životu. U desetak minuta na A4 papiru (poželjno u boji) mogu prikazati moguća područja primjene znanja o mnogokutima. Preporučujemo da zadatak rade u paru. Nakon završetka zadatka, učenička idejna rješenja možete postaviti na razredni pano i poslije ih primijeniti u osmišljavanju novih zadataka ili se njima poslužiti za ponavljanje.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Učenici će u četiri tematske cjeline moći samostalno uvježbati primjenu znanja o mnogokutima. Prve dvije odnose se na najčešću primjenu mnogokuta u svakodnevnom životu, a dvije koje slijede, osim primjene znanja, potaknut će i kreativnost učenika. Možete ih podijeliti u skupine, ovisno o njihovu zanimanju. Predlažemo odabir dviju tema, od kojih će jedna svakako biti povezana s unutarnjim ili vanjskim radovima. U zadacima koje će učenici rješavati izmjenjuju se različite metode rješavanja: od uobičajenog rješavanja, rješavanja uz digitalni predložak te rješavanja interaktivnih zadataka u kojima je dana povratna informacija o točnom rješenju.

Uređenje interijera

Pričom o uređenju poda i zidova frizerskog salona učenici će moći primijeniti znanje o mnogokutima stečeno u prethodnim jedinicama. Računat će površine ploha koje treba urediti te izračunavati količinu i cijenu potrebnog materijala. Učenici trebaju razvijati i sposobnost procjene te zaokruživanja izračunatih rezultata. Praktična vježba uz taj zadatak je pronalaženje informacija o cijenama obrtničkih radova za poslove koji se u zadatku spominju, ali i o ustanovama u kojima se školuje za navedena zanimanja. Učenici će upoznati i kalkulator potrošnje koji se može naći na nekim mrežnim stranicama tvrtki koje se bave prodajom građevnog materijala, poput [ovoga](#).

Vanjski radovi

Slijedi niz interaktivnih zadataka u kojima će učenici primijeniti znanje na radove na vanjskim površinama. Za učenike koji žele znati više, u kutku za znatiželjne je zadatak koji će učenici riješiti uz pomoć GeoGebre i primjene znanja o površinama sličnih likova. Učenici za crtanje koriste [predložak za crtanje mnogokuta](#) s istaknutim algebarskim prozorom kako bi očitavali potrebne veličine.

Slikanje krpicama

Slikanje krpicama je jedan od hrvatskih naziva za *patchwork*, izuzetno popularnu tehniku šivanja. Učenici će upoznati jedan od najčešće korištenih uzoraka i riješiti zadatke u kojima će primijeniti usvojeno znanje, a moći će se okušati i u kreativnom dijelu, kreirajući samostalno vlastite uzorke.

Tangram

Putem videozapisa učenici će upoznati drevnu kinesku igru Tangram, a zatim nizom zadataka i uz pomoć danih predložaka prekrivati zadane površine. Na taj će način učenici pospješiti sposobnost procjene veličine površine i razvijati generičke kompetencije. Moći će prema danim uputama izraditi tangram od tvrdog papira ili kartona.

Završetak

Na završetku, prije procjene usvojenosti gradiva, učenici će moći pronaći i samostalno riješiti [niz životnih zadataka](#) na stranicama autorice Antonije Horvatek, dok će edukativnim interaktivnim apletom [Površina parcele u parku](#) uvježbavati izračunavanje površine nepravilnih mnogokuta.

Dodatni prijedlozi

Kombiniranjem učeničkih ideja iz uvodnog dijela i onih koje će učenici imati nakon završene jedinice, možete ih potaknuti da sami osmisle niz zadataka za uvježbavanje prije procjene usvojenosti gradiva. Mogu raditi suradnički u parovima ili ekipama, ovisno o razrednom odjelu.

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- [Petica +7](#), L. Kralj, M. Stepić, D. Glasnović Gracin, S. Banić, Z. Ćurković, udžbenik
- [Patchwork](#), slobodni uzorci
- [Hrvatski leksikon](#), Rječnik stranih riječi
- [Životni zadaci](#), Antonija Horvatek
- [Površina parcele u parku](#), Aleksandra-Maria Vuković
- [Predložak za crtanje mnogokuta \(s algebarskim prozorom\)](#), GeoGebra
- [Predložak za tangram \(tri elementa\)](#), GeoGebra
- [Predložak za tangram \(svi elementi\)](#), GeoGebra
- [Primjer kalkulatora potrošnje boje](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo projektne zadatke povezane s primjenom mnogokuta u svakodnevnom životu. Odabir projekta može biti povezan s važnim građevinama, ustanovama, parkovima, sportskim terenima i sl. u mjestu stanovanja ili u mjestu školovanja učenika. O rezultatima svojega rada učenici mogu prenijeti informacije vršnjacima uporabom nekog programa za izradu interaktivnih prezentacija, primjerice Office Mix, Sway ili Prezzi.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Da biste učenicima s teškoćama pomogli u rješavanju zadataka, stavite sve formule iz zadataka na vidljivo mjesto u razredu kako bi im uvijek bile dostupne. Omogućite im i upotrebu džepnog računala.

Važno je provjeriti razumiju li učenici s teškoćama što znači pojam ariš (zadatak 1c), ista smjernica je važna za sve pojmove koji su manje učestali. Kod petog zadatka je važno osigurati podršku za učenike koji imaju teškoće vizualne percepcije.

Preporuča se koristiti manje i jednostavnije brojeve kod učenika s teškoćama u razvoju tako i kod učenika s diskalkulijom tako da shvate svrhu zadatka (npr. zadatak s pločicama).

Učenicima s motoričkim teškoćama trebat će pomoć pri upisivanju ili odabiru rezultata u zadacima te u interaktivnim zadacima.

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s koordinatnim sustavom.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i opisati mnogokute i njihove elemente.
- Konstruirati i nacrtati pravilne mnogokute.
- Izračunati broj dijagonala i zbroj unutarnjih kutova mnogokuta.
- Izračunati opseg i površinu mnogokuta.
- Primijeniti svojstva mnogokuta pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj sati: minimalno 1 sat.

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadaci i primjeri koji omogućavaju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijских sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Uvodni dio

Na početku ove jedinice prikazana je zanimljiva slika koja može poslužiti kao predložak za opisivanje mnogokuta i njihovih osnovnih elemenata. Cilj je potaknuti učenike na obogaćivanje matematičkog jezika u usmenom izražavanju. Ako se odlučite na to da učenici opišu sliku u obliku pisanog rada, rečenice se mogu detaljno analizirati. Tako se može raspravljati o točnosti i preciznosti iskaza.

Riješi, provjeri i podijeli

Izmjenom uobičajenih, interaktivnih i kontekstualnih zadataka postiže se promjena dinamike rada te se na taj način nastoji zadržati pozornost na samim sadržajima, čime se potiče ustrajnost i samostalnost u radu. Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka i na taj način razvijati svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima. Možete im predložiti da vode bilješke o broju točno/djelomično točno/netočno riješenih zadataka kako bi dobili što bolju predodžbu o svojem znanju. U ovom dijelu zadaci su nešto jednostavniji od onih u *Kutku za znatiželjne*, ali odgovaraju svim zahtjevima postavljenih ishoda učenja.

Učenici mogu uvježbavati konstruiranje ili crtanje pravilnih mnogokuta u bilježnici, ali i koristeći se predložkom u GeoGebri. Rješenja takvih zadataka su dinamična, ali je predviđena mogućnost zaustavljanja animacije da bi učenici mogli uočiti određeni korak konstrukcije. Svi predlošci dostupni su i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice za razrednu bilježnicu OneNote.

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime dobivaju i povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Kutak za znatiželjne

Kutak za znatiželjne nudi nekoliko složenijih zadataka koje će učenici moći samostalno riješiti. Da bi učenici mogli jednostavnije pratiti, rješenje jednoga od njih dano je u videozapisu. *Zanimljivosti* učenike vode na mrežne stranice Nacionalnog centra za vanjsko vrednovanje kako bi se okušali u rješavanju zadataka s državne mature (osnovna razina). Učenici će u *Zanimljivostima* otkriti i kraći način zapisivanja umnoška broja sa samim sobom.

Završetak

Na završetku ove jedinice predlažemo projekt za učenike koji žele znati više ili za učenike koji pokažu posebno zanimanje.

Dodatni prijedlozi

Ako smatrate da učenicima trebaju dodatni sadržaji za uvježbavanje, predlažemo da iskoristite neke od sljedećih obrazovnih sadržaja, ovisno o njihovu predznanju. Predlažemo sljedeće materijale:

- [Sve o mnogokutu](#), Damir Belavić, Udruga Normala
- [Opseg i površina mnogokuta](#), Istraživačko-demonstracijski apleti, Aleksandra-Maria Vuković
- [Vježbalica: Opseg mnogokuta](#), Aleksandra-Maria Vuković
- [Vježbalica: Površina mnogokuta](#), Aleksandra-Maria Vuković
- [Konstrukcija pravilnog šesterokuta](#), DOS autori
- [Konstrukcija kvadrata](#), DOS autori
- [Konstrukcija pravilnog osmerokuta](#), DOS autori
- [Crtanje pravilnog deveterokuta](#), DOS autori.

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- [Konstrukcija pravilnog šesterokuta](#), DOS autori
- [Crtanje pravilnog deveterokuta](#), DOS autori
- [Konstrukcija kvadrata](#), DOS autori
- [Konstrukcija pravilnog osmerokuta](#), DOS autori
- [Predložak za crtanje mnogokuta](#), DOS autori
- [Matematička natjecanja](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više pripremljeni su složeniji zadaci; svaki zadatak ima pripremljeno rješenje pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

Učenici će moći samostalno ili u paru odraditi i projekt predviđen na završetku jedinice DOS-a. Možete nadarenim učenicima ponuditi i rješavanje zadataka s [matematičkih natjecanja](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala ili sadržaja. Prilagodbe valja odabirati na temelju specifičnih obilježja učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- ponoviti ili pojednostavniti upute
- jezično prilagoditi složenije zadatke
- koristiti se vizualnom podrškom: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisak

- razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- povećati razmak između redaka
- formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- omogućiti uporabu džepnog računala
- voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta u odnosu na specifičnosti učenika
- omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- koristiti se različitim alatima koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama rabi asistivnu tehnologiju, valja je integrirati i u aktivnosti za slobodno učenje.

Pojedini se postupci primjenjuju za određenu skupinu učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama:

- povezati zadatke sa specifičnim zanimanjima učenika (motivacija), najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)
- prorijediti zahtjeve za pisanjem ili prepisivanjem s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenucima zasićenosti, koristiti se podsjetnikom (poremećaj pažnje)
- upotrijebiti font sans serif (ili Verdanu, Dyslexiu), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno za dodatne materijale (specifične teškoće u učenju)
- osigurati češće stanke tijekom rada, povezivati sadržaje s primjerima iz svakodnevnog života (intelektualne teškoće)
- usmeno izložiti zadatak, omogućiti uporabu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu na izvor zvuka (oštećenje sluha).

U osmišljavanju prilagodbi uvijek treba raditi skupno i kontinuirano surađivati sa stručnim timom škole, pomoćnikom u nastavi i roditeljima. Za sve je učenike s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama važno osigurati njihovo aktivno sudjelovanje tijekom aktivnosti za slobodno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u skupinama, tako da učenik ima priliku surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima skupine).

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s koordinatnim sustavom.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i opisati mnogokute i njihove elemente.
- Konstruirati i nacrtati pravilne mnogokute.
- Izračunati broj dijagonala i zbroj unutarnjih kutova mnogokuta.
- Izračunati opseg i površinu mnogokuta.
- Primijeniti stečeno znanje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula Mnogokuti osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stavova s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća (reprodukcija, primjena i rješavanje problema), daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja zadataka te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 7. razred osnovne škole

Modul 8: Kružnica i krug

Priručnik za nastavnike

Modul 8: Kružnica i krug

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kružnicom i krugom.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i opisati kružnicu i krug te njihove elemente.
- Odrediti međusobni položaj dviju kružnica te međusobni položaj pravca i kružnice.
- Odrediti odnos središnjeg i obodnog kuta.
- Izračunati opseg i površinu kruga te duljinu kružnog luka.
- Primijeniti svojstva kružnice i kruga pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

U ovom modulu učenici 7. razreda ponavljaju znanja o kružnici i krugu te dijelovima kružnice i kruga o kojima su učili u prethodnim modulima ili razredima.

Postojeće znanje obogaćuje se novim znanjem o središnjem i obodnom kutu, broju pi, opsegu i površini kruga te duljini kružnog luka i površini kružnog isječka te se povezuje s primjenama u svakodnevnom životu.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete primijeniti na različite načine, bilo u cijelosti bilo u dijelovima te ih prilagoditi učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete upotrijebiti kao materijal za metodu "obrnute učionice", tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koji oni samostalno usvajaju, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dvojbe.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te se proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje skupnog i suradničkog rada učenika, pri čemu se možete pripremljenim sadržajima koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice društvenoj mreži Yammer, okruženju za timove Teams ili razrednoj digitalnoj bilježnici OneNote.

Uz svaku jedinicu je u priručniku OneNote pripremljena i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavnu primjenu u nastavi.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za primjenu digitalnih alata

GeoGebra

GeoGebra je program dinamične matematike, namijenjen učenju i poučavanju. Povezuje područja interaktivne geometrije, algebre, tabličnih proračuna, statistike, analize i crtanja grafova. Dostupna je na hrvatskom jeziku.

Više o GeoGebri pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na stranicama GeoGebre.

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

U zbirci e-Škole scenarija poučavanja dostupan je i scenarij [Čudesan broj \$\pi\$](#) , kao i scenarij poučavanja [Ne dirajte moje krugove](#), namijenjeni 7. razredu. Možete se koristiti i scenarijem poučavanja [Pogled u krug](#), koji je osmišljen za 1. razred srednje škole, ali neke aktivnosti možete uspješno realizirati i u osnovnoj školi, primjerice:

- Razmijeni misli u paru
- Kružni vrtovi i labirinti za učenike koji žele znati više.

Sugerirani projekti, projektni dani i projektne aktivnosti:

Dan broja Pi

- 14. ožujka matematičari slave Dan broja π . Naime, broj π zaokružen na dvije znamenke iznosi 3.14, a istovremeno je na taj dan rođen Einstein. Kako bi proslavili Dan broja π ,

učenici i učitelji zajedno osmišljavaju aktivnosti vezane uz tu cjelinu, kao što je pamćenje što više znamenki broja π i pečenje pita.

[The Global Math Project \(GMP\)](#)

The Global Math Project je inicijativa koju je pokrenuo matematičar James Tanton. Ideja kojom se vodio je ujediniti milijun učenika i nastavnika i jedan tjedan u godini, u listopadu, razgovarati samo o matematici. Za sada se ta ideja realizirala s pomoću eksplodirajućih točaka: prikazivanja računskih operacija, različitih brojevnih sustava te operacija s binomima na potpuno drugačiji način, s pomoću eksplodirajućih točkica.

Kako bi učenici još bolje razvili znanje o krugu i kružnici, predlažemo i sljedeće igre:

- MathGameTime: [Circle your land](#) (engleski jezik)
- Mathplayground: [Equation Creation](#) (engleski jezik)
- IXL Learning: [Circles, Calculate Area and Circumference](#) (engleski jezik)
- The World of Math Online: [Circle Solver](#) (engleski jezik)
- Eve Andersson: [The Pi Trivia Game](#) (engleski jezik)
- PBSKids: [Lost in the Northern Frontier](#) (engleski jezik, Adobe Flash Player).

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- [Kružnica i krug, pravilni mnogokuti](#); Matematika Plus, Element
- [Koordinatni sustavi](#), Hrvatska enciklopedija, Leksikografski zavod Miroslav Krleža
- [Nebeski koordinatni sustavi](#), e-Škola astronomije, Zvezdarnica Zagreb
- [Različite igre i aktivnosti](#) s krugom i kružnicom, NRICH, University of Cambridge (engleski jezik)
- [Modifying the Flipped Classroom: The "In-Class" Version](#), Jennifer Gonzalez, Edutopia (engleski jezik)

Dokumentarni filmovi o matematici (engleski jezik)

- Dimensions: [A Walk Through Mathematics](#)
- [The Story of Maths](#)
- [N is a Number: A Portrait of Paul Erdős](#)
- [Dangerous Knowledge](#)
- [A Brilliant Madness: John Nash](#)
- [Colors of Math](#)
- [The Boy With The Incredible Brain](#)
- [The Great Math Mystery](#)

Preporučeni YouTube kanali (engleski jezik)

- [Math TV](#)
- [Khan Academy](#)
- [Numberphile](#)
- [Techmath](#)
- [PatrickJMT](#)
- [Prof Rob Bob](#)
- [Math Antics](#)

- [Professor Leonard](#)
- [Krista King](#)
- [Brian McLogan](#)
- [PBS Math Club](#)
- [Mashup Math](#)
- [Math Meeting](#)
- [Learn math tutorials](#)
- [The Video Math Tutor](#)
- [Teacher Tube Math](#)
- [Mathbff](#)
- [Simon Deacon](#)
- [NumberRock Math Song](#)
- [Hegarty Maths](#)

- http://www.math-aids.com/Geometry/Perimeter/Compound_Shapes_Area_Adding.html
- <https://translate.google.com/translate?hl=en&sl=de&tl=en&u=http%3A%2F%2Fwww.pi-world-ranking-list.com%2Findex.php%3Fpage%3Drules-ultimate>
- <https://www.geogebra.org/m/PkPZV5tw>
- <https://crosswordlabs.com/>
- <https://design.tutsplus.com/tutorials/geometric-design-working-with-circles--cms-23660>
- <http://mis.element.hr/fajli/720/41-12.pdf>
- <http://matematika.odlican.net/index.php?iz=3-52-1>
- <http://openupresources.org/math-curriculum/>
- Tedx Talks, Eduardo Briceno: [The Power of belief](#)

- PBS Learning Media: [Dunk Tank](#)
- Math is Fun: [Circle](#)
- Homeschool Math: [Circle/Pi](#)
- Dugorepec Ivana: [Sat ponavljanja, utvrđivanja i sistematizacije](#)
- Proleksis enciklopedija: [Apolonijeva kružnica](#)

TedX

- [The first 20 hours -- how to learn anything | Josh Kaufman | TEDxCSU](#)

Dan Finkel

- <https://www.youtube.com/watch?v=ytVneQUA5-c>

Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
8.	Kružnica i krug	15 + 1
	8.1. Osnovno o kružnici i krugu	3
	8.2. Određenost kružnice	1
	8.3. Središnji i obodni kut	3
	8.4. Kružnica i pravac	2
	8.5. Opseg kruga i duljina kružnog luka	3
	8.6. Površina kruga i kružnog isječka	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

8.1. Osnovno o kružnici i krugu



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kružnicom i krugom.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati kružnicu, krug i njihove elemente.
- Odrediti dijelove kruga i kružnice.
- Nacrtati krug i kružnicu te njihove elemente.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 sata.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života u kojem vidimo okrugli stol i na njemu tanjuriće, šalicu, čašu i posudice kružnog oblika te kriške torte. Uvodimo jedinicu postavljajući pitanja gdje možemo vidjeti predmete kružnog oblika na slici, u učenikovu okruženju i u prirodi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Počinjemo slikom vrtuljka i Ferrisova kola (panoramski vrtuljak) kao asocijacijom na kružnicu i krug. Slijede dva zadatka koji učenicima pomažu da intuitivno shvate pojam središta, jednake udaljenosti od središta te pojam kružnice. Predlažemo i aktivnost u kojoj učenici s pomoću pribadače i gumice za kosu crtaju kružnicu.

Nastavljamo matematičkim uvođenjem pojma kružnice, središta i polumjera. Podsjećamo na alate za crtanje kružnice; za ručno crtanje to je dakako šestar, a za digitalno crtanje predlažemo programe dinamičke geometrije, kao što su GeoGebra i The Geometer's Sketchpad.

Uvodimo matematičku oznaku za kružnicu sa središtem u točki S polumjera r , kako bi učenici poslije u DOS-u i udžbenicima znali pročitati takav zapis kružnice kad na njega naiđu. Slijedi nekoliko zadataka i interaktivnih vježbi crtanja kružnice zapisane na takav način.

Zatim uvodimo pojam promjera i dijametralno suprotnih točaka te vezu promjera i polumjera. U zanimljivosti napominjemo da se u matematici promjer označava slovom d , a u svakodnevnom životu se češće promjer označava grčkim slovom ϕ , jer podsjeća na krug i promjer. Slijedi nekoliko interaktivnih zadataka za uvježbavanje određivanja promjera i polumjera s pomoću slike ili računski.

Nakon toga pokazujemo, uz pomoć **GeoGebrina apleta**, kako se konstruira kružnica ako joj je zadan promjer; slijedi zadatak za vježbu.

Nastavljamo **2D animacijom** koja pokazuje kako popunjavanjem dijela ravnine unutar kružnice nastaje krug, da bi učenici mogli vizualizirati kružnicu i krug.

Uvodimo pojam kruga te matematičku oznaku za krug sa središtem u točki S i polumjerom r .

Dijelovi kružnice i kruga

Učenicima zadajemo zadatke; najprije nacrtamo dio kružnice koju promatramo, onda taj dio definiramo. Na taj način ih potičemo da aktivno sudjeluju u nastavi. Sličicama nacrtanim u **GeoGebri** uvodimo pojam tetive i kružnog luka. Interaktivnom vježbom potičemo učenike da uoče da je najdulja tetiva zapravo promjer kružnice. Uvodimo i matematičku oznaku za kružni luk. U zanimljivosti napominjemo da se kružni luk čita obrnuto od kazaljke na satu, što je naročito važno kad se radi u dinamičkim geometrijama, a ako radimo ručno, dogovorno gledamo manji kružni luk, osim ako ne piše drugačije u zadatku.

Nadalje, s pomoću slike odrezanog komada sira uvodimo pojam kružnog isječka. I tu učenici najprije nacrtaju kružni isječek, zatim se podsjetimo naziva i definiramo ga.

Na slici odrezanog komada kruha na isti način uvodimo pojam kružnog odsječka. Slijedi pojam koncentričnih kružnica s pomoću slike koncentričnih kružnica na površini vode. Vjenčićem na ogradi uvodimo pojam kružnog vijenca.

Nogometno igralište na sredini terena ima nacrtanu kružnicu podijeljenu na dvije polukružnice; zato uz sliku travnatog nogometnog terena uvodimo pojam polukružnice i polukruga.

Takvim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Uvježbajmo

Na početku je interaktivna igra u kojoj učenici na njima zanimljiv način ponavljaju i usvajaju osnovne elemente kružnice i kruga. Slijedi niz interaktivnih vježbi različitih razina složenosti, pripremljen za uvježbavanje osnovnih pojmova kružnice i kruga i njihovih elemenata. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti gradiva jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju, a vježbe mogu ponavljati koliko god puta žele.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Prije završnog dijela istaknuta je zanimljivost o Arhimedu i poznatoj legendi o rečenici "Ne dirajte moje krugove".

Završetak

Na kraju je podsjetnik na jedan od najvažnijih čovjekovih izuma - kotač.

Završavamo matematičkim diktatom kojim ponavljamo najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja [Čudesan broj \$\pi\$](#) , scenarij poučavanja [Ne dirajte moje krugove](#) namijenjene 7. razredu, kao i scenarij poučavanja [Pogled u krug](#), koji je osmišljen za 1. razred srednje škole pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili skupni rad učenika.

Krug i kružnicu možete nacrtati s pomoću *online* geometrijskih alata: GeoEnZo, [GeoGebra](#) i [The Geometer's Sketchpad](#).

Igre i kvizovi s kružnicom i krugom:

- [Match The Memory](#)
- Nurture Store: [Circle Math Game](#) (engleski jezik)
- Sveta geometrija: [Podjela kružnice na dijelove](#)
- Coolmath-Games: [Color circles](#) (engleski jezik)
- Coolmath-Games: [Circle Flow](#) (engleski jezik)
- MathGames: [Circles, Calculate Area, Radius, Circumference](#) (engleski jezik)
- Gamesheep: [Circle and squares](#) (engleski jezik)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo da pokušaju nacrtati sve zadatke u kojima se traži crtanje ili konstrukcija u jednoj od dinamičkih geometrija, GeoGebri ili The Geometer's Sketchpadu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Da biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da su oni heterogena skupina i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima učenika.

U projektnom zadatku (koriste se pribadača, konopac i olovka) je važno osigurati pomoć učenicima s motoričkim teškoćama. Ukoliko se u razredu nalazi učenika s ADHD-om, valja pripaziti na primjerenu uporabu svih predmeta koji se koriste u projektu (s obzirom da je pribadača sitna i oštra).

Pri rješavanju 3. primjera provjerite znaju li učenici s teškoćama značenje pojma polovište (važno je ponoviti kako se konstruira polovište dužine) i potom krenuti na rješavanje zadatka.

U 8. zadatku skrenite pažnju učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju da je promjer zapisan u milimetrima, a ne centimetrima.

Učenicima s diskalkulijom bit će potrebno detaljnije objasniti razliku između kružnice i kruga.

Učenicima s većim motoričkim teškoćama bit će teško šestarom nacrtati kružnicu. To onda, umjesto njih, može napraviti drugi učenik a da učenik s teškoćama govori korak po korak što treba činiti.

Zadatak pod rednim brojem 18 (pod Uvježbajmo) može biti zahtjevan za učenike s motoričkim teškoćama i učenike s teškoćama vizualne obrade, zbog čega im je važno osigurati dodatno vrijeme ili prilagodbu zadatka.

8.2. Određenost kružnice



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s konstrukcijom kružnice kroz tri točke.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgovno-obrazovni ishodi

- Opisati određenost kružnice.
- Konstruirati kružnicu kroz tri točke.
- Odrediti međusobni položaj dviju kružnica.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 1 **sat**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života u kojem imamo razbacane kvačice za vješanje rublja na jednoj slici i kvačice složene u niz na konopcu za vješanje rublja, kao na jednom pravcu.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kolinearne i nekolinearne točke

Slike s kvačicama bile su uvod u matematički pojam kolinearnih i nekolinearnih točaka. Slijede dva interaktivna zadatka u kojima ponavljamo kolinearnost dviju i triju točaka u ravnini. Podsjećamo učenike na određenost pravca dvjema točkama u ravnini.

Koliko točaka određuje kružnicu?

Nastavljamo s nekoliko pitanja i popratnih crteža na koje učenici mogu samostalno odgovoriti u interaktivnim zadacima i nacrtati sve u bilježnicu.

Tim pitanjima i odgovorima učenici ponavljaju značenje dužine, polovišta dužine i simetrale dužine. Zatim sami zaključuju da su točke na simetrali jednako udaljene od rubnih točaka dužine.

Crtanjem kružnica sa središtem na simetrali koje prolaze rubnim točkama dužine, vizualiziraju tvrdnju da kroz dvije točke u ravnini možemo nacrtati beskonačno mnogo kružnica.

Slijedi interaktivni zadatak kojim učenici dolaze do zaključka da simetrala svake tetive prolazi središtem kružnice.

Nastavljamo **projektnim zadatkom** u kojem učenici pokušavaju odrediti središte nacrtane kružnice. Najprije učenike navodimo na zaključak da se simetrale dviju tetiva sijeku u središtu kružnice. Polako dolaze do zaključka da je kružnica određena trima nekolinearnim točkama u ravnini.

U **interaktivnoj GeoGebri** učenici se mogu uvjeriti u tvrdnju tako da sami ucrtaju neke tri nekolinearne točke u ravnini i oko njih digitalnim alatom nacrtaju kružnicu.

Slijedi interaktivni zadatak s pitanjem može li se oko svake četiri nekolinearne točke nacrtati kružnica. Iz zadatka se vidi da oko svake četiri točke ne možemo opisati kružnicu. U zanimljivosti

pokazujemo da ako se oko neke četiri točke može opisati kružnica, takav četverokut zovemo tetivni četverokut, a ako imamo više točaka oko kojih možemo nacrtati kružnicu, to je opisana kružnica mnogokuta.

Na kraju pokazujemo konstrukciju kružnice kroz tri nekolinearne točke u ravnini i podsjećamo učenike da je to ista konstrukcija koju su radili u šestom razredu kad su trebali trokutu opisati kružnicu.

Slijedi zadatak za učenike **koji žele znati više**, u kojem treba naći mjesto za odašiljač za tri sela, što se rješava s pomoću središta kružnice opisane oko tri točke.

Međusobni položaj dviju kružnica u ravnini

Odašiljači šire kružne valove pa se postavlja pitanje njihovih presjeka. Slijedi slika kružnica koje čine kišne kapi na vodi i interaktivni zadatak kojim učenici sami zaključuju u kojem položaju mogu biti dvije kružnice u ravnini.

Razmišljanja mogu potvrditi i matematički uobličiti s pomoću **animacije** kojom se pokazuju dvije kružnice u različitim položajima i uočava veza udaljenosti njihovih središta i zbroja ili razlike duljina njihovih polumjera.

Slijedi zadatak i interaktivna vježba međusobnog položaja dviju kružnica u ravnini.

Za učenike **koji žele znati više** pripremljene su dvije interaktivne vježbe povezivanja udaljenosti središta dviju kružnica i zbroja ili razlike duljina njihovih promjera i polumjera.

Prije završetka uvrštena je zanimljivost o triangulaciji.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a te prijedlog interaktivnog zadatka izrađenog u GeoGebri, profesora Damira Belavića, kojim povezujemo sadržaje iz matematike s učeničkim okruženjem i zanimanjima.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja [Čudesan broj \$\pi\$](#) , scenarij poučavanja [Ne dirajte moje krugove](#), namijenjen 7. razredu, te scenarij poučavanja [Pogled u krug](#), koji je osmišljen za 1. razred srednje škole, pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili skupni rad učenika.

Igre i kvizovi uz određenost kružnice:

- [Match The Memory](#)

- Nurture Store: [Circle Math Game](#) (engleski jezik).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo složenije zadatke koji se u DOS-u nalaze na dva mjesta. Prvi zadatak dolazi nakon dijela o određenosti kružnice trima točkama, u kojem treba odrediti mjesto za odašiljač za internet za sva tri sela. Slijede dva zadatka nakon dijela o međusobnom položaju dviju kružnica u ravnini. Ta dva zadatka su interaktivna i povezuju udaljenost središta dviju kružnica sa zbrojem i razlikom njihovih promjera ili polumjera.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

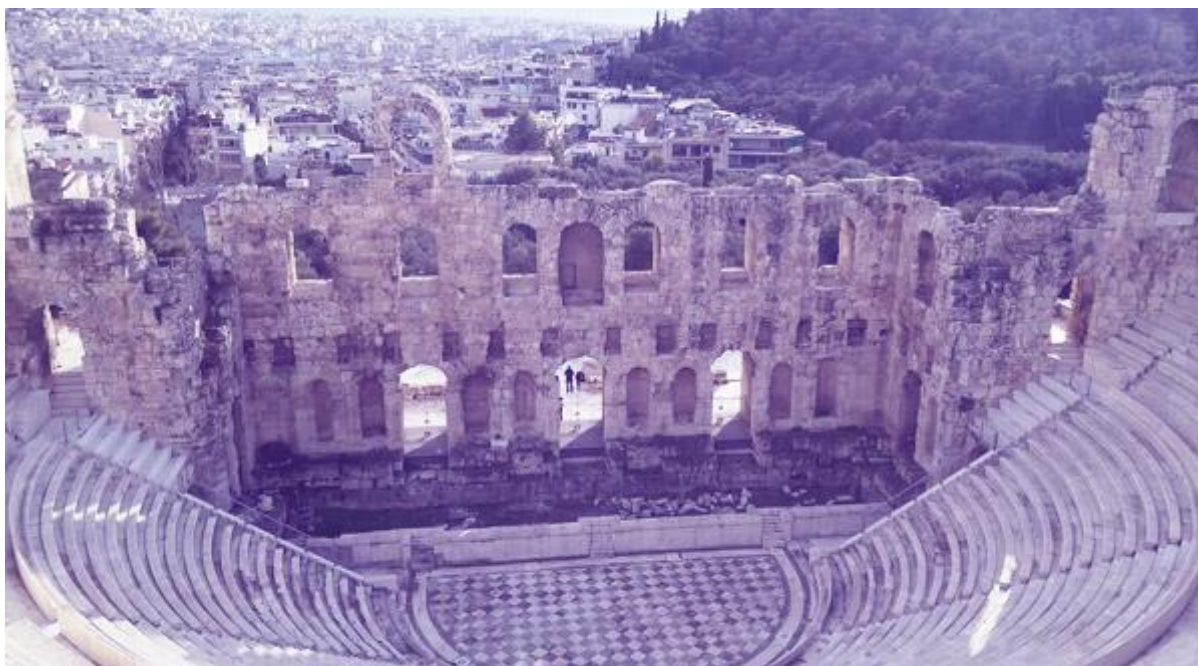
Učenicima s većim motoričkim teškoćama bit će teško šestarom nacrtati kružnicu. To onda, umjesto njih, može učiniti drugi učenik a da učenik s teškoćama govori korak po korak što treba činiti. Neki učenici sa specifičnim teškoćama u učenju i intelektualnim teškoćama također nisu vješti u radu sa šestarom pa im dajte više vremena za rješavanja zadataka konstrukcije kružnica.

U 11. zadatku upozorite učenike s teškoćama da su kružnice zadane u različitim mjerama (milimetrima i centimetrima).

Kod zadatka pod nazivom "Koliko točaka određuje kružnicu?" Su navedeni brojni zadatci zbog čega je važno odrediti prioritete za rješavanje sukladno programu po kojem se učenik s teškoćama školuje.

U potpoglavlju "Ponovimo" nalazi se velika količina teksta koju valja jezično pojednostaviti i sažeti (za sve učenike koji imaju teškoće jezičnoga razumijevanja).

8.3. Središnji i obodni kut



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane sa središnjim i obodnim kutom.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgajno-obrazovni ishodi

- Opisati vezu središnjeg i obodnog kuta.
- Izračunati središnji ili obodni kut koristeći se poučkom o središnjem i obodnom kutu.
- Iskazati Talesov poučak o obodnom kutu nad promjerom kružnice.
- Primijeniti Talesov poučak o obodnom kutu nad promjerom kružnice pri rješavanju zadataka.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života, panoramskim kotačem u Londonu. Slijedi zanimljivost o panoramskim kotačima te uputa da učenici uoče kut koji zatvaraju nosači toga kotača.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Središnji kut kružnice

Nastavljamo matematičkim uvođenjem središnjeg kuta kružnice. Na slici je označen manji središnji kut nad manjim kružnim lukom, ali napominjemo učenicima da postoji i veći središnji kut, nad većim kružnim lukom omeđenim istim rubnim točkama. Podsjećamo ih na označavanje kružnog luka rubnim točkama obrnuto od kazaljke na satu. Slijedi niz interaktivnih zadataka za uvježbavanje crtanja i uočavanja središnjeg kuta kružnice.

Obodni kut kružnice

Na slici šesira vizualiziramo značenje riječi obod. Nastavljamo matematičkim uvođenjem obodnog kuta kružnice. Slijedi niz interaktivnih zadataka za uvježbavanje crtanja i prepoznavanje obodnog kuta kružnice.

Obodni kutovi nad istim lukom

Slijedi zadatak kojim učenici mogu samostalno, rješavajući ga korak po korak, doći do zaključka da nad istim kružnim lukom možemo nacrtati beskonačno mnogo obodnih kutova. Nakon toga rješavamo zadatak za vježbu.

U **projektnom zadatku** svaki učenik u svojoj bilježnici crta kružnicu i nekoliko obodnih kutova nad istim lukom. Mjere obodne kutove i trebaju, uspoređujući svoj uradak i uratke prijatelja iz razreda, zaključiti da su nad istim kružnim lukom svi obodni kutovi jednakih veličina.

Slijedi **interaktivna GeoGebra**; učenici se mogu uvjeriti u tvrdnju mijenjajući polumjer kružnice i položaj kružnog luka. Nakon toga je problem iz svakodnevnog života prikazan na primjeru polukružnog gledališta antičkog kazališta iz Efeza.

Poučak o središnjem i obodnom kutu

Na slici su prikazani središnji i obodni kutovi nad istim lukom. Učenici u interaktivnom zadatku zaključuju da je nad istim lukom točno jedan središnji kut.

Uvodimo pojam pripadni obodni kut nad istim lukom. Slijedi primjer i prateći interaktivni zadatak za uvježbavanje crtanja i prepoznavanja središnjeg kuta i pripadnih obodnih kutova nad istim lukom.

U **projektnom zadatku** svaki učenik u svojoj bilježnici crta kružnicu, nekoliko obodnih kutova i pripadni središnji kut nad istim lukom. Učenici mjere obodne kutove i središnji kut i trebaju, uspoređujući svoj uradak i uratke prijatelja iz razreda, zaključiti da je veličina središnjeg kuta dvostruko veća od veličine pripadnog obodnog kuta nad istim kružnim lukom.

U **interaktivnoj GeoGebri** učenici se mogu uvjeriti u tvrdnju mijenjajući polumjer kružnice i položaj kružnog luka.

Slijedi iskaz Poučka o središnjem i obodnom kutu. Dokaz poučka napisan je u zanimljivostima, tako da ga učenici koji žele mogu pogledati.

Među zadacima za vježbu je i ponavljanje mjernih jedinica za kut.

Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti gradiva jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju, a vježbe mogu ponavljati koliko god puta žele.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Talesov poučak o obodnom kutu nad promjerom kružnice

Učenici crtajući i rješavajući interaktivne zadatke "otkrivaju" Talesov poučak o obodnom i središnjem kutu nad promjerom kružnice. Nastavljamo s posljedicom Talesova poučka te zanimljivošću o Talesu iz Mileta.

Slijedi primjer konstrukcije pravokutnog trokuta s pomoću Talesova poučka (detaljni postupak dan je u **GeoGebrinu apletu**). Nastavljamo s nekoliko zadataka primjene Talesova poučka. Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a. Završavamo kratkom procjenom usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja [Čudesan broj \$\pi\$](#) , scenarij poučavanja [Ne dirajte moje krugove](#), namijenjene 7. razredu, te scenarij poučavanja [Pogled u krug](#), koji je osmišljen za 1. razred srednje škole pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili skupni rad učenika.

Krug i kružnicu možete nacrtati s pomoću *online* geometrijskih alata GeoEnZo, [GeoGebra](#) i [The Geometer's Sketchpad](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo interaktivni zadatak konstrukcije jednakokračnog pravokutnog trokuta s pomoću Talesova poučka i jedan zadatak s opisanom kružnicom jednakokračnom trokutu čije je detaljno rješenje opisano u videozapisu "Kutovi jednakokračnog trokuta."

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Pri rješavanju 1. zadatka učenike sa specifičnim teškoćama u učenju i jezičnim teškoćama podsjetite na značenje pojmova šiljasti, tupi, ispruženi i pravi kut trokuta.

Na primjeru kružnice točno pokažite učenicima koji kut zovemo obodni kut nad lukom, a koji obodni luk nad tetivom. Možete im to pojasniti na školskoj ploči, označavajući te dijelove različitim bojama.

Potrebno je jače istaknuti formulu o središnjem i obodnom kutu.

Učenicima s motoričkim teškoćama trebat će pomoć pri upisivanju ili odabiru rezultata u zadacima te u interaktivnim zadacima.

Kako su interakcije vizualno zahtjevnije, preporuča se dodatni komentar ili pojašnjavanje učenicima s teškoćama (posebno učenicima koji imaju teškoće vizualne obrade).

8.4. Kružnica i pravac



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s međusobnim položajem kružnice i pravca.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgajno-obrazovni ishodi

- Odrediti broj zajedničkih točaka pravca i kružnice.
- Odrediti međusobni položaj pravca i kružnice.
- Razlikovati sekantu i tangentu.
- Konstruirati tangentu u točki kružnice.
- Konstruirati pravac i kružnicu u zadanom položaju.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **animacijom** iz svakodnevnog života u kojoj uočavamo kružni tok i smjerove kretanja automobila, tramvaja, biciklista i pješaka koji ga sijeku, dodiruju ili s njim nemaju dodirnih točaka.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Zajedničke točke pravca i kružnice

Počinjemo **GeoGebrinim apletom** s pomoću kojega vizualiziramo broj zajedničkih točaka kružnice i pravca u ravnini. Slijedi interaktivni zadatak u kojem učenici trebaju odrediti broj zajedničkih točaka pravca i kružnice.

Udaljenost točke od pravca

Slijedi **GeoGebrin aplet** u kojem su pravac i točka povezani različitim dužinama. Učenici trebaju pažljivo promotriti duljine tih dužina i zaključiti da je najkraća dužina okomica iz točke na pravac. Uvodimo matematički pojam udaljenosti točke od pravca. Slijedi nekoliko zadataka te interakcija u kojima s pomoću udaljenosti od središta kružnice do pravca određujemo međusobni položaj kružnice i pravca u ravnini.

Dvije zajedničke točke

Nastavljamo matematičkim uvođenjem pojma **sekante**, slijedi primjer i nekoliko pripadajućih zadataka crtanja sekante.

Jedna zajednička točka

Uvodimo matematički pojam **tangente**. Slijedi **GeoGebrin aplet** kojim pokazujemo korake konstrukcije tangente na kružnicu polumjera 2 cm u točki kružnice D. Nastavljamo pitanjem i zaključkom da su polumjer koji spaja središte s diralištem i tangenta međusobno okomiti. Slijedi nekoliko zadataka i interakcija za uvježbanje konstrukcije tangente u točki kružnice.

Uvježbajmo

Nekoliko zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljeno je za uvježbavanje međusobnog položaja kružnice i pravca. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti

za samoprocjenu usvojenosti gradiva jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju, a vježbe mogu ponavljati koliko god puta žele.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Za učenike koji **žele znati više** pripremljeno je nekoliko složenijih zadataka. Uz svaki zadatak ispisano je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka. Uz zadnji zadatak je i prijedlog projektnog zadatka po uzoru na zadani.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a te prijedlog istraživačkog zadatka kojim povezujemo sadržaje iz matematike s učeničkim okruženjem i zanimanjima.

Završavamo **GeoGebrinom simulacijom** kojom ponavljamo u kojim sve međusobnim položajima mogu biti pravac i kružnica u ravnini.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja [Čudesan broj \$\pi\$](#) , scenarij poučavanja [Ne dirajte moje krugove](#), namijenjene 7. razredu, te scenarij poučavanja [Pogled u krug](#), koji je osmišljen za 1. razred srednje škole pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili skupni rad učenika.

Kružnicu i pravac možete nacrtati s pomoću *online* geometrijskih alata GeoEnZo, [GeoGebra](#) i [The Geometer's Sketchpad](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo nekoliko složenijih zadataka. U prvom zadatku treba konstruirati kružnicu kojoj su krakovi kuta tangente. U drugom treba konstruirati zajedničku tangentu u točki dodira dviju kružnica. Treći zadatak je zadatak iz svakodnevnog života u kojem treba odrediti koji reflektor staviti na određenu udaljenost da obasjava samo bazen kružnog oblika. Zadatak rješavamo konstrukcijom dviju tangenti iz točke u kojoj se nalazi reflektor, s pomoću Talesova poučka. Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka.

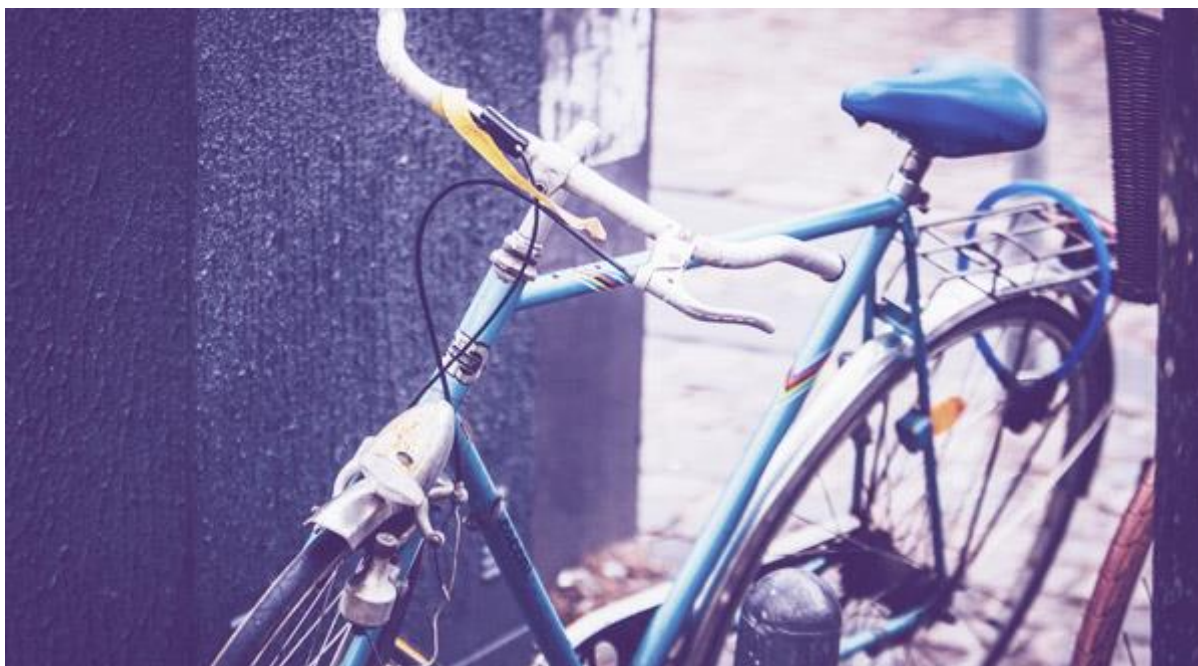
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenike s diskalkulijom i motoričkim teškoćama u zadacima u kojima trebaju promatrati animaciju spojite s učenicima bez teškoća, kako biste im olakšali rješavanje zadataka i ovladavanje animacijama.

Učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju u svakom zadatku obratite pozornost na mjerne jedinice kojima su označene dužine/duljine kako ne bi previdjeli one zadatke u kojima moraju provesti pretvorbu (npr. milimetara u centimetre). U zadacima u kojima trebaju konstruirati kružnicu dajte im više vremena za rješavanje.

Učenicima s motoričkim teškoćama trebat će pomoć pri upisivanju ili odabiru rezultata u zadacima, u interaktivnim zadacima te u zadacima u kojima trebaju raditi šestarom.

8.5. Opseg i duljina kružnog luka



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s opsegom kruga i duljinom kružnog luka.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Odrediti vezu duljine promjera i opsega kruga.
- Izračunati opseg kruga.
- Odrediti vezu veličine središnjeg kuta i duljine kružnog luka.
- Izračunati duljinu kružnog luka.
- Primijeniti svojstva opsega kruga i duljine kružnog luka pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija

- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskom animacijom** iz svakodnevnog života u kojoj mjerimo duljinu staze oko jezera kružnog oblika, što je zapravo opseg kruga. Pravo je pitanje možemo li točno izmjeriti opseg kruga, što učenike dovodi do broja pi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Broj pi

Nastavljamo raspravom o mjerenju i prednostima i nedostacima takvog načina računanja opsega. Zatim raspravljamo o točnosti i metodama mjerenja opsega kruga. Učenike navodimo da zaključe da je opseg kruga duljina kružnice. Slijedi **projektni zadatak** u kojem učenici trebaju otkriti da je omjer opsega i promjera uvijek isti broj te da ga ne možemo točno izračunati. Uz projektni zadatak ide i **interaktivna GeoGebra** u kojoj su mjerenja preciznija, ali zaključak je isti.

Nakon toga uvodimo broj pi i govorimo zanimljivosti o njemu. Nastavljamo prijedlogom obilježavanja Dana broja pi natjecanjem u pamćenju broja decimalnih znamenki broja pi.

Slijedi interaktivni zadatak s opsegom debla Kraljice šume iz park-šume Golubinjak u Gorskom kotaru.

Opseg kruga

U nastavku - matematičko uvođenje opsega kruga i formule za opseg kruga. Slijede zadaci i interaktivne vježbe za uvježbavanje računanja opsega kruga. Učenicima dajemo mogućnost točnog i približnog računanja. U zadacima iz svakodnevnog života prikladnije je računati s približnim vrijednostima. Uz zadatak s vjetroelektranom je napomena o prvoj i najvećoj elektrani u Hrvatskoj. Time potičemo svijest o obnovljivim izvorima energije. Među zadacima su i zadaci u kojima treba izračunati polumjer ili promjer za zadani opseg kruga. Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka. Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Duljina kružnog luka

Nakon kratkog ponavljanja kružnog luka, uvodimo oznaku za duljinu kružnog luka l . Slijedi nekoliko slika na kojima se vidi proporcionalnost duljine kružnog luka i veličine pripadnog središnjeg kuta. Nastavljamo s nekoliko interakcija u kojima učenici intuitivno određuju duljinu kružnih lukova i uočavaju vezu dijela punog kuta i dijela kružnice. Iz svega slijedi razmjer koji dovodi do formule za duljinu kružnog luka.

Nastavljamo primjerom i pratećim zadacima za uvježbavanje računanja duljine kružnog luka. Učenike upućujemo i na proporcionalnost duljine kružnog luka i polumjera pripadne kružnice, za isti središnji kut. Među zadacima su i zadaci u kojima treba s pomoću duljine kružnog luka izračunati duljinu polumjera ili veličinu središnjeg kuta. Slijedi nekoliko zadataka u kojim povezujemo mnogokute i kružnicu.

U zadacima se izmjenjuju različite metode rješavanja: od uobičajenog rješavanja do rješavanja interaktivnih zadataka u kojima učenici odmah dobivaju povratne informacije o točnom rješenju.

Za **učenike koji žele znati više** pripremljeno je nekoliko složenijih zadataka. Uz svaki zadatak ispisano je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a. Završavamo s nekoliko zadataka za samovrednovanje te kratkom procjenom usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja [Čudesan broj \$\pi\$](#) , scenarij poučavanja [Ne dirajte moje krugove](#), namijenjene 7. razredu, te scenarij poučavanja [Pogled u krug](#), koji je osmišljen za 1. razred srednje škole pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili skupni rad učenika.

Kružnicu i pravac možete nacrtati s pomoću *online* geometrijskih alata GeoEnZo, [GeoGebra](#) i [The Geometer's Sketchpad](#).

Predlažemo i igre koje se odnose na opseg kruga i površinu kružnog luka:

- MathGameTime: [Circle your land](#)
- Mathplayground: [Equation Creation](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo nekoliko složenijih zadataka. U prvom zadatku treba s pomoću promjera kruga odrediti kojem je pravilnom mnogokutu opisan ako znamo duljinu kružnog luka nad jednom stranicom. Sljedeća dva zadatka su složeniji zadaci iz svakodnevnog života; u jednom treba izračunati duljinu konca za obrub listića na ukrasnoj salveti, a u drugom prijedni put traktora koji nema kotače jednake veličine.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s oštećenjem vida i specifičnim teškoćama u učenju potrebno je usmeno popratiti prvi videozapis.

Učenicima s teškoćama prilikom rješavanja zadataka omogućite upotrebu džepnog računala.

U drugom primjeru objasnite učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju što je inč.

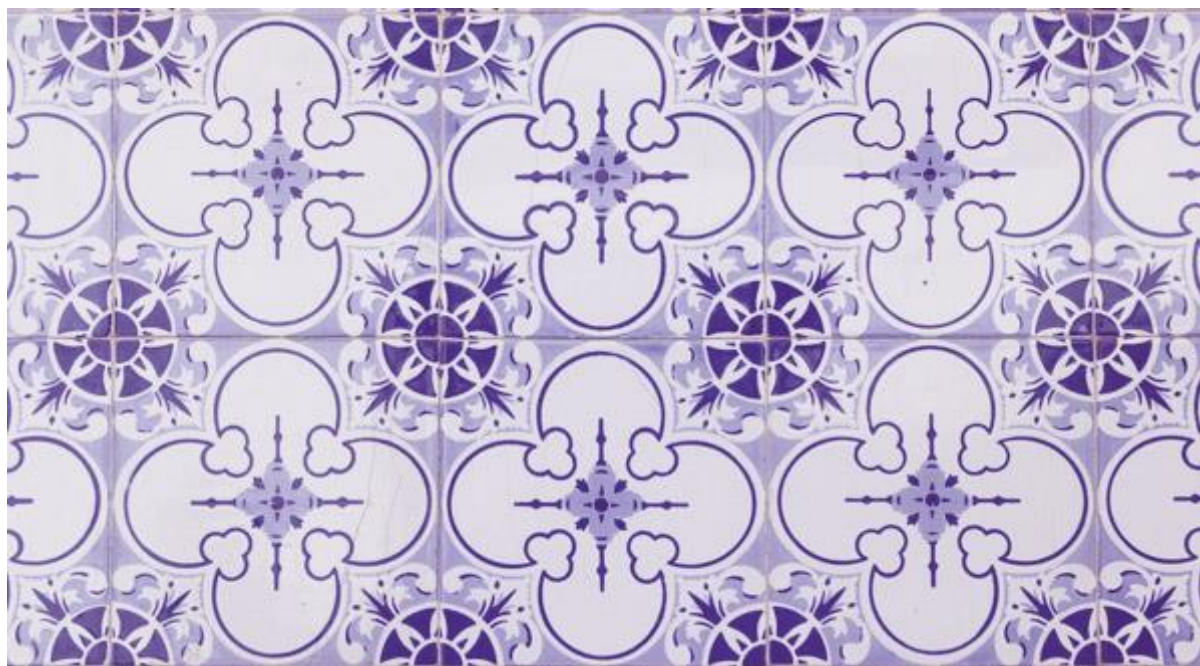
Za sve učenike koji otežano usvajaju matematičke koncepte se preporuča smanjiti 5. zadatak na maksimalno dvije nepoznanice (isto vrijedi za sve slične zadatke).

U 18. zadatku možete unaprijed pripremiti sliku sata kako bi učenici lakše vizualizirati zadatak ili možete predložiti da ga sami nacrtaju.

Učenicima s teškoćama na vidljivo mjesto stavite formule kako ih ne bi pamtali napamet.

Učenicima s motoričkim teškoćama trebat će pomoć pri upisivanju ili odabiru rezultata u zadacima te u interaktivnim zadacima.

8.6. Površina kruga i kružnog isječka



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s površinom kruga i kružnog isječka.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Izračunati površinu kruga.
- Odrediti vezu veličine središnjeg kuta i površine kružnog isječka.
- Izračunati površinu kružnog isječka.
- Izračunati polumjer, veličinu središnjeg kuta i duljinu kružnog luka s pomoću površine kruga i kružnog isječka.
- Primijeniti svojstva površine kruga i kružnog isječka pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja

- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskom animacijom** iz svakodnevnog života u kojoj se razgovara o površini prekrivača za bazen kružnog oblika.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Površina kruga

Na početku jedinice interaktivnim zadacima prisjećamo se kako računamo površinu mnogokuta te mjernih jedinica za površinu. Slijedi napomena o kvadraturi kruga, kao najpoznatijem nerješivom matematičkom problemu.

Nastavljamo uvodom u **GeoGebra aplet** o površini kruga, koja je prikazana kao površina kruga opisanog mnogokutu s vrlo velikim brojem stranica. Na taj način uvodimo formulu za površinu kruga.

Slijedi **primjer** i prateći interaktivni zadaci s računanjem površine kruga, točno i približno. Sljedeći **primjer** je primjer računanja promjera s pomoću površine kruga. Nakon toga je dan prateći zadatak i interaktivna vježba iz svakodnevnog života.

Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka.

Površina kružnog isječka s pomoću veličine središnjeg kuta

Nastavljamo ponavljanjem definicije kružnog isječka te uvođenjem matematičke oznake za površinu kružnog isječka. Kao i kod duljine kružnog luka, pokazujemo na primjerima kružnih isječaka istih duljina polumjera i različitih veličina središnjih kutova proporcionalnost površine kružnog isječka i veličine središnjeg kuta.

Slijedi nekoliko interaktivnih vježbi u kojima učenici intuitivno povezuju dijelove kruga, odnosno površine tih dijelova s veličinom središnjeg kuta. Nakon toga iz proporcionalnosti površine kružnog isječka i veličine središnjeg kuta s pomoću razmjera dolazimo do formule za površinu kružnog isječka.

Nastavljamo **primjerom** i pratećim interaktivnim zadacima računati površinu kružnog isječka s pomoću veličine središnjeg kuta i polumjera kruga. Uz zadatke su pripremljene upute, tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo.

Površina kružnog isječka s pomoću duljine kružnog luka

Ponovno učenike upućujemo na to da pogledaju slike i uoče vezu među omjerima duljina kružnih lukova i omjerima površina kružnih isječaka u krugu istog polumjera. Iz uočene proporcionalnosti slijedi još jedna formula za površinu kružnog isječka koja se može izvesti iz formule za duljinu kružnog luka.

Slijedi primjer izračunavanja površine kružnog isječka ako su poznati duljina polumjera kruga i duljina tom isječku pripadnog kružnog luka, a zatim naučeno uvježbavamo u sličnim zadacima.

Uvježbajmo

Niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljeno je za uvježbavanje računanja površine kruga i kružnog isječka, ali i veličine središnjeg kuta ili promjera s pomoću površine kružnog isječka ili površine kruga. Pripremljeno je i nekoliko zadataka iz svakodnevnog života povezanih s površinom kruga i kružnog isječka.

Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju, a vježbe mogu ponavljati koliko god puta žele.

Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Za učenike **koji žele znati više** pripremljeni su zadaci s uzorkom kružnog isječka na keramičkim pločicama te je dan prijedlog istraživačkog zadatka kojim povezujemo sadržaje iz matematike s učeničkim okruženjem i zanimanjima.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a te dovršetak priče iz početne animacije u obliku interaktivne vježbe.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja [Čudesan broj \$\pi\$](#) , scenarij poučavanja [Ne dirajte moje krugove](#), namijenjene 7. razredu, te scenarij poučavanja [Pogled u krug](#), koji je osmišljen za 1. razred srednje škole pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili skupni rad učenika.

Kružnicu i pravac možete nacrtati s pomoću *online* geometrijskih alata GeoEnZo, [GeoGebra](#) i [The Geometer's Sketchpad](#).

Igre i dodatni sadržaji koje preporučujemo uz ovu jedinicu:

- IXL Learning: [Circles, Calculate Area and Circumference](#)
- The World of Math Online: [Circle Solver](#)
- Eve Andersson: [The Pi Trivia Game](#)
- Homeschool Math: [Circle/Pi](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo dva zadatka s uzorkom kružnog isječka na keramičkim pločicama i projektni zadatak povezan s primjenom površine kruga i kružnog isječka u svakodnevnom životu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Prvi videozapis treba popratiti usmeno za učenike s oštećenjem vida i sa specifičnim teškoćama u učenju. Važno je provjeriti razumiju li učenici s teškoćama značenje pojma *cerada* i isti im pojasniti.

Učenici sa specifičnim teškoćama u učenju često imaju problema s pretvaranjem jednih mjernih jedinica u druge (primjerice metra u centimetre i obratno) pa će im biti potrebna pomoć u rješavanju drugog zadatka. Svakako učenike valja podsjetiti da ponove mjerne jedinice za površinu. Također, valja provjeriti sjećaju li se što je paralelogram.

Dio u kojem se opisuje kako je nastala formula za površinu kruga (ispod 2. zadatka) ima dosta teksta pa ga je potrebno pročitati naglas za učenike s teškoćama čitanja ili isti usmeno pojasniti. Isto vrijedi i za tekst 18. Zadatka. Prilikom rješavanja 13. i 18. zadatka učenik s teškoćama u razvoju mora biti vođen tijekom promišljanja o prijašnjim zadacima i mora se na njih dodatno usmjeriti da bi mogao donositi zaključke (uz pomoć nastavnika). Inače je pod /a/ zahtjevniji zadatak pa treba pomoć.

Učenicima s teškoćama dopustite upotrebu džepnog računala pri izračunima.

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kružnicom i krugom.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i opisati kružnicu i krug te njihove elemente.
- Odrediti međusobni položaj dviju kružnica te međusobni položaj pravca i kružnice.
- Odrediti odnos središnjeg i obodnog kuta.
- Izračunaj opseg i površinu kruga te duljinu kružnog luka.
- Primijeniti svojstva kružnice i kruga pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj sati: najmanje **1 sat**.

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadaci i primjeri koji omogućavaju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijских sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Uvodni dio

Počnemo **motivacijskim primjerom** optičke iluzije kružnica koje se "okreću" kako im se približavamo ili se od njih udaljavamo, a nastavljamo napomenom o optičkim iluzijama i prijedlogom učenicima da posjete Muzej iluzija.

Riješite, provjerite i podijelite

Za uvježbavanje zadataka s kružnicom i krugom predlažemo nekoliko zadataka koje učenici mogu samostalno riješiti u bilježnici ili s pomoću interaktivnih vježbi.

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime dobivaju i povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Izmjenjuju se "obični", interaktivni te kontekstualni zadaci, tako da se promjenom dinamike dulje zadržava pozornost učenika na sadržajima, čime se potiče i ustrajnost i samostalnost u radu.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za one koji žele znati više pripremljeni su složeniji zadaci, ali i videoisječak koji im može pomoći u rješavanju zadataka.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

Zadaci s kružnicom i krugom često se pojavljuju na državnoj maturi pa predlažemo da pogledate i sljedeće zadatke:

[Državna matura, ljetni rok 2011./2012. godina, Matematika, osnovna razina B, zadatak 12](#)

[Državna matura, ljetni rok 2014./2015. godina, Matematika, osnovna razina B, zadatak 24](#)

[Državna matura, jesenski rok 2015./2016. godina, Matematika, osnovna razina B, zadatak 9.](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala ili sadržaja. Prilagodbe valja odabirati na temelju specifičnih obilježja učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- ponoviti ili pojednostavniti upute
- jezično prilagoditi složenije zadatke
- koristiti se vizualnom podrškom: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisak
- razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- povećati razmak između redaka
- formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- omogućiti uporabu džepnog računala
- voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta u odnosu na specifičnosti učenika
- omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- koristiti se različitim alatima koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama rabi asistivnu tehnologiju, valja je integrirati i u aktivnosti za slobodno učenje.

Pojedini se postupci primjenjuju za određenu skupinu učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama:

- povezati zadatke sa specifičnim zanimanjima učenika (motivacija), najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)
- prorijediti zahtjeve za pisanjem ili prepisivanjem s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenucima zasićenosti, koristiti se podsjetnikom (poremećaj pažnje)
- upotrijebiti font sans serif (ili Verdanu, Dyslexiu), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno za dodatne materijale (specifične teškoće u učenju)
- osigurati češće stanke tijekom rada, povezivati sadržaje s primjerima iz svakodnevnog života (intelektualne teškoće)
- usmeno izložiti zadatak, omogućiti uporabu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu na izvor zvuka (oštećenje sluha).

U osmišljavanju prilagodbi uvijek treba raditi skupno i kontinuirano surađivati sa stručnim timom škole, pomoćnikom u nastavi i roditeljima. Za sve je učenike s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama važno osigurati njihovo aktivno sudjelovanje tijekom aktivnosti za slobodno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u skupinama, tako da učenik ima priliku surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima skupine).

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kružnicom i krugom.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i opisati kružnicu i krug te njihove elemente.
- Odrediti međusobni položaj dviju kružnica te međusobni položaj pravca i kružnice.
- Odrediti odnos središnjeg i obodnog kuta.
- Izračunaj opseg i površinu kruga te duljinu kružnog luka.
- Primijeniti svojstva kružnice i kruga pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula Kružnica i krug osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stavova, s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha procjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća (reprodukcija, primjena i rješavanje problema), daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja zadataka koje je riješio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 7. razred osnovne škole

Modul 9: Sustav s dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

Priručnik za nastavnike

Modul 9: Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s rješavanjem sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Uočiti primjere sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice i njegovo rješenje
- Zapisati problemski zadatak u obliku sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Primijeniti metodu supstitucije ili metodu suprotnih koeficijenata na rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Primijeniti sustave dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

U ovom modulu učenici 7. razreda ponavljaju sadržaje vezane za linearne jednadžbe, ali i racionalne brojeve i geometriju. Na postojeća znanja nadograđuju nova znanja o sustavima dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice te primjene sustava u različitim područjima i svakodnevnom životu.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete koristiti na različite načine, bilo u cijelosti bilo u dijelovima te ih prilagoditi vašim učenicima i školskom okruženju. Sadržaje možete prilagoditi za samostalan, timski ili suradnički rad učenika, koji ćete kasnije zajednički provjeriti, ali i za rad na matematičkim izazovima i projektima, u kojima će učenici uočiti sinergiju matematike i svakodnevnog života.

Učenici će većinu zadataka moći odraditi direktno u digitalnim obrazovnim sadržajima. Onaj dio zadataka koji je predviđen za rješavanje u bilježnici možete učenicima predložiti neka rješavaju u OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici te međusobno dijeliti u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, kao što su Yammer ili Teams.

Uz svaku jedinicu je u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavno korištenje s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za primjenu digitalnih alata

GeoGebra

GeoGebra je program dinamične matematike, namijenjen učenju i poučavanju. Povezuje područja interaktivne geometrije, algebre, tabličnih proračuna, statistike, analize i crtanja grafova. Dostupna je na hrvatskom jeziku.

Više o GeoGebri pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na stranicama [GeoGebre](#).

PhotoMath

PhotoMath je aplikacija koja rješava matematičke jednadžbe pomoću kamere mobilnog telefona. Osim rješenja pokazuje i korake koji do njega dovode. Više o samoj aplikaciji možete pročitati [ovdje](#).

OneNote

OneNote je alat sa najširoom primjenom u obrazovanju. To ste do sada mogli vidjeti i kroz ovaj priručnik. U njemu se kreiraju e-bilježnice za unošenje bilješki, praćenje zadataka, suradnju sa drugima. Osim toga, OneNote sadrži i alat koji prepoznaje matematičke jednadžbe, te ih rješava prikazujući pri tome korake rješavanja. Više o samome alatu može se pročitati [ovdje](#).

WeVideo

WeVideo je online alat za uređivanje videa koji olakšava obradu, kreiranje, pogled i dijeljenje videa. Više o samome alatu možete pročitati [ovdje](#).

PowToon

PowToon je online alat za izradu animacija i prezentacija, koji je jednostavan i zabavan za korištenje. Više o njemu možete pogledati [ovdje](#).

Animatron

Animatron je besplatan online alat za izradu animacija. Jednostavan je i zanimljiv za korištenje, a više o njemu možete pročitati [ovdje](#).

QR kodovi

QR su dvodimenzionalni tipovi kodova koji se sastoje od kvadratnih uzoraka na bijeloj pozadini. Može ih očitati svaki mobitel s fotoaparatom i pristupom internetu koji ima instaliranu aplikaciju za čitanje QR kodova. Više o korištenju QR kodova u nastavi možete pročitati [ovdje](#), a napraviti vlastite QR kodove možete na [ovoj stranici](#).

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

U zbirci e-Škole scenarija poučavanja dostupni su i scenariji [Potraga za rješenjem](#) i [Dvostruko nepoznato](#), koji su osmišljeni za 7. razred osnovne škole, a odnose se na sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznicama. Za uvježbavanje primjene sustava linearnih jednadžbi možete koristiti i scenarij [Igrajmo se algebre](#), kao i [Problemski zadaci bez problema](#) osmišljen za 1. razred srednje škole, ali primjenjiv i u 7. razredu osnovne škole. Odaberite aktivnosti prema mogućnostima vaših učenika i škole.

Online kalkulatori za rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznate:

- [Symbolab](#)
- [MathPapa](#)
- [WolframAlpha](#)
- [OnlineMSchool](#)
- [HackMath](#)

Možete upotrijebiti i ove sadržaje za dodatna pojašnjenja ili uvježbavanje

- [Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznate](#), Antonija Horvatek
- [Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznate i rješenje sustava](#), eduvizija.hr
- [Petica +7](#), udžbenik za 7. razred osnovne škole izdavačke kuće Sysprint
- [Rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznate](#), matematika.odliča.net
- [Sustav linearnih jednadžbi](#), prof.dr.sc.Blaženka Divjak
- [Linearne jednadžbe](#), Zanimacija

Igre sa sustavima dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznate:

- [Lopte](#) (GeoGebra)
- [Skrivena slika](#) (GeoGebra)
- [Bazen](#) (GeoGebra)
- [System of Equations, Basketball](#) (Adobe Flash, engleski jezik)

- [Nyan Cat The MATH Game -Systems of Linear Equations](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Solve a system of equations using substitution](#), (engleski jezik)
- [Solving System of Linear Equations, Jeopardy](#) (engleski jezik)

Različiti kvizovi i interaktivni sadržaji o proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama na engleskom jeziku:

- [System of Linear Equations](#) na mrežnim stranicama Desmosa
- Khan Academy [Systems of Linear Equations](#)

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- [Sustav jednadžbi kroz osnovnu školu](#), Željko Brčić
- [Razni stručni tekstovi](#), mr.sc.Bojan Kovačić
- [12 zadataka primjene](#), Matematika Plus, Element
- [System of Linear Equations](#), Math Warehouse (engleski jezik)
- [Systems of Linear Equations, resources](#), Shmoop (engleski jezik)
- [System of equations, activities](#), study.com (engleski jezik)
- [Linear Equation Game](#), Education World (engleski jezik)
- [Linear Equations](#), Soft School (engleski jezik)
- [Makers in the Early Years](#), MakEY project (engleski jezik)
- [Open Book of Educational Inovation](#), European Schoolnet (engleski jezik)
- [Math Science Fair Project](#), education.com (engleski jezik)
- [Različite igre i aktivnosti](#) sa sustavima dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznicama, NRICH, University of Cambridge (engleski jezik)
- [Solving real-world issues trough problem based learning](#) Edutopia (engleski jezik)

Operativni plan

	Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
9.	Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice		18 + 1
		9.1. Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice	3
		9.2. Metoda supstitucije	3
		9.3. Metoda suprotnih koeficijenata	3
		9.4. Svođenje sustava na standardni oblik	3
		9.5. Primjena sustava linearnih jednadžbi u algebarskim i geometrijskim zadacima	3
		9.6. Primjena sustava linearnih jednadžbi u zadacima iz svakodnevnog života	3
		Aktivnosti za samostalno učenje	1
		Procjena usvojenosti ishoda	

9.1. Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s rješavanjem sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice te rješenje sustava
- Zapisati problemski zadatak u obliku sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Provjeriti je li dani uređeni par rješenje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja

- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskom animacijom** u kojoj simuliramo situaciju u razredu koju pretvaramo u zadatak. U tom zadatku potičemo učenike da istraže povezanost između govornog jezika i matematičkog jezika, podsjećajući ih ujedno na linearne jednadžbe iz šestog razreda.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Linearna jednadžba s jednom nepoznicom

Nadovezujemo se na radnju iz animacije i prisjećamo oblika linearne jednadžbe s jednom nepoznicom. U zanimljivostima podsjećamo učenike što su to jednadžbe i kakve su to linearne jednadžbe.

Nastavljamo s interaktivnim sadržajem ponavljanja prevođenja iz govornog jezika u matematički jezik. Nakon toga zadatak iz animacije prevodimo u linearnu jednadžbu. Podsjećamo učenike što znači riješiti jednadžbu.

Animacijom u kojoj jednadžbu prikazujemo pomoću vage u ravnoteži na zanimljiv način podsjećamo učenike kako smo rješavali linearne jednadžbe u šestom razredu. Nakon animacije podsjećamo i na matematički način rješavanja jednadžbe koja predstavlja zadatak iz uvodne animacije.

Napominjemo kakve su to ekvivalentne jednadžbe.

Nakon toga prisjećamo se što znači provjeriti jednadžbu tako da samo provjeravamo postavljenu jednadžbu pod pretpostavkom da je postavljena točno. U kasnijim jedinicama naglašavamo da dobiveno rješenje treba zapravo provjeriti u tekstu zadatka, jer postoji mogućnost da nismo točno postavili jednadžbu prevodeći tekst u jednadžbu.

Na kraju ovog dijela ponavljanja šestog razreda učenici mogu sami pokušati opisati broj svojih godina u obliku linearne jednadžbe.

Linearna jednadžba s dvije nepoznanice

Nastavljamo interaktivnim sadržajem osmišljenim za povezivanje sadržaja. Učenici kroz jednostavne primjere trebaju uočiti povezanost među veličinama, te zaključiti što bi značilo kada kažemo linearna jednadžba s dvije nepoznanice. Uvodimo pojam koeficijenta uz nepoznanice, te slobodnog koeficijenta. Usvojene sadržaje učenici će uvježbati i primijeniti kroz interaktivni zadatak koji slijedi.

Rješenje linearne jednadžbe s dvije nepoznanice

Nastavljamo zadatkom osmišljenim za istraživački rad učenika. Iz svakodnevnog situacije učenici moraju zapisati linearnu jednadžbu i prepoznati da imaju dvije nepoznanice. Moraju riješiti zadatak, za sada napamet ili pogađanjem, uočiti koliko ima rješenja i kako se zapisuju ta rješenja. U zanimljivostima govorimo o Diofantu i Diofantskim jednadžbama, te donosimo prijevod s njegovog nadgrobnog spomenika, koji su preveli učiteljica i učenici OŠ Marina Držića iz Zagreba svojim roditeljima za Dan otvorenih vrata.

Napominjemo da je rješenje linearne jednadžbe s dvije nepoznanice uređeni par, čime povezujemo sadržaje iz ovog modula sa sadržajima iz prvog modula. Napominjemo da postoji više uređenih parova koji odgovaraju postavljenoj linearnoj jednadžbi s dvije nepoznanice. Slijedi zadatak s jednostavnom Diofantskom jednadžbom, te **zadatak za one koji žele znati više** s malo složenijom Diofantskom jednadžbom.

Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

Kroz zadatak u kojem se nalaze dvije rečenice koje treba prevesti u matematički jezik uvodimo pojam dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Slijedi interaktivni zadatak za vježbu prepoznavanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice.

Nastavljamo s opisivanjem koeficijenata uz nepoznanice i slobodnih koeficijenata. Slijede interaktivni zadaci za uvježbavanje naučenog.

Rješenje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

Niz zadataka i interaktivnih vježbi pripremljeno je za usvajanje pojma rješenja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Učenicima napominjemo da postoji samo jedan uređeni par koji odgovara i jednoj i drugoj jednadžbi. U svim zadacima prvo treba napisati sustav dviju linearnih jednadžbi a zatim "pogoditi" rješenje, odnosno riješiti zadatak logičnim razmišljanjem, jer tek u idućim jedinicama opisujemo metode rješavanja sustava. Kako je logično razmišljanje jedna od važnih vještina potičemo učenike da njome ovladaju, te i sami postavljaju pitanja i analiziraju rečenice i podatke. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za vježbu provjere rješenja u samom tekstu. Vještina provjere dobivenog rješenja trebat će učenicima u jedinici primjene sustava u geometrijskim, algebarskim i zadacima iz svakodnevnog života, a korisna je i daljnjem radu i svakodnevnom životu.

Provjera rješenja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

Slijede zadaci i prateće interaktivne vježbe pomoću kojih učenici trebaju usvojiti način provjere rješenja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice.

Za **učenike koji žele znati više** pripremljeni su zadaci složenijeg sadržaja, u kojima učenici trebaju postaviti zadatak iz složenije rečenice, logičnim razmišljanjem doći do rješenja, te provjeriti je li uređeni par rješenje zadanog sustava.

Prije završetka predložimo učenicima da zamisle neki broj, opišu ga pomoću sustava i postave drugim učenicima.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a, i jedan sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice za koji trebaju učenici pokušati odgonetnuti rješenje, kao motivaciju za iduće jedinice u kojima ćemo objasniti metode rješavanja sustava.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

U skladu s mogućnostima vaših učenika i školskog okruženja učenike možete potaknuti da za istraživanje ove teme samostalno ili u grupama koriste program GeoGebra, ili neki sličan. Učenici mogu samostalno odabrati sustave linearnih jednadžbi, a njihova rješenja potražiti pomoću jednog od online kalkulatora za rješavanje sustava. Pri tome predložimo suradničko učenje.

Pogledajte i aktivnosti predložene u scenariju poučavanja [Potraga za rješenjem](#) i [Dvostruko nepoznato](#) koji su osmišljeni za 7. razred osnovne škole.

Učenicima možete pripremiti i dodatne zadatke za vježbu pomoću udžbenika za 7. razred osnovne škole [Petica +7](#), kao i pomoću zadataka Antonije Horvatek na [Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice](#).

Online kalkulatori za rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

- [Symbolab](#)
- [MathPapa](#)
- [WolframAlpha](#)
- [OnlineMSchool](#)
- [HackMath](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predložimo najprije jednu složeniju Diofantsku jednadžbu. Zatim slijede složeniji zadaci u kojima učenici trebaju postaviti sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice iz rečenice iz svakodnevnog života. Učenici trebaju i logičnim razmišljanjem pronaći ili pogoditi rješenje tog zadatka, a istinitost tog rješenja provjeriti prateći tekst zadatka. Slijedi i složeniji zadatak provjere je li uređeni par rješenja postavljenog sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da isti predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Uoči ove nastavne jedinice svakako kratko valja ponoviti način računanja linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom (pogotovo učenici s diskalkulijom).

Ukoliko se u razredu nalazi učenik s poremećajem iz spektra autizma, važno mu je najaviti i pojasniti sadržaj animacije (pri kraju učenik koji postavlja pitanje učiteljici može djelovati kao da plače).

Prvi zadatak je dobar primjer uvježbavanja za sve učenike s teškoćama koji imaju problem s razumijevanjem matematičkog jezika stoga se savjetuje za njih dodati još nekoliko sličnih primjera. U istom zadatku nije sasvim jasna povratna informacija kada se klikne na odgovarajući odgovor te na isto treba skrenuti pozornost svim učenicima s teškoćama (isto vrijedi i za zadatak 8).

Zadatak odabira primjerenih pojmova može biti zahtjevan učenicima koji imaju teškoće jezičnoga razumijevanja zbog čega im je važno osigurati podršku (dodatno pojasniti, rješavati zajednički).

U okviru projektnog zadatka je jednostavnije da učenik s teškoćom rješava jednadžbu koju je postavio njegov vršnjak, negoli da istu postavlja.

Novi oblik linearne jednadžbe valja zapisati u osobni podsjetnik gdje se nalaze ostale činjenice iz matematike koje valja upamtiti (ili postaviti na vidljivo mjesto u prostoru i na isto im ukazivati..).

U primjeru 1 se po prvi puta u nastavnoj jedinici spominju uređeni parovi zbog čega je važno isti zadatak rješavati zajedno s učenicima. Učenici koju pohađaju nastavu po prilagođenom programu rješavaju onu razinu zadataka koja je određena njihovim odgojno-obrazovnim planom (primjerice više zadataka kao što su 1, 7, 8, 12, 13).

Zadatke riječima je uvijek važno povezati s interesima učenika (primjerice interesima učenika s poremećajem iz spektra autizma; umjesto u razredu je 28 učenika, zadatak može glasiti „U razredu Harry Pottera“ nalazi se 28 učenika).

Odluku o rješavanju sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice treba donijeti u dogovoru sa stručnim timom škole. Učenicima koji imaju individualizirani pristup se sugerira osigurati vođenje kod zadataka riječima (i više vremena za rješavanje zadataka). Opisivanje brojeva pomoću dvije rečenice koje se potom zapišu u obliku sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice također može biti zahtjevno za učenike sa specifičnim teškoćama učenja.

9.2. Metoda supstitucije



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s rješavanjem sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice metodom supstitucije
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati metodu supstitucije
- Prepoznati kada je metoda supstitucije pogodna za rješavanje sustava
- Riješiti sustav dviju linearnih jednadžbi metodom supstitucije

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 sata

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskom situacijom** iz dućana. Animacijom se potiče i svijest o zdravoj prehrani.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Metoda supstitucije

Nastavljamo s interaktivnim sadržajem osmišljenim za istraživački rad učenika. Učenici na primjeru kupovine jogurta i jabuka trebaju uočiti povezanost između veličina te zapisati rečenice u obliku sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Učenici na ovom najjednostavnijem primjeru supstitucije trebaju shvatiti što zamjenjujemo i princip metode supstitucije.

Zamjena nepoznanice brojem

Najjednostavniji primjer metode supstitucije je kada jednu nepoznanicu možemo zamijeniti brojem i tako dobijemo linearnu jednadžbu s jednom nepoznanicom koju učenici znaju riješiti iz šestog razreda. Slijedi primjer i niz pratećih zadataka i interaktivnih vježbi za uvježbavanje metode supstitucije ako je vrijednost jedne nepoznanice zadana brojem. Provjerom dobivenog rješenja učenici se trebaju uvjeriti u učinkovitost metode supstitucije.

Sustavi s koeficijentom 1 uz nepoznanicu

Kada niti jednu nepoznanicu ne možemo zamijeniti brojem, gledamo koeficijente uz nepoznanice. Učenike upućujemo da u zadanim primjerima i zadacima uoče koeficijent 1 uz nepoznanicu. **Ilustracijom** podsjećamo učenike da ako ne piše koeficijent uz neku nepoznanicu znači da je on jednak broju 1, zbog svojstva množenja broja s 1. Slijedi **animacija** kojom učenicima detaljno pokazujemo kako izraziti nepoznanicu s koeficijentom 1 iz jednadžbe, te kako taj izraz zamijeniti za nepoznanicu u drugoj jednadžbi.

U zanimljivostima učenicima uvodimo pojmove monoma, binoma, trinoma i polinoma, te napominjemo učenicima da su članovi nekog izraza odvojeni zbrajanjem ili oduzimanjem. Provjerom rješenja učenici se uvjeravaju u točnost riješenog primjera. Usvojene sadržaje učenici će uvježbati i primijeniti kroz nekoliko zadataka i interaktivnih vježbi koje slijede. Zatim je jedan

zadatak u kojem ima dvije nepoznanice s koeficijentom 1, pa učenicima sugeriramo da u parovima provjere da će rješenje biti isto ako izaberemo bilo koju nepoznanicu.

Sustavi s koeficijentom -1 uz nepoznanicu

Nastavljamo metodom supstitucije rješavati sustav kojemu je jedan ili više koeficijenata broj -1 . Ilustracijom podsjećamo učenike kako prepoznati koeficijent -1 uz nepoznanicu. Slijedi primjer i prateći zadaci i interaktivne vježbe za usvajanje i uvježbavanje sadržaja.

Sustavi sa zajedničkim djeliteljem svih koeficijenata u istoj jednadžbi

Napominjemo učenicima da mogu uočiti u jednadžbi ili obje jednadžbe zajednički djelitelj svih koeficijenata. Podsjećamo učenike na značenje ekvivalentnih jednadžbi.

Slijedi primjer i niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti za uvježbavanje metode supstitucije kod sustava sa zajedničkim djeliteljem svih koeficijenata u istoj jednadžbi.

Sustavi s koeficijentima različitim od 1 ili -1 i koji nemaju zajedničkog djelitelja

U primjeru i pripadajućoj provjeri rješenja pokazujemo kako metodom supstitucije riješiti sustav postavljen na kraju prethodne jedinice, koji nema koeficijent 1 ili -1 , i niti u jednoj jednadžbi koeficijenti nemaju zajednički djelitelj kojim možemo podijeliti jednadžbu da dobijemo koeficijent 1 uz neku nepoznanicu.

Slijedi niz zadataka i interaktivnih vježbi za uvježbavanje rješavanja sustava metodom supstitucije sustava koji nemaju koeficijent 1 ili -1 , niti zajedničkog djelitelja. Učenicima predlažemo istraživanje u kojem će uočiti da će dobiti ista rješenja ako izraze neku drugu nepoznanicu iz jednadžbe, od one koja je predložena u priloženom rješenju zadatka.

Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju te mogu vježbe ponavljati koliko god puta žele.

Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Uvježbajmo

Učenicima je pripremljena interaktivna igra za uvježbavanje rješavanja sustava metodom supstitucije raznih razina složenosti u obliku društvene igre "Šašave kornjače". Zadaci i rješenja su složeni na rubovima devet kartica koje treba složiti tako da svi zadaci i sva rješenja koja se dodiruju odgovaraju. Na rubovima će biti viškovi koji nemaju par. Devet pločica (kvadratića) razbacano je i zaokrenuto. Učenicima su dani nesloženi kvadratići i mreža 3×3 u koju ih moraju posložiti tako da zadatak i rješenje međusobno odgovaraju. Iako ima viška zadataka i rješenja, postoji samo jedan način na koji se sve pločice mogu posložiti da bi sva rješenja i svi zadaci odgovarali. Pločice se mogu pomicati i rotirati.

Učenicima koji imaju problema s razumijevanjem rješavanja sustava linearnih jednačbi i koji su malo sporiji, omogućite da se dulje "igraju" ili ih motivirajte da igru završe kod kuće.

Za učenike **koji žele znati više** pripremljeni su sustavi dviju linearnih jednačbi s dvije nepoznanice koje je pogodno rješavati metodom komparacije, tako da ovdje učenicima pokazujemo i tu metodu rješavanja sustava.

Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a, te kratku procjenu znanja kojom učenici mogu dobiti povratne informacije o usvojenosti gradiva.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

U skladu s mogućnostima vaših učenika i školskog okruženja učenike možete potaknuti da za istraživanje ove teme samostalno ili u grupama koriste aplikaciju PhotoMath, ili neku sličnu. Učenici mogu samostalno osmisliti sustave dviju linearnih jednačbi s dvije nepoznanice, te ih riješiti metodom supstitucije, a potom rješenja provjeriti pomoću jednog od online kalkulatora za rješavanje sustava dviju linearnih jednačbi s dvije nepoznanice. Predlažemo uz to i suradničko, vršnjačko učenje - učenici koji su otkrili kako se jednostavnije mogu riješiti zadaci pokazuju vršnjacima i pomažu im u snalaženju.

Online kalkulatori za rješavanje sustava dviju linearnih jednačbi s dvije nepoznanice:

- [Symbolab](#)
- [MathPapa](#)
- [WolframAlpha](#)
- [OnlineMSchool](#)
- [HackMath](#)

Pogledajte i aktivnosti predložene u scenariju poučavanja [Potraga za rješenjem](#) i [Dvostruko nepoznato](#) pa neke upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo nekoliko zadataka rješavanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice metodom komparacije, koja je veoma korisna u kasnijim sadržajima, primjerice kod linearne funkcije.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s teškoćama valja unaprijed najaviti sadržaj početnog videozapisa i pokušati ih motivirati na komentiranje osobnih iskustava u sličnim situacijama. Kod učenika koji imaju nedostatne jezične sposobnosti nije potrebno inzistirati da ovladaju istoznačnicama (supstitucija ili zamjena).

Definiciju metode supstitucije valja pojednostaviti:

Metoda zamjene je način rješavanja dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

- najprije jednu nepoznanicu zamjenjujemo nekim brojem ili izrazom

- na kraju dobijemo linearnu jednadžbu s jednom nepoznanicom

Prilikom rješavanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice važno je podsjećati učenike da koriste vizualne podsjetnike na način da zaokružuju (ili pišu drugom bojom) rješenje prve odnosno druge nepoznanice kako bi na kraju brže definirali uređeni par.

Prilikom rješavanja zadatka 2 učenicima s motoričkim teškoćama, onima s intelektualnim teškoćama ali i učenicima s diskalkulijom valja osigurati više vremena ili im odrediti manji broj zadataka koje trebaju riješiti.

Zadatak pod nazivom "Uvježbajmo" je vizualno zahtjevan zadatak zbog čega je učenike potrebno voditi u rješavanju istoga.

Uoči trećeg zadatka učenike s teškoćama valja podsjetiti na matematičke operacije koje se odnose na razlomke. Kod učenika koji se školuju prema prilagođenom programu se odabire jednostavnija, bazična razina (primjerice, isti zadatak s prirodnim brojevima). Navedeno vrijedi i za zadatke kao što su 6, 7 i 10. U slučaju nedoumica, preporuča se savjetovati sa stručnim suradnikom.

Kod rješavanja sustava dviju linearnih jednažbi s dvije nepoznanice važno je ponoviti videozapis ili isti postupak pojasniti koristeći boje ili zaokruživanje (radi lakšeg praćenja i razumijevanja). Prvotni zadatak, od kojeg se kreće, mora biti prisutan na ploči za vrijeme postupnog računanja. Učenike s teškoćama je važno podsjetiti na promjenu predznaka prilikom promjena izraza strana tijekom računanja.

9.3. Metoda suprotnih koeficijenata



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s rješavanjem sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice metodom suprotnih koeficijenata
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati metodu suprotnih koeficijenata
- Prepoznati kada je metoda suprotnih koeficijenata pogodna za rješavanje sustava
- Riješiti sustav dviju linearnih jednadžbi metodom suprotnih koeficijenata

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 sata

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskim zadatkom** u kojem situaciju iz svakodnevnog života i govornog jezika prevodimo u matematički jezik u obliku dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice, čiji su koeficijenti suprotni brojevi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Metoda suprotnih koeficijenata

Na početku se pomoću interaktivne vježbe prisjećamo iz šestog razreda značenja suprotnih brojeva i svojstva zbrajanja suprotnih brojeva. Pomažemo učenicima da uoče suprotne koeficijente u jednadžbama, te pomoću **videa** pokazujemo kako se sustav rješava metodom suprotnih koeficijenata.

Slijedi vesela **ilustracija** koja podsjeća učenike da je zbroj suprotnih brojeva jednak nuli.

Koeficijenti uz istu nepoznanicu su suprotni brojevi

Slijedi primjer, provjera rješenja i niz pratećih zadataka i interaktivnih vježbi za uvježbavanje rješavanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice metodom suprotnih koeficijenata kada su koeficijenti uz istu nepoznanicu suprotni brojevi. Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka. Uz zadatke su pripremljene upute tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo.

Suprotni koeficijenti uz nepoznanicu dobiveni množenjem jedne jednadžbe

Interaktivnim vježbama pomažemo učenicima da lakše uoče veze među koeficijentima, te ih podsjećamo kakvi su to ekvivalentni sustavi, te kako množenjem ili dijeljenjem jednadžbi dobijemo ekvivalentne jednadžbe. Slijedi primjer rješavanja sustava metodom suprotnih koeficijenata u kojem množenjem jedne jednadžbe dobijemo suprotne koeficijente uz istu nepoznanicu. Da su takvi sustavi ekvivalentni uvjeravamo učenike s dvije provjere rješenja, tako da prvo uvrste dobiveno rješenje u zadani sustav, a zatim u sustav pomnožen nekim brojem kako bi se dobili suprotni koeficijenti uz istu nepoznanicu. Nastavljamo zadacima i interaktivnim vježbama za usvajanje rješavanja sustava metodom suprotnih koeficijenata kada suprotne koeficijente uz istu nepoznanicu dobijemo množenjem jedne jednadžbe. Nailazimo na zadatak

u kojem su suprotni slobodni koeficijenti i predlažemo učenicima da ga riješe kao što smo rješavali sustave sa suprotnim koeficijentima uz istu nepoznanicu, te da se uvjere da ćemo zbrajanjem takvih jednadžbi dobiti linearnu jednadžbu s dvije nepoznanice i slobodnim koeficijentom nula. Predlažemo metodu supstitucije i učenike navodimo na zaključak da je rješenje sustava isto ako ga rješavamo bilo kojom metodom.

Suprotni koeficijenti uz nepoznanicu dobiveni množenjem obje jednadžbe

Nastavljamo s interaktivnim sadržajem osmišljenim za istraživački rad učenika. Učenici na raznim primjerima uočavaju kojim brojevima mogu množiti jednadžbe da dobiju suprotne koeficijente. Predlažemo da to bude najmanji zajednički višekratnik odabranih koeficijenata, ali napominjemo učenicima da mogu množiti i jednu jednadžbu s koeficijentom druge jednadžbe i obrnuto, pri tome pazeći na predznake.

Slijedi primjer s pratećim zadacima provjere rješenja, te provjere ekvivalentnosti zadanog sustava i sustava dobivenog množenjem obje jednadžbe, kao u prethodnom poglavlju. Zatim predlažemo učenicima da taj isti sustav pomnože nekim drugim brojevima i uvjere se da će u svakom slučaju dobiti ekvivalentne sustave. Nastavljamo nizom zadataka i interaktivnih vježbi za usvajanje metode suprotnih koeficijenata kada je potrebno množiti obje jednadžbe da bi se dobili suprotni koeficijenti uz istu nepoznanicu.

Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka. Uz zadatke su pripremljene upute tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo.

Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Uvježbajmo

Za uvježbavanje rješavanja sustava metodom suprotnih koeficijenata pripremili smo **interaktivnu igru** sličnu kao društvena igra "Šašave kornjače". Igru i njena pravila opisali smo u jedinici 9.2., i već ranije u jedinici 3.2. Učenicima koji imaju problema s razumijevanjem rješavanja sustava linearnih jednadžbi i koji su malo sporiji, omogućite da se dulje "igraju" ili ih motivirajte da igru završe kod kuće.

Nemoguć i neodređen sustav

Za učenike koji žele znati više pripremili smo sadržaje o nemogućem i neodređenom sustavu, ali preporučamo da motivirate i ostale učenike da prouče sadržaj. Predlažemo da za neodređen sustav učenici pronađu nekoliko rješenja sustava (primjerice, svaki učenik po jedno ili u parovima) i naprave provjeru dobivenih rješenja.

Završetak

Za kraj ponavljamo najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a, i završavamo kratkom procjenom znanja kojom učenici mogu dobiti povratne informacije o usvojenosti gradiva.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

U skladu s mogućnostima vaših učenika i školskog okruženja učenike možete potaknuti da za istraživanje ove teme samostalno ili u grupama koriste program GeoGebra, ili neki sličan. Učenici mogu samostalno odabrati neki od ponuđenih materijala napravljenih u Geogebri, a koji prikazuju sustave linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice, a spretniji mogu i sami napraviti kviz u Geogebri. Predlažemo uz to i suradničko, vršnjačko učenje - učenici koji su otkrili kako se nešto može napraviti u programu pokazuju vršnjacima i pomažu im u snalaženju.

Pogledajte [Malu školu GeoGebre](#) koju je pripremio Damir Belavić. Više informacija potražite na stranici [Upute u savjeti o uporabi GeoGebre](#).

Pri provjeri rješenja zadataka, učenici mogu koristiti aplikaciju [PhotoMath](#), kao i jedan od online kalkulatora za rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

- [Symbolab](#)
- [MathPapa](#)
- [WolframAlpha](#)
- [OnlineMSchool](#)
- [HackMath](#)

Pogledajte i aktivnosti predložene u scenariju poučavanja [Potraga za rješenjem](#) i [Dvostruko nepoznato](#) pa neke upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo proučiti nemoguć i neodređen sustav, odnosno omjere koeficijenata koji trebaju biti da bi sustav bio nemoguć, neodređen ili da bi imao jedinstveno rješenje. Pripremljeni su zadaci u kojima se kroz dobiveno rješenje može zaključiti kakav je sustav, a zatim se pomoću interaktivne vježbe uočavaju omjeri koeficijenata. Na taj način učenici sami mogu istraživati omjere koeficijenata u pojedinim vrstama sustava, uz

povratnu informaciju koja im je odmah dostupna. Predlažemo da za neodređen sustav učenici pronađu nekoliko rješenja sustava (primjerice, svaki učenik po jedno ili u parovima) i naprave provjeru dobivenih rješenja.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Matematičke zagonetke su vrlo zahtjevne za učenike s teškoćama u razvoju, preporuča se s učenicom proći zadatak i provjeriti je li razumio slijed i logiku zadatka.

Učenike s teškoćama valja podsjetiti na obilježja suprotnih brojeva na dodatnim primjerima.

Kod zadatka 3 je učenicima s teškoćama važno skrenuti pozornost na izraz iz samoga zadatka koji se navodi dva zadatka prije (u zadatku 1). Ukoliko se pravilo o zbroju suprotnih brojeva nalazi u njihovim osobnim podsjetnicima, važno ga je pronaći kako bi isto bilo vidljivo tijekom cijele nastavne jedinice.

Primjer u videozapisu na dobar način prikazuje postupak rješavanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice, jedino što bi još dodatno moglo približiti postupak učenicima s teškoćama je korištenje vizualne podrške (zaokruživanje suprotnih brojeva, podsjećanje da njihov zbroj iznosi 0, označavanje rješenja bojama i slično). Isto je primjenjivo tijekom računanja na ploči.

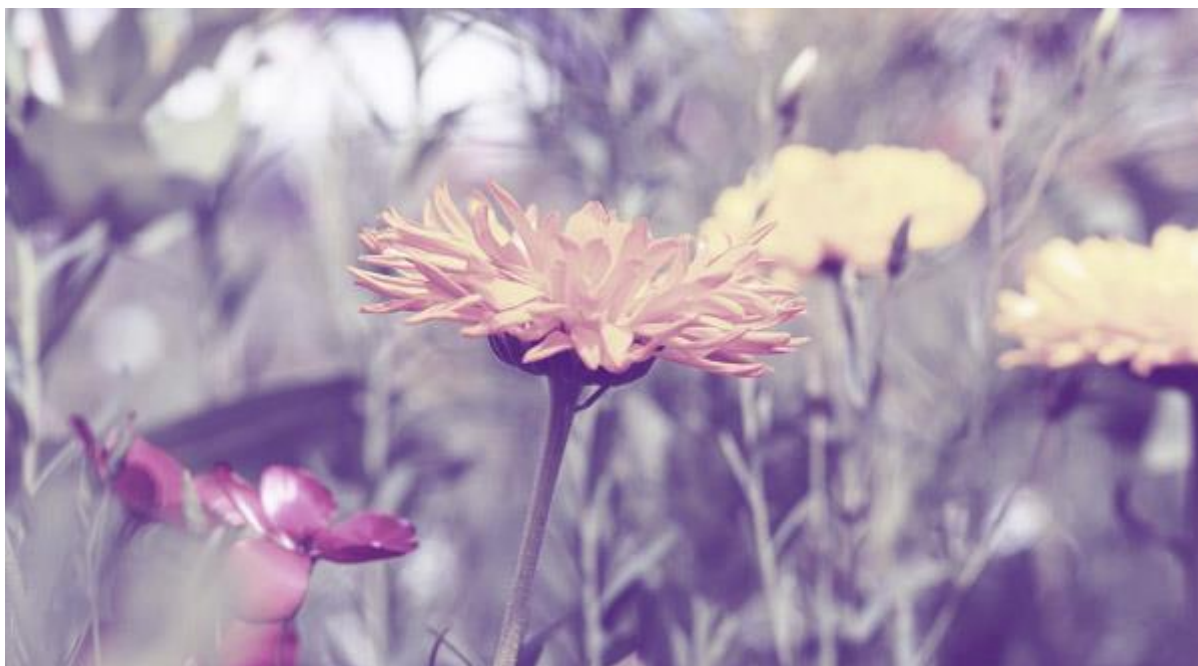
Vrsta zadataka kao što su 3, 4 ili 11 je važna za sve učenike koji sporije ovladavaju matematičkim pravilima i operacijama jer se bez razumijevanja bazičnih koncepata ne može očekivati rješavanje složenih složenih sustava jednadžbi. Ilustracija koja je dobar način približavanja gradiva učenicima s teškoćama se nalazi u samoj jedinici – primjer $-5+5=0$ (valja ju uključiti u osobni podsjetnik, poster, neki od web alata za prezentaciju):

Zadatke u kojima se očekuje rješavanje jednadžbi u kojima se nalaze razlomci ne valja nuditi onim učenicima koji nisu svladali razlomke.

U zadatku Uvježbajmo valja voditi računa o vizualnoj zahtjevnosti zadatka zbog čega se savjetuje sugestivno navođenje učenika.

Postupak korištenja suprotnih koeficijenata uz nepoznanicu dobivenih množenjem jedne jednadžbe valja dodatno postupno objasniti i radije se dulje vremena zadržati na jednom primjeru negoli očekivati da učenici krenu s računanjem daljnjih zadataka. Isto vrijedi i za svladavanje množenja svake jednadžbu nekim brojem tako da dobijemo suprotne koeficijente uz jednu nepoznanicu. Važnije je da učenici s teškoćama u matematici (motoričke teškoće, intelektualne teškoće, diskalkulija) savladaju osnovnu razinu (primjerice do suprotnih koeficijenata uz nepoznanicu dobiveni množenjem jedne jednadžbe).

9.4. Svođenje sustava na standardni oblik



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane sa svođenjem sustava na standardni oblik
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati standardni oblik sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Svesti sustav dviju linearnih jednadžbi na standardni oblik
- Svođenjem sustava na standardni oblik riješiti sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskim zadatkom** u obliku stripa, u kojem uočavamo da zadaci mogu biti postavljeni i u nestandardnom obliku, pa ih treba znati napisati u standardnom obliku da bi se mogli riješiti opisanim metodama.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ponovimo rješavanje linearnih jednadžbi s jednom nepoznicom

Rješavanje linearnih jednadžbi s jednom nepoznicom učenici su susreli u šestom razredu, pa ih sada podsjećamo na oblik te jednadžbe i način rješavanja iste. Prisjećamo se i matematičkih svojstava i računskih radnji pomoću kojih možemo dobiti početni oblik linearne jednadžbe s jednom nepoznicom. Kroz niz zadataka podsjećamo se kako premjestiti nepoznanice i poznanice svako na svoju stranu, kako se riješiti zagrada i razlomaka u jednadžbama. Također se prisjećamo i što znači provjeriti rješenje jednadžbe.

Standardni oblik sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

Vraćajući se na motivacijski zadatak kroz interakciju učenike navodimo na to da sustav može biti zadan u nestandardnom obliku. Slijedi uputa kako izgleda standardni oblik sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Nastavljamo s nekoliko interakcija u kojima opisujemo i prepoznavamo standardni oblik sustava.

Svođenje sustava na standardni oblik

Da bi sveli sustav na standardni oblik, učenicima napominjemo da mogu koristiti ista matematička svojstva i računске radnje koje koriste pri rješavanju linearnih jednadžbi s jednom nepoznicom. Niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljeno je za uvježbavanje svođenja sustava na standardni oblik. Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka. Uz zadatke su pripremljene upute tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo.

Slijedi napomena i upozorenje na tipične greške koje učenici rade pri svođenju sustava na standardni oblik, te upute na što treba pripaziti kod svođenja sustava na standardni oblik.

U ovom poglavlju ne rješavamo zadatke do kraja, samo ih svodimo na standardni oblik. Kasnije ćemo predložiti učenicima da se vrate na ovo poglavlje i riješe do kraja zadatke.

Rješavanje sustava svođenjem na standardni oblik

Na početku svedemo na standardni oblik i riješimo sustav iz motivacijskog zadatka, te provjerimo smislenost rješenja u danom kontekstu zadatka. Slijedi primjer rješavanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice svođenjem na standardni oblik. Učenici se uvjeravaju u ekvivalentnost sustava zapisanog u nestandardnom i standardnom obliku pomoću dva zadatka provjeravajući je li uređeni par rješenje takvih sustava. Provjeravamo za uređeni par koji smo dobili rješavanjem sustava svedenog na standardni oblik jednom od metoda iz prethodnih jedinica.

Usvojene sadržaje učenici će uvježbati i primijeniti kroz nekoliko interaktivnih zadataka koji slijede. Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine. Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Za učenike koji žele znati više pripremili smo nekoliko složenijih zadataka za rješavanje sustava svođenjem na standardni oblik.

Završetak

Završavamo s **GeoGebrinim apletom** od 9 zadataka sustava zadanih u nestandardnom obliku. Ukoliko ih učenici točno riješe otkrit će im se slika, pa im to može poslužiti kao samoprocjena.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#), pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

U skladu s mogućnostima vaših učenika i školskog okruženja učenike možete potaknuti da za istraživanje ove teme samostalno ili u grupama koriste program GeoGebra, ili neki sličan. Učenici mogu samostalno riješiti ponuđeni materijal napravljen u Geogebri, a koji prikazuju svođenje sustava linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice na standardni oblik, a spretniji mogu i sami napraviti sličan materijal u Geogebri. Predlažemo uz to i suradničko, vršnjačko učenje - učenici koji su otkrili kako se nešto može napraviti u programu pokazuju vršnjacima i pomažu im u snalaženju.

Pogledajte [Malu školu GeoGebre](#) koju je pripremio Damir Belavić. Više informacija potražite na stranici [Upute u savjeti o uporabi GeoGebre](#).

Pri provjeri rješenja zadataka, učenici mogu koristiti aplikaciju [PhotoMath](#), kao i jedan od online kalkulatora za rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

- [Symbolab](#)
- [MathPapa](#)
- [WolframAlpha](#)

- [OnlineMSchool](#)
- [HackMath](#)

Pogledajte i aktivnosti predložene u scenariju poučavanja [Potraga za rješenjem](#) i [Dvostruko nepoznato](#) pa neke upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo nekoliko složenijih sustava u nestandardnom obliku, među njima su i neodređen i nemoguć sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Ovakvi zadaci s dvojnim razlomcima i općenito takvi složeniji zadaci pomažu u stjecanju vještina ustrajnosti, pažljivosti i koncentracije kod učenika.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Od učenika koji imaju teškoće s matematičkim konceptima ne treba očekivati da napamet riješe primjer iz početne ilustracije.

Tekstualni dio rješenja prvog zadatka je prilično složen zbog čega je učenike s teškoćama usmenim putem podsjetiti na način rješavanja linearnih jednadžbi s jednom nepoznanicom. Treći, četvrti i deseti zadatak se preporuča zamijeniti prirodnim brojevima (za one učenike koji nisu ovladali razlomcima). Prilikom računanja preporuča se omogućiti uporabu kalkulatora (npr. učenici s diskalkulijom, učenici s motoričkim teškoćama, učenici s intelektualnim teškoćama).

Način zapisivanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice valja uvrstiti u osobne podsjetnike ili na vidljivo mjesto u prostoru (uz jednostavnije oblike jednadžbi). Svi učenici koji sporije ovladavaju matematičkim sadržajima trebaju dobro uvježbati prepoznavanje standardnih oblika dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice (ukoliko je potrebno, izložiti ih većem broju zadataka kao što su zadaci 6 i 7). Kod samih izračuna učenicima s teškoćama valja osigurati produljeno vrijeme rješavanja ili odabrati manji broj zadataka koji oni trebaju riješiti. Prilikom računanja uvijek je važno osigurati uporabu papira i olovke i/ili kalkulatora (onim učenicima kojima je to potrebno).

Zadatak 11 je vizualno nepregledan za sve učenike koji imaju teškoće vizualne percepcije zbog čega je bolje osigurati zamjensku aktivnost. Kod svih zadataka kao što je primjerice dvanaesti zadatak važno je osigurati pomoć učenicima s motoričkim teškoćama (pomoćnik ili drugi učenik). Kada se od učenika očekuje da integriraju dosadašnja znanja, primjerice, da odaberu metodu koja se čini pogodnija s obzirom na dobivene koeficijente, važno ih je usmeno podsjećati na korake prilikom rješavanja kao i na dostupne metode. Svi učenici koji sporije ovladavaju matematičkim operacijama zaborave pojedine činjenice i valja ih iznova podsjećati (npr. najprije se „riješimo“ zagrada). Primjerice, kod rješavanja sustava u nestandardnom obliku važna su tri pravila:

- Najprije svedemo sustav na standardni oblik .
- Koristimo metodu koja je pogodnija s obzirom na koeficijente koje smo dobili.
- Uvrstimo vrijednosti nepoznanica u nestandardni oblik.

Od 15. do 19. zadatka je važno uzeti u obzir razinu matematičkog znanja kojim je učenik ovladao i zamijeniti pojedine zadatke jednostavnijima ili odabrati samo nekoliko zadataka koje učenik treba riješiti. Kao što je u više navrata napomenuto, uvijek je važno pridržavati se individualnog odgojno-obrazovnog plana koji je napisan za pojedinog učenika i surađivati sa stručnim timom.

9.5. Primjena sustava dviju linearnih jednadžbi u algebarskim i geometrijskim zadacima



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s primjenom sustava dviju linearnih jednadžbi u algebarskim i geometrijskim zadacima
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgajno-obrazovni ishodi

- Prepoznati mogućnost rješavanja problemskog zadatka koristeći se sustavom dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Odabrati odgovarajuću metodu rješavanja sustava
- Primijeniti sustave linearnih jednadžbi u algebarskim i geometrijskim zadacima
- Uporabiti digitalnu tehnologiju pri rješavanju sustava linearnih jednadžbi u algebarskim i geometrijskim zadacima

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka

- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskom animacijom** u kojoj povezujemo sustav dviju linearnih jednadžbi s geometrijskim sadržajem iz svakodnevnog života. U tom zadatku potičemo učenike da uoče povezanost između geometrijskih pojmova, svakodnevnog života i linearnih jednadžbi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Prisjetimo se

Nastavljamo s interaktivnim sadržajem osmišljenim za ponavljanje. Ponavljamo pojmove kao što su linearna jednadžba s dvije nepoznanice i njeno rješenje, sustav dviju linearnih jednadžbi i njegovo rješenje, te metode rješavanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Interaktivnim vježbama ponavljamo kako prevesti govorni jezik u matematički izraz.

Koraci rješavanja sustava

Nadalje upućujemo učenike da pažljivo pročitaju zadatak, odrede nepoznate i poznate veličine, zapišu sustav, riješe ga te provjere smislenost rješenja i na kraju zapišu odgovor.

Kroz primjere i zadatke pokazujemo kako primijeniti korake rješavanja sustava zadanog riječima te ujedno ponavljamo i utvrđujemo sadržaje iz dosadašnjih jedinica modula Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Kako je čitanje zadatka s razumijevanjem jedna od važnih vještina, potičemo učenike da njome ovladaju te i sami postavljaju pitanja i analiziraju podatke zadane u zadatku.

Algebarske jednadžbe

Primjer jednostavne algebarske jednadžbe zadan je **ilustracijom**, iza koje slijedi rješavanje sustava po koracima opisanim u prethodnom poglavlju. Slijede zadatak i interaktivna vježba sličnog sadržaja kao primjer za uvježbavanje. Nastavljamo s primjerom i pratećim zadacima i interaktivnim vježbama otkrivanja nepoznatih dvoznamenkastih brojeva.

Nastavljamo s primjerima i pratećim zadacima s postocima i omjerima, povezujući tako novo s već usvojenim gradivom.

Uz zadatke su pripremljene upute tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo.

Geometrijski zadaci

Slijede primjeri i zadaci geometrijskog sadržaja. Učenici će kroz zadatke i interaktivne vježbe ponoviti opseg, površinu i neka svojstva pravokutnika i trokuta i povezati te sadržaje sa sustavima dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Slijedi zadatak geometrijskog sadržaja povezan sa svakodnevnim životom u kojem treba postaviti i riješiti sustav linearnih jednadžbi. Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine. Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Za učenike koji žele znati više pripremljeni su složeniji algebarski zadaci. Uz zadatke su pripremljene upute tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo ili si malo pomoći ako zapnu pri rješavanju.

Završetak

Na kraju ćete naći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a te još jedan geometrijski zadatak povezan sa svakodnevnim životom, koji treba riješiti pomoću sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Zadatak je zadan pomoću **GeoGebrinog apleta**, tako da može izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju te mogu vježbu ponavljati koliko god puta žele.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

U skladu s mogućnostima vaših učenika i školskog okruženja učenike možete potaknuti da za istraživanje ove teme samostalno ili u grupama koriste program GeoGebra, ili neki sličan. Učenici mogu samostalno riješiti ponuđeni materijal napravljen u Geogebri, a koji prikazuju primjene sustava linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice, a spretniji mogu i sami napraviti sličan materijal u Geogebri. Predlažemo uz to i suradničko, vršnjačko učenje - učenici koji su otkrili kako se nešto može napraviti u programu pokazuju vršnjacima i pomažu im u snalaženju.

Pogledajte [Malu školu GeoGebre](#) koju je pripremio Damir Belavić. Više informacija potražite na stranici [Upute u savjeti o uporabi GeoGebre](#).

Pri provjeri rješenja zadataka, učenici mogu koristiti aplikaciju [PhotoMath](#), kao i jedan od online kalkulatora za rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

- [Symbolab](#)
- [MathPapa](#)
- [WolframAlpha](#)
- [OnlineMSchool](#)
- [HackMath](#)

Pogledajte i aktivnosti predložene u scenariju poučavanja [Potraga za rješenjem](#) i [Dvostruko nepoznato](#) pa neke upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika. Možete iskoristiti i pojedine aktivnosti scenarija poučavanja [Igrajmo se algebre](#), kao i [Problemski zadaci bez problema](#) osmišljen za 1. razred srednje škole, ali primjenjivi u ovoj aktivnosti. Odaberite aktivnosti prema mogućnostima vaših učenika i škole.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predložimo složenije algebarske zadatke s količnikom i ostatkom pri dijeljenju. Uz zadatke su pripremljene upute tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo ili si malo pomoći ako zapnu pri postavljanju ili rješavanju sustava. Za darovite učenike savjetujemo i jedan od [12 zadataka primjene](#), Matematike Plus, izdavačke kuće Element

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Početni primjer, kao i dosada, valja dovesti u vezu s iskustvima učenika iz svakodnevnog života (npr. jesu li ikada sudjelovali u nabavci materijala za građenje, kako su određivali dimenzije i slično).

Usmeno definiranje pojmova je važno potkrijepiti izrazima kako bi se učenici s memorijskim teškoćama lakše podsjetili samih definicija.

Kod označavanja točnih odgovora (npr. zadatak 1) učenici s teškoćama trebaju koristiti papir i olovku. Kod trećeg zadatka nije sasvim jasno da će se sustavi linearnih jednažbi sami generirati kada se riješi prvi sustav te učenicima s teškoćama valja dati takvo objašnjenje.

Pri prevođenju rečenica u matematičke izraze jako je važno dati jasne upute svim učenicima koji imaju teškoće jezičnoga razumijevanja, za njih su ovi zadaci zahtjevni (prilikom rješavanja ih valja podsjetiti na korištenje podsjetnika kao što je podsjetnik u nastavnoj jedinici – primjeri prevođenja prije zadatka 4).

Postupak rješavanja problemskih zadataka koji je sveden na 7 koraka se preporuča postaviti na vidljivo mjesto na zaslonu ili u prostoru kako bi se učenici koji imaju problema s matematičkim jezikom mogli voditi koracima prilikom rješavanja zadataka.

Za sve učenike koji sporije ovladavaju rješavanjem složenijih jednažbi savjetuje se prilikom rješavanja algebarskih jednažbi odabrati jednostavnije verzije zadataka (npr. primjer 2 i zadatak 6). Kod zadataka koji sadrže decimalne brojeve, učenike s teškoćama je važno podsjetiti na pravila vezana uz decimalne brojeve.

Kod geometrijskih zadataka učenici sa specifičnim teškoćama učenja kao i učenici s drugim teškoćama bi trebali imati pristup geometrijskim formulama (opseg, površina). Prilikom rješavanja je važno skicirati svaki lik i podsjećati učenike na hodogram rješavanja zadataka.

Uporaba različitih digitalnih alata može biti primjereno rješenje za pojedine učenike s teškoćama. Uporaba alata kao što je PhotoMath (ili nekog drugog online sustava za rješavanje) može zainteresirati učenika za samo gradivo i povećati razinu njegove aktivnosti na nastavi. Učenik s poremećajem iz spektra autizma može dobiti zadatak da pronađe još neki od dostupnih kalkulatora. Uvijek je poželjno poticati uvođenje digitalne tehnologije u rad s učenicima s teškoćama.

9.6. Primjena sustava linearnih jednadžbi u zadacima iz svakodnevnog života



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s primjenom sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice u zadacima iz svakodnevnog života
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati mogućnost rješavanja problemskog zadatka pomoću sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Primijeniti sustave linearnih jednadžbi u zadacima iz svakodnevnog života
- Provjeriti smislenost rješenja sustava u danom kontekstu
- Uporabiti digitalnu tehnologiju pri primjeni sustava linearnih jednadžbi u zadacima iz svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka

- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskom interakcijom** u kojoj povezujemo sustav dviju linearnih jednadžbi s geometrijskim sadržajem iz svakodnevnog života. U tom zadatku potičemo učenike da uoče povezanost između geometrijskih pojmova, svakodnevnog života i linearnih jednadžbi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Sustav u koracima

Nastavljamo s interaktivnim sadržajem osmišljenim za ponavljanje do sada naučenog, a prvenstveno koraka rješavanja sustava. Interaktivnim vježbama ponavljamo kako prevesti govorni jezik u matematički izraz.

Sustavi u životu

Ovo poglavlje počinjemo animacijom živopisne životinjske farme, gdje kroz razgovor dječaka i djevojčice učenici trebaju odgonetnuti koliko je životinja na farmi. Zadatak mogu riješiti samostalno ili u grupama prodiskutirati o mogućim rješenjima.

Nadalje upućujemo učenike da pažljivo pročitaju zadatak, odrede nepoznate i poznate veličine, zapišu sustav, riješe ga te provjere smislenost rješenja i na kraju zapišu odgovor.

Kroz primjere i zadatke pokazujemo kako primijeniti korake rješavanja sustava zadanog riječima te ujedno ponavljamo i utvrđujemo sadržaje iz dosadašnjih jedinica modula Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Kako je čitanje zadatka s razumijevanjem jedna od važnih vještina, potičemo učenike da njome ovladaju te i sami postavljaju pitanja i analiziraju podatke zadane u zadatku.

Grupirani su slični zadaci kako bi učenicima bilo što lakše odgonetnuti smisao samoga zadatka. Savjetujemo po jedan zadatak odraditi zajedno s njima, a ostale zadatke istog tipa ostaviti učenicima za samostalno rješavanje ili za grupni rad.

Uvježbajmo

Ovo poglavlje sadrži zadatke sa primjenom sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice u raznim područjima života. Kako su uz zadatke dane i detaljne upute, savjetujemo da učenici ove zadatke pokušaju riješiti samostalno kod kuće ili u paru sa drugim učenikom.

Za učenike koji žele znati više pripremljeni su složeniji zadaci sa primjenom sustava linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice u fizici. Uz zadatke su pripremljene upute tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo ili si malo pomoći ako zapnu pri rješavanju.

Tehnologija u nastavi

Kako je tehnologija nezaobilazan dio života učenika, tako je i suvremena nastava nezamisliva bez tehnologije. Predložimo učenicima zadati kompliciranije zadatke sa primjenom sustava linearnih jednadžbi i rješenje potražiti pomoću suvremenijeg kalkulatora, ali i pomoću računala ili pomoću mobitela. Savjetujemo učenicima pokazati aplikacije kao što su PhotoMath, ali i OneNote i Excel u kojima mogu vrlo jednostavno riješiti sustave linearnih jednadžbi. Učenicima sugerirajte i projektni zadatak u kojemu će odabrati problemski zadatak i korake rješavanja snimiti pomoću alata WeVideo ili napraviti animirani film pomoću alata PowToon ili Animatron.

Završetak

Na kraju ćete naći podsjetnik na koji način najbolje riješiti zadatke sa primjenom sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice, kao i interaktivnu kartu s blagom, gdje će na zanimljivi način ponoviti naučeno u ovoj jedinici.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

U skladu s mogućnostima vaših učenika i školskog okruženja učenike možete potaknuti da za istraživanje ove teme samostalno ili u grupama koriste program GeoGebra, ili neki sličan. Učenici mogu samostalno riješiti ponuđeni materijal napravljen u Geogebri, a koji prikazuju primjene sustava linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice, a spretniji mogu i sami napraviti sličan materijal u Geogebri. Predložimo uz to i suradničko, vršnjačko učenje - učenici koji su otkrili kako se nešto može napraviti u programu pokazuju vršnjacima i pomažu im u snalaženju.

Pogledajte [Malu školu GeoGebre](#) koju je pripremio Damir Belavić. Više informacija potražite na stranici [Upute u savjeti o uporabi GeoGebre](#).

Pri provjeri rješenja zadataka, učenici mogu koristiti aplikaciju [PhotoMath](#), kao i jedan od online kalkulatora za rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

[Symbolab](#)

[MathPapa](#)

[WolframAlpha](#)

[OnlineMSchool](#)

[HackMath](#)

Pogledajte i aktivnosti predložene u scenariju poučavanja [Potraga za rješenjem](#) i [Dvostruko nepoznato](#) pa neke upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika. Možete iskoristiti i pojedine aktivnosti scenarija poučavanja [Igrajmo se algebre](#), kao i [Problemski zadaci bez problema](#) osmišljen za 1. razred srednje škole, ali primjenjivi u ovoj aktivnosti. Odaberite aktivnosti prema mogućnostima vaših učenika i škole.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo složenije zadatke s računanjem vremena ili brzine iz fizike. Uz zadatke su pripremljene upute tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo ili si malo pomoći ako zapnu pri postavljanju ili rješavanju sustava. Za darovite učenike savjetujemo i jedan od [12 zadataka primjene](#), Matematike Plus, izdavačke kuće Element. Njih mogu riješiti na dodatnoj nastavi ili na satu ukoliko budu prije svih gotovi s radom. Mogu ih raditi u grupi sa drugim učenicima.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Drugi zadatak je grafički nepregledan i time neprimjeren za učenike s teškoćama vizualne obrade (pogotovo polja s više teksta) zbog čega je tim skupinama djece važno osigurati pisani oblik istoga zadatka, prilagodbu zadatka (npr. reducirati broj parova) ili zamjenski zadatak.

Učenici koji imaju teškoće s matematičkim jezikom trebaju dobro uvježbati prepoznavanje/pronalaženje sustava linearnih jednadžbi koje opisuju problemske zadatke (primjerice, prvi dio zadatka 3).

Ilustraciju kojom započinje poglavlje Sustavi u životu treba dodatno pojasniti učenicima s teškoćama, posebno onima s poremećajem iz spektra autizma (protumačiti sliku i izraze lica). Temu zadanih primjera, kada god je to moguće, valja prilagoditi interesima ove podskupine učenika (npr. „Na filmskom setu u kojem je snimano Hrabro srce ili Star Wars...” ili zamijeniti imena bake i djeda).

Odabir daljnjih zadataka valja odrediti individualno, temeljem razine znanja kojom je pojedini učenik s teškoćom ovladao i u suradnji sa stručnim timom škole.

Preporuča se učenike s teškoćama upoznati s jednostavnijim alatima za računanje jednadžbi i zadati im zadatke koje će riješiti koristeći rješenja s kojima su se upoznali.

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s rješavanjem sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Uočiti primjere sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice i njegovo rješenje
- Zapisati problemski zadatak u obliku sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Primijeniti metodu supstitucije ili metodu suprotnih koeficijenata na rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Primijeniti sustave dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj sati: minimalno 1 sat

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadaci i primjeri koji omogućavaju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijskih sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Uvodni dio

Motivacijska animacija je zadatak u kojem ponavljamo kako od uobičajene situacije iz stvarnog života dobiti sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Prateća interaktivna vježba opisuje dobiveni sustav dvije linearne jednadžbe s dvije nepoznanice i njegovo rješenje.

Riješite, provjerite i podijelite

Za uvježbavanje postavljanja i rješavanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice predlažemo vam nekoliko zadataka koje učenici mogu samostalno riješiti u bilježnicu ili u nekom interaktivnom elementu. Zadnjih nekoliko zadataka je za one koji žele znati više, ali predlažemo svima da ih pokušaju riješiti.

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime ujedno dobivaju i povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Izmjenjuju se "obični", interaktivni te kontekstualni zadaci tako da se promjenom dinamike duže zadržava pažnja učenika na samim sadržajima čime se potiče i ustrajnost i samostalnost u radu. Prije samog rješavanja zadatka potičite učenike da procijene rješenje, i onda ga usporede s točnim rješenjem.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka te se prema potrebi vratiti na prethodne jedinice i ponoviti načine rješavanja zadataka.

Predlažemo i **projekt** sa QR kodovima koji može obuhvatiti različite primjene sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice u matematičkom i u svakodnevnom kontekstu te i na taj način pokazati da matematika može biti zabavna, ali i da je primjenjiva u svakodnevnom životu. Kontekst projekta možete prilagoditi učeničkim željama ili aktualnoj situaciji u školi - primjerice, možete pripremiti ovu aktivnost za Dan otvorenih vrata u vašoj školi.

Za samostalno ponavljanje i uvježbavanje pripremljena je i **interaktivna GeoGebrina igra** slaganja tangrama rješavajući sustave dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Učenicima koji imaju problema s razumijevanjem rješavanja sustava linearnih jednadžbi i koji su malo sporiji, omogućite da se dulje "igraju" ili ih motivirajte da igru završe kod kuće.

Završni dio

Završavamo prijedlogom još jedne **igre** u razredu kojom učenici sami zadaju zadatke i slučajno spajaju sustave i dobivaju rješenja koja mogu biti i cijeli i racionalni brojevi, ali sustavi mogu biti i neodređeni i nemogući, kako i biva u svakodnevnom životu.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

Teme povezane sa sustavima linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice prikladne su i za projekte. Predlažemo da se uključite u zajednicu učitelja i nastavnika na eTwinning portalu pa neke od predloženih aktivnosti iz ove cjeline napravite u sklopu eTwinning projekta. Više o eTwinningu možete saznati na mrežnim stranicama [zajednice eTwinning](#) ili na stranicama [Agencije za mobilnost i programe EU](#).

Pogledajte i lekcije dostupne na mrežnim stranicama Desmosa [System of Linear Equations](#), kao i na mrežnim stranicama Khan Academy [Systems of Linear Equations](#)

Izaberite i neku od aktivnosti scenarija poučavanja [Potraga za rješenjem](#) i [Dvostruko nepoznato](#) koji su osmišljeni za 7. razred osnovne škole, a odnose se na sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama, kao i scenarija [Igrajmo se algebre](#) i [Problemski zadaci bez problema](#) osmišljenih za 1. razred srednje škole. Odaberite aktivnosti prema mogućnostima vaših učenika i škole. Učenici spomenute aktivnosti mogu odraditi samostalno ili u suradnji sa drugim učenicima.

Kako bi učenici ovoj temi pristupili na njima zanimljiv i poučan način, možete iskoristiti i jednu od igara sa sustavima dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

- [Lopte](#) (GeoGebra)
- [Skrivena slika](#) (GeoGebra)
- [Bazen](#) (GeoGebra)
- [System of Equations, Basketball](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Nyan Cat The MATH Game -Systems of Linear Equations](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Solve a system of equations using substitution](#), (engleski jezik)
- [Solving System of Linear Equations, Jeopardy](#) (engleski jezik)

Osim spomenutih, možete učenicima sugeriirati i jednu od brojnih igara i aktivnosti sa stranice [Različite igre i aktivnosti](#) sa sustavima dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama, NRICH, University of Cambridge, ili zajedno izabrati kako će izgledati projektna nastava na stranici [Math Science Fair Project](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za one koji žele znati više pripremljeni su sustavi koji se mogu riješiti uvođenjem novih nepoznanica. Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje, pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

Zadaci sa sustavima dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice često se pojavljuju na Državnoj maturi pa predlažemo da pogledate i ove zadatke:

[Državna matura, ljetni rok 2016./2017., Matematika, osnovna razina B, zadatak 22.2](#)

[Državna matura, jesenski rok 2015./2016., Matematika, osnovna razina B, zadatak 19](#)

[Državna matua, ljetni rok 2012./2013., Matematika, osnovna razina B, zadatak 11](#)

[Državna matura, zimski rok 2010./2011., Matematika, osnovna razina B, zadatak 6](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U aktivnostima za slobodno učenje važno je pridržavati se općih smjernica koje se odnose na prilagodbu materijala i načina poučavanja koje su specifične za pojedinu vrstu teškoće.

U ovoj vrsti aktivnosti je važno poticati projektne aktivnosti i rad u manjim skupinama u okviru kojeg i učenik s teškoćama ima jasnu, unaprijed definiranu ulogu (npr. izrada prezentacija u interaktivnim alatima, osmišljavanje kviza i sl). Jedna od skupina može dobiti zadatak da ključne činjenice iz ovog modula predstavi u nekom od web alata. U okviru slobodnih aktivnosti je isto tako važno poticati uporabu digitalne tehnologije. Primjerice, svaka skupina učenika može rješavati isti sustav jednadžbi, ali koristeći različite kalkulatore.

Zadatak 9 koji se nalazi u pomoćnim interaktivnim sadržajima je zahtjevan i pri rješavanju je važno osigurati podršku za učenike s teškoćama.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s rješavanjem sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Uočiti primjere sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice i njegovo rješenje
- Zapisati problemski zadatak u obliku sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Primijeniti metodu supstitucije ili metodu suprotnih koeficijenata na rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Primijeniti sustave dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stavova s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informaciju koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukcija, primjena i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja zadataka koje je riješio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.



Matematika

za 7. razred osnovne škole

Modul 10: Linearna funkcija

Priručnik za nastavnike

Modul 10: Kružnica i krug

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Usvojiti pojmove vezane za kružnicu, krug i mnogokute
- Računati opseg i površinu kruga iz zadanoga polumjera i obrnuto
- Upotrijebiti svojstva tetivnog i tangencijalnog četverokuta u zadacima iz matematike, drugih područja i stvarnoga života
- Kreirati razne geometrijske motive

Odgojno-obrazovni ishodi

- Rabiti matematički jezik vezan za kružnicu, krug, tetivne i tangencijalne četverokute te mnogokute
- Računati mjerive elemente kružnice i kruga
- Modelirati probleme iz matematike, ostalih obrazovnih područja ili svakodnevnog života s pomoću kružnice i kruga
- Primijeniti poučke o kružnici na tetivni i tangencijalni četverokut te mnogokut pri računanju mjerivih elemenata
- Razviti kreativnost i osjećaj za estetiku

Generičke kompetencije

- Sposobnost prepoznavanja
- Spremnost na povezivanje i interpretaciju informacija i argumenata
- Sposobnost odabira najučinkovitijeg pristupa rješenju problema
- Sposobnost komuniciranja u geometriji i o geometriji

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

U **prvoj jedinici** *Opseg i površina kruga* naglasak je na opisivanju, definiranju i označavanju osnovnih pojmova vezanih za kružnicu i krug. Kako je ova tema obrađena u osnovnoj školi, učenici se prisjećaju pojmova kao što su tetiva, kružni luk, kružnica, krug, opseg i površina kruga. Interaktivnim primjerima i zadacima mogu obaviti samoprocjenu znanja.

U **drugoj jedinici** *Duljina kružnog luka i površina kružnog isječka* nastavljamo s opisivanjem, definiranjem i označavanjem pojmova kao što su duljina kružnog luka, središnji kut, kružni isječek i odsječek te njihove površine. Poseban je naglasak na uvođenju radijanske mjere kuta i povezivanju s mjerom kuta u stupnjevima.

U **trećoj jedinici** *Poučak o središnjem i obodnom kutu kružnice* iskazuje se i dokazuje poučak iz naslova, a zatim i njegov obrat. Svrha je općenito pokazati razliku između tvrdnje i obrata tvrdnje, posljedicu tvrdnje te primijeniti poučke u različitim zadacima.

U **četvrtoj jedinici** *Talesov poučak nastavljamo se* na prethodnu jedinicu jer Talesov je poučak zapravo posljedica poučka o središnjem i obodnom kutu. S pomoću mnoštva interaktivnih zadataka te GeoGebrina predložka, učenici mogu samovrednovati i procijeniti svoje znanje.

U **petoj jedinici** *Tangenta kružnice* istražujemo udaljenost točke od pravca, međusobne položaje pravca i kružnice, međusobne položaje dviju kružnica te dokazujemo poučak o kutu tetive i tangente. Osim što učenici imaju mnogo prilika za istraživanje, ima mnogo zadataka gdje mogu računati mjere kutova primjenjujući sve dosad naučeno.

U **šestoj jedinici** *Tetivni i tangencijalni četverokut* naglasak je također na istraživanju, uočavanju i primjeni svojstava tetivnoga i tangencijalnog četverokuta na primjerima iz stvarnog života ili matematike.

U **sedmoj jedinici** *Pravilni mnogokuti* opisuju se osnovna obilježja pravilnih mnogokuta uključujući formule za zbroj kutova, broj dijagonala, površinu te "svođenje na karakteristični trokut". Posebno se ističe zanimljiva primjena mnogokuta u popločivanju što može biti dobra tema za projektni zadatak, plakat ili slično.

U **osmoj jedinici** *Primjena kruga i kružnice*, kao što sam naslov kaže, naglasak je na rješavanju zadataka iz stvarnog života i nekih drugih područja. Jedinica je pogodna za rad u skupinama, prezentacije, interpretacije rješenja, fotografija i slično.

Na kraju modula su *Aktivnosti za samostalno učenje* s pomoću kojih će učenici moći samostalno usvojiti neke dodatne sadržaje, procijeniti usvojenost sadržaja iz prethodnih jedinica s pomoću interaktivnih zadataka. Ističe se nekoliko Sangaku problema jer su mnogi od njih vezani upravo za kružnicu i krug.

Procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda učenici će naći na kraju modula. Pripremljeni su interaktivni zadatci za formativno vrednovanje. Nakon povratne informacije učenici se mogu vratiti na ono područje koje nisu dovoljno usvojili.

Sve jedinice nude i neke izborne i dodatne teme za učenike koji imaju bolje predznanje pa se ne moraju dugo zadržavati na zadacima unutar jedinice, a to vrijedi i za učenike koje zanimaju izborne teme pa žele proširiti svoje znanje te za darovite učenike koji žele izazovnije teme.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za primjenu digitalnih alata

U ovom smo se modulu koristili:

GeoGebrom

GeoGebra je program dinamične matematike koji ujedinjuje geometriju, algebru i analizu. Program je otvorenog koda i dostupan je na hrvatskom jeziku na www.geogebra.org.

Više o GeoGebri možete pročitati na <https://e-laboratorij.carnet.hr/geogebra-interaktivna-matematika/>.

Predlažemo uporabu alata:

Kahoot

Interaktivni digitalni alat za izradu kvizova. Više o Kahootu možete pročitati na <https://e-laboratorij.carnet.hr/kahoot-game-based-sustav-za-odgovaranje-i-kvizove/>

Crossword Labs

Križaljke možete izraditi s pomoću alata Crossword Labs. Više o alatu Crossword Labs možete pročitati na <https://e-laboratorij.carnet.hr/crossword-labs-svatko-moze-napraviti-križaljku/>.

Coggle

Za izradu umnih mapa možete se koristiti alatom Coggle. Više o tom alatu možete pročitati na <https://e-laboratorij.carnet.hr/coggle-mentalne-mape/>.

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

- Pri realizaciji modula Krug i kružnica mogu vam pomoći i ovi sadržaji e-Škole scenarij poučavanja: <https://edutorij.e-škole.hr/alfresco/guestDownload/a/workspace/SpacesStore/89406a12-4451-406a-9492-aa8e4c308fbb/Pogledukrug.pdf>
- Dodatni se materijali mogu pronaći i na [Nacionalnom portalu za učenje na daljinu Nikola Tesla](#) (Matematika, Matematika srednje učenici).
- Matematička lektira: Bertolt Brecht, Kavaski krug kredom.

Poveznice na dodatne izvore i važne referencije za nastavnika

Možda bi vas mogle zanimati i ove teme:

- https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/metodika/materijali/mnm3-Projektna_nastava-radionica.pdf
- <http://natjecanja.math.hr/srednja-skola-materijali/>.

Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
10.	Kružnica i krug	16 + 1
	10.1. Opseg i površina kruga	1
	10.2. Duljina kružnog luka i površina kružnog isječka	3
	10.3. Poučak o središnjem i obodnom kutu kružnice	3
	10.4. Talesov poučak	2
	10.5. Tangenta kružnice	2
	10.6. Tetivni i tangencijalni četverokut	2
	10.7. Pravični mnogokuti	2
	10.8. Primjena kruga i kružnice	2
	8.9. Euklidov poučak	2
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

10.1. Opseg i površina kruga



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Definirati i razlikovati kružnicu i krug
- Razlikovati duljinu kružnice i opseg kruga
- Znati pojmove vezane uz krug i kružnice
- Izračunati opseg i površinu kruga s pomoću formule
- Rješavati problemske zadatke

Odgojno-obrazovni ishodi

- Računati opseg i površinu kruga
- Odrediti polumjer kruga kojemu je zadan opseg ili površina
- Primijeniti računanje opsega i površine kruga pri rješavanju problemskih zadataka

Generičke kompetencije

- Sposobnost razlikovanja
- Sposobnost grafičkog prikazivanja
- Upornost

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima, za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni rad, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Za početak učenici mogu nabrojiti razne primjere iz stvarnoga života gdje se sve može vidjeti kružnica. Treba ih dovesti u situaciju da razlikuju kružnicu od kruga.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Nakon definicija osnovnih pojmova kao što su duljina kružnice, opseg i površina kruga, tetiva, promjer i kružni luk, učenici će u GeoGebri "provjeriti" formulu za opseg. Na nekoliko primjera mogu provjeriti jesu li usvojili formulu. Računat će opseg za zadani polumjer i iz zadanoga opsega polumjer ili promjer.

Za površinu kruga predviđeno je malo istraživanje, aproksimacija kruga mnogokutom s velikim brojem vrhova. To je bio i povijesni pristup računanja površine. Predviđeno je nekoliko zadataka za uvježbavanje formule.

Završetak

Na završetku jedinice je zadatak s Državne mature, modeliranje krugom.

Dodatni prijedlozi

Prijedlog

Mjerenje opsega može se provesti vježbom s pomoću konopca koji učenici omotavaju oko nekoliko različitih predmeta kružnog oblika. Mjereći promjer i duljinu konopca, zapisivanjem podataka u tablicu i uspoređivanjem mogu sami doći do formule.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

- Zainteresirani učenici mogu izraditi projekt na temu broja π .
- Daroviti učenici mogu proučavati beskonačne sume vezane uz broj π .

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ovog modula prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da su oni heterogena skupina i da je odabir prilagodbi potrebno temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika. U svim jedinicama ovog modula potrebno je dodatno objasniti sve animacije.

Uvodna fotografija može biti početna točka za komentiranje drugih sličnih oblika koji nas okružuju, učenike s teškoćama potrebno je uključiti u razgovor (npr. Prater u Beču, Zabavni park Mirnovec-Adria Eye).

Elemente kružnice je važno povezati s ilustracijom kružnice (učenici u paru mogu izraditi veliku kružnicu na kojoj će biti upisani svi elementi koji se navode u nastavnoj jedinici). U projektnoj aktivnosti o opsegu posebnu pozornost valja posvetiti učeniku s poremećajem iz spektra autizma (pogotovo ako poznaje mnogobrojne činjenice) koji može više otkriti o temi π .

Učenicima s motoričkim teškoćama je važno osigurati pomoć pri rješavanju zadatka mjerenja opsega lopte, a i drugim učenicima s teškoćama treba dati jasnu uputu (npr. mjerimo opsege različitih vrsti lopti, klizač mjerenja pomiče se sve dok se lopta ne prestane pomicati, opseg je izmjeren u trenutku kada lopta stane).

Pri računanju prvog primjera učenicima s diskalkulijom i onima s motoričkim teškoćama valja omogućiti uporabu džepnog računala i aplikacije Učimo mjere (ili neke druge vrste *online* alata). Preporučuje se da svi učenici koji sporije ovladavaju matematičkim znanjima najprije uvježbaju računanje opsega i površine kruga na jednostavnim primjerima prije prelaska na problemske zadatke.

10.2. Duljina kružnog luka i površina kružnog isječka



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Izvesti formule za duljinu kružnog luka i površinu kružnog isječka
- Definirati mjeru kuta u radijanima
- Koristiti se formulama u računanju mjere kuta, duljine kružnog luka i površine kružnog isječka

Odgojno-obrazovni ishodi

- Primijeniti proporcionalnost duljine luka i središnjeg kuta pri računanju duljine nekih kružnih lukova
- Primijeniti proporcionalnost površine kružnog isječka i središnjeg kuta pri računanju površine nekih kružnih isječaka
- Opisati mjeru kuta u radijanima
- Pretvoriti mjeru kuta u radijanima u mjeru kuta u stupnjevima i obratno
- Računati duljinu kružnog luka i površinu kružnog isječka za proizvoljan središnji kut zadan u stupnjevima ili radijanima

Generičke kompetencije

- Sposobnost učenja
- Sposobnost prilagodbe novim situacijama

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima, za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni rad, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Uvod je fotografija s lukovima i opis segmentnog luka u graditeljstvu. U opisu se spominje središnji kut.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Jedinicu počinjemo definicijom središnjeg kuta i primjerom u kojem će učenici uočiti da dva polupravca s početkom u središtu kružnice određuju dva središnja kuta. U sljedećem se primjeru povezuje središnji kut s pripadnim lukom.

Učenici se prisjećaju formule za opseg kruga. U interaktivnom će zadatku računati duljinu polovine, četvrtine i osmine kružnice jednostavno dijeleći opseg kruga s dva, četiri i osam. Učenici će promatrajući slike s dijelovima kružnice zaključiti da se duljina pripadnog luka smanjuje proporcionalno s mjerom središnjeg kuta. Koristit će se uočenim svojstvom i odrediti duljine lukova za nacrtane središnje kutove. Na kraju će svodenjem na jedinicu zaključiti da središnjem kutu od 1 stupnja odgovara luk duljine $2\pi/360$. Primjenjujući proporcionalnost zaključit će da središnjem kutu od α stupnjeva odgovara luk duljine $2\pi\alpha/360$. Formulu će primijeniti u nekoliko zadataka.

Na isti se način određuje površina kružnog isječka. Polazimo od površine kruga, zatim primjenjujući proporcionalnost računamo površinu isječka za istaknute kutove, svodimo na jedinicu i na kraju primjenjujući proporcionalnost izvodimo formulu za površinu kružnog isječka.

Definira se kružni odsječak i opisuje kako se računa površina kružnog odsječka.

Ovo je prirodno mjesto da se uvede radijanska mjera kuta. Pripremljena je interakcija u kojoj će učenici mijenjajući polumjer kružnice zaključiti da se za fiksni središnji kut omjer duljine pripadnog luka i polumjera ne mijenja. Zatim će mijenjati središnji kut i vidjeti da svakom središnjem kutu pripada jedan omjer. Taj se omjer definira kao mjera kuta u radijanima. Definira se mjera kuta od jednog radijana. Učenici će u praktičnoj vježbi, s pomoću konopca, odrediti

središnji kut čija je mjera 1 rad. Slijede zadatci u kojima će učenici računati duljinu luka i površinu kružnog isječka ako je središnji kut zadan u radijanima. Na kraju su zadatci u kojima će učenici pretvarati mjeru kuta u stupnjevima u radijansku mjeru i obratno upotrebljavajući proporcionalnost

Završetak

Na kraju je projekt u kojem će učenici izraditi sat s radijanskim mjerama. Jesu li ishodi učenja ostvareni, učenici će provjeriti u nizu interaktivnih zadataka.

Dodatni prijedlozi

Prijedlog

Vježbu računanja duljine luka i površine kružnog isječka možete organizirati kao igru Bingo. Nastavnik čita mjeru kuta, a učenici na svojim pločicama traže duljine pripadnog luka ili površinu kružnog isječka.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

- Zainteresirani učenici mogu potražiti lukove u arhitekturi, mjeriti središnje kutove i računati duljine pripadnih lukova.
- Za darovite je učenike pripremljen malo složeniji zadatak s površinom kružnog isječka.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Ako je poželjno da učenici s teškoćama ovladaju pojmovima za vrste lukova, važno ih je vizualno potkrijepiti (fotografijama, ilustracijama). Za sve učenike koji otežano usvajaju geometriju sve nove pojmove treba uvoditi dodatno i vizualno ih naglasiti (primjerice u primjeru 2. uz oznake dodati i pune nazive, jače bojama označiti dva luka (u editoru uređaja, na ploči, u nekom od alata za prezentaciju).

Pri računanju novih zadataka učenicima s teškoćama valja dopustiti da imaju pred sobom sve potrebne formule. Učenike je svakako potrbno podsjetiti na način označavanja kutova.

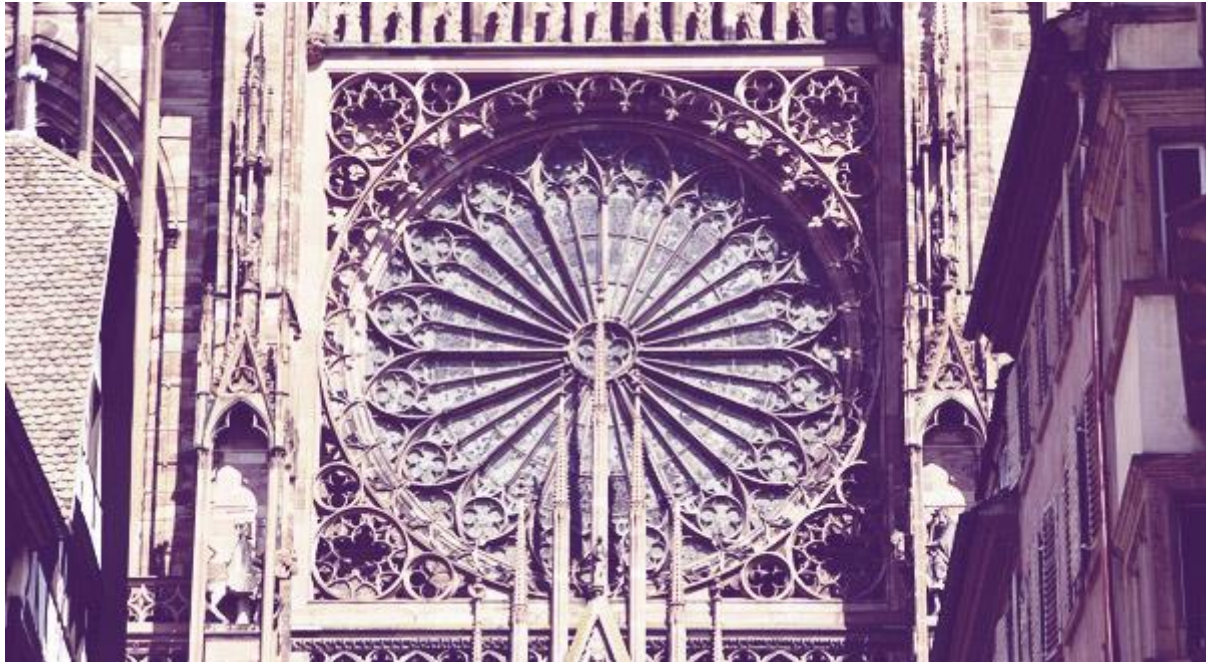
Temu kružnog isječka je moguće približiti učenicima s teškoćama koristeći se izrezanim dijelovima kružnice (različitih papira u boji), oni sami mogu dobiti zadatak da izrežu jedan kružni isječak i odsječak.

Definiciju kružnog odsječka valja vizualno jače naglasiti (povećati, napisati u boji, podebljati).

Pretvaranje mjere kuta u radianima u mjeru kuta u stupnjevima i obratno može biti prezahtjevan korak za one učenike s teškoćama koji nisu savladali prethodne dijelove ove jedinice zbog čega je važnije da utvrde i uvježbaju temeljne koncepte vezane za kružni luk i isječak.

Kako bi lakše riješili 8. zadatak, potrebno ga unaprijed pripremiti ispisana.

10.3. Poučak o središnjem i obodnom kutu kružnice



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Iskazati poučak o središnjem i obodnom kutu
- Prepoznati obodni kut, središnji kut i primijeniti vezu između njih u zadacima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati vezu središnjeg i obodnog kuta nad istim kružnim lukom
- Računati mjeru kuta primjenom poučka o središnjem i obodnom kutu

Generičke kompetencije

- Sposobnost uočavanja
- Sposobnost korištenja tehnologije kao potpore kritičkom razmišljanju

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni rad, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Kao uvod odabran je odličan primjer iz stvarnog života gdje se koristi obodni kut – vidno polje objektivna fotoaparata, odnosno vidni kut pod kojim se može vidjeti određena dužina. Koji je maksimalni vidni kut i gdje se nalaze sve točke koje se vide pod maksimalnim vidnim kutom, dobro je polazište i motivacija za ovu temu.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Nakon definicije obodnog kuta (i ponavljanja središnjeg) iskazuje se poučak, a kroz interaktivne se zadatke ili pitanja različite interaktivnosti dolazimo i do dokaza. Važno je da učenici razumiju dokaz i opišu taj postupak, a nije nužno da ga znaju i reproducirati. Ponovno govorimo o obratu neke tvrdnje, u ovom slučaju da su svi obodni kutovi nad istim lukom jednaki te da su istim lukovima pridruženi sukladni obodni kutovi. Slijedi primjena u računanju mjere nepoznatih kutova kroz interaktivne zadatke i konstrukcija točaka iz kojih se zadana dužina vidi pod nekim kutom.

Završetak

Na kraju se nastavljamo na uvodni primjer koji će prerasti u zanimljiv projektni zadatak.

Dodatni prijedlozi

Prijedlog

Poučak o obodnom i središnjem kutu učenici mogu samostalno istražiti na računalu, zatim precizno zapisati, a dokaz se može provesti u skupinama: svaka skupina proučava prvi i jedan od sljedeća dva slučaja u dokazu, a nakon toga se podijele u nove skupine i podučavaju jedni druge o onome dijelu koji su samostalno proučili.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

- Za darovite je učenike predviđeno dokazivanje poučka o vidnom kutu, a također i izbor zadataka iz *Arhive* na stranici <http://www.skoljka.org/>

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenik s poremećajem iz spektra autizma koji preferira povijesne činjenice može ostale učenike upoznati sa zanimljivostima vezanim uz Parlament u Budimpešti (s ciljem motiviranja i pridobivanja pozornosti učenika).

Zadatak 1 (na kojem se na istoj kružnici nalaze različiti kutovi) je nepregledan za učenike s teškoćama vizualne obrade. Preporuča se osigurati im zamjenski zadatak (na kojem na jednoj kružnici nalazi jedan ili dva kuta i potom se određuje koji od navedenih je obodni).

Tekstualni dio koji prati gradivo sadrži brojne oznake pravaca, točkaka, lukova i kutova i teško ga je slijediti (posebno za učenike s disleksijom, diskalulijom, jezičnim teškoćama) zbog čega je nužno sve pojmove pojasniti usmenim putem, jednostavnim jezikom uz podršku ilustracija.

U okviru teme o posljedicama poučka nalaze se složene ilustracije (npr. prva) koje učenici koji imaju teškoće vizualne obrade neće moći slijediti. Savjetuje se odabrati ključne činjenice iz ovog dijela i prezentirati ih navedenim učenicima na pojednostavljen način.

10.4. Talesov poučak



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Prepoznati situacije u kojima će se koristiti Talesov poučak o obodnom kutu nad promjerom i primijeniti poučak i njegov obrat u rješavanju različitih zadataka.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Dokazati Talesov poučak kao specijalni slučaj poučka o središnjem i obodnom kutu
- Primijeniti Talesov poučak u konstrukcijama
- Primijeniti Talesov poučak pri računanju mjere kuta

Generičke kompetencije

- Sposobnost primjene znanja u praksi
- Sposobnost tumačenja i razlikovanja situacija

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni rad, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Ukrasni element-uzorak je dobar primjer crteža s pomoću kojeg se može jednostavno doći do Talesova poučka o obodnom kutu nad promjerom.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Korak po korak, primjenjujući znanje iz prethodne jedinice, učenici će i prije samog iskaza dokazati poučak.

Slijedi obrat poučka, čiji je dokaz predviđen samo za darovite učenike ili za one zainteresirane.

Računamo razne nepoznate kutove u interakcijama koje slijede, a prije toga su provedene i neke osnovne konstrukcije u kojima se primjenjuje Talesov poučak o kutu nad promjerom. Učenici se mogu koristiti i GeoGebrinim predloškom.

Završetak

Postoje razni načini da se odredi središte nekog kruga. Zato je zadatak na kraju otvorenog tipa i vjerojatno će učenici imati različite ideje. Jedna je ideja, s pomoću Talesova poučka o obodnom kutu nad promjerom, predstavljena u priloženom videozapisu.

A na samom je kraju i vrlo jednostavan način presavijanjem papirnato kruga, dva puta točno na pola, odnosno presjekom dvaju promjera.

Dodatni prijedlozi

Prijedlog

Veći dio ove jedinice učenici mogu samostalno raditi, jednostavno se nastavlja na prethodnu jedinicu i nema mnogo novih činjenica. Svakako im treba ostaviti više vremena za aktivnost na kraju jedinice, za koju je poželjno da rade u skupinama. Ako ipak niste u mogućnosti osigurati dovoljno vremena, može im se prikazati još poneki videozapis. (vidi:*Pomoćni interaktivni sadržaji*).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

- Zainteresirani učenici mogu sami dizajnirati neki geometrijski oblik koristeći se Talesovim poučkom i opisati konstrukciju.
- Za darovite je učenike predviđeno da dokažu obrat Talesova poučka i formulu za polumjer trokutu opisane kružnice s pomoću duljina stranica trokuta i površine trokuta.

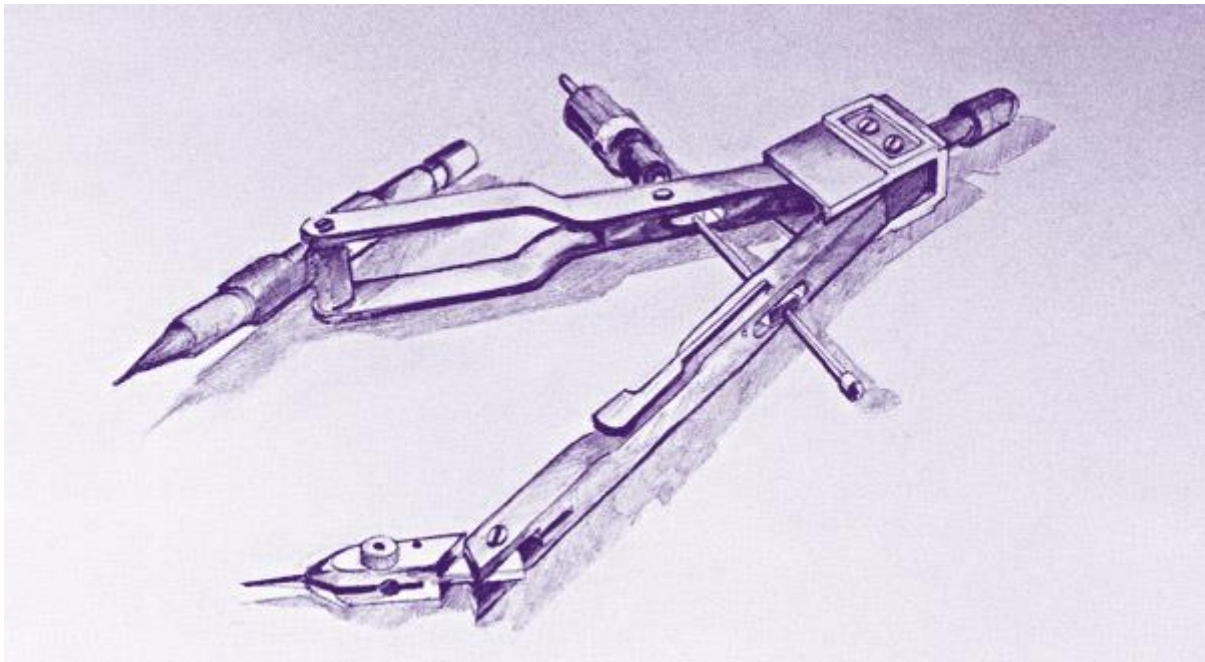
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Uoči ove jedinice potrebno je ponoviti obilježja Euklidova poučka. Uvijek je važno provjeriti razumiju li učenici s teškoćama jezičnoga razumijevanja sve pojmove (npr. obrat).

Učenicima koji imaju teškoće usvajanja matematičkog gradiva valja izričito naglasiti da ova tvrdnja opisuje Talesov poučak: Obodni kut nad promjerom kružnice je pravi kut.

Od učenika s motoričkim teškoćama ne valja očekivati da skiciraju i konstruiraju, primjerice, trokut. Ti učenici usmenim putem mogu objasniti pojmove iz ove lekcije i svladati prepoznavanje vrste kutova na osnovi primjera.

10.5. Tangenta kružnice



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Razlikovati tangentu od sekante
- Konstruirati tangentu u točki kružnice i tangente iz točke izvan kružnice
- Primijeniti svojstva tangente u zadacima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Definirati tangentu u točki kružnice
- Primijeniti definiciju tangente u točki kružnice pri određivanju mjerivih elemenata kruga
- Primijeniti definiciju tangente u točki kružnice u konstrukcijama

Generičke kompetencije

- Sposobnost da se slijedi i procjenjuje niz argumenata
- Sposobnost analize i sinteze različitih informacija

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni rad, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

U uvodu se postupno dolazi do pojma tangente promatrajući neke bitne pojmove i svojstva vezana za tangentu kružnice. Tako se prvo definira udaljenost točke od pravca i pokazuje zašto je najkraća udaljenost upravo duljina predložene okomice. Zatim se proučavaju međusobni položaji pravca i kružnice, što nas i dovodi do pojma tangente.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ovakvim je pristupom učenicima intuitivno dosta jasno zašto je tangenta okomita na polumjer, tako da ne osjećaju potrebu za dokazivanjem te činjenice. Zato je dokaz te tvrdnje predviđen samo za one koji žele više.

Slijede zadatci konstrukcije tangente u točki kružnice i iz točke koja je izvan kružnice. Poučak o tetivi i tangenti se prvo uvodi na primjeru s konkretno zadanim obodnim kutom, a zatim s općim brojevima. Dokazuje se interaktivno dopunjavanjem, a temelji se samo na poučku o središnjem i obodnom kutu, što učenicima ne bi trebalo stvarati poteškoće.

Kako bi uvježbali gradivo, u interaktivnim zadacima koji slijede primjenjuje se poučak o kutu tetive i tangente, poučak o središnjem i obodnom kutu, Talesov poučak, ali i druge činjenice vezane za kružnicu ili trokut.

Na kraju učenici istražuju i međusobni položaj dviju kružnica te s pomoću GeoGebrina predložka istražuju ovisnost položaja o polumjerima i udaljenosti između središta tih dviju kružnica. Povlačenjem na sliku će jednostavnije sistematizirati uočeno.

Završetak

Završetak je vezan za prethodno istraživanje i učenici će nakon njega jednostavnije moći odrediti broj zajedničkih tangenti za dvije kružnice (ovisno o međusobnom položaju), a mogu se koristiti i GeoGebrinim predložkom.

Konstrukcija zajedničkih tangenti kružnica koje se diraju izvana nije sasvim jednostavna pa je učenici mogu pogledati u 2D animaciji.

Dodatni prijedlozi

Prijedlog

Nakon posljednjih triju jedinica, koje se temelje na poučku o središnjem i obodnom kutu, može se učenicima pripremiti niz pitanja u svrhu formativnog vrednovanja, primjerice u obliku kolo naokolo: slika s nepoznatim kutovima, prvi učenik izračuna jedan kut, zatim drugi učenik drugi kut...

Učenici mogu raditi u skupinama: svaka skupina dobije pripremljeni predložak s jednim od međusobnih položaja dviju kružnica koji zatim analizira, konstruira zajedničke tangente i slično.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

- Zainteresirani učenici mogu istražiti povijesne činjenice o Apoloniju iz Perge i opisati njegov problem o tri kružnice. Također mogu pokušati izvesti konstrukciju, odnosno rješenje problema kao što je prikazano na slici.
- Za darovite se učenike Apolonijev problem može proširiti tako da raspravljaju o tom problemu u ovisnosti o položaju tih triju kružnica.

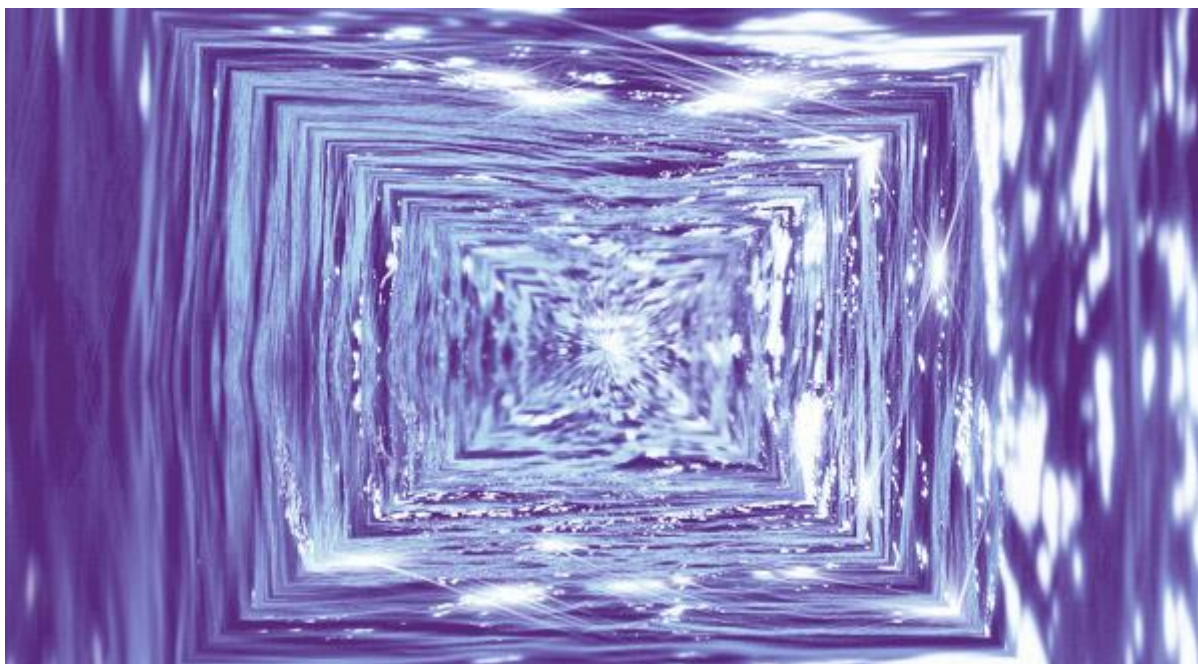
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U poglavlju o tangenti kružnice pojavljuju se različiti pojmovi (npr. diralište, sekanta, poopćiti), koje je potrebno približiti učenicima s teškoćama ili ih podsjetiti na njihovo značenje (npr. s pomoću asocijacija, vizualne podrške).

Primjena definicije tangente u točki kružnice u konstrukcijama podrazumijeva dobro razumijevanje definicije tangente i snalaženje u zadanim prikazima. Kao što je u više puta spomenuto, važno je da učenici s teškoćama u ovladavanju geometrije dobro ovladaju temeljima (primjerice definirati tangentu u točki kružnice), a tek nakon toga eventualno prijeđu na složenije aspekte (uz odabir jednostavnih zadataka).

U 4. i 5. zadatku potrebno je učenicima unaprijed pripremiti ispisane slike kružnica kako bi učenici s teškoćama mogli jednostavnije riješiti te zadatke.

10.6. Tetivni i tangencijalni četverokut



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Otkriti svojstvo tetivnoga i tangencijalnog četverokuta
- Dokazati teorem i obrat teorema o tetivnome i tangencijalnom četverokutu
- Primijeniti svojstva tetivnoga i tangencijalnog četverokuta

Odgojno-obrazovni ishodi

- Definirati tetivni i tangencijalni četverokut
- Karakterizirati tetivni i tangencijalni četverokut s pomoću svojstava
- Primijeniti svojstva tetivnoga i tangencijalnog četverokuta pri određivanju mjerivih elemenata četverokuta

Generičke kompetencije

- Istraživačke vještine
- Sposobnost učenja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni rad, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Uvodni primjer je zadatak u kojem će učenici uočiti da za tri zadane točke mogu pronaći točku jednako udaljenu od zadanih (središte trokutu opisane kružnice), a za četiri točke to nije uvijek moguće.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

U interakciji će učenici mijenjati položaj vrhova tetivnog četverokuta i promatrati duljine stranica i mjere kutova. Očekujemo da uoče svojstvo tetivnog četverokuta: zbroj nasuprotnih kutova je 180 stupnjeva. Dokaz će provesti postupno u nekoliko interaktivnih zadataka. Zaključke zatim formaliziramo. Učenici će primijeniti svojstvo tetivnog četverokuta u nekoliko zadataka. Slijedi obrat teorema, dokaz obrata i primjena obrata u zadacima.

Na sličan će način učenici otkriti svojstvo tangencijalnog četverokuta. Počinjemo interakcijom u kojoj će učenici samostalno pokušati upisati kružnicu kvadratu, pravokutniku i deltoidu. Otkrit će da se nekim četverokutima može, a nekima ne može upisati kružnica. U primjeru s deltoidom možda će trebati pomoć pri konstrukciji polumjera. Slijedi interakcija u kojoj će otkriti svojstvo tangencijalnog četverokuta, dokaz u koracima, formalizacija, primjena, obrat i primjena obrata. Dokaz obrata nije predviđen, ali može se ponuditi darovitim učenicima kao samostalni rad.

Slijedi nekoliko zadataka.

Završetak

Na kraju su navedene bez dokaza još neke formule vezane za tetivne četverokute. Jedinica završava procjenom usvojenosti ishoda učenja.

Dodatni prijedlozi

Prijedlog

Učenici mogu izraditi umne mape o tetivnim i tangencijalnim četverokutima.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predložimo:

- Zainteresirani učenici mogu proučiti slučaj četverokuta kojemu su pravci kojima pripadaju stranice tangente na kružnicu (sva dirališta nisu na stranicama).
- Za darovite učenike tema o tetivnim četverokutima često se pojavljuje u pripremama i zadacima na natjecanjima. Nekoliko je zadataka pripremljeno u DOS-u, a još zadataka iz ovog područja možete pronaći na mrežno predavanju udruge Mladi nadareni matematičari Marin Getaldić http://mnm.hr/wp-content/uploads/2016/02/tetivni_cetverokut.pdf

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenike s jezičnim teškoćama valja upozoriti na razlikovanje pojmova *upisati* i *opisati* kako ne bi nastala zabune zbog fonološke sličnosti tih pojmova.

Usvajanje značenja pojma tetivni četverokut olakšat će povezivanje s ilustracijom i glagolom „opisati“ te tetivama koje su stranice „opisane“ kružnice. Ista logika vrijedi i za usvajanje pojma tangencijalnog četverokuta („upisati“ kružnica, zbroj duljina jednog para stranica...).

Učenicima s teškoćama usvajanja matematičkoga gradiva valja osigurati veći broj zadataka kao što su zadatci 5., 9. i 10., u kojima se na osnovi prikaza četverokuta primjenjuje pravilo, a manje ih suočavati sa zadacima izvođenja zaključaka (primjeri 1. i 2.).

Zadatak 8. može biti zahtjevan učenicima s teškoćama vizualne obrade.

10.7. Pravilni mnogokuti



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti pojam konveksnog mnogokuta i pravilnog mnogokuta
- Računati broj dijagonala i unutarnji kut u konveksnom mnogokutu
- Računati mjerne elemente mnogokuta
- Popločavati pravilnim mnogokutima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Odrediti broj dijagonala i zbroj unutarnjih kutova u konveksnom mnogokutu
- Opisati pravilne mnogokute i njihova svojstva
- Odrediti mjerne elemente u pravilnom mnogokutu
- Popločiti ravninu mnogokutima
- Prepoznati pravilnosti i svojstva geometrijskih uzoraka

Generičke kompetencije

- Smisao za estetiku
- Sposobnost sistematičnosti i postupnosti
- Sposobnost samostalnog rada

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni rad, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Motivacijski je primjer uporabe pravilnih mnogokuta u stvarnome životu, konkretno pravilnih šesterokuta kao oblika pčelinjih saća. Učenici će u sljedećoj jedinici provjeriti zašto pčele rabe taj oblik.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Za početak se postupno, opisujući svojstvo jednakostraničnoga trokuta, kvadrata definira pravilni mnogokut. Za računanje broja dijagonala pravilnoga mnogokuta također se kreće od jednostavnijih likova, učenici crtajući istražuju koliko dijagonala ima konveksni četverokut, peterokut, itd. kako bi uočili pravilnost da se dijagonale povlače prema preostalim vrhovima mnogokuta kojih je za 3 manje od ukupnog broja vrhova. Nakon uvođenja formule slijedi nekoliko zadataka za usvajanje formule.

Zatim je potrebno izračunati veličinu unutarnjeg kuta mnogokuta. Za to upotrebljavamo poučak o broju kutova u trokutu koji učenici mogu prema izboru samostalno dokazati. Važno je da učenici usvoje sustav dijeljenja mnogokuta na trokute, on se i poslije koristi pri računanju površina mnogokuta. Za usvajanje formule predviđeno je nekoliko zadataka.

Sljedeća je tema mnogokutu opisana i upisana kružnica. Podsjetimo se da se svakome trokutu može opisati i upisati kružnica, no učenici se trebaju uvjeriti da to ne vrijedi dalje za bilo koji mnogokut. Pokazuje se da to vrijedi za pravilne mnogokute. Uvodi se i pojam karakterističnoga trokuta s pomoću kojega se lagano računaju mjerivi elementi mnogokuta.

Popločivanje mnogokutima se također može vidjeti u stvarnome životu. Razlikujemo pravilno i polupravilno popločivanje. U animaciji se pokaže koja su pravilna popločivanja. Polupravilna popločivanja se trebaju otkriti kombiniranjem unutarnjih kutova raznih pravilnih mnogokuta.

Završetak

Za kraj je predviđeno proučavanje zanimljivih djela M.C. Eshera, popločivanja ravnine raznim likovima.

Dodatni prijedlozi

Prijedlog

Učenici mogu dalje istraživati i osmisliti vlastita popločivanja čime se potiče kreativnost i razvija smisao za estetiku.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo

- Zainteresirani učenici mogu na <http://platonicroalms.com/minitexts/Mathematical-Art-Of-M-C-Escher/> dodatno proučiti djela M. C. Eshera.
- Daroviti učenici mogu dokazivati razne geometrijske tvrdnje vezane za konveksne i pravilne mnogokute.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Prije uvodnoga primjera važno je obnoviti znanje o pčelama i proizvodnji meda. Učenik s poremećajem pozornosti može dobiti zadatak da upozna ostale učenike s navedenim činjenicama (unaprijed dogovoreno s nastavnikom ili na osnovi materijala na satu). U uvodnome dijelu ima mnogo teksta koji je bolje usmeno objasniti učenicima ili ga pročitati.

Učenike s jezičnim teškoćama valja podsjetiti na pojmove mnogokut, terokut, sukladan ili popločivanje.

Učenik s motoričkim teškoćama može raditi u paru s vršnjakom koji će crtati/skicirati, a onda obojica zajednički komentiraju (npr. primjeri 1. i 2.). Pravila i formule iz modula Kružnica i krug trebaju biti dostupni učenicima sa specifičnim teškoćama učenja te učenicima s motoričkim teškoćama (osobni podsjetnici, prezentacije) kako bi ih se lakše i brže prisjetili te ih mogli primijeniti.

Temu popločavanja jmoгуće je učenicima približiti s pomoću različitih fotografija koje prikazuju popločene ravnine (posebno one s kojima su se imali prigodu susresti).

10.8. Primjena kruga i kružnice



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Računati opseg i površinu kruga i pravilnih mnogokuta
- Povezati matematiku sa situacijama iz stvarnoga života

Odgojno-obrazovni ishodi

- Primijeniti krug i kružnicu, tetivne i tangencijalne četverokute te pravilne mnogokute pri rješavanju problemskih situacija iz matematike, ostalih obrazovnih područja ili svakodnevnog života
- Interpretirati dobiveno rješenje u kontekstu problemske situacije

Generičke kompetencije

- Sposobnost uočavanja
- Sposobnost povezivanja
- Sposobnost argumentiranja

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni rad, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Podsjetimo se uvodnog primjera iz prošle jedinice. Ovdje ćemo otkriti zašto je pravilni šesterokut najbolji oblik saća. Izračunat ćemo površine jednakostraničnoga trokuta, kvadrata i pravilnoga šesterokuta istih opsega i uvjeriti se da pravilni šesterokut ima najveću površinu.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Slijedi niz zadataka u kojima se primjenjuje naučeno iz kruga i kružnice, pravilnih mnogokuta te svojstva tangencijalnoga i tetivnog četverokuta. Zadatci obuhvaćaju razna područja, matematičko i primjenu u stvarnome životu. Prijedlog za projekt je istraživanje uzoraka koji se mogu i izraditi šivanjem.

Završetak

Za kraj predložimo istraživanje u programu dinamične geometrije koje daroviti učenici mogu objasniti i dokazati.

Dodatni prijedlozi

Za samostalni istraživanje učenici mogu izrađivati različite uzorke u kružnici povezane s brojem dijagonala u mnogokutu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

- Zainteresirani učenici mogu samostalno istražiti primjenu kruga i kružnice u arhitekturi, na primjer fotografirati pročelja zgrada u svojem gradu te uočiti takve uzorke i konstruirati ih u programu dinamične geometrije.
- Za darovite je učenike moguće pronaći razne zadatke s natjecanja u kojima se primjenjuju krug i kružnica.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

S obzirom da se cijela nastavna jedinica fokusira na primjenu kruga i kružnice, četverokuta te pravilnih mnogokuta pri rješavanju problemskih situacija, savjetuje se napraviti odabir zadataka za učenike s teškoćama. Odabir će se temeljiti na vrsti programa po kojoj se učenik školuje kao i obilježjima individualnog odgojno-obrazovnog plana.

Sve formule i oznake koje se navode u ovom modulu trebaju biti dostupne učenicima s teškoćama prilikom rješavanja zadataka. Najjednostavniji zadaci podrazumijevanju primjenu formula temeljem zadatka riječima.

10.A. Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Ponoviti pojmove i tvrdnje vezane uz krug, kružnicu, tetivne i tangencijalne četverokute
- Rješavati zadatke vezane uz krug, kružnicu, tetivne i tangencijalne četverokute

Odgojno-obrazovni ishodi

- Rabiti matematički jezik vezan za kružnicu, krug, tetivne i tangencijalne četverokute te mnogokute
- Računati mjerne elemente kružnice i kruga
- Modelirati probleme iz matematike, ostalih obrazovnih područja ili svakodnevnog života s pomoću kružnice i kruga
- Primijeniti poučke o kružnici na tetivni i tangencijalni četverokut te mnogokut pri računanju mjerivih elemenata

Generičke kompetencije

- Uvažavanje različitosti i multikulturalnosti
- Sposobnost planiranja i upravljanja vremenom

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima, za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni rad, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

U uvodu je fotografija na kojoj je jedan Sangaku – oslikana drvena pločica sa zadatkom iz matematike koja se nalazi u Japanu u budističkim hramovima. Mnogi Sangaku problemi su vezani za kružnice. Neke od njih će učenici riješiti u ovoj jedinici.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Jedinica počinje ponavljanjem svojstva kružnica koje se dodiruju. Slijede dva Sangaku problema u kojima se pojavljuju kružnice koje se dodiruju.

U nastavku jedinice učenici će ponoviti pojmove i svojstva vezana za krug i kružnicu u nizu interaktivnih zadataka. Potencija točke s obzirom na kružnicu predviđena je kao dodatni sadržaj za darovite učenike. U 13. zadatku ponovno se određuje polumjer kružnice kojoj je poznat luk, sada s pomoću potencije točke.

Završetak

Na kraju učenici mogu ponoviti pretvaranje stupnjeva u radijane igrajući Pamtilicu, a mogu i samostalno izraditi Pamtilicu vezanu za krug i kružnicu.

Dodatni prijedlozi

Prijedlog

Učenici mogu izraditi umne mape o kružnici i krugu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

- Zainteresirani učenici mogu potražiti još neke Sangaku probleme. Više problema možete pronaći na <https://www.cut-the-knot.org/pythagoras/Sangaku.shtml>
- Za darovite je učenike pripremljena dodatna tema Potencija točke s obzirom na kružnicu. Više o toj temi možete pronaći na mrežnom predavanju udruge Mladi nadareni matematičari Marin Getaldić http://mnm.hr/wp-content/uploads/2016/03/potencija_tocke.pdf.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U aktivnostima za slobodno učenje važno je držati se općih smjernica koje se odnose na prilagodbu materijala i načina poučavanja koje su specifične za pojedinu vrstu teškoće.

Učenici s teškoćama mogu dobiti zadatak da istraže likovna djela koja su nastala popločivanjem ravnina. U organiziranim skupinama mogu se izraditi podsjetnici za učenje koji sadržavaju sve ključne činjenice i formule iz modula Kružnica i krug. Vršnjaci mogu pomoći u izradi osobnih podsjetnika za pojedine učenike s teškoćama (primjerice za učenike s motoričkim teškoćama,

specifičnim teškoćama učenja, poremećajima pozornosti..). Kao što je više puta napomenuto, u slobodnim aktivnostima valja poticati uporabu digitalne tehnologije. Podsjetnici za učenje mogu se izraditi s pomoću diktafona ili uporabom različitih mrežnih alata.

10.P. Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti pojmove vezane uz krug, kružnicu i mnogokute
- Povezivati razna svojstva kružnica i mnogokuta
- Računati elemente kruga, kružnice i mnogokuta koristeći poučke

Odgojno-obrazovni ishodi

- Rabiti matematički jezik vezan uz kružnicu, krug, tetivne i tangencijalne četverokute te mnogokute
- Računati mjerive elemente kružnice i kruga
- Modelirati probleme iz matematike, ostalih obrazovnih područja ili svakodnevnog života pomoću kružnice i kruga
- Primijeniti poučke o kružnici na tetivni i tangencijalni četverokut te mnogokut pri računanju mjerivih elemenata

Generičke kompetencije

- Sposobnost primjene znanja u praksi
- Sposobnost povezivanja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

Procjena je usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula *Kružnica i krug* formativna. Osmišljena je u obliku interaktivnih zadataka s povratnim informacijama koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina te u svrhu praćenja vlastita napretka. Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućuje procjenu različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukcija, primjena i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.

Pojmovnik

Izvor: CARNET-ova Dokumentacija za nadmetanje: NABAVA USLUGA IZRADE OTVORENIH DIGITALNIH OBRAZOVNIH SADRŽAJA

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj (cjeloviti DOS)

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj je obrazovni sadržaj u digitalnom obliku koji pokriva cjelokupni kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred. Jedan cjeloviti DOS obuhvaća cjelokupni godišnji fond školskih sati za kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred, prema postojećem nastavnom planu te dodatne sate za samostalno učenje i vrednovanje kod kuće.

Darovita djeca

Darovita djeca su ona djeca koja posjeduju sklop osobina, visoko natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visokoga stupnja kreativnosti i motivacije koji im omogućava razvijanje izvanrednih kompetencija i dosljedno postizanje izrazito natprosječnoga postignuća i/ili uratka u jednome ili u više područja. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika*, 2016.)

Digitalni obrazovni materijal

Digitalni obrazovni materijal je bilo kakav obrazovni materijal u digitalnom formatu neovisno o obliku (e-udžbenik, dio e-udžbenika, e-knjiga, cjeloviti multimedijalni materijali, obrazovna igra, digitalizirana verzija tiskanih obrazovnih materijala, on-line tečaj i dr.) i kontekstu za koji je izrađen (za primjenu u formalnom, neformalnom ili informalnom obrazovnom kontekstu).

Jedan digitalni obrazovni materijal je materijal koji sadržajno pokriva najmanje 5 nastavnih sati u potpunosti i podrazumijeva metodičko oblikovanje.

Jedan digitalni obrazovni materijal NIJE samo jedan izolirani grafički ili multimedijalni prikaz, niti prezentacija u digitalnom formatu. Nadalje, jedan digitalni obrazovni materijal NIJE tekstualni dokument (npr. word dokument) ili pdf verzija tekstualnog dokumenta koji ne podrazumijeva metodičko oblikovanje te sadržajno ne pokriva najmanje 5 nastavnih sati.

Digitalni obrazovni sadržaj (DOS)

Digitalni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu. DOS je namijenjen prvenstveno učenicima za učenje, provjeru znanja i korištenje na nastavnom satu. Sekundarno, DOS je namijenjen i učenicima za samostalno učenje i rad kod kuće te, zajedno s pripadajućim priručnikom, nastavnicima za poučavanje.

Interakcija

Interakcija je multimedijalni element ugrađen u sadržaj čija interaktivnost podrazumijeva pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa, akcije kao što su pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom komandom, obrazac za ispunjavanje, označavanje odgovora, unos teksta, formula ili audio zapisa, povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja, didaktična igra, simulacija s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima, mogućnost dobivanja povratnih informacija, interaktivna infografika, interaktivni video, žiroskopski prikaz, 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom i sl.

E-pristupačnost

E-pristupačnost je nadilaženje prepreka i poteškoća na koje osobe nailaze kada pokušavaju pristupiti proizvodima i uslugama koji se zasnivaju na informacijskim i komunikacijskim tehnologijama (Europska komisija, 2005.)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija) je uvažavanje različitosti i specifičnosti svakog pojedinca kroz odgoj i obrazovanje koji odgovara na različite odgojno-obrazovne potrebe sve djece i svih učenika, a temelji se na uključivanju i ravnopravnom sudjelovanju svih u odgojno-obrazovnom procesu. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje i prilagodbu iskustava učenja te vrednovanje postignuća djece i učenika s teškoćama*, 2016.)

Jedinica DOS-a

Jedinica DOS-a obuhvaća dio, cijelu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta metodički obrađenih tako da obuhvaćaju sadržaj učenja i poučavanja predviđen za provođenje od jednog do tri školska sata. Jedinicu DOS-a čine sljedeći obavezni dijelovi: Uvod i motivacija, Razrada sadržaja učenja i poučavanja i Završetak.

Kognitivne razine postignuća

Kognitivne razine postignuća obuhvaćaju razinu reprodukcije znanja, primjene znanja i rješavanje problema. Reprodukcijska razina znanja kao najniža kognitivna razina postignuća obuhvaća razumijevanje gradiva (imenovanje, definiranje, ponavljanje, izvješćivanje, razmatranje, prepoznavanje, izražavanje, opisivanje). Viša kognitivna razina postignuća je primjena znanja koja podrazumijeva konceptualno razumijevanje gradiva (raspravljavanje, primjena, tumačenje, prikazivanje, izvođenje, razlikovanje). Rješavanje problema je najviša kognitivna razina postignuća koja podrazumijeva sposobnost analize, sinteze i vrednovanja gradiva (uspoređivanje, razlučivanje, predlaganje, uređivanje, organiziranje, kreiranje, klasificiranje, povezivanje, prosuđivanje, izabiranje, rangiranje, procjenjivanje, vrednovanje, kombiniranje, predviđanje).

Modul DOS-a

Jedan modul DOS-a obuhvaća smisleno povezan sadržaj učenja i poučavanja koji obuhvaća određeni broj jedinica DOS-a, koje obuhvaćaju jednu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta.

Multimedijalni element

Multimedijalni element je zvučni zapis, fotografije, ilustracije, video zapis ili 2D i 3D animacije.

Nastavni sadržaj

Nastavni sadržaj je konkretna građa i zadatci (aktivnosti) za usvajanje i razvijanje odgojnih i obrazovnih znanja, vještina i navika kojima se ostvaruje određeni odgojno-obrazovni ishod ili skup odgojno-obrazovnih ishoda.

Objavljeni obrazovni sadržaj

Objavljeni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju u obrazovne svrhe objavljen u tiskanom ili digitalnom formatu uz pozitivnu stručnu recenziju ili pozitivnu evaluaciju od strane korisnika sadržaja.

Obrazovni sadržaj

Obrazovni sadržaj je sadržaj, tiskanog ili digitalnog tipa, razvijen s primarnom namjenom korištenja u obrazovne svrhe, bilo u nastavi ili izvan nje, za formalno, neformalno ili informalno obrazovanje.

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja)

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja) je jasni iskaz očekivanja od učenika (što učenici znaju, mogu učiniti i koje stavove/vrijednosti imaju razvijene) na kraju nekog dijela učenja i poučavanja. Ovisno o razini na kojoj je izražen, neki odgojno-obrazovni ishod može se odnositi na razdoblje od jednog nastavnog sata, tematske cjeline, cijele godine ili ciklusa učenja i poučavanja nekog nastavnog predmeta ili međupredmetne teme. Ishodi mogu biti određeni kao znanja, vještine i/ili stavovi/vrijednosti.

Osoba s invaliditetom

Osoba s invaliditetom je osobe koja ima dugotrajna tjelesna, mentalna, intelektualna ili osjetilna oštećenja, koja u međudjelovanju s različitim preprekama mogu sprečavati njihovo puno i učinkovito sudjelovanje u društvu na ravnopravnoj osnovi s drugima (Konvencija o pravima osoba s invaliditetom, 2006). Prema istoj konvenciji, invaliditet nije samo oštećenje koje osoba ima, nego je rezultat interakcije oštećenja osobe (koje nije samo tjelesno oštećenje kao najvidljivije) i okoline iz čega proizlazi da društvo neprilagođenošću stvara invaliditet, ali ga kroz tehničke prilagodbe prostora, osiguranje pomagala i drugih oblika podrške može i ukloniti. U kontekstu digitalnih obrazovnih sadržaja prilagodbe se odnose na primjenu principa univerzalnog dizajna i poštivanje standarda e-pristupačnosti pri izradi materijala.

Otvoreni obrazovni sadržaj

Otvoreni obrazovni sadržaj je sadržaj slobodno dostupan za korištenje, doradu i izmjenu od trećih strana bez dodatne naknade.

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja / Repozirotij digitalnih nastavnih materijala

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja/Repozitorij digitalnih nastavnih materijala je repozitorij digitalnih nastavnih materijala izrađen u sklopu pilot projekta e-Škole.

Suvremena pedagoška metoda

Suvremena pedagoška metoda je metoda koja potiče aktivan rad učenika kroz projektni i timski rad, rješavanje problema, učenje putem otkrivanja, stvaralačko učenje te poticanje kritičkog razmišljanja.

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnih potrebama

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama je daroviti učenik/dijete ili učenik/dijete s teškoćama u razvoju.

Učenici/djeca s teškoćama

Učenik/dijete s teškoćama je dijete/učenik kojemu je u odgojno-obrazovnom sustavu potrebna dodatna podrška u učenju i/ili odrastanju. Prema Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi, NN 94/13. (pročišćeni tekst) učenici s teškoćama (Članak 65.) su: – učenici s teškoćama u razvoju, – učenici s teškoćama u učenju, problemima u ponašanju i emocionalnim problemima, – učenici s teškoćama uvjetovanim odgojnim, socijalnim, ekonomskim, kulturalnim i jezičnim čimbenicima. U Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju (NN 24/15) navode se skupine vrsta teškoća: 1. Oštećenja vida, 2. Oštećenja sluha, 3. Oštećenja jezično-govorne-glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju, 4. Oštećenja organa i organskih sustava, 5. Intelektualne teškoće, 6. Poremećaji u ponašanju i oštećenja mentalnog zdravlja, 7. Postojanje više vrsta teškoća u psihofizičkom razvoju.